



Segunda edición

7241a

# Máquinas eléctricas y transformadores

Irving L. Kosow Ph. D.

INVENTARIO  
FECHA INGRESO 20/08/99  
DEPENDENCIA Bibliotecas





Segunda edición

621.313

K 86 m.

# Máquinas eléctricas y transformadores

**Irving L. Kosow Ph. D.**

Profesor Electrical and Computer Engineering Technology  
Southern College of Technology

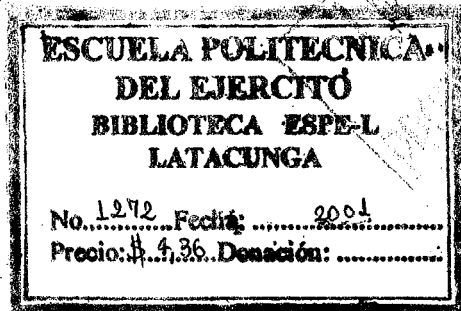
Profesor emérito, College of Staten Island  
City University of New York

## TRADUCCION

Ing. Virgilio González Pozo

## REVISION TECNICA

Salvador Alvarez Ballesteros  
Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica



Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.  
México-Englewood Cliffs-Londres-Sydney-Toronto  
Nueva Delhi-Tokio-Singapur-Rio de Janeiro

## EDICION EN ESPAÑOL:

DIRECTOR: Raymundo Cruzado González  
EDITOR: José Tomás Pérez Bonilla  
GERENTE DE TRADUCCIÓN: Jorge Bonilla Talavera  
SUPERVISOR DE TRADUCCION: Enrique Palos Báez  
GERENTE DE PRODUCCION: Eloy Pineda  
SUPERVISOR DE PRODUCCION: Teresa Parra Villafañá

## EDICION EN INGLES

Editorial/production, supervision and  
interior design: Linda Zuk, Wordcrafters Editorial Services, Inc.  
Cover design: Ben Santora  
Manufacturing buyers: Mary McCartney and Ed O'Dougherty

## Máquinas eléctricas y transformadores, segunda edición

---

Traducido de la segunda edición del inglés de:  
**Electric Machinery and Transformers**

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin  
autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 1993 respecto a la primera edición en español por  
PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A.

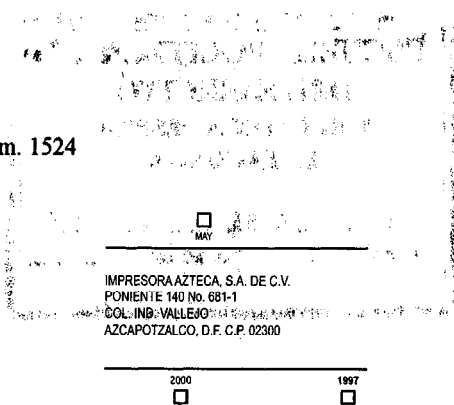
Enrique Jacob No. 20, Col. El Conde  
53500, Naucalpan de Juárez, Edo. de México

ISBN 968-880-293-X

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524

Original English Language Edition Published by  
Copyright © 1991, 1972 by Prentice-Hall Inc.  
All rights reserved  
ISBN 0-13-248733-0

IMPRESO EN MEXICO/PRINTED IN MEXICO



# Contenido

## PREFACIO xv

## Capítulo 1 FUNDAMENTOS ELECTROMECHANICOS 1

- 1-1 Sistema típico de potencia de CA, 1
- 1-2 Fundamentos de electromagnetismo, 3
- 1-3 Ley de Faraday de la inducción electromagnética, 5
- 1-4 Factores que afectan a la magnitud de la FEM inducida, 6
- 1-5 Dirección de la FEM inducida, regla de Fleming, 10
- 1-6 Ley de Lenz, 10
- 1-7 Generadores elementales, 12
- 1-8 Demostración de la regla de Fleming de la mano derecha mediante la ley de Lenz, 13
- 1-9 Polaridad de un generador elemental, 14
- 1-10 FEM generada por el giro de una espira en un campo magnético uniforme a velocidad constante, 14
- 1-11 Rectificación mediante un conmutador de anillo bipartido, 16
- 1-12 Devanado de anillo de Gramme, 18
- 1-13 Valores nominales de voltaje, corriente y potencia de una dínamo, 22
- 1-14 FEM promedio generada en un cuarto de revolución, 24
- 1-15 Ecuación fundamental del generador de CD para la FEM promedio entre escobillas, 26
- 1-16 Fuerza electromagnética, 27
- 1-17 Factores que afectan a la magnitud de la fuerza electromagnética, 28
- 1-18 Dirección de la fuerza electromagnética y regla de la mano izquierda, 29
- 1-19 Fuerza contraelectromotriz, 30
- 1-20 Comparación entre la acción de motor y la acción de generador, 31
- 1-21 Glosario de términos empleados, 33
- 1-22 Preguntas, 35
- 1-23 Problemas, 36

Ina #1282-01 Conyua 4/1/2008 USD #36 (209.000)

## **Capítulo 2 CONSTRUCCION Y DEVANADO DE LA DINAMO 39**

- 2-1 Posibilidades de la dínamo, 39
- 2-2 Construcción de la dínamo de corriente directa (CD), 40
- 2-3 Construcción de la dínamo síncrona (campo estacionario), 42
- 2-4 Construcción de la dínamo síncrona (campo rotatorio), 42
- 2-5 Construcción de la dínamo asíncrona de inducción, 44
- 2-6 Campos y circuitos magnéticos de la dínamo de CD, 44
- 2-7 Reactancia de armadura, 45
- 2-8 Campos y circuitos magnéticos de la dínamo de CA, 46
- 2-9 Cálculos de flujo magnético, 47
- 2-10 Devanados de armadura, 49
- 2-11 Devanados imbricados y ondulados: semejanzas y diferencias, 51
- 2-12 Resumen de devanados, 55
- 2-13 Devanados de armadura de la dínamo síncrona de CA, 57
- 2-14 Devanados de media bobina y de bobina completa, 58
- 2-15 Devanados acortados o de paso fraccionario, 58
- 2-16 Devanados distribuidos y factor de distribución (de arrollamiento), 61
- 2-17 Efecto del paso fraccionario y la distribución de bobina sobre la forma resultante de la onda, 64
- 2-18 FEM generada en una dínamo síncrona de CA, 67
- 2-19 Frecuencia de una dínamo síncrona de CA, 69
- 2-20 Glosario de términos empleados, 69
- 2-21 Preguntas, 72
- 2-22 Problemas, 73

## **Capítulo 3 RELACIONES DE VOLTAJE DE LA DINAMO DE CD: GENERADORES DE CD 75**

- 3-1 Generalidades, 75
- 3-2 Tipos de generadores de CD, 76
- 3-3 Diagrama esquemático y circuito equivalente de un generador en derivación, 76
- 3-4 Diagrama esquemático y circuito equivalente de un generador en serie, 78
- 3-5 Diagrama esquemático y circuito equivalente de un generador serie-paralelo o compuesto, 79
- 3-6 Generador con excitación separada, 80
- 3-7 Características de voltaje sin carga o en vacío de un generador de CD, 81
- 3-8 Líneas de resistencia de campo de un generador en derivación autoexcitado, 84
- 3-9 Crecimiento de voltaje en un generador en derivación autoexcitado, 85
- 3-10 Resistencia crítica del campo, 86
- 3-11 Causas por las cuales no desarrolla voltaje un generador autoexcitado en derivación, 87
- 3-12 Efecto de la carga sobre la desacumulación en un generador autoexcitado en derivación, 88
- 3-13 Características de carga contra voltaje de un generador en derivación, 89
- 3-14 Efecto de la velocidad sobre las características de un generador en derivación con y sin carga, 92

- 3-15 Regulación de voltaje de un generador, 93
- 3-16 Generador en serie, 95
- 3-17 Genreador compuesto, 96
- 3-18 Características de un generador compuesto acumulado, 96
- 3-19 Ajuste del grado de composición de los generadores compuestos acumulados, 99
- 3-20 Generador diferencial compuesto, 100
- 3-21 Comparación sumaria de características de carga-voltaje en generadores en derivación y compuestos, 101
- 3-22 Efecto de la velocidad sobre las características de carga-voltaje de los generadores en derivación y compuestos, 102
- 3-23 Especificaciones de generadores, 103
- 3-24 Regla rápida para la relación entre el tamaño de una dínamo y su velocidad, 103
- 3-25 Glosario de términos empleados, 104
- 3-26 Preguntas, 105
- 3-27 Problemas, 107

## **Capítulo 4 RELACIONES DE PAR EN LA DINAMO DE CD: MOTORES DE CD 109**

- 4-1 Generalidades, 109
- 4-2 Relación entre par y fuerza, 110
- 4-3 Ecuaciones fundamentales de par en una dínamo de CD, 115
- 4-4 Fuerza contraelectromotriz o voltaje generado en un motor, 117
- 4-5 Velocidad del motor como función de la fuerza contraelectromotriz, 118
- 4-6 Fuerza contraelectromotriz y potencia mecánica desarrollada por un motor, 120
- 4-7 Relación entre par y velocidad de un motor, 121
- 4-8 Arrancadores para motores de CD, 124
- 4-9 Características del par electromagnético en motores de CD, 127
- 4-10 Características de velocidad en los motores de CD, 130
- 4-11 Regulación de velocidad, 136
- 4-12 Par externo, potencia y velocidad, 137
- 4-13 Inversión de dirección de giro en un motor de CD, 138
- 4-14 Efecto de la reacción de armadura sobre la regulación de velocidad en todos los motores de CD, 142
- 4-15 Glosario de términos empleados, 142
- 4-16 Preguntas, 143
- 4-17 Problemas, 144

## **Capítulo 5 REACCION DE ARMADURA Y CONMUTACION EN DINAMOS 148**

- 5-1 Generalidades, 148
- 5-2 Campo magnético producido por la corriente de armadura, 148
- 5-3 Efecto del flujo de armadura sobre el flujo de campo, 149
- 5-4 Desplazamiento del plano neutro en el generador comparado con el motor, 152
- 5-5 Compensación para reacción de armadura en las dinamos de CD, 154
- 5-6 La conmutación, 156

- 5-7 Voltaje de reactancia, 160
- 5-8 Reacción de armadura en la dínamo de CA, 162
- 5-9 Resumen de la reacción de armadura en todas las dinamos, 165
- 5-10 Glosario de términos empleados, 166
- 5-11 Preguntas, 167
- 5-12 Problemas, 168

## **Capítulo 6 RELACIONES DE VOLTAJE EN DINAMOS DE CA: ALTERNADORES 170**

- 6-1 Generalidades, 170
- 6-2 Construcción, 172
- 6-3 Ventajas de la construcción con armadura estacionaria y campo giratorio, 172
- 6-4 Primomotores (máquinas de impulsión), 175
- 6-5 Circuito equivalente para la dínamo síncrona monofásica y/o polifásica, 176
- 6-6 Comparaciones entre el generador de CD con excitación separada y el alternador síncrono de CA con excitación separada, 178
- 6-7 Relación entre voltaje generado y voltaje de terminales de un alternador para varios factores de potencia de carga, 178
- 6-8 Regulación de voltaje de un alternador síncrono de CA con varios factores de potencia, 181
- 6-9 Impedancia síncrona, 184
- 6-10 Método de la impedancia síncrona (o FEM) para predicción de la regulación de voltaje, 185
- 6-11 Hipótesis inherentes al método de la impedancia síncrona, 190
- 6-12 Corrientes de cortocircuito y empleo de reactores limitadores de corriente, 193
- 6-13 Relaciones de potencia y par, 194
- 6-14 Glosario de términos empleados, 196
- 6-15 Preguntas, 197
- 6-16 Problemas, 198

## **Capítulo 7 FUNCIONAMIENTO EN PARALELO 201**

- 7-1 Ventajas del funcionamiento en paralelo, 201
- 7-2 Relaciones de voltaje y corriente para fuentes de FEM en paralelo, 202
- 7-3 Funcionamiento en paralelo de generadores derivación, 206
- 7-4 Condiciones necesarias para el funcionamiento en paralelo de los generadores derivación, 208
- 7-5 Funcionamiento en paralelo de generadores compuestos, 208
- 7-6 Condiciones necesarias para el funcionamiento en paralelo de generadores compuestos, 209
- 7-7 Procedimiento para conectar en paralelo los generadores de CD, 210
- 7-8 Condiciones necesarias para conectar los alternadores en paralelo, 212
- 7-9 Sincronización de alternadores monofásicos, 213
- 7-10 Efectos de la corriente de sincronización (circulación) entre alternadores monofásicos, 216
- 7-11 Efecto estabilizador de la corriente de sincronización, 223
- 7-12 Fluctuación u oscilación de alternadores, 226
- 7-13 Sincronización de alternadores polifásicos, 227
- 7-14 Sincronoscopios, 229

- 7-15 Indicador de secuencia de fases, 231
- 7-16 Resumen del procedimiento correcto para conectar en paralelo alternadores polifásicos, 234
- 7-17 Control de frecuencia del voltaje de barras en una estación generadora, 235
- 7-18 Glosario de términos empleados, 236
- 7-19 Preguntas, 237
- 7-20 Problemas, 238

## **Capítulo 8 RELACIONES DE PAR EN LA DINAMO DE CA: MOTORES SINCRONOS 241**

- 8-1 Generalidades, 241
- 8-2 Construcción del motor síncrono, 242
- 8-3 Funcionamiento del motor síncrono, 243
- 8-4 Arranque de motores síncronos, 245
- 8-5 Arranque de un motor síncrono como motor de inducción mediante sus devanados amortiguadores, 246
- 8-6 Arranque de un motor síncrono con carga, 248
- 8-7 Funcionamiento del motor síncrono después del periodo de arranque, 249
- 8-8 Efecto del aumento de carga a excitación normal en un motor síncrono, 253
- 8-9 Efecto de aumento de carga en condiciones de subexcitación, 255
- 8-10 Efecto de aumento de carga en condiciones de sobreexcitación, 256
- 8-11 Resumen del efecto del aumento de carga (sin tomar en cuenta los efectos de la reacción de armadura) en condiciones de excitación constante, 257
- 8-12 Efectos de la reacción de armadura, 257
- 8-13 Ajuste del factor de potencia de un motor síncrono con carga constante, 259
- 8-14 Curvas V para un motor síncrono, 263
- 8-15 Cálculo del ángulo del par y del voltaje generado por fase para un motor síncrono polifásico, 267
- 8-16 Propiedad única del motor síncrono como dispositivo de corrección del factor de potencia, 272
- 8-17 Potencia y par electromagnéticos desarrollados por fase en un motor síncrono, 274
- 8-18 Capacidades de motores síncronos contra especificaciones de factor de potencia, 279
- 8-19 Capacitores síncronos, 280
- 8-20 Ventajas y límites económicos de la corrección del factor de potencia, 282
- 8-21 Resolución de problemas de corrección de factor de potencia empleando el triángulo de potencia compleja y la cuadrícula de potencia, 285
- 8-22 Empleo de un capacitor síncrono como reactor síncrono, 290
- 8-23 Empleo de un motor síncrono como cambiador de frecuencia, 291
- 8-24 Motor supersíncrono, 293
- 8-25 Motores especiales síncronos que no emplean excitación de campo con CD, 294
- 8-26 Motor síncrono de inducción, 295



- 8-27 Motor de reluctancia, 297
- 8-28 Motor de histéresis, 298
- 8-29 Motores subsíncronos, 299
- 8-30 Fuentes de estado sólido para la CD del campo, 300
- 8-31 Motor síncrono sin escobillas, 300
- 8-32 Glosario de términos empleados, 302
- 8-33 Preguntas, 304
- 8-34 Problemas, 305

## **Capítulo 9 DINAMOS POLIFASICAS DE INDUCCION (ASINCRONAS) 308**

- 9-1 Generalidades, 308
- 9-2 Construcción, 309
- 9-3 Producción de un campo magnético rotatorio por aplicación de CA polifásica a la armadura del estator, 310
- 9-4 Principio del motor de inducción, 313
- 9-5 Conductores del rotor, FEM inducida y par del rotor en reposo, 315
- 9-6 Par máximo del motor de inducción, 321
- 9-7 Características de funcionamiento del motor de inducción, 322
- 9-8 Características de funcionamiento normal del motor de inducción en marcha, 324
- 9-9 Efecto de un cambio en la resistencia del rotor, 326
- 9-10 Características de arranque de un motor de rotor devanado cuando se agrega resistencia al rotor, 327
- 9-11 Características de funcionamiento de un motor de inducción de rotor devanado agregando resistencia al rotor, 332
- 9-12 Par del motor de inducción y potencia desarrollada por el rotor, 332
- 9-13 Medición del deslizamiento de acuerdo con varios métodos, 345
- 9-14 Arranque del motor de inducción, 347
- 9-15 Arranque a voltaje reducido con autotransformador, 349
- 9-16 Arranque a voltaje reducido con resistor o reactor primarios, 351
- 9-17 Arranque en estrella-delta, 352
- 9-18 Arranque con parte del devanado, 352
- 9-19 Arranque del motor de inducción de rotor devanado, 353
- 9-20 Motor de inducción de doble jaula de ardilla para arranque en línea, 354
- 9-21 Clasificación de los motores comerciales de inducción por sus propiedades eléctricas y mecánicas, 355
- 9-22 Generador de inducción, 364
- 9-23 Convertidor de frecuencia de inducción, 366
- 9-24 Glosario de términos empleados, 367
- 9-25 Preguntas, 369
- 9-26 Problemas, 371

## **Capítulo 10 MOTORES MONOFASICOS 374**

- 10-1 Generalidades, 374
- 10-2 Construcción del motor monofásico de inducción, 375
- 10-3 Par balanceado de un motor monofásico de inducción en reposo, 376
- 10-4 Par resultante de un motor monofásico de inducción como producto del giro del rotor, 378

- 10-5 Motor de inducción de fase partida y arranque por resistencia, 381
- 10-6 Motor de inducción de fase partida y arranque por capacitor, 385
- 10-7 Motor de capacitor de un valor y fase partida permanente, 388
- 10-8 Motor con capacitor de dos valores, 391
- 10-9 Motor de inducción de polo sombreado, 393
- 10-10 Motor de inducción de arranque por reluctancia, 397
- 10-11 Motores monofásicos con conmutador, 398
- 10-12 Motor universal, 398
- 10-13 Motor serie de CA, 400
- 10-14 Comparación de diversos tipos de motores monofásicos, 402
- 10-15 Glosario de términos empleados, 406
- 10-16 Preguntas, 407
- 10-17 Problemas, 409

## **Capítulo 11 DINAMOS ESPECIALIZADAS 412**

- 11-1 Generalidades, 412
- 11-2 Dínamo homopolar (acíclica), 412
- 11-3 Servomotores de CD, 414
- 11-4 Motor de CD sin escobillas, 420
- 11-5 Motores de pasos de CD, 423
- 11-6 Servomotores de CA, 429
- 11-7 Generadores tacométricos de CA, 431
- 11-8 Motores lineales de inducción (LIMs), 433
- 11-9 Otros motores lineales de propulsión, 436
- 11-10 Dispositivos de levitación magnética, 440
- 11-11 Vehículos de levitación magnética (MAGLEV), 443
- 11-12 Máquinas síncronas asincronizadas, 447
- 11-13 Glosario de términos empleados, 448
- 11-14 Preguntas, 449
- 11-15 Problemas, 451

## **Capítulo 12 RELACIONES DE POTENCIA, ENERGIA Y EFICIENCIA PARA DINAMOS DE CD Y CA 453**

- 12-1 Generalidades, 453
- 12-2 Pérdidas de potencia en la dinamo, 455
- 12-3 Diagramas de flujo de potencia, 459
- 12-4 Cálculo de las pérdidas, 460
- 12-5 Eficiencia de la dinamo de CD, 460
- 12-6 Eficiencia máxima, 467
- 12-7 Separación de las pérdidas de potencia en dinamos de CD, 470
- 12-8 Separación de las pérdidas de potencia en dinamos síncronas de CA, 475
- 12-9 Prueba convencional en vacío o con carga ligera para una dinamo síncrona de CA, 478
- 12-10 Ventilación de los alternadores, 480
- 12-11 Eficiencia (y regulación) de la dinamo síncrona de CA mediante el método del motor de CD calibrado, 481
- 12-12 Eficiencia de la dinamo asíncrona, 485
- 12-13 Eficiencia del motor de inducción mediante pruebas con carga ligera (sin carga) y de rotor bloqueado, 487

- 12-14 Eficiencia del motor de inducción a partir del método del circuito equivalente de carga-deslizamiento, 490
- 12-15 Eficiencia del motor de inducción empleando las constantes de máquina, 494
- 12-16 Corriente de arranque del motor de inducción, a partir de las letras de código para rotor bloqueado, 497
- 12-17 Eficiencia de los motores monofásicos de CA, 499
- 12-18 Glosario de los términos empleados, 504
- 12-19 Preguntas, 505
- 12-20 Problemas, 507

## **Capítulo 13 CAPACIDADES, SELECCION Y MANTENIMIENTO DE LAS MAQUINAS ELECTRICAS 513**

- 13-1 Factores que afectan a la capacidad de las máquinas, 514
- 13-2 Información de placa, 514
- 13-3 Elevación de temperatura y norma de temperatura ambiente, 515
- 13-4 Tamaño de armazón en función de velocidad y potencia, 520
- 13-5 Voltajes nominales, 524
- 13-6 Efecto del ciclo de trabajo y la temperatura ambiente sobre el tamaño del armazón y la capacidad, 525
- 13-7 Tipos de envolventes (carcasas), 527
- 13-8 Velocidad nominal: clasificaciones de velocidad y reversibilidad, 528
- 13-9 Otros factores que afectan a la selección de la dinamo de CD o CA, 531
- 13-10 El sistema por unidad, 533
- 13-11 Mantenimiento preventivo y localización de fallas, 538
- 13-12 Glosario de términos empleados, 539
- 13-13 Preguntas, 541
- 13-14 Problemas, 542

## **Capítulo 14 TRANSFORMADORES 545**

- 14-1 Definiciones fundamentales, 545
- 14-2 El transformador ideal, 548
- 14-3 Transferencia máxima de potencia mediante un transformador de igualación entre fuente y carga, 556
- 14-4 Aplicaciones como transformadores de aislamiento, 559
- 14-5 Transformadores prácticos de núcleo de hierro, 563
- 14-6 Regulación de voltaje de un transformador práctico: la prueba de cortocircuito, 572
- 14-7 Eficiencia del transformador, 579
- 14-8 Respuesta a la frecuencia del transformador de núcleo de hierro, 584
- 14-9 Cálculos de transformadores empleando el sistema por unidad, 586
- 14-10 Autotransformadores, 598
- 14-11 Eficiencia en el día, 604
- 14-12 Faseo, identificación y polaridad de los devanados de los transformadores, 606
- 14-13 Conexión en serie y en paralelo de devanados del transformador, 609

- 14-14Transformación trifásica, 613
- 14-15Armónicas en los transformadores, 620
- 14-16Importancia del neutro del transformador en transformaciones trifásicas, 623
- 14-17Relaciones de transformación V-V: sistema de delta abierta, 627
- 14-18Relaciones para transformación T-T, 629
- 14-19Conexión de Scott: transformaciones de 3 a 2 fases, o de 2 a 3 fases, 632
- 14-20Transformaciones trifásicas a seis fases, 635
- 14-21Empleo de transformaciones polifásicas en conversión de potencia (CA a CD), 643
- 14-22Glosario de términos empleados, 650
- 14-23Preguntas, 652
- 14-24Problemas, 656

## **APENDICE 663**

- A-1Unidades SI, definiciones y factores de conversión, 663
- A-2Deducción de las relaciones entre par, potencia y velocidad, 669
- A-3Secciones aplicables del Código Nacional Eléctrico de EUA (NEC), 670
- A-4Deducción y demostración de que los flujos de reacción en la armadura producen una magnitud resultante constante que tiene una relación geométrica constante con el flujo de campo independientemente del tiempo o del factor de potencia de una armadura trifásica, 677
- A-5Deducción de relaciones de potencia y par de un alternador síncrono, 678
- A-6Deducción del voltaje generado por fase y el ángulo del par de los motores síncronos polifásicos y monofásicos, 680
- A-7Deducción de ecuaciones de potencia y par en un motor síncrono, 681
- A-8Deducción de la eficiencia máxima de la dinamo de CD, 686
- A-9Deducción de los valores por unidad para transformadores, 687

## **RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE ESTE LIBRO 693**



# Prefacio

Han transcurrido dieciocho años desde la publicación de la primera edición de esta obra. Se le ha traducido a varios idiomas y con frecuencia se le cita como referencia en otros libros y artículos técnicos sobre maquinaria, desde su aparición.

Se han presentado muchos cambios en el ínterin, los suficientes para justificar la publicación de la presente segunda edición. Cuando apareció este libro por primera vez, no estaban firmemente establecidas las normas IEEE acerca de unidades y abreviaturas. Debido a ello, varias de las unidades que se emplearon en la primera edición no se apegaban a las normas. Esta segunda edición se apega por completo a las normas IEEE.

Cuando se escribió la primera edición, no se disponía de calculadoras ni de computadoras electrónicas. Por tanto, todas las soluciones a los ejemplos resueltos y a los problemas de final del capítulo se obtenían con regla de cálculo y se presentaban, cuando más, con tres cifras significativas. Además, se evitaba hacer una introducción e intentar la solución de los ejemplos y problemas con cantidades complejas mediante el análisis de malla o nodal, debido a la dificultad y complejidad del empleo tan sólo de la regla de cálculo. Ahora se dispone de computadoras personales o de modernas calculadoras manuales para solucionar con relativa facilidad ecuaciones lineales simultáneas en forma compleja, empleando ya sea análisis de malla o nodal. Como resultado de ello, esta segunda edición presenta la eficiencia de motores empleando las constantes de la máquina, así como el sistema de cálculo **por unidad** para la eficiencia y regulación de máquinas y transformadores.

Además, se han presentado varios cambios importantes en el desarrollo de la maquinaria eléctrica y en la enseñanza de este tema, los suficientes para justificar una actualización del material del texto. Cada capítulo contiene algún material nuevo y se ha vuelto a escribir, mejorándolo de acuerdo con los lineamientos que sugirieron los revisores.

El capítulo 1 contiene un resumen de un sistema típico de potencia en ca en donde interviene la generación, distribución y utilización de la potencia eléctrica. Dispone el escenario para el empleo posterior del sistema **por unidad** para reducir un sistema completo a un diagrama sencillo unifilar de reactancia equivalente de un circuito, lo que facilita el análisis del sistema de potencia.

El capítulo 2 presenta material nuevo acerca de armónicas de banda y ranura en los devanados de armadura de ca y de métodos de supresión de armónicas.

El capítulo 3 contiene material nuevo sobre especificaciones comerciales de los generadores de cd, así como relaciones rápidas y fáciles entre tamaño y velocidad, que permiten un cálculo rápido del tamaño de armazón y/o potencia nominal.

El nuevo material que se incluye en el capítulo 4 trata del funcionamiento de los motores de cd en los cuatro cuadrantes, el empleo de frenos de pronny y de dinamómetros para medir el par, y el cálculo de dicho par en los sistemas inglés y SI de unidades. Como todavía se emplean las unidades inglesas en Estados Unidos, se da igual importancia a ambos sistemas en este libro y hay muchos ejemplos de conversión de unidades que ayudan a desarrollar la fluidez de conversión entre los dos sistemas.

El capítulo 5 contiene una deducción y prueba adjuntas de que los flujos de reacción en la armadura producen una resultante de magnitud constante, con relación geométrica constante con el flujo de campo en una armadura polifásica, independientemente del tiempo y del factor de potencia.

El capítulo 6 comprende material nuevo acerca de las ventajas de los sistemas polifásicos con respecto a los monofásicos, las diferencias entre los polos salientes y cilíndricos de rotor, y también nuevas ecuaciones, ejemplos y problemas sobre el cálculo de potencia y par en las dínamos de ca en base por fase, en unidades tanto inglesas como SI.

El nuevo material del capítulo 7 trata de la importancia de la secuencia de fases en la sincronización de alternadores polifásicos, incluyendo el diseño y el funcionamiento de los indicadores de secuencia. Se presenta una tabla única para predecir la secuencia de fase bajo cualesquiera condiciones de conexión. El análisis de malla con coeficientes complejos permite la demostración de la validez de la tabla. Hay una sección nueva acerca del control de la frecuencia del voltaje de barras en una estación generadora.

El capítulo 8 se ha vuelto a escribir de modo que las deducciones largas se pasan al apéndice y se acorta la presentación del texto. Se ha agregado material nuevo sobre las unidades inglesas y SI, las diferencias en par entre rotores de polos salientes y cilíndricos y el empleo de motores síncronos como dispositivos de corrección de factor de potencia.

En el capítulo 9 se han agregado nuevas tablas para resumir las relaciones de potencia y par en los motores de inducción. Se desarrolla un diagrama nuevo y completo de circuito equivalente para indicar cómo se obtienen las constantes de motor a partir de pruebas de funcionamiento en vacío y con rotor bloqueado, así como su empleo en el cálculo de la potencia de salida y eficiencia del motor empleando el *método de formato de análisis de malla*. El autor no conoce otro texto en dónde se emplee este único y más sencillo método analítico. Se incluye material nuevo sobre la clasificación de motores de inducción relacionada con enfriamiento y factores ambientales, la selección de velocidades nominales de motor, el efecto de la variación de voltaje sobre la velocidad y el generador de inducción como dispositivo de frenado.

El capítulo 10 comprende una nueva tabla comparativa de datos de par sin carga, a carga nominal, a rotor bloqueado y máximo o de falla para un motor monofásico de inducción típico de arranque por capacitor, así como nuevas cifras que muestran una comparación de las relaciones par-velocidad entre los motores monofásicos de arranque por capacitor, capacitor de dos valores, de fase partida y de capacitor dividido permanente. Una comparación final de diversos tipos de motores monofásicos subraya las características de pares de entrada y de falla, eficiencia y factor de potencia nominales, límites de caballaje y aplicaciones.

El capítulo 11, acerca de máquinas especiales, comprende material nuevo acerca del servomotor de cd de imán permanente, el motor de pasos de imán perma-

nente, el de reluctancia variable y el híbrido; versa sobre su diseño, construcción, funcionamiento y aplicaciones. También trata de los servomotores de ca, el generador tacométrico de taza de resistencia, diversos tipos de motores lineales de inducción (incluyendo el tipo de escobillas lineales homopolar de cd), el motor lineal sin escobillas, el motor lineal síncrono, el motor lineal síncrono homopolar y el motor lineal de reluctancia. Se presenta una tabla resumen en donde se comparan las ventajas y características de cada uno de ellos. Se incluyen secciones nuevas separadas acerca de los dispositivos de levitación magnética para transporte terrestre de alta velocidad o transporte superficial de alta velocidad, los de levitación por atracción y levitación por repulsión, y los sistemas de levitación magnética de flujo transversal. Una sección final describe las máquinas síncronas asincronizadas.

El capítulo 12 es nuevo y sólo trata de las relaciones de máquinas de cd y ac entre potencia, energía y eficiencia. En esta parte se estudia la prueba de las máquinas en vacío a velocidades constantes y diversas para calcular las eficiencias de los motores de velocidad variable. Se han escrito, reescrito y corregido las secciones y subsecciones que se refieren a la eficiencia máxima, la separación de las pérdidas de potencia en la máquina de cd, la separación de las pérdidas de potencia de la máquina de ca, la prueba convencional en vacío de una máquina síncrona de ca, la eficiencia y regulación mediante el método del motor de cd calibrado, y la eficiencia del motor de inducción a partir de las pruebas en vacío y a rotor bloqueado, así como mediante el método del AIEE (que ahora es IEEE, *Institute of Electrical and Electronic Engineers*) del circuito equivalente de carga-deslizamiento. Hay una nueva sección sobre la eficiencia del motor de inducción mediante el empleo de constantes de máquina que recurre al análisis de malla para calcular las corrientes en el estator y el rotor (por fase), que conduce al par, caballaje y eficiencia de salida. Otra nueva sección trata sobre el cálculo de la corriente de arranque del motor de inducción a partir de las letras de código de rotor bloqueado. También se han escrito secciones nuevas sobre la eficiencia del motor monofásico de inducción empleando el método de carga-deslizamiento del AIEE, las pruebas a rotor bloqueado y sin carga, y las constantes de máquina.

El capítulo 13 también es nuevo y está dedicado exclusivamente a las capacidades, selección y mantenimiento de la maquinaria eléctrica. Se han reelaborado o corregido las secciones y subsecciones que tratan los temas de la información de la placa, el aumento de temperatura y la norma de temperatura ambiente, las temperaturas limitantes de los materiales aislantes, la vida de la maquinaria eléctrica y cómo es afectada por la temperatura y el tamaño de armazón en relación con la velocidad y la potencia nominal. También se ha incluido el cálculo de la vida esperada de una máquina. Se presenta una sección nueva acerca de otros factores que afectan a la selección de máquinas de cd y ca, que describe la naturaleza de la carga por impulsar. Otra de las secciones nuevas presenta el sistema **por unidad** como medio de evaluar la capacidad de las máquinas eléctricas, y comprende las ventajas del sistema, al igual que cálculos cuantitativos de máquinas tanto de cd como de ca, así como la introducción a la relación de cortocircuito de los alternadores. La sección final describe el mantenimiento preventivo y la localización de fallas de todo tipo de motores eléctricos: cd y ca, monofásicos y polifásicos.

El capítulo 14, final, trata de los transformadores. Se han escrito secciones y subsecciones nuevas, y se ha revisado lo referente al transformador ideal como dispositivo de igualación de impedancia o de aislamiento, la transferencia máxima de potencia



mediante transformador de igualación entre fuente y carga, las aplicaciones del transformador de aislamiento, el transformador práctico de núcleo de hierro y sus circuitos equivalentes, y la regulación de voltaje y la eficiencia de los transformadores prácticos. Se muestran algunos métodos "breves" únicos, entre los que se incluyen la regulación de voltaje a partir de mediciones en el lado de alto voltaje y los cálculos de transformador empleando el sistema **por unidad**, tanto para regulación como para eficiencia o cualquier factor de potencia de la carga. Se describe en detalle el empleo de transformadores en paralelo y en cascada en los sistemas de transmisión, y su reducción empleando el sistema **por unidad** a un diagrama unifilar equivalente sencillo, como preparación para un curso avanzado en sistemas de potencia eléctrica. Se presentan los autotransformadores, tanto en modo de polaridad aditiva como sustractiva para diferencial entre potencia transferida conductivamente y transformada inductivamente. Una sección nueva sobre armónicas en los transformadores las describe en sistemas conectados en malla y en estrella, y también describe la supresión de armónicas en transformadores con devanado terciario. La sección final sobre el empleo de las transformaciones polifásicas describe tanto las ventajas como las desventajas de la transmisión de potencia con cd, en comparación con ca, a grandes distancias.

Se ha revisado por completo el apéndice. En su mayor parte, contiene deducciones y demostraciones más largas que interrumpirían la presentación ordenada de material si se intercalaran en el cuerpo del texto mismo. También se incluyen secciones relativas del *NEC (National Electric Code, Código Nacional Eléctrico en Estados Unidos)* al cual se hace referencia frecuente, así como factores de conversión, en su forma de relaciones, entre unidades inglesas y SI.

Se han cambiado por completo el formato del texto y, en consecuencia, su apariencia general. Este formato es muy semejante al de la obra anterior del autor, *Circuit Analysis*, publicada primeramente por John Wiley & Sons, Inc., y luego por Prentice-Hall, en 1988 (edición que obtuvo el Premio Nacional de Composición, el 24 de junio de 1988). El formato excepcional, que ha provocado comentarios favorables del personal docente que usa ese texto, comprende los siguientes aspectos:

1. Se usa un formato de columna única para la descripción en el texto, en tamaño de tipo que subraya al lector la importancia de las explicaciones teóricas.
2. Se emplea un formato de dos o tres columnas para los ejemplos resueltos, los glosarios de final del capítulo y las respuestas del final del libro a todos los problemas. Todos ellos se presentan en tipo de tamaño reducido que contrasta con la presentación teórica y ayuda al lector a distinguir entre diversas presentaciones que se encuentran en el texto.
3. Se usan números de ecuación en negritas para distinguir las ecuaciones importantes.
4. Se emplean líneas verticales para separar las columnas del formato que se emplea en los ejemplos resueltos. Se describen o enuncian los problemas en el lado izquierdo y se muestran las soluciones en el derecho. Como en el caso de la primera edición, todos los ejemplos resueltos y los problemas de final del capítulo se descomponen en una serie de pasos más cortos. Esta técnica permite que el estudiante emplee las respuestas que se mencionan como retroalimentación para reforzar su comprensión de la teoría y como método adecuado para la solución de proble-

mas. En varios casos, se vuelven a utilizar tanto los ejemplos del texto como los problemas de final del capítulo optando por métodos alternativos y más simples para su solución. De este modo adquiere el estudiante una comprensión más fundamental de los conceptos básicos y la demuestra en su trabajo mediante la aplicación de varios métodos de resolución del problema.

5. Como en el caso de la primera edición, se emplean las notas al pie para incorporar comentarios especiales, llamadas y notas de interés para el lector.
6. El sombreado se emplea para subrayar determinadas ecuaciones y figuras cuando es adecuado.
7. Cada capítulo contiene un glosario de términos y definiciones relevantes. Conciuerdan con las definiciones del *IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms*, norma IEEE No. 100-1984.
8. Se resumen observaciones y conclusiones en forma de lista para el lector, tanto al final de determinada sección como al final de muchos problemas resueltos para asegurar y ampliar la comprensión del lector.
9. Como se hizo notar antes, la norma IEEE núm. 268 apareció en 1976, mucho después de la publicación de la primera edición de este libro (en 1972). Las normas particulares que consigna han permanecido vigentes, como los símbolos y abreviaturas internacionales para todo trabajo técnico. Esta segunda edición se apega a esas normas.

Este trabajo nunca se hubiera publicado en su forma actual sin la ayuda de muchas personas. Los revisores fueron Steve Cheshier, Southern College of Technology, Marietta, Georgia; Christopher J. Conant, Broome Community College, Binghamton, Nueva York; Robert Cox, Wentworth Institute of Technology, Boston, Massachusetts; Subhash Desai, Universidad del Sur de Indiana; Brendan Gallagher, Middlesex Community College, Edison, New Jersey; Michael W. Hochscheidt, Great Lakes Maritime Academy, Traverse City, Michigan; Horst Kedesdy, Union Technical Institute, Cranford, New Jersey; Elham B. Makram, Clemson University, Clemson, Carolina del Sur y Russell E. Puckett, Texas A&M, College Station, Texas.

El autor agradece y reconoce los esfuerzos del personal de la División College de Prentice Hall, que transformaron esta edición de un manuscrito en el producto terminado: Greg Burnell, editor en jefe, por sus ánimos para llevar a cabo la revisión y por su confianza en mí; Sharon Jacobus, editor de tecnología electrónica avanzada por sus juicios, guía y soporte incondicional cuando se hacía necesario, y a Judy Castillo, editor de suplementos, por su guía en producción.

Finalmente, mi eterna gratitud a mi esposa Ruth, por su paciencia, comprensión y ayuda en la lectura de pruebas de partes del manuscrito, galeras y pruebas de página. Sin sus amorosos ánimos, el sacrificio de su tiempo y energía, y su autorizada ayuda, nada de esto se hubiera logrado.



## Fundamentos electromecánicos

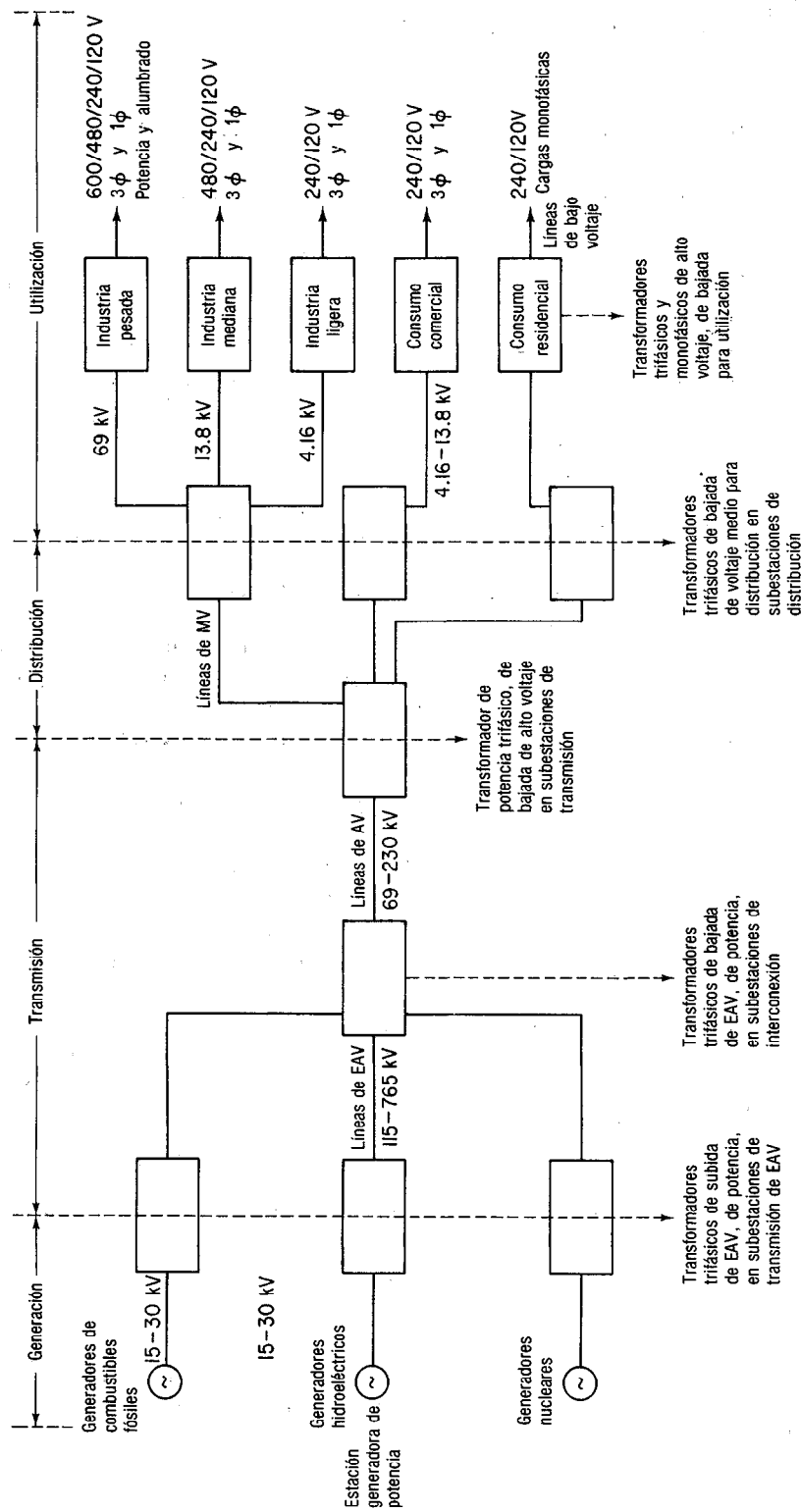
### 1-1 SISTEMA TIPO DE POTENCIA DE CA

Principiaremos nuestro tratamiento de las máquinas eléctricas y transformadores con una perspectiva de un sistema típico de potencia de corriente alterna. La **figura 1-1** muestra las cuatro divisiones principales del sistema: generación, transmisión, distribución y utilización de la energía eléctrica.

1. La *generación* es el proceso de convertir energía de alguna forma alterna (mecánica, química, térmica, radiante, nuclear, etc.) en energía eléctrica mediante un proceso que se conoce como *conversión de energía electromagnética* (véase sección 1-2.1).
2. La *transmisión* es el proceso mediante el cual la energía se transfiere, en general a distancias relativamente grandes, mediante líneas de transmisión, desde el punto de generación hasta determinada zona donde se ha de distribuir y emplear la energía.
3. La *distribución* es el proceso mediante el cual se suministra energía, en forma local, a diversas estaciones de distribución en una zona dada, desde una o más estaciones de transmisión.
4. La *utilización* es el proceso mediante el cual la energía eléctrica se conduce al punto en el cual se *consume*, es decir, se *convierte* de energía eléctrica a alguna otra forma como calor, luz, energía mecánica o química.

En este texto nos importan de manera principal tres tipos de equipos: generadores, motores y transformadores. Mientras que los generadores se usan para generar energía eléctrica, los motores se destinan casi exclusivamente a la utilización de la energía eléctrica. Los transformadores se usan en las cuatro principales etapas de los sistemas de potencia, como se muestra en la figura 1-1.

Obsérvese que los transformadores y las líneas de la figura 1-1 están designados como los *acrónimos* EHV, HV, MV y LV. EHV (EAV) quiere decir extra alto voltaje,



**Figura 1-1** Diagrama lineal de un sistema típico de potencia en ca mostrando las etapas de generación, transmisión, distribución y utilización de la energía eléctrica.

en general arriba de 240 kV, y hasta 800 kV. **HV** (AV) quiere decir alto voltaje, generalmente de 100 kV hasta no más de 230 kV. **MV** se refiere al voltaje medio y representa voltajes mayores que 1 kV pero menores que 100 kV. **LV** (BV) representa a bajos voltajes, los cuales son de 1 kV o menores.

Adviértanse también las distinciones de la figura 1-1 en cuanto a los tres “tamaños” de los transformadores: transformadores de potencia, de distribución y de utilización, que están clasificados en orden decreciente de capacidad de manejo de potencia y tamaño físico. En general, los *transformadores de potencia* tienen capacidades desde 250 kVA hasta 1000 MVA. Los *transformadores de distribución* van desde 20 kVA hasta 250 kVA, mientras que los *transformadores de utilización* tienen capacidades de 20 kVA o menores.<sup>1</sup>

Los “generadores” de la figura 1-1 deben denominarse más apropiadamente *alternadores* ya que los voltajes que producen son voltajes alternos. Al igual que los transformadores y los otros tipos de equipos de ca, su capacidad se fija en kVA o MVA, según se indica en capítulo posteriores.

## 1-2 FUNDAMENTOS DE ELECTROMAGNETISMO

### 1-2.1 Conversión de energía electromagnética

El primer registro de la posibilidad de intercambio entre energía mecánica y eléctrica se debe a Michael Faraday en 1831. Este descubrimiento ha dado lugar al generador y al motor eléctrico, micrófono, bocina, transformador, galvanómetro y, de hecho, a todos los dispositivos cuyos principios y características se describirán en este texto (véase sección 1-3).

La conversión de energía electromagnética relaciona las fuerzas eléctricas y magnéticas del átomo con la fuerza mecánica que se aplica a la materia y al movimiento. La energía mecánica se puede *convertir* en energía eléctrica y viceversa mediante *dinamos*. Aunque esta conversión puede producir también otras formas de energía, como calor y luz, para la mayor parte de los fines prácticos se mantienen al mínimo esas pérdidas de energía, y se logra una conversión relativamente directa en ambas direcciones.

Así, la energía mecánica de una caída de agua se convierte fácilmente en energía eléctrica mediante un *alternador*; la energía eléctrica que se produce se *transforma* por conversión de energía electromagnética a un mayor voltaje para su transmisión a grandes distancias y, en algún punto terminal, se *transforma* una vez más para su distribución en una subestación de centro de carga en la cual la energía eléctrica se distribuye de nuevo a granjas, fábricas, residencias y establecimientos comerciales, como se ve en la figura 1-1. En esas actividades individuales, la energía eléctrica se puede *convertir* de nuevo en energía mecánica mediante motores, a energía térmica en hornos eléctricos, a energía luminosa en focos eléctricos, y en energía química mediante la

---

<sup>1</sup> Recuérdese que la unidad de medida en voltamperes (VA) se representa mediante el símbolo *S* cursiva, que designa la potencia aparente. No se debe confundir con la potencia activa o real, representada por el símbolo *P* cursiva, que se mide en watts.

utilización de técnicas y procesos electroquímicos. O bien se puede convertir en otras formas de energía eléctrica mediante el empleo de convertidores, rectificadores y cambiadores de frecuencia. La energía eléctrica que se produce mediante esa conversión de energía electromecánica se puede volver a convertir varias veces mediante el empleo de los dispositivos que se describen en este texto, antes de convertirse finalmente en *trabajo útil* en otras formas de energía.

Este capítulo se ocupará sólo de las relaciones fundamentales pertinentes entre las energías eléctrica y mecánica.

## 1-2.2 Relación entre la inducción electromagnética y la fuerza electromagnética

Se han descubierto varios fenómenos electromagnéticos naturales que relacionan las energías mecánica y eléctrica. La facilidad con la que se logra esa conversión se debe, realmente, al conocimiento de tales relaciones. Para la mayor parte de los fines prácticos, la conversión de energía eléctrica a mecánica y viceversa se puede considerar que es una *reacción reversible*. El grado en el cual no es completamente reversible el proceso y se producen otras formas indeseadas de energía en él, como energía calorífica, luminosa y química, ocasiona una pérdida de energía del sistema electromecánico. El tema de pérdidas de energía y eficiencia se describe en el capítulo 12. La siguiente descripción del electromagnetismo supone una conversión completa de energía electromecánica.

Quizá los efectos electromagnéticos más importantes son los que relacionan la fuerza mecánica que se aplica a un cuerpo, es decir, a una masa que consiste de partículas cargadas, protones y electrones en movimiento, que hace que ese cuerpo se mueva, *en presencia de campos eléctricos y magnéticos*.<sup>2</sup>

Se describen aquí cuatro efectos de ellos. Los primeros dos se mencionan en forma breve. Los últimos dos son el tema de este capítulo. Estos fenómenos, implicados en la conversión de energía electromecánica, son:

1. Una fuerza de atracción que existe entre las placas cargadas (con cargas opuestas) de un capacitor: Esta fuerza es de naturaleza mecánica, ya que si se colocara una muestra dieléctrica entre las placas, tendería a moverse a la parte del campo eléctrico con mayor densidad. Por eso, el campo eléctrico actúa sobre una muestra dieléctrica de tal forma que mantiene un campo electrostático (eléctrico) de densidad máxima. Por esta razón, si la muestra tiene forma irregular, se alineará con su eje más largo, o su máxima masa, en forma paralela al campo. Así, las partículas de mica esparcidas en una superficie se alinean en presencia de un campo eléctrico.

---

<sup>2</sup> Varios efectos termoeléctricos, galvanomagnéticos y termomagnéticos, como los efectos Hall, Ettingshausen, Nernst o Righi-Leduc, no implican una fuerza aplicada a un cuerpo conductor o el movimiento de ese cuerpo, sin embargo sirven para relacionar el campo eléctrico y el magnético con propiedades de la materia. Por ejemplo, en el efecto Hall, una corriente eléctrica longitudinal, producida por un campo eléctrico longitudinal, a su vez producirá, en presencia de un campo magnético ortogonal, un campo eléctrico transversal. Como no está implicado movimiento alguno, este efecto no se considera como fenómeno de energía electromecánica. Esos efectos, con excepción del principio del transformador, están fuera del alcance de este texto y no se describirán.

2. El principio de reluctancia: Se ejerce fuerza mecánica sobre una muestra de material magnético ubicado en un campo magnético. La fuerza tiende a actuar sobre el material de tal forma que lo lleva a la parte del campo magnético que tiene densidad máxima. Si la muestra tiene forma irregular, tenderá a alinearse en tal forma que se produzca una reluctancia magnética mínima y, como consecuencia, una densidad máxima de flujo. Por ello, las limaduras de hierro se alinean, en presencia de un campo magnético, en forma paralela a la dirección del campo (secciones 8-17 y 8-27).
3. La inducción electromagnética (véase sección 1-3).
4. La fuerza electromagnética (véase sección 1-16).

### 1-3 LEY DE FARADAY DE LA INDUCCION ELECTROMAGNETICA

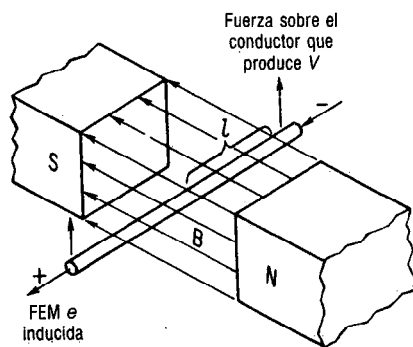
Antes del descubrimiento de Faraday, se generaba voltaje en un circuito mediante acción química como, por ejemplo, en una pila seca o en un acumulador. La única contribución del descubrimiento de Faraday en 1831 fue la generación de un voltaje debido al movimiento relativo entre un campo magnético y un conductor de electricidad. A esto lo denominó Faraday voltaje "inducido" porque sólo se presentaba cuando había movimiento relativo entre el conductor y un campo magnético sin contacto "físico" real entre ellos. El dispositivo real de Faraday se asemeja al que se muestra en la nota al pie de la sección 1-11, pero el principio de la inducción electromagnética se comprende quizá mejor con el diagrama que aparece en la **figura 1-2**.

El enunciado general de la Ley de Faraday puede ser el siguiente:

La magnitud del voltaje inducido en una espira única de conductor es proporcional a la velocidad de cambio de las líneas de fuerza que pasan a través de (o que están enlazadas con) esa espira.

En 1845 Neumann cuantificó este enunciado en forma de una ecuación en la cual la magnitud de una fuerza electromotriz generada (FEM) es directamente proporcional a la rapidez de cambio de los eslabonamientos de flujo:

$$\text{(Sistema inglés)} \quad E = \frac{\phi}{t} \times 10^{-8} \quad \text{volts (V)} \quad (1-1a)$$



**Figura 1-2** Conductor de longitud  $l$  que se mueve a través de un campo magnético  $B$  para generar una FEM.



(SI)

$$E = \frac{\Phi}{t}$$

volts (V)

(1-1b)

en las cuales  $\Phi$  es el flujo en líneas o maxwells (sistema inglés) o en webers (sistema SI)

$t$  es el tiempo en segundos en el cual se enlazan  $\Phi$  líneas

$E$  es el voltaje promedio generado por conductor

Adviértase que en el sistema inglés hay  $10^{-8}$  volt segundos/línea, mientras que en el sistema SI hay 1 V·s/Wb.

**EJEMPLO 1-1 (Sistema inglés)**

El conductor único que aparece en la figura 1-2 necesita de 50 ms para moverse a través del campo magnético uniforme de  $8 \times 10^6$  maxwells. Calcular el voltaje promedio que se genera en el conductor.

**Solución**

$$\begin{aligned} E_{\text{prom}} &= \frac{\Phi}{t} \times 10^{-8} \text{ V} & (1-1a) \\ &= \frac{8 \times 10^6}{50 \times 10^{-3}} \times 10^{-8} \\ &= 1.6 \text{ V} \end{aligned}$$

El ejemplo 1-1 muestra que el voltaje inducido que se genera se puede aumentar ya sea incrementando la intensidad del campo magnético, es decir, el flujo en movimiento relativo al conductor, o bien disminuyendo el tiempo durante el cual se efectúa el cambio en los eslabonamientos de flujo, es decir, cualquier aumento en velocidad o movimiento relativo entre conductor y campo magnético.

## 1-4 FACTORES QUE AFECTAN A LA MAGNITUD DE LA FEM INDUCIDA

La cuantificación que hizo Neumann de la Ley de Faraday, tal como aparece en la ecuación 1-1, tiene validez sólo cuando el circuito magnético es físicamente igual en su terminación y en su principio y durante el periodo de cambio de los eslabonamientos de flujo. Sin embargo, en la máquina eléctrica rotatoria, el cambio de flujo que enlaza a cada vuelta durante la rotación, tanto de la armadura como del campo, no está definido claramente ni se mide con facilidad. Por lo tanto, es más cómodo expresar esta velocidad de cambio en términos de una densidad de flujo *promedio*, que se supone constante, y de la velocidad relativa entre este campo y un solo conductor que se mueve a través de él. En la figura 1-2, para el conductor de longitud *activa*  $l$ , se puede expresar la FEM *instantánea* inducida como<sup>3</sup>

$$\text{(Sistema inglés)} \quad e = Blv \times (10^{-8} \text{ V} \cdot \text{s/línea}) \quad \text{volts (V)} \quad (1-2a)$$

$$\text{(SI)} \quad e = BLv \times (1 \text{ V} \cdot \text{s/Wb}) \quad \text{volts (V)} \quad (1-2b)$$

siendo  $B$  la densidad de flujo en líneas/pulg<sup>2</sup> (sistema inglés) o en teslas o Wb/m<sup>2</sup> (SI)  
 $l$  es la longitud activa del conductor en pulgadas (sistema inglés) o en metros (SI)

<sup>3</sup> Se puede deducir la ecuación (1-2a) de la ecuación (1-1a) del modo siguiente: Si el conductor de la figura 1-2 se mueve una distancia  $ds$  en el tiempo  $dt$ , se puede expresar el cambio en el eslabonamiento de flujo en la forma  $d\Phi = -Bl ds$ . Pero como  $e = -(d\Phi/dt) 10^{-8}$  V, por sustitución  $e = Bl(ds/dt) 10^{-8}$  V. Como  $ds/dt$  es igual a la velocidad  $v$  del conductor con respecto al campo magnético,  $e = (Blv) \times 10^{-8}$  V.

$v$  es la velocidad lineal relativa entre el conductor y el campo en pulgadas por segundo (pulg/s), o en metros por segundo (m/s)

Si tanto la densidad de flujo  $B$  como la velocidad relativa  $v$  del conductor o el campo son *ambas* uniformes y constantes, entonces el voltaje instantáneo  $e$  y el valor promedio  $E$  de la FEM inducida son *iguales*. En este caso, se puede emplear ya sea la ecuación (1-1) o la (1-2) obteniéndose los mismos resultados, como se demuestra en el ejemplo 1-2.

#### EJEMPLO 1-2 (Sistema inglés)

Un conductor único de 18 pulgadas de longitud se mueve por acción de una fuerza mecánica perpendicular a un campo magnético uniforme de 50 000 líneas/pulg<sup>2</sup>, cubriendo una distancia de 720 pulgadas en un tiempo de 1 s. Calcular:

- La FEM inducida instantánea mediante la ecuación (1-2)
- La FEM inducida promedio mediante la ecuación (1-1).

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } e &= Blv \times 10^{-8} & (1-2a) \\ &= (50\,000)(18)\left(\frac{720 \text{ pulg}}{1 \text{ s}}\right) \times \frac{10^{-8} \text{ V}\cdot\text{s}}{\text{línea}} \\ &= 6.48 \text{ V} \\ \text{b. } \phi &= BA = (50\,000 \text{ líneas/pulg}^2) \times 720 \\ &\quad \times 18 = 6.48 \times 10^8 \text{ líneas} \\ E &= \frac{\phi}{t} \times 10^{-8} \text{ V} & (1-1a) \\ &= \frac{6.48 \times 10^8}{1} \times 10^{-8} \\ &= 6.48 \text{ V} \end{aligned}$$

Las ecuaciones (1-1) y (1-2) están sujetas a varias restricciones. En la figura 1-2, se supone que

- El campo  $B$  tiene densidad uniforme.
- La fuerza que se aplica para mover el campo o el conductor, o ambos, produce un movimiento relativo uniforme entre ellos.
- El conductor, el campo y la dirección en la cual se mueve el conductor con respecto al campo, son perpendiculares (ortogonales) entre sí.

En su mayor parte, para todo fin práctico las dínamos comerciales se diseñan de tal forma que se cumplen las primeras dos hipótesis. Aun cuando hay una variación en la condición de la carga, una vez que haya sucedido el cambio, se puede suponer que la nueva densidad de flujo y velocidad permanecerán constantes siempre que la condición dada de la carga sea constante.

Antes de considerar la tercera hipótesis, sería conveniente dedicar alguna atención a determinadas implicaciones de la ecuación (1-2). Si, por ejemplo, se reduce a cero cualquier término en esta ecuación, digamos ya sea la densidad de flujo  $B$  o la velocidad  $v$ , entonces el voltaje inducido en el conductor dado  $l$  será también cero. Para inducir una FEM en un conductor dado, es necesario por consiguiente que haya una *variación continua* de eslabonamientos (o enlazamientos) de flujo, es decir, se necesita de algún movimiento para que "nuevas" líneas de fuerza enlacen al conductor, o viceversa.

Para una longitud activa dada del conductor, el producto  $Bv$  en la ecuación (1-2) representa la *rapidez de cambio* del eslabonamiento de flujo de la cual depende la FEM inducida en un conductor determinado de longitud  $l$ . Si se aumenta bien sea la

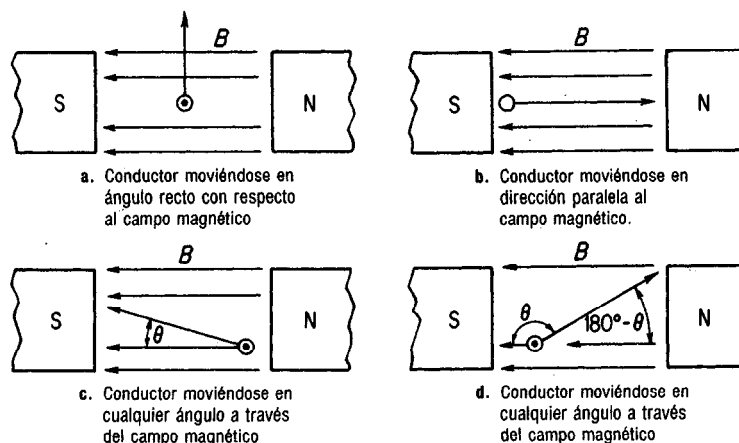
densidad de flujo o la velocidad relativa (o ambas), aumentarán, a su vez, la rapidez de cambio de los eslabonamientos de flujo y la FEM inducida en un conductor dañado. También es bastante evidente que si se aumenta la longitud general del conductor no aumentará la FEM, ya que permanece invariable la longitud *activa*. La longitud activa  $l$  del conductor se puede aumentar (1) empleando polos de campo más grandes, o más polos, o bien (2) arrollando el conductor sobre sí mismo para que se conecten en serie varias longitudes activas y se presenten al campo magnético de tal modo que se muevan todas ellas en la misma dirección. Después se verá que se emplean ambos métodos en las máquinas comerciales.

Se ha afirmado que la ecuación (1-2), que representa la FEM inducida para un solo conductor en la figura 1-2 y explicada en el ejemplo 1-2, es un caso especial o *ideal* de la FEM inducida (recuérdese la tercera hipótesis). La ecuación (1-2) no toma en consideración el hecho de que el conductor *puede no ser perpendicular* al campo magnético y también que su movimiento *puede no ser perpendicular* al campo magnético. Ambas posibilidades surgen en el funcionamiento de las máquinas comerciales.

El caso especial de un conductor que se mueve en *ángulo recto* con respecto a un campo magnético se muestra en la figura 1-2, y esta condición *mutuamente ortogonal* también se presenta en la figura 1-3a. Para cualquier intensidad determinada de campo magnético, longitud activa de conductor y velocidad del mismo, el voltaje inducido en el conductor que se muestra en la figura 1-3a se representa mediante las ecuaciones (1-1) y (1-2).

Sin embargo, considérese el conductor que se muestra en la figura 1-3b el cual se mueve a la misma velocidad en un campo de igual intensidad y dirección *paralela* al campo magnético. El voltaje inducido en este conductor es cero, porque la razón de cambio del eslabonamiento de flujo es cero, es decir, el conductor no enlaza líneas nuevas de fuerza cuando se mueve *paralelamente* a un campo magnético. Ya que el producto  $Bv$  en la ecuación (1-2) representa la razón de cambio del eslabonamiento de flujo, es evidente que esta expresión debe ser igual a cero.

Pero, mientras que la densidad de flujo y la velocidad, respectivamente, son las mismas tanto en la figura 1-3a como en la 1-3b, en el primer caso el voltaje es máximo



**Figura 1-3** Efecto del cambio de los eslabonamientos de flujo en la FEM inducida en un conductor.

y en el último el voltaje es cero. Ya que se supone invariable la longitud activa del conductor, es obvio que el producto  $Bv$  debe multiplicarse por determinado factor que tenga en cuenta la diferencia de la razón de cambio del eslabonamiento de flujo producido por un cambio en la dirección del conductor. Podemos inferir en forma intuitiva que este factor es una función senoidal, ya que es cero a  $0^\circ$  y máximo a  $90^\circ$ . Para la FEM promedio de cualquier conductor que se mueva en cualquier dirección con respecto al campo magnético,<sup>4</sup> como se muestra en la figura 1-3c,

$$\text{(Sistema inglés)} \quad E = Blv \sin \theta \times 10^{-8} \quad \text{volts (V)} \quad (1-3a)$$

$$\text{(SI)} \quad E = Blv \sin \theta \quad \text{volts (V)} \quad (1-3b)$$

donde todas las cantidades son las mismas que las de la ecuación (1-2), y  $\theta$  es el ángulo que se forma entre  $B$  y  $v$ , tomando siempre a  $B$  como referencia.

#### EJEMPLO 1-3 (Sistema inglés)

Una máquina mueve al conductor del ejemplo 1-2 a la misma velocidad, pero a un ángulo de  $75^\circ$  (en lugar de  $90^\circ$ ) con respecto al mismo campo. Bajo estas condiciones, calcular el voltaje instantáneo (y promedio) que se induce.

#### Solución

$$\begin{aligned} E &= Blv \sin \theta \times 10^{-8} \text{ V} & (1-3a) \\ &= (50\,000)(18)(720) \sin 75^\circ \times 10^{-8} \text{ V} \\ &= 6.48 \sin 75^\circ \\ &= 6.26 \text{ V} \end{aligned}$$

Se llama la atención sobre el hecho de que  $B$  se toma como referencia en la ecuación (1-3) y en su nota al pie. Como se muestra en la figura 1-3b,  $\theta$  no es cero, sino en realidad  $180^\circ$  (aunque  $Bv \sin \theta$  es cero, ya que el seno de  $180^\circ$  es cero). En la figura 1-3d,  $\theta$  es mayor que  $90^\circ$ , como se indica, pero  $\sin \theta$  tiene en realidad el mismo valor que  $\sin (180^\circ - \theta)$ .

El caso de un conductor que se mueve perpendicularmente al campo magnético, pero que queda en ángulo (distinto de  $90^\circ$ ) con respecto al campo magnético se trata igual que el del ejemplo 1-3. Véase la ecuación (1-3) y su nota al pie.

#### EJEMPLO 1-4 (Unidades SI)

Un conductor se mueve a una velocidad de 1.5 m/s y tiene una longitud de 40 cm, a través de un campo uniforme de 1 tesla ( $\text{Wb/m}^2$ ). Calcular el voltaje inducido en el conductor cuando se mueve en el campo de referencia a un ángulo de

- $90^\circ$  (Fig. 1-3a)
- $35^\circ$  (Fig. 1-3c)
- $120^\circ$  (Fig. 1-3d)

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } E &= Blv \sin \theta \text{ V} & (1-3b) \\ &= (1)(0.4)(1.5) \sin 90^\circ \\ &= 0.6 \text{ V} \\ \text{b. } E &= Blv \sin \theta \text{ V} \\ &= 0.6 \sin 35^\circ \\ &= 0.344 \text{ V} \\ \text{c. } E &= 0.6 \sin 120^\circ \\ &= 0.52 \text{ V} \end{aligned}$$

<sup>4</sup> Puede surgir un problema en el cual ninguno de los factores  $B$ ,  $l$  o  $v$  sean mutuamente perpendiculares. Se puede multiplicar la ecuación (1-2) por el seno del ángulo entre pares de cantidades, ( $B$ ,  $v$ ) y ( $b$ ,  $l$ ) tomando a  $B$  como referencia:

$$e = Blv \sin(B, v) \sin(B, l) = Blv \sin \theta \sin \phi$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre  $B$  y  $v$ , y  $\phi$  es el ángulo entre  $B$  y  $l$ .

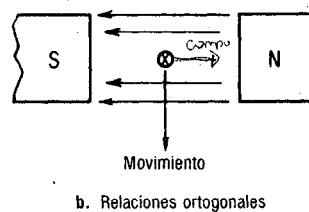
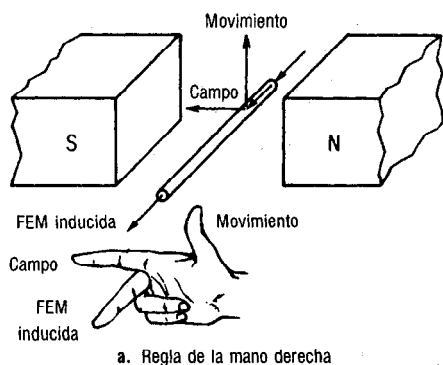
## 1-5 DIRECCION DE LA FEM INDUCIDA, REGLA DE FLEMING

Se debe hacer notar que cuando se mueve un conductor en dirección *hacia arriba*, como se muestra en la figura 1-3c, desde la parte inferior derecha hacia la parte superior izquierda, de tal manera que  $\theta$  es menor que  $90^\circ$ , el voltaje inducido  $E$  tendrá la misma dirección y polaridad que la que aparece en la Fig. 1-3d, en la cual  $\theta$  es mayor que  $90^\circ$ . Como  $\sin \theta$  es positivo para todo ángulo entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ ,  $E$  de la ecuación (1-3) es positivo para todas las direcciones con respecto a  $B$ , desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$ , es decir, para un movimiento general hacia arriba del conductor.

Igualmente, si la fuerza que se aplica al conductor tiende a moverlo *hacia abajo*, como se muestra en la figura 1-4b, la dirección del voltaje inducido será *opuesta* a la que aparece en la figura 1-3. Como  $\sin \theta$  es negativo para todo ángulo entre  $180^\circ$  y  $360^\circ$ ,  $\theta$  de la ecuación (1-3) es negativo para todas las direcciones generales hacia abajo. Sin embargo, si el campo magnético se invirtiera, las polaridades se invertirían. Así, la referencia básica para la polaridad y para el ángulo  $\theta$  en la ecuación (1-3) es la *dirección del campo magnético*.

La relación entre las direcciones de la FEM inducida, campo magnético y movimiento del conductor se representa y se recuerda cómodamente mediante la regla de Fleming, que se muestra en la figura 1-4a. Cuando se emplea una corriente convencional<sup>5</sup> para determinar la dirección de la FEM, se llamará la regla de Fleming "de la mano derecha", como se muestra en la figura 1-4a.

La regla de Fleming de la mano derecha supone que el campo es estacionario (de referencia) y que el conductor se mueve con respecto a dicho campo. Como el voltaje inducido depende del movimiento *relativo* entre el conductor y el campo, se puede aplicar al caso de un conductor estacionario y un campo móvil, pero con la hipótesis de que el conductor se *mueve en la dirección contraria*. Como el pulgar en la figura 1-4a indica la dirección del *movimiento relativo del conductor hacia arriba solamente*, la dirección en la figura de la FEM inducida representaría un movimiento hacia abajo del campo con respecto al conductor estacionario. Si se usa el pulgar para representar



**Figura 1-4** Regla de Fleming de la mano derecha para encontrar la dirección de la FEM inducida (dirección convencional de la corriente).

<sup>5</sup> En este libro se usa la corriente convencional. Los lectores que deseen usar el flujo de corriente de electrones como dirección de corriente, deben invertir todas las reglas de mano izquierda y mano derecha que se mencionen.

al movimiento del conductor, el índice para representar a la dirección del campo magnético y el dedo medio para representar a la FEM inducida, el lector puede verificar la dirección de la FEM en la figura 1-4b, que es opuesta a la de la figura 1-4a, debido a que se ha invertido su dirección.

## 1-6 LEY DE LENZ

A manera de resumen, se debe hacer notar que la ley de Faraday de la inducción electromagnética no es sino uno de los efectos electromecánicos que relacionan la fuerza mecánica que se aplica a un cuerpo con el campo electromagnético, como se trató en la sección 1-2. Mientras que los párrafos anteriores subrayaban el movimiento y su dirección, se debe hacer notar que el movimiento de un conductor en un campo magnético es el resultado de una fuerza mecánica (trabajo) aplicada al conductor. Por lo tanto, la energía eléctrica producida por la inducción electromagnética, necesita de la adición de energía mecánica de acuerdo con la ley de la conservación de la energía. La energía para la inducción electromagnética no la suministra el campo magnético, como podría suponerse, ya que el campo ni cambia ni se destruye en el proceso.

Las direcciones del voltaje y la corriente inducidos en el conductor, representadas en las figuras 1-3 y 1-4, tienen una relación definida con el cambio en el eslabonamiento de flujo que las induce. Esta relación se enuncia mediante la Ley de Lenz:<sup>6</sup>

En todos los casos de inducción electromagnética, un voltaje inducido hará que fluya una corriente en un circuito cerrado en dirección tal que su efecto magnético se oponga al cambio que la produce.

El enunciado anterior de la Ley de Lenz implica (1) una causa y (2) un efecto que se opone a una causa. La causa implicada no es necesariamente el movimiento del conductor que resulta de una fuerza mecánica, sino un *cambio en los eslabonamientos de flujo*. El efecto implicado es una corriente, debida a un voltaje inducido, cuyo campo *se opone* a la causa. Así, en todos los casos de inducción electromagnética, siempre que se tiene un cambio en el flujo, se induce un voltaje que tiende a establecer una corriente en dirección tal que se produzca un campo que se oponga al cambio en el flujo que enlaza las vueltas (bobinas) del circuito. Si se ve de ese modo, se hará patente un concepto de la ley de Lenz que satisface todos los casos de la FEM inducida, incluso el transformador y el motor de inducción, así como la FEM inducida en los motores y generadores de cd.

---

<sup>6</sup> Heinrich Lenz, en 1833, informó que "la acción electrodinámica de una corriente inducida se opone por igual a la acción mecánica que la induce". Se debe notar que la ley de Lenz es, en realidad, una extensión del principio de Le Chatelier. Este último establece que las fuerzas naturales existen en un equilibrio de modo que se oponen a cualquier cambio del equilibrio. La tercera ley del movimiento de Newton se deriva igualmente de ese principio: A cada acción, hay una reacción igual y opuesta. Además, en la Ley de Lenz está implícita la ley de la conservación de la energía, ya que se necesita energía mecánica para producir energía eléctrica mediante la acción electromagnética. Así, sólo cuando una fuerza supera la resistencia es cuando se gasta la energía.

Se puede demostrar también que la propiedad de la inductancia es un efecto y un resultado de la Ley de Lenz, que implica que el voltaje generado en un conductor por un cambio en los eslabonamientos de flujo establecerá una corriente cuyo campo magnético tiende a *oponerse al cambio* del flujo que enlaza ese conductor. En efecto, cuando un circuito o componente posee la propiedad de oponerse a cualquier cambio de la corriente en sí mismo, a esa propiedad se le llama *inductancia*, y la FEM se llama *FEM de autoinducción*. Esto se describe con mayor detalle en el capítulo 2, ecuación (2-2), y en el capítulo 14.

Consideremos al conductor que aparece en la figura 1-5a como un generador elemental que se mueve mediante alguna máquina en dirección hacia arriba, tal como se indica. Si se conecta alguna carga eléctrica a este generador elemental, la corriente tenderá a pasar en el conductor en la misma dirección que la FEM, produciendo un campo magnético alrededor del mismo como se muestra en la figura 1-5b. El campo magnético *en sentido contrario al de las manecillas del reloj* que rodea al conductor *repele* al campo magnético *arriba* de él y *atrae* al campo magnético *debajo* de él; es decir, la corriente inducida produce un campo que *se opone* al movimiento que la origina. La tendencia del campo magnético es, por lo tanto, de tal naturaleza, según la Ley de Lenz, que *se opone* al movimiento del conductor hacia arriba.

En el caso de un generador elemental, la energía eléctrica se consume *sólo* cuando una carga completa el circuito para que fluya la corriente debida a la FEM. Pero el campo que produce esta corriente de carga actúa de tal modo que reacciona con el campo magnético del generador y así se opone a la máquina que mueve al generador. Cuando más energía eléctrica es demandada por la carga, la corriente del conductor produce un campo más intenso en oposición al movimiento de la máquina que impulsa al generador.

Por tanto, mientras mayor sea la cantidad de energía eléctrica que se demande al generador, será mayor la oposición producida por la *interacción de campos*, y se necesitará más energía mecánica para hacer girar el generador. A la inversa, si no hay carga que tome corriente del generador elemental, no se producirá campo alrededor del conductor, ya que no hay corriente inducida; y teóricamente, no se necesitará energía de la máquina impulsora o primomotor. De nuevo, de acuerdo con la ley de la conservación de la energía, el trabajo sólo se efectúa cuando se vence una resistencia.

## 1-7 GENERADORES ELEMENTALES

No se necesita decir que los generadores que aparecen en las figuras 1-2 a 1-5 y que se acaban de describir no son prácticos debido a varias razones. Una de ellas es que tales generadores necesitarían de un primomotor que impartiera el movimiento lineal o

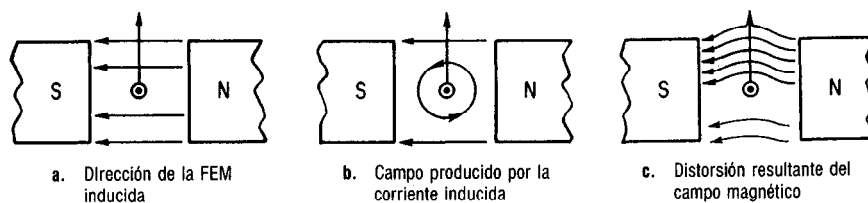


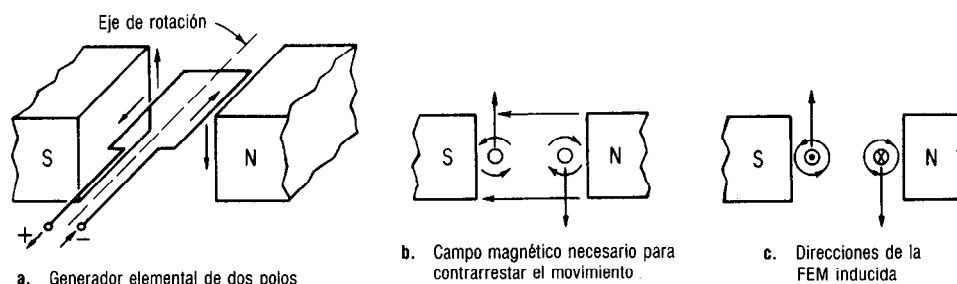
Figura 1-5 Ilustración de la Ley de Lenz.

recíproco al conductor. Los primomotores comerciales, tales como la máquina de vapor que produce movimiento recíprocante, dan movimiento *giratorio* o rotatorio a los generadores eléctricos comerciales. Por tanto, los conductores en la mayor parte de los generadores comerciales giran alrededor de un eje central. Como en todos los casos de las máquinas eléctricas rotatorias está implicado un movimiento rotatorio, se hace necesario establecer una ecuación para la FEM inducida en términos de movimiento rotatorio, en lugar de lineal. Esta ecuación se deduce en la sección 1-14.

Aunque las dinamos comerciales tienen muchas bobinas, y cada una de ellas consiste de conductores individuales y espiras conectadas en serie, es conveniente extrapolar de una bobina elemental *de una sola espira* (una espira tiene *dos* conductores) que gira en el sentido de las manecillas del reloj en un campo bipolar, como se muestra en la **figura 1-6a**. La dirección de la FEM inducida en cada conductor o lado de bobina se puede determinar mediante la regla de Fleming de la mano derecha, o mediante la ley de Lenz tal como se describe en la sección 1-8. La polaridad de la FEM de un generador elemental se definirá en la sección 1-9, y la naturaleza de la onda de FEM se determinará en la sección 1-10.

## 1-8 DEMOSTRACION DE LA REGLA DE FLEMING DE LA MANO DERECHA MEDIANTE LA LEY DE LENZ

La dirección de la FEM inducida para un conductor específico el cual se mueve en un campo magnético dado se puede verificar también mediante la ley de Lenz. Esta técnica necesita del uso de la "regla del tirabuzón derecho" para la dirección del flujo alrededor de un conductor con corriente<sup>7</sup> así como de la Ley de Lenz. El movimiento hacia arriba del conductor del lado *izquierdo*, que aparece en la figura 1-6b, debería producir una FEM y corriente cuyo campo magnético se oponga a dicho movimiento hacia arriba del conductor. Este método de verificación inquiriere: "¿Qué tipo de campo magnético se opondría al movimiento del conductor?" El sentido común indica que un campo magnético *en sentido contrario al de las manecillas del reloj* se opone al movimiento del conductor, porque ese campo produce repulsión arriba del conductor y atracción abajo del mismo. Las líneas de fuerza en la *misma* dirección producen *repulsión*, y en dirección *opuesta* producen *atracción*.



**Figura 1-6** Demostración de la regla de Fleming de la mano derecha mediante la Ley de Lenz.

<sup>7</sup> Esta regla del tirabuzón derecho es la aplicación de la Ley de Oersted, cf. Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), Sec. 11-3, Págs. 277-278.



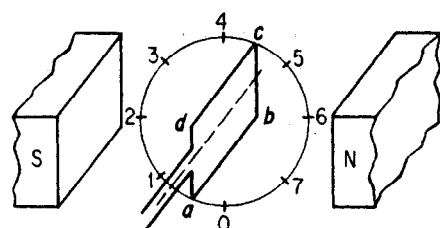
En el caso del conductor del lado *derecho*, que se muestra en la figura 1-6b, ya que el conductor se mueve hacia abajo, el campo a su alrededor necesitaría atracción arriba y repulsión abajo del conductor para oponerse al movimiento del conductor en virtud de la Ley de Lenz. Esto se logra mediante un campo magnético *en el sentido de las manecillas del reloj* alrededor del conductor de la derecha. Obsérvese que la figura 1-6c concuerda con la regla de Fleming de la mano derecha para determinar la dirección de la FEM inducida. Adviértase también que, como ambos conductores están en el *mismo* campo magnético pero viajan en direcciones *opuestas*, la FEM y los campos magnéticos resultantes producidos por la corriente en el conductor se invierten entre sí.

## 1-9 POLARIDAD DE UN GENERADOR ELEMENTAL

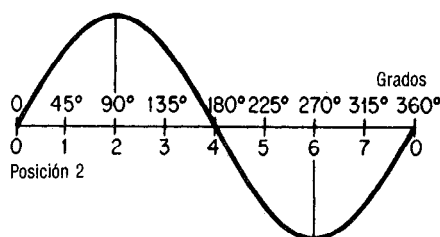
La polaridad del generador elemental de dos polos de la figura 1-6a marca como positivo al conductor del lado izquierdo y negativo al del lado derecho. Este señalamiento de la polaridad puede originar algo de confusión ya que en el flujo convencional de la corriente se supone que ésta pasa de la terminal positiva a la negativa. Sin embargo, en la designación no hay inconsistencia alguna, si el lector se da cuenta que el conductor se trata como una *fuentes* de FEM, por ejemplo, una batería. Si se conectara una carga externa a las terminales, como se muestra en la figura 1-6a, la corriente pasaría de la terminal positiva, a través de la carga, y regresaría a la terminal negativa de la fuente. Como una bobina de generador, y ciertamente todo el generador, son una *fuentes* de FEM, su polaridad se determinará siempre por la dirección del flujo de la corriente que produce en una carga externa.

## 1-10 FEM SENOIDAL GENERADA POR EL GIRO DE UNA ESPIRA EN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME A VELOCIDAD CONSTANTE

Si la bobina de una sola espira de la figura 1-6 se gira en un campo magnético uniforme a velocidad constante, como se muestra en la figura 1-7a, la FEM inducida en un



a. Posiciones instantáneas de rotación a velocidad constante



b. FEM en las posiciones respectivas

**Figura 1-7** FEM generada por una espira que se mueve en un campo magnético uniforme.

lado determinado de la espira variará a medida que ésta pase por las diferentes posiciones, de la 0 a la 7.

Usando como referencia el lado *ab* de la espira, obsérvese que cuando este lado está en la posición 0, que se indica en la figura 1-7a, la FEM inducida en la espira es cero, ya que el conductor *ab* (así como el *cd*) se mueve en forma *paralela* al campo magnético y no experimenta cambio en acoplamientos inductivos. Cuando el conductor *ab* pasa a la posición 1, girando *en el sentido de las manecillas del reloj*, corta el campo magnético uniforme en un ángulo oblicuo de  $45^\circ$ . La FEM inducida en este conductor que se mueve hacia arriba con respecto a una carga externa será positiva, de acuerdo con el método que se describe en la sección 1-9, y en cantidad será un 70.7 por ciento del voltaje máximo inducido [debido a la ecuación (1-3), siendo  $\theta 45^\circ$ ]. La variación de voltaje se muestra en forma gráfica en la figura 1-7b, en la cual la FEM es positiva en la posición 1 y tiene el valor aproximado que se citó.

Cuando la espira alcanza los  $90^\circ$ , en la posición 2, el conductor *ab* tiene el número máximo de eslabonamientos de flujo porque se mueve en forma perpendicular al campo magnético y tiene el valor positivo máximo que aparece en la figura anterior y en la figura 1-7b. La posición 3, que corresponde a una rotación de  $135^\circ$ , da una FEM en el lado *ab* de la espira que es idéntica a la que se produce en la posición 1 [ $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ$  en la ecuación (1-3)] con polaridad positiva, porque el conductor se mueve hacia arriba todavía; sin embargo, la variación en el eslabonamiento de flujo se lleva a cabo a una menor rapidez que en la posición 2.

Cuando el conductor *ab* alcanza los  $180^\circ$ , en la posición 4, la FEM inducida de nuevo es cero, ya que no se tiene cambio en eslabonamiento de flujo cuando un conductor se mueve en forma paralela a un campo magnético. En la posición 5, que corresponde a  $225^\circ$ , la FEM inducida en el conductor *ab* se invierte, ya que éste se mueve ahora hacia abajo en el mismo campo magnético uniforme. La FEM inducida aumenta hasta un máximo negativo a  $270^\circ$ , posición 6, y finalmente disminuye pasando por la posición 7 hasta ser de nuevo cero en la posición 0.

Adviértase que la naturaleza de la FEM inducida en un conductor que gira en un campo magnético es *a la vez* senoidal y alterna. Después se verá que una FEM alterna es la que se produce en los conductores de (casi) *todas* las máquinas, tanto de *cd* como de *ca*. Obsérvese que durante este proceso no se induce FEM en los lados *bc* y *ad* de la espira porque esos conductores no experimentan variación en los eslabonamientos de flujo. Aun si se produjera una FEM en esos lados de la espira, no contribuirían a la FEM de ésta porque se mueven en la *misma* dirección a través del *mismo* campo, y por lo tanto producirían FEM iguales y opuestas. Sin embargo, los lados *ab* y *cd* de la bobina, *se ayudan* entre sí, y la FEM total que se produce en la espira es *el doble* de la magnitud representada en la figura 1-7b. Observe que en las posiciones 0 y 4 conocidas como *zonas neutras* o *interpolaes* de la máquina no se produce FEM.

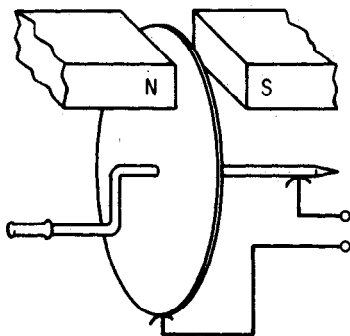
Se enfatizará que una forma de onda senoidal se produce por un conductor que gira en un *campo teóricamente uniforme*, representado en la figura 1-7, en la que el *entrehierro no es constante* debido a los lados rectos de los polos. Si los extremos de los polos son curvos de tal modo que la cara polar produzca un flujo y una densidad de flujo más uniformes (excepto en las regiones interpolaes), la forma de la onda de la FEM inducida tendería a estar *aplanada en su cresta*, y se aproximaría más a una *onda cuadrada* que a una onda senoidal. (Véase figura 1-9.)

## 1-11 RECTIFICACION MEDIANTE UN CONMUTADOR DE ANILLO BIPARTIDO

Todas las máquinas eléctricas rotatorias, independientemente de su propósito o tipo, generan corriente alterna (ca), con la sola excepción de la *dínamo homopolar*.<sup>8</sup> La verdad de esta afirmación surge de la consideración de la figura 1-7 y del hecho de que las máquinas comerciales emplean muchos conductores que se mueven en relación de polos de campo de polaridad alterna, N-S-N-S-N, etc. Cada vez que un conductor se mueve en la *misma* dirección, pero bajo un polo de polaridad *opuesta*, se invierte la dirección de la FEM inducida. De este modo, si los extremos de los lados de la espira en la figura 1-7a se conectaran a determinado circuito externo mediante *anillos rozantes*, fluiría un voltaje alterno a través de ese circuito, como se muestra en la figura 1-7b.

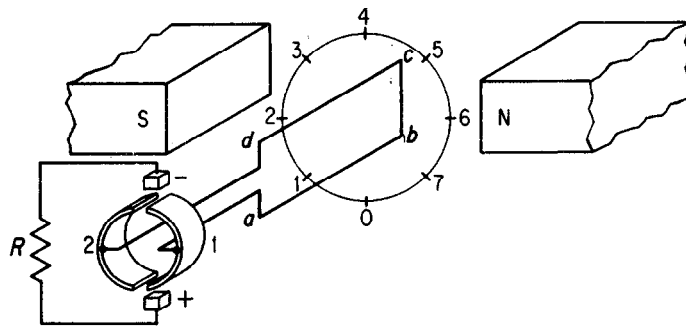
Para convertir el voltaje alterno (ca) en una corriente unidireccional (cd), es necesario emplear un *dispositivo mecánico de conmutación* que accione mediante la rotación mecánica del eje de la máquina. El *conmutador* simple de anillo bipartido, que se muestra en la figura 1-8a, es ese dispositivo. El conmutador consiste de dos segmentos, asegurados a y aislados del eje de la armadura y también entre sí. Cada segmento conductor del conmutador está conectado, respectivamente, a un lado de la espira. Ya que tanto el lado de la espira como el segmento del conmutador están fijos mecánicamente al mismo eje, la acción de la rotación mecánica es invertir la espira de la armadura y las conexiones con el circuito exterior estacionario en el mismo instante en el que se invierte la FEM inducida en el lado de la espira, es decir, cuando el lado de la espira se mueve bajo un polo de signo contrario.

Como se muestra en las figuras 1-7 y 1-8, la FEM que se induce en el lado *ab* de la espira origina una polaridad positiva durante los primeros 180° de rotación, posiciones 0 a 4, y una polaridad negativa para los siguientes 180°, posiciones 4 a 0, de

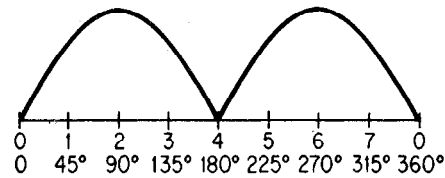


<sup>8</sup> Es un tanto irónico hacer notar que el primer generador eléctrico descubierto por Michael Faraday y que reporta en su diario el 28 de octubre de 1831 era en realidad un generador *verdadero* de cd, conocido como *Disco de Faraday*. Esta máquina es la única excepción a todas las diversas máquinas rotatorias que se han desarrollado desde el primer descubrimiento del generador y motor homopolar. La máquina consistía de un disco de cobre girando en un campo magnético permanente (bipolar). Cuando se hacía girar en forma manual al disco, se generaba una corriente directa pura entre el centro del disco y su orilla extrema. A la inversa, si se aplica un voltaje de cd a las mismas terminales, el disco gira constituyendo el motor homopolar. En la experiencia personal del autor en la docencia, varios de sus estudiantes han “descu-

bierto” independientemente el principio homopolar. Es de interés notar que el principio de la magnetohidrodinámica (MHD) en realidad es la generación homopolar en la cual el conductor móvil es una plasma ionizado. Este tipo de generación parece prestarse a la generación mediante fusión nuclear a temperaturas extremadamente altas. Así, parecería, que desde el primer descubrimiento de Faraday, se ha cerrado el ciclo y hemos vuelto al principio homopolar de nuevo. Véase la sección 11-2, para una más amplia exposición de la máquina homopolar.



a. Posiciones instantáneas de la bobina con velocidad constante de rotación



b. FEM en las escobillas y corriente de la carga producidas por la conmutación

**Figura 1-8** Generador bipolar con conmutador de dos segmentos.

acuerdo con el método desarrollado en la sección 1-8 para determinar la polaridad. Pero, en la figura 1-8, el lado *ab* de la espira está conectado con el segmento 1 del conmutador, y el lado *cd* al segmento 2. Por tanto, para los primeros  $180^\circ$  de rotación, la FEM positiva que produce el lado *ab* de la espira se conecta a la escobilla estacionaria positiva. Durante los segundos  $180^\circ$  de rotación, la FEM negativa que se produce en el lado *ab* de la espira está conectada a la escobilla estacionaria negativa. El mismo efecto se lleva a cabo, en el orden inverso, para el lado *cd* de la espira.

De hecho, por lo tanto, la acción del conmutador es invertir las conexiones con el circuito externo simultáneamente y *al mismo instante* en que se invierte la FEM en cada lado de la espira. Cada escobilla, positiva o negativa, respectivamente, siempre se mantiene, en consecuencia, con la *misma* polaridad. La figura 1-8b muestra la onda de FEM (y de corriente) que se produce como resultado del proceso de conmutación que acabamos de describir para un ciclo completo (o  $360^\circ$ ) de rotación.

El conmutador de anillo bipartido y los conductores que se muestran en la figura 1-8a aparecen en *sección transversal* en la figura 1-9a. La posición que muestra la figura 1-9a está desplazada  $90^\circ$  en la dirección de rotación con respecto a la que se muestra en la figura 1-8a. Nótese que las escobillas en ambas figuras son *perpendiculares* al eje de los polos, de modo que la *conmutación* del conductor se lleva a cabo cuando la espira es *perpendicular* al campo magnético, en la llamada *zona neutra*, o *espacio interpolar*, o sea en la posición que se muestra en la figura 1-8a, en donde no se induce FEM alguna, como en los puntos 0 y 4 de la figura 1-8b. Así, en la figura

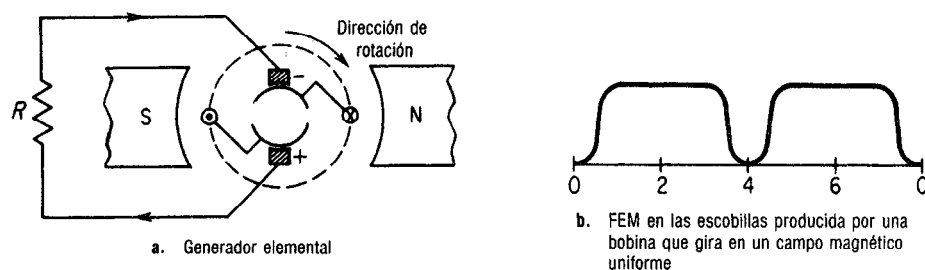


Figura 1-9 Generador elemental de cd.

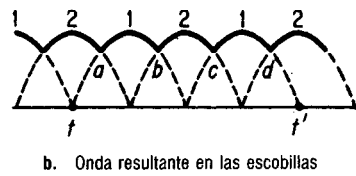
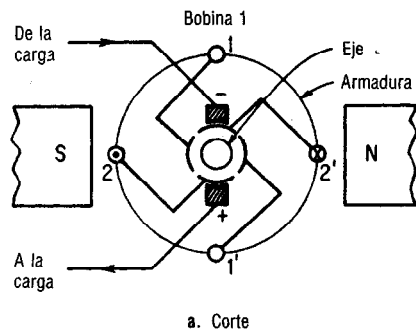
1-8a no pasa corriente por el resistor de carga  $R$  en el instante que se ilustra, mientras que en la figura 1-9a pasa un máximo de corriente en esa carga externa  $R$ . Obsérvese que las caras polares de la figura 1-9a son *curvas* con objeto de producir un campo magnético más uniforme y con ello mejorar la forma de la onda, produciendo un voltaje (y corriente) directo de mayor valor *promedio* y, así, mantener el máximo durante un mayor periodo del ciclo.

La corriente *pulsante unidireccional*, que tiene valor igual a cero dos veces en cada ciclo, como se muestra en las figuras 1-8b y 1-9b, difícilmente es adecuada para uso comercial de cd. La FEM de salida se puede hacer menos pulsante si se usa un gran número de espiras y de segmentos de conmutación. El efecto de aumentar el número de lados de espira y de segmentos se muestra en la figura 1-10a, y la onda resultante se muestra en la figura 1-10b. Con sólo dos escobillas y cuatro segmentos, hay ahora cuatro conmutaciones, que aparecen como *a, b, c, d* en la figura 1-10b, en un ciclo completo de giro (tiempo  $t$  a  $t'$ ). Aunque la FEM resultante es menos pulsante, este tipo particular de devanado (media bobina, devanado abierto) no se emplea por diversas razones. La desventaja principal es que las FEM que se generan en cada espira no se suman porque las bobinas *no están conectadas en serie*. Adviértase que la espira 2 no entra en contacto con las escobillas en *a*, y la espira 1 no entra en contacto con las escobillas en *b*.

## 1-12 DEVANADO DE ANILLO DE GRAMME

Uno de los primeros tipos (hoy obsoleto) de devanados de armadura diseñados para producir conductores *conectados en serie* fue el devanado de *anillo de gramme*. Aunque hace muchos años que ya es obsoleto, se muestra aquí porque ejemplifica bien la armadura comercial moderna. La *armadura* es la estructura que soporta y protege los conductores de corriente; y, ya que es parte del circuito magnético, como se muestra en la figura 1-10a, se fabrica con hierro laminado para reducir la reluctancia magnética. El tipo más sencillo de construcción de armadura, al igual que el método para "embobinar" los conductores se muestra en la figura 1-11a.

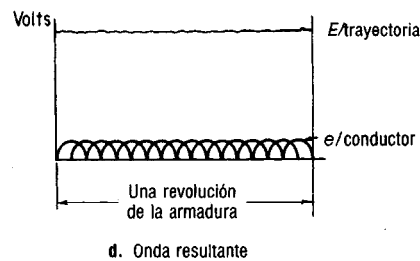
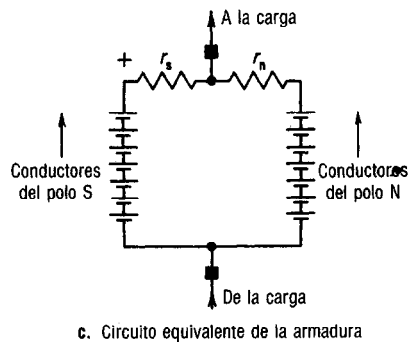
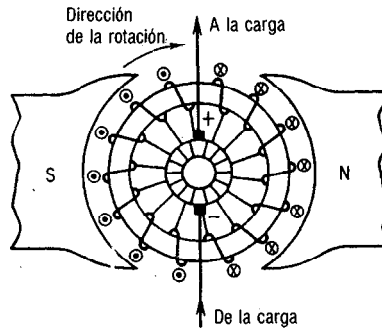
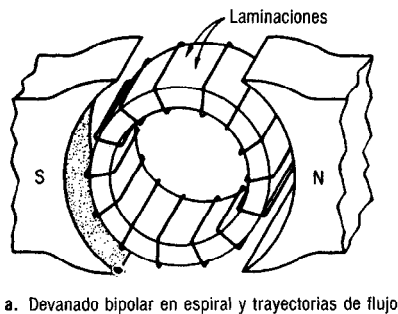
La armadura es un cilindro de hierro laminado que proporciona dos trayectorias de baja reluctancia para el flujo que enlaza a los conductores. El devanado de la armadura es en dirección axial y espiral alrededor del cilindro, con las conexiones de los segmentos del conmutador a partes igualmente espaciadas del devanado, como se



**Figura 1-10** Efecto de cuatro conductores y cuatro segmentos sobre la forma de la onda de salida del generador.

muestra en la figura 1-11b. A diferencia del devanado abierto que se muestra en la figura 1-10a, el devanado en anillo de gramme se conoce como devanado *cerrado*, porque todas las espiras conectadas entre las escobillas están en serie y el devanado es *re-entrante*, es decir, que se cierra sobre sí mismo, como se indica en la figura 1-11a. Para una dirección de giro en el sentido de las manecillas del reloj, las FEM inducidas producen las polaridades en las escobillas que se dan en la figura 1-11b, si se emplea el método que se describió en la sección 1-8.

Como en el caso del generador elemental que se describió en la sección 1-10, los conductores que estén ubicados bajo un polo determinado tendrán todos la misma di-



**Figura 1-11** Devanado de anillo de gramme.

rección de FEM, que es opuesta a la de los conductores que estén bajo un polo de signo contrario, como se muestra también en la figura 1-11b. Cada uno de los lados de espira bajo determinado polo tendrá determinada FEM inducida; y como todos ellos están conectados en serie y las direcciones de las FEM son las mismas, esas FEM son *aditivas*. El circuito equivalente de la armadura que representa las direcciones de la FEM inducida para los conductores bajo los dos polos, respectivamente, se muestra en la figura 1-11c. Suponiendo que la armadura está perfectamente centrada entre los polos, de modo que los entrehierros sean idénticos, la suma de las FEM inducidas bajo cada polo serán iguales y opuestas, y no producirán circulación de corriente en ninguna de las dos trayectorias de la batería equivalente que se muestra en la figura 1-11c. Esto es verdad aun si las escobillas, localizadas en el eje interpolar, se quitan del *conmutador*. Obsérvese que las dos escobillas se ubican en los puntos de polaridad máxima negativa y positiva y que, cuando se conectan con una carga externa, sirven para producir dos trayectorias paralelas de conductor.

Aquellos conductores que están inmediatamente adyacentes a las escobillas pueden no tener un voltaje inducido tan alto como los que quedan directamente bajo el centro de cada polo; pero, como el voltaje total entre las escobillas es la suma de todos los voltajes inducidos, y como ambas trayectorias tienen FEM totales iguales, esto es de poco interés. La onda resultante, producida al sumar las ondas aplanadas individuales, contiene muy poca fluctuación; el componente de ca es prácticamente cero, como se muestra en la figura 1-11d.

Puesto que durante la rotación de la armadura un conductor toma inmediatamente el lugar de otro, la sección transversal que se muestra en la figura 1-11b es una representación dinámica de una condición constante o estática. Podemos considerar que el número total de conductores que producen voltaje en cualquier instante es constante y que la FEM resultante por trayectoria, para determinada velocidad y densidad de flujo, es también relativamente constante.

Si se conectara una carga externa a las escobillas, la corriente que pasa por cada una de las dos trayectorias del generador estaría determinada por la FEM por trayectoria, por la resistencia de la carga, y por la resistencia interna de las trayectorias del devanado de la armadura,  $r_s$  y  $r_n$ , las resistencias de los conductores en el polo sur y norte, respectivamente, como se indica en el ejemplo 1-5.

El devanado de anillo de gramme no se usa ya debido a que los conductores *interiores* del anillo son *inactivos*, es decir, que no se producen cambios en sus eslabonamientos de flujo porque están protegidos magnéticamente por el núcleo de hierro de la armadura. Para ahorrar cobre y reducir el peso del devanado de la armadura, se emplean armaduras devanadas en tambor, en las cuales *todos* los conductores quedan en la superficie *exterior* de la armadura, colocados en ranuras de tal forma que está activa gran parte del conductor. Sin embargo, una ventaja teórica del devanado de anillo de gramme, es que *cualquier* armadura dada se adapta a cualquier número de polos. El efecto de aumentar el número de polos, sobre el circuito equivalente y su FEM, se muestra en la figura 1-12.

El devanado de armadura de cuatro polos de la figura 1-12 sigue siendo un devanado cerrado; y, como hay ahora cuatro zonas interpolares en las cuales se puede verificar la conmutación, se necesitan cuatro escobillas. Para garantizar claridad, se dibujan esas escobillas en el interior del conmutador en la figura 1-12a. Mediante la regla de Fleming de la mano derecha, se puede verificar la dirección de la FEM, así como su

**EJEMPLO 1-5** (Unidades inglesas)

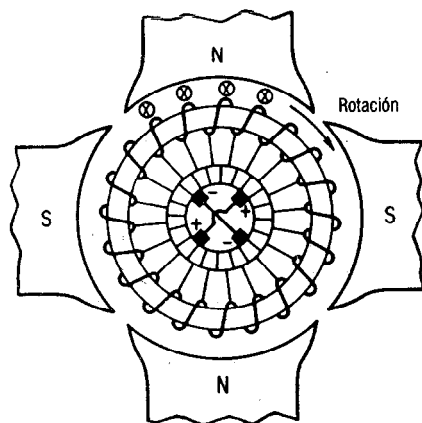
Un generador de cd de dos polos tiene una armadura que contiene un total de 40 conductores conectados en dos trayectorias paralelas. El flujo por polo es  $6.48 \times 10^8$  líneas, y la velocidad del primomotor es 30 rpm. La resistencia de cada conductor es  $0.01 \Omega$ , y la capacidad de corriente de cada conductor es 10 A. Calcular

- El voltaje promedio generado por trayectoria,  $E/\text{trayectoria}$
- El voltaje de armadura generado  $E_g$
- La corriente de armadura entregada a una carga externa,  $I_a$
- La resistencia de la armadura,  $R_a$
- El voltaje terminal del generador (Sugerencia: Véase Ec. 1-9.)
- La capacidad del generador.

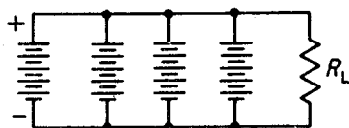
**Solución**

Sea  $P$  = número de polos. El flujo total  $\phi_T$  enlazado en una revolución =  $P \times \phi/\text{polo} = 2 \times 6.48 \times 10^8 \text{ líneas} = 1.296 \times 10^9 \text{ líneas}$ . El tiempo  $t$  de una revolución =  $(1/30 \text{ min/rev}) (60 \text{ s/min}) = 2 \text{ s/rev}$ .

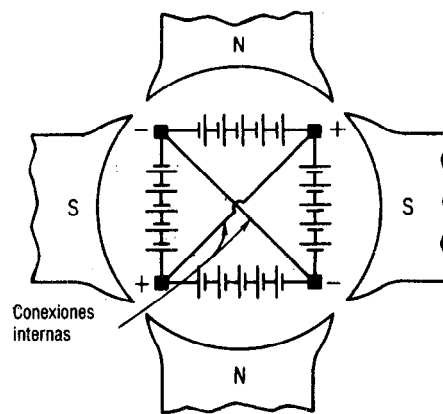
- $$e_{\text{prom}}/\text{conductor} = \frac{\phi}{t} \times 10^{-8} \text{ V}$$
$$= \frac{1.296 \times 10^9}{2} \times 10^{-8}$$
$$= 6.48 \text{ V/conductor}$$
$$E/\text{trayectoria} = (e_{\text{prom}}/\text{Cond.})(\text{Núm. de conductores/Tray.})$$
$$= (6.48 \text{ V/Cond.})(40 \text{ Cond./2 Tray.})$$
$$= 129.6 \text{ V/trayectoria}$$
- $$E_g = E/\text{trayectoria}$$
$$= 129.6 \text{ V}$$
- $$I_a = (I/\text{Tray.})(2 \text{ Tray.}) = (10 \text{ A/Tray.})(2 \text{ Tray.})$$
$$= 20 \text{ A}$$
- $$R_a = \frac{R/\text{Tray.}}{\text{Núm. Tray.}} = \frac{0.01 \Omega/\text{conductor}}{2 \text{ Tray.}} \times 20 \text{ conductores}$$
$$= 0.1 \Omega$$
- $$V_t = E_g - I_a R_a = 129.6 - (20 \times 0.1) \quad (1-9)$$
$$= 127.6 \text{ V}$$
- $$P = V_t I_a = 127.6 \text{ V} \times 20 \text{ A}$$
$$= 2552 \text{ W}$$



a. Sección transversal



c. Circuito equivalente simplificado de la armadura



b. Circuito equivalente de la armadura

**Figura 1-12** Devanado de anillo de gramme con 4 polos.



polaridad. Las dos escobillas de polaridad positiva y las dos de polaridad negativa, respectivamente, están conectadas internamente como se muestra en las figuras 1-12a y b. En la figura 1-12c se muestra una forma simplificada de redibujar el circuito equivalente. Nótese que el devanado de dos polos de la figura 1-11 necesitaba dos escobillas y producía dos trayectorias de armadura. El devanado de cuatro polos de la figura 1-12 necesita de cuatro escobillas y produce cuatro trayectorias de armadura. El efecto que tiene el aumento de número de polos sobre el voltaje, corriente y potencia desarrolladas por la dinamo se muestra en el ejemplo 1-6 y en la tabla 1-1.

#### EJEMPLO 1-6

El mismo flujo total que en el ejemplo 1-5 se distribuye ahora por igual entre *cuatro polos*. La *misma* armadura se hace girar a la *misma* velocidad que en el ejemplo 1-5, y se usan cuatro escobillas para conectar las cuatro trayectorias de armadura en paralelo. Repetir todos los cálculos del ejemplo 1-5.

#### Solución

Del ejemplo 1-5,  $\phi_T = 1.296 \times 10^9$  líneas,  
 $t = 2$  s/rev, y  $e_{\text{prom}}/\text{Cond.} = 6.48$  V

$$\begin{aligned} \text{a. } E/\text{Tray.} &= (e_{\text{prom}}/\text{Cond.})(\text{Cond.}/\text{Tray.}) \\ &= 6.48 \text{ V} \times (40 \text{ Cond.}/4 \text{ Tray.}) \\ &= 64.8 \text{ V/Trayectoria} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } E_g &= E/\text{trayectoria} \\ &= 64.8 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } I_a &= (I/\text{Tray.})(4 \text{ Tray.}) = 10 \text{ A/Tray.} \\ &\quad (4 \text{ Tray.}) \\ &= 40 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } R_a &= \frac{R/\text{Tray.}}{\text{Núm. Tray.}} = \frac{0.01 \Omega/\text{Cond.}}{4 \text{ Tray.}} \\ &\quad \times 10 \text{ Cond.} \\ &= 0.025 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } V_t &= E_g - I_a R_a = 64.8 \text{ V} - (10 \text{ A})(0.025 \Omega) \\ &= 63.8 \text{ V} \end{aligned} \quad (1-9)$$

$$\begin{aligned} \text{f. } P &= V_t I_a = 63.8 \text{ V} \times 40 \text{ A} \\ &= 2552 \text{ W} \end{aligned}$$

La tabla 1-1 resume los resultados de los ejemplos 1-5 y 1-6. Con respecto a dichos ejemplos, favor de tomar nota de los efectos que se producen al duplicar el número de polos:

1. Se ha duplicado el número de trayectorias.
2. Se ha recortado a la mitad el número de conductores por trayectoria.
3. Se ha recortado a la mitad la FEM/trayectoria lo cual, a su vez, reduce a la mitad el voltaje generado.
4. Se ha reducido a la mitad el voltaje de las terminales de la dinamo.
5. Se ha duplicado la capacidad de corriente de la armadura.
6. Sin embargo, se ha conservado igual la capacidad de potencia de la dinamo.

### 1-13 VALORES NOMINALES DE VOLTAJE, CORRIENTE Y POTENCIA DE UNA DINAMO

La tabla 1-1 muestra una relación fundamental que se aplica a todos los devanados de las armaduras en las dinamos modernas. En el generador comercial, se usa un gran número de conductores para enlazar el flujo con uno o más pares de polos; el número de polos siempre es par. Como en los ejemplos anteriores y en la tabla 1-1, las armaduras comerciales pueden tener dos o más trayectorias paralelas; el número de trayectorias también es siempre un número par. Cada trayectoria consiste de un grupo de bobinas conectadas en serie, y cada bobina tiene una capacidad de voltaje permisible

**Tabla 1-1 Efecto del número de polos en las relaciones de voltaje, en la corriente y en la potencia de una dinamo**

Parámetro	Número de polos	
	2	4
Número de conductores de la armadura	40	40
Número de trayectorias	2	4
Número de conductores por trayectoria	20	10
FEM por trayectoria (volts)	129.6	64.8
Corriente por trayectoria (amperes)	10	10
Voltaje nominal entre terminales de la dinamo (V)	127.6	63.8
Capacidad nominal de corriente de armadura de la dinamo (A)	20	40
Potencia de la dinamo (watts)	2552	2552

(en el caso de un motor) o una capacidad de voltaje generado (para la capacidad de flujo y velocidad, en el caso de un generador). Por tanto, la capacidad de voltaje de la dinamo se determina *solamente* por el aproximadamente igual número de *bobinas conectadas en serie por trayectoria*, y no por el número de trayectorias en paralelo.<sup>9</sup>

El factor principal que afecta la capacidad de corriente de la dinamo es la *capacidad de conducción de corriente* de cada espira o conductor en particular en cada trayectoria o grupo de espiras conectadas en serie. A medida que se aumenta el número de trayectorias, la *capacidad de corriente* de la dinamo aumenta. Sin embargo, es muy importante darse cuenta que el número de trayectorias y la capacidad de corriente en una dinamo dada *solamente* se pueden aumentar a expensas de la capacidad de *voltaje*, ya que el número total de conductores o espiras está fijo para determinada armadura.

La implicación de esto último nos conduce de nuevo a una relación fundamental que se aplica a pilas y baterías. Una batería puede consistir de un grupo de pilas conectadas en serie, en paralelo o ambas. La capacidad de potencia de cada pila determina, de hecho, la capacidad de potencia de la batería, *independientemente del método de conexión*. Por tanto, para un número dado de pilas, queda fija la potencia de cualquier batería, aunque sus capacidades de voltaje y corriente puedan variar de acuerdo con las conexiones en serie o en paralelo que se empleen.

La misma situación que existe con respecto al voltaje, corriente y potencia de las pilas y baterías se aplica también a los conductores y devanados de armadura de una dinamo. La capacidad de potencia de una determinada armadura en realidad está fijada por la capacidad de corriente y voltaje de sus bobinas individuales en una trayectoria determinada. El *único* modo de *aumentar* la potencia de una dinamo, de acuerdo con las consideraciones precedentes, es emplear una armadura *más* grande que tenga *más* conductores y bobinas de mayor diámetro. Así, el tamaño físico es un índice aproximado de la capacidad de potencia de la máquina eléctrica. (Véase sección 13-4.)

<sup>9</sup> Sin embargo, para cualquier número dado de conductores de armadura, al aumentar el número de trayectorias paralelas se debe, naturalmente, reducir tanto el número de espiras conectadas en serie por trayectoria, como el voltaje.

**Tabla 1-2 Efecto del aumento del número de trayectorias paralelas en una armadura**

Trayectorias en paralelo	Voltaje nominal (V)	Corriente nominal (A)	Potencia nominal (W)
2	600	20	12 000
4	300	40	12 000
6	200	60	12 000
8	150	80	12 000
10	120	100	12 000
20	60	200	12 000

La tabla 1-2 muestra que la potencia es independiente del modo en el que se conecten los conductores de la armadura. Por simplicidad, la capacidad de voltaje y corriente de cada conductor en una armadura dada son 10 V y 10 A, respectivamente. La armadura contiene 120 conductores, conectados en varios números de trayectorias paralelas. Obsérvese que la potencia (120 conductores  $\times$  100 W/conductor) está fija, pero la capacidad de voltaje disminuye en la misma proporción en la que aumenta la capacidad de corriente.

## 1-14 FEM PROMEDIO GENERADA EN UN CUARTO DE REVOLUCION

Los párrafos anteriores han señalado repetidamente que la FEM entre las escobillas de armaduras de bobinas múltiples se produce por muchas bobinas conectadas en serie, y cada bobina puede consistir de gran número de alambres conductores. Para calcular la FEM resultante entre las escobillas, es necesario primero calcular la FEM promedio inducida en un solo conductor (véase ejemplo 1-5) y en un cuarto de revolución, es decir, 90 grados eléctricos, en el cual el conductor se mueve desde una posición en el centro de la zona interpolar a una posición directamente al centro de un polo dado.

Como se muestra en las figuras 1-7b y 1-8b, un solo lado de la espira gira de la posición 0 a la 2 en un cuarto de revolución, es decir, desde una posición donde hay cero eslabonamientos de flujo a una en la que hay máximo eslabonamiento. La FEM inducida promedio en cada conductor se puede deducir de la siguiente manera. Supongamos que el flujo total que se produce entre los polos de las figuras 1-7a y 1-8a consiste de  $\phi$  líneas y que  $t$  es el tiempo necesario para un cuarto de revolución, o sea para 90 grados eléctricos. Como los eslabonamientos de flujo han pasado de cero a un máximo en un cuarto de revolución, la FEM promedio inducida en una sola espira con dos lados, durante este periodo, es (véase sección 1-3)

$$E_{\text{prom}} = \frac{\phi}{t} \times 10^{-8} \quad (\text{V/espira}) \quad (1-1a)$$

Pero, dado que el tiempo  $t$  para un cuarto de revolución es  $1/4s$ , siendo  $s$  el número de revoluciones por segundo de la espira, la FEM inducida promedio por espira es, por sustitución,

$$E_{\text{prom}} = 4s\phi \times 10^{-8} \quad (\text{V/espira})$$

Para un devanado de armadura que consista de  $N$  espiras, la FEM inducida promedio es

$$(\text{Sistema inglés}) E_{\text{prom/bobina}} = 4\phi Ns \times 10^{-8} \quad (\text{V/bobina}) \quad (1-4a)$$

donde  $\phi$  es el número de líneas o maxwells por polo

$N$  es el número de espiras por devanado o bobina

$s$  es la velocidad relativa en revoluciones por segundo (rps) entre la bobina de  $N$  espiras y el campo magnético

Nótese que la deducción de la ecuación (1-4a) sigue exactamente el procedimiento que se usa en la solución del ejemplo 1-5, con la excepción de que se usan *espiras* en lugar de conductores. Hay *dos lados de espira* (o *dos conductores*) *por cada bobina de una sola espira*.

Para convertir la ecuación (1-4a) a unidades SI, sólo se quita el factor  $10^{-8}$  en cuyo caso la ecuación se vuelve  $E_{\text{prom/bobina}} = 4\phi Ns$  V/bobina, siendo  $s$  la velocidad en revoluciones por segundo y  $\phi$  el flujo en webers.

Pero en las unidades SI, la velocidad de rotación se expresa como  $\omega$  radianes por segundo. Puesto que hay  $2\pi$  radianes por revolución, se puede escribir para el caso del SI

$$(\text{Unidades SI}) \quad E_{\text{prom/bobina}} = 4\phi Ns = \frac{4\omega\phi N}{2\pi} = 0.63662 \times \omega\phi N \quad (\text{V/bobina}) \quad (1-4b)$$

siendo  $\omega$  la velocidad angular en radianes/segundo (rad/s)

$\phi$  el flujo en webers (Wb)

$N$  el número de vueltas o espiras por devanado o bobina

#### EJEMPLO 1-7 (Sistema inglés)

Verificar el voltaje promedio por conductor que se obtuvo en la solución del ejemplo 1-5a mediante la ecuación (1-4a) y los datos de 30 rpm,  $6.48 \times 10^8$  líneas/polo, y dos polos. (Sugerencia: Hay dos lados de bobina o dos conductores por espira.)

#### Solución

$$\begin{aligned} E_{\text{prom/bobina}} &= 4\phi Ns \times 10^{-8} \text{ V} & (1-4a) \\ &= 4(6.48 \times 10^8 \text{ líneas/polo}) \\ &\quad (1 \text{ espira}) (30 \text{ rev/min} \times \frac{1}{60} \text{ min/s}) \\ &\quad \times 10^{-8} \text{ V} \\ &= 12.96 \text{ V/bobina} \\ E_{\text{prom/lado de b}} &= 12.96 \text{ V/bobina} \times \frac{1}{2} \text{ bobina/lado de bobina} \\ &= 6.48 \text{ V/lado de bobina} \\ &= 6.48 \text{ V/conductor} \end{aligned}$$

#### EJEMPLO 1-8 (Sistema SI)

Comprobar el voltaje promedio por bobina que se obtuvo en el ejemplo 1-7 convirtiendo el flujo en webers y la velocidad dada a radianes/segundo y empleando la ecuación (1-4b).

#### Solución

$$\begin{aligned} \phi &= (6.48 \times 10^8 \text{ líneas/polo}) \\ &\quad (10^{-8} \text{ Wb/línea}) \\ &= 6.48 \text{ Wb} \\ \omega &= (30 \text{ rev/min})(2\pi \text{ rad/rev} \times \frac{1}{60} \text{ min/s}) \\ &= \pi \text{ rad/s} \\ E_{\text{prom/bobina}} &= 0.63662 \times \omega\phi N & (1-4b) \\ &= 0.63662 \times \pi \times 6.48 \times 1 \\ &= 12.96 \text{ V/bobina} \end{aligned}$$

## 1-15 ECUACION FUNDAMENTAL DEL GENERADOR DE CD PARA LA FEM PROMEDIO ENTRE ESCOBILLAS

La ecuación (1-4a) hace posible el cálculo de la capacidad promedio de voltaje de una bobina única, con una o más espiras, que gira a una velocidad dada (rps) bajo un polo dado de intensidad de campo conocida. Pero la descripción de la sección 1-13 consideraba al voltaje entre escobillas en términos del número total de conductores y trayectorias en una armadura dada en combinación con un número dado de polos. La FEM promedio inducida entre escobillas se puede deducir como sigue:

Si  $Z$  es el número total de conductores de la armadura, o lados de bobina, y si  $a$  es el número de trayectoria de bobinas paralelas entre escobillas de polaridad opuesta, entonces el número total de espiras  $N$  por circuito de armadura es  $Z/2a$ . Además, si la velocidad  $S$  se da en rpm, entonces  $s = S/60$ . Finalmente, ya que la ecuación (1-4a) se dedujo para una máquina bipolar, si una máquina tiene  $P$  polos, el resultado se debe multiplicar por  $P/2$ . La FEM total *promedio* inducida entre escobillas, es por tanto,

$$\text{(Sistema inglés)} \quad E_g = 4\phi N s \times 10^{-8} = 4\phi \left(\frac{P}{2}\right) \left(\frac{Z}{2a}\right) \left(\frac{S}{60}\right) \times 10^{-8} = \frac{\phi Z S P}{60a} \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (1-5a)$$

donde  $\phi$  es el flujo por polo en líneas o maxwells

$P$  es el número de polos

$Z$  es el número de conductores en la armadura (el doble de las espiras totales en la armadura)

$a$  es el número de trayectorias paralelas en la armadura

$S$  es la velocidad en rpm (revoluciones/min)

Con la misma deducción que nos condujo a la ecuación (1-4b), podemos escribir la ecuación SI correspondiente para la FEM promedio total inducida entre escobillas, en la siguiente forma

$$\text{(SI)} \quad E_g = \frac{\phi Z \omega P}{2\pi a} \quad \text{volts (V)} \quad (1-5b)$$

donde  $\phi$  es el flujo por polo en webers (Wb)

$\omega$  es la velocidad angular en radianes por segundo (rad/s)

Los demás términos son los mismos que los de la ecuación (1-5a).

### EJEMPLO 1-9 (Sistema inglés)

Comprobar el voltaje promedio entre escobillas obtenido en la solución del ejemplo 1-5b usando la ecuación (1-5a) y los datos del ejemplo 1-5.

### Solución

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{\phi Z S P}{60a} \times 10^{-8} & (1-5a) \\ &= \frac{(6.48 \times 10^8)(40)(30)(2)}{60 \times 2} \times 10^{-8} \\ &= 129.6 \text{ V entre escobillas} \end{aligned}$$

El ejemplo 1-9 comprueba la validez de la ecuación (1-5) porque produce valores idénticos de voltaje promedio entre escobillas a los obtenidos de los datos que se calcularon antes. El ejemplo 1-10 muestra la misma ecuación con unidades SI. También muestra cómo calcular el número total de conductores si se dan el número de espiras o vueltas de cada bobina y el número de bobinas en una armadura dada.

**EJEMPLO 1-10 (SI)**

Una armadura consiste de 40 bobinas, y cada bobina tiene 20 espiras. Cuando se gira la armadura a 200 rad/s en un campo de cuatro polos que tiene un flujo de 5 mWb/polo y hay cuatro trayectorias en la armadura, calcular

- El número de conductores
- El voltaje entre escobillas generado por la armadura.

**Solución**

$$\begin{aligned}
 \text{a. } Z &= 40 \text{ bobinas} \times (2 \text{ conductores/espira}) \\
 &\quad \times (20 \text{ espiras/bobina}) \\
 &= \mathbf{1600 \text{ conductores}} \\
 \text{b. } E_g &= \frac{\phi Z \omega P}{2\pi a} \quad (1-5b) \\
 &= \frac{(5 \times 10^{-3})(1600)(200)(4)}{2\pi \times (4)} \\
 &= \mathbf{254.6 \text{ V entre escobillas}}
 \end{aligned}$$

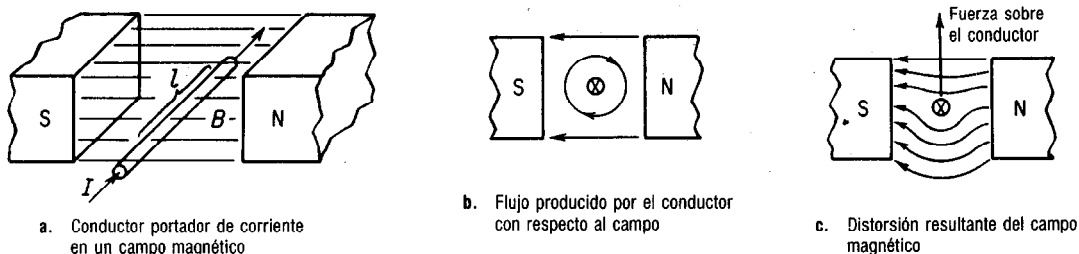
Finalmente, tiene cierto interés hacer notar que las ecuaciones (1-5a) y (1-5b) son aplicables tanto a un motor de cd como a un generador de cd. En un motor, los conductores de la armadura giran frente a un polo magnético como resultado de la fuerza electromagnética producida en los conductores. La FEM inducida en los conductores, de acuerdo con las ecuaciones (1-5a) y (1-5b) se llama *fuerza contraelectromotriz*. (Véase sección 1-19.)

**1-16 FUERZA ELECTROMAGNETICA**

Se mostró en la sección 1-2 que la conversión de la energía electromecánica de prácticamente todas las máquinas eléctricas giratorias depende de dos principios electromagnéticos básicos que están estrechamente interrelacionados, a saber (1) la inducción electromagnética y (2) la fuerza electromagnética. Los principios básicos de la inducción electromagnética se han descrito en las secciones precedentes, y a continuación describiremos la fuerza electromagnética y su relación con la inducción electromagnética.

La figura 1-13a muestra un conductor portador de corriente ubicado en un campo magnético uniforme. *Existirá una fuerza electromagnética entre el conductor y el campo siempre que dicho conductor, portador de corriente, se coloque en un campo magnético en una posición tal que exista una componente de la longitud activa del conductor perpendicular al campo*. Esto es, si un conductor se inserta o está en un campo magnético, y si se aplica un voltaje al conductor de modo que pase la corriente a través de él, se desarrollará una fuerza y el conductor tenderá a moverse con respecto al campo, o viceversa. A este principio se le denomina a veces "acción de motor".

El conductor que se muestra en la figura 1-13b lleva corriente en dirección tal que produce un campo magnético en el sentido de las manecillas del reloj, según la regla del sacacorchos derecho de Oersted. El campo generado por el conductor ocasiona una atracción sobre el conductor y una repulsión debajo de él, como se muestra en la figura 1-13c. En consecuencia, la fuerza electromagnética desarrollada por el conductor tiene dirección hacia arriba, perpendicular al flujo del campo. La dirección de la fuerza electromagnética se puede encontrar también empleando la "regla de la mano izquierda" como se describió en la sección 1-18.



**Figura 1-13** Conductor de longitud  $l$  que lleva una corriente  $I$  en un campo magnético  $B$ , y desarrolla una fuerza resultante  $F$ .

## 1-17 FACTORES QUE AFECTAN A LA MAGNITUD DE LA FUERZA ELECTROMAGNETICA

La definición de fuerza electromagnética que dimos en la sección 1-16 contiene implícitamente tres condiciones que afectan su magnitud, que son, un campo magnético ( $B$ ), la longitud activa del conductor ( $l$ ), y la cantidad de corriente ( $I$ ) que pasa por el conductor. Así, si cualquiera de esos tres factores cambia, la fuerza electromagnética  $F$  cambiará en forma directa y en la misma proporción. Si, como en la sección 1-4, los factores  $B$  y  $l$  son perpendiculares, se desarrolla una fuerza *ortogonal*  $F$ .

La relación que cuantifica la fuerza electromagnética desarrollada por un conductor de longitud  $l'$  que lleva una corriente  $I$  en un campo magnético cuya densidad de flujo es  $B$  se llama *Ley de Biot-Savart*, en honor de los hombres que por primera vez la expresaron en unidades cgs en la forma

$$(\text{Sistema cgs}) \quad F = \frac{BIl'}{10} \quad \text{dinas} \quad (1-6)$$

en la cual  $B$  es la densidad de flujo en líneas por centímetro cuadrado

$I$  es la corriente en amperes (absolutos)

$l'$  es la longitud activa del conductor en centímetros

En términos de unidades inglesas o prácticas, la fuerza  $F$  en libras es<sup>10</sup>

$$(\text{Sistema inglés}) \quad F = \frac{(B/6.45 \text{ cm}^2/\text{pulg}^2) \times (I)(l \times 2.54 \text{ cm}/\text{pulg})}{10 \times 980 \text{ dinas/gramo} \times 453.6 \text{ gramos/lb}} = \frac{BIl}{1.13} \times 10^{-7} \text{ lb} \quad (1-7a)$$

siendo  $B$  la densidad de flujo en líneas por pulgada cuadrada

$I$  la corriente en amperes

$l$  la longitud activa del conductor, en pulgadas

<sup>10</sup> Como en general se supone que el flujo de corriente tiene la misma dirección que la longitud axial del conductor, la ecuación 1-7 no está sujeta a las mismas condiciones de ortogonalidad que la ecuación (1-3) (véase sección 1-4). Por lo tanto, si surge algún problema en el cual  $B$  y  $l$  no sean perpendiculares, la ecuación (1-7) se puede multiplicar por el seno del ángulo entre las cantidades  $B$  y  $l$ , como en el ejemplo 1-12.

Una justificación importante del empleo de las unidades SI (o el MKSQ) es su simplicidad inherente. Cuando la relación de Biot-Savart de la ecuación (1-7) se expresa en términos de unidades SI, ésta se transforma al expresar la fuerza en newtons esto es

$$\text{(Unidades SI)} \quad F = BIl \quad \text{newtons (N)} \quad (1-7b)$$

donde  $B$  es la densidad de flujo en webers por metro cuadrado ( $\text{Wb/m}^2$ ) o tesla (T)  
 $I$  es la corriente en amperes (A)  
 $l$  es la longitud activa del conductor en metros (m)

#### EJEMPLO 1-11 (Unidades SI)

El conductor que se muestra en la figura 1-13a tiene 0.5 m de longitud. La cara polar mide  $0.1 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ , y el flujo es 0.5 mWb. Si la corriente en el conductor es 10 A, calcular

- La magnitud de la fuerza
- La dirección de la fuerza

#### Solución

- $F = BIl$  (1-7b)  
 $= \left( \frac{0.5 \times 10^{-3}}{0.1 \times 0.2} \right) (10)(0.5)$   
 $= 125 \text{ mN}$
- La fuerza requerida en el conductor es 125 mN en dirección **hacia arriba**, tal como se muestra en la figura 1-13c.

#### EJEMPLO 1-12

Repetir el ejemplo 1-11 pero con el conductor que se muestra en la figura 1-13a en un ángulo de  $75^\circ$  con respecto a la densidad de flujo  $B$ . (Véase nota 10 de pie de página.)

#### Solución

$$\begin{aligned} F &= BIl \sin(B, l) \\ &= (125 \text{ mN}) (\sin 75^\circ) \\ &= 120.74 \text{ mN en dirección} \\ &\quad \text{vertical hacia arriba} \end{aligned}$$

### 1-18 DIRECCION DE LA FUERZA ELECTROMAGNETICA Y REGLA DE LA MANO IZQUIERDA

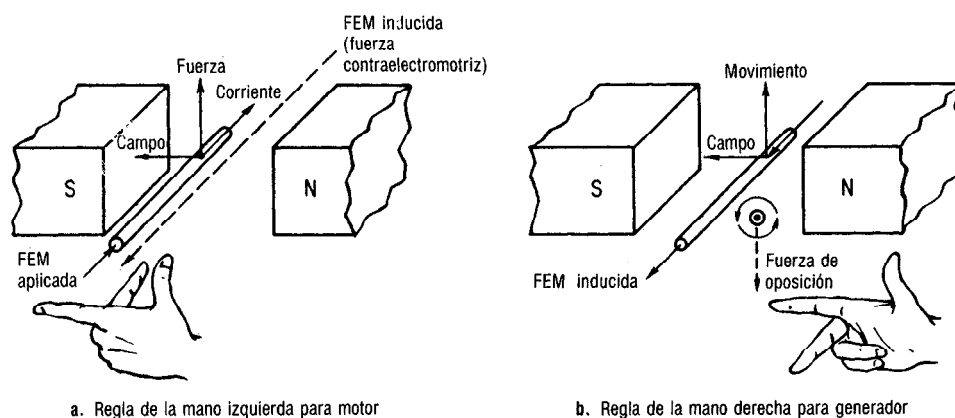
Las secciones 1-16 y 1-17 describen la magnitud y naturaleza de la fuerza que se desarrolla en dirección ortogonal al conductor portador de corriente y al campo magnético, que a su vez son perpendiculares entre sí, como se muestra en la figura 1-13a. Es posible predeterminar la dirección de la fuerza electromagnética con el método que se muestra en las figuras 1-13b y c. La figura 1-13b muestra el campo magnético en el sentido de las manecillas del reloj generado por el conductor portador de corriente. Obsérvese que el campo magnético generado por el conductor causa *atracción* del campo principal *sobre el conductor* y *repulsión debajo* del mismo como se muestra en la figura 1-13b. La distorsión resultante del campo magnético principal creada por el campo del conductor se muestra en la figura 1-13c. La tendencia de la interacción de los dos campos es, por tanto, forzar el conductor en una dirección hacia arriba como se muestra en la figura.



Las relaciones entre la dirección de corriente en el conductor, la dirección del campo magnético y la dirección de la fuerza desarrollada sobre el conductor se pueden recordar cómodamente mediante la regla de la *mano izquierda*<sup>11</sup> o regla del motor, que se muestra en la figura 1-14a, para las mismas condiciones de dirección que la figura anterior. Como en el caso de la regla de Fleming de la mano derecha (Fig. 1-4) para la acción de generador, el dedo índice también indica la dirección del campo (N a S), el dedo medio indica la dirección del flujo de la corriente (o de la FEM aplicada) y el pulgar apunta en la dirección de la fuerza que se desarrolla en el conductor o en la del movimiento resultante.

## 1-19 FUERZA CONTRAELECTROMOTRIZ

En la figura 1-14 tenemos (finalmente) la oportunidad de unificar algunas de las relaciones que se presentan en la conversión de energía electromecánica. La figura 1-14a muestra la acción de motor tal como se describió en la sección precedente, y su figura asociada. Para la dirección del campo y corriente de armadura que aparecen, la fuerza desarrollada sobre el conductor está en dirección hacia arriba. Pero la fuerza que se desarrolla en el conductor hace que éste se mueva a través del campo magnético, ocasionando un cambio del eslabonamiento de flujo alrededor de ese conductor. Se induce una FEM en el conductor "motor" de la figura 1-14a. La dirección de esta FEM inducida se muestra en la figura 1-14b, con las mismas direcciones de movimiento y dirección del campo. Aplicando esta FEM inducida al conductor de la figura 1-14a, obsérvese que *se opone* o se desarrolla *en contra* de la dirección del flujo de la corriente y de la FEM que crearon la fuerza o el movimiento; por tanto, se le llama *fuerza contraelectromotriz*. Adviértase que el desarrollo de una fuerza contraelectromotriz, mostrada en línea discontinua en la figura 1-14a, es una aplicación de y se encuentra en concordancia con la Ley de Lenz, porque la dirección del voltaje inducido se opone a la



**Figura 1-14** Comparación de las acciones de motor y de generador.

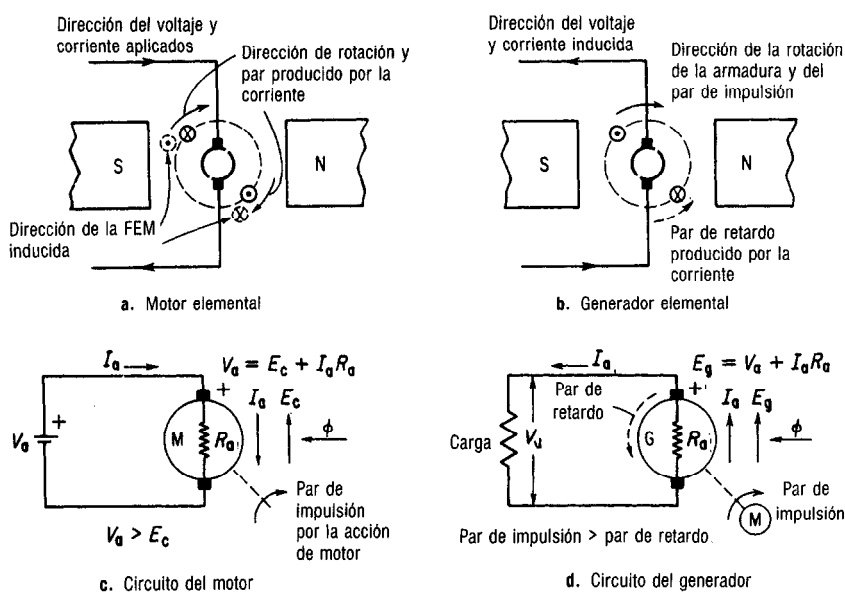
<sup>11</sup> Un artificio nemotécnico es imaginarse un conjunto motor-generador, M-G, con el motor a la izquierda y el generador a la derecha. Así, la regla de la mano izquierda se usa para la acción del motor y la regla de la mano derecha para la acción del generador. El término "conjunto M-G" se usa con frecuencia no se olvida con facilidad. Esas reglas presuponen la dirección convencional de la corriente.

FEM aplicada que lo creó. Así, *siempre que se tenga acción de motor, se desarrolla simultáneamente una acción de generador*, como se indica en la figura 1-14a.

## 1-20 COMPARACION ENTRE LA ACCION DE MOTOR Y LA ACCION DE GENERADOR

Si, siempre que se presenta la acción de motor, se desarrolla también la acción de generador, puede surgir la cuestión acerca de si también lo contrario es válido. La acción de generador se muestra en la figura 1-14b, en la que una fuerza mecánica mueve un conductor hacia arriba induciendo una FEM en la dirección indicada. Cuando fluye una corriente como resultado de esta FEM, habrá un conductor portador de corriente existente en un campo magnético; por lo tanto, se desarrolla la acción de motor. Representada como línea discontinua en la figura 1-14b, la fuerza desarrollada como resultado de la acción de motor se opone al movimiento que la produjo. Se puede entonces afirmar categóricamente que *la acción de generador y la acción de motor se presentan simultáneamente en toda máquina eléctrica rotativa*. Por tanto, la misma máquina puede hacerse trabajar ya sea como motor, como generador, o como *ambas cosas*.<sup>12</sup>

Una representación más gráfica en términos de elementos rotativos se presenta en la figura 1-15, que compara el motor y generador elementales para la misma dirección de rotación y muestra los circuitos eléctricos de cada uno. El lector debe estudiar esta figura con mucho cuidado porque es la *clave* para la comprensión de la conver-



**Figura 1-15** Acción elemental de motor en comparación con la acción de generador.

<sup>12</sup> El *dinamotor* es una máquina típica de cd que combina la acción de motor y generador en los mismos conductores de la armadura. A su vez, el convertidor síncrono es una máquina típica de ca que efectúa esa misma función. (Véase sección 2-3.)

sión de la energía electromecánica. Dados la dirección de la corriente y el voltaje aplicado que se muestran en la figura 1-15a, la acción resultante de motor produce una fuerza rotativa en el sentido de las manecillas del reloj en ambos conductores. La dirección de la fuerza contraelectromotriz inducida también se muestra oponiéndose al voltaje aplicado, tanto en la figura 1-15a como en el circuito del motor de la figura 1-15c. Obsérvese que, para que la corriente produzca una rotación *en el sentido de las manecillas del reloj* y tenga la dirección que indica la figura 1-15c, es necesario que el voltaje aplicado a las terminales de la armadura  $V_a$  sea mayor que  $E_c$ , la fuerza contraelectromotriz aplicada.

Así, *cuando una dinamo funciona como motor*, la fuerza contraelectromotriz generada siempre es *menor* que el voltaje entre terminales (que produce la acción de motor), y *se opone* a la corriente de la armadura.

Suponiendo que los conductores del generador elemental de la figura 1-15b se hacen girar en dirección de las manecillas del reloj, se induce una fuerza electromotriz en la dirección que indica la figura. Cuando el generador se conecta a una carga como se muestra en la figura 1-15d, la corriente resultante de armadura que fluye producirá el *par de retardo* que se indica mediante líneas discontinuas en ambas figuras del generador. Obsérvese que, en el circuito del generador de la figura 1-15d, para la misma dirección de rotación del conductor y del campo magnético, el flujo de la corriente se invierte. Nótese también que el par de retardo desarrollado por el flujo de corriente *se opone* al par motriz del primomotor. Así, *cuando una dinamo funciona como generador*, la corriente de armadura está en la misma dirección que la FEM generada, y la FEM generada  $E_g$  es *mayor* que el voltaje  $V_a$  de las terminales aplicado a la carga.

Esta distinción entre generador y motor, en la cual el voltaje generado en la armadura ayuda o se opone a la corriente de armadura, da lugar, respectivamente, a las ecuaciones básicas del circuito de la armadura que se muestran en la figura 1-15 y que se resumen como sigue:

$$\text{Para un motor, } V_a = E_c + I_a R_a \quad \text{volts (V)} \quad (1-8)$$

$$\text{Para un generador, } E_g = V_a + I_a R_a \quad \text{volts (V)} \quad (1-9)$$

siendo  $V_a$  el voltaje aplicado (*voltaje medible en terminales*) a la armadura  
 $E_c$  la fuerza contraelectromotriz generada que se desarrolla en la armadura del motor  
 $E_g$  la FEM generada y desarrollada en la armadura del generador  
 $I_a R_a$  la caída de voltaje en la armadura debido al paso de la corriente de armadura a través de ésta, con una resistencia dada  $R_a$ .

Se debe hacer notar que para una dinamo dada,  $E_c$  y  $E_g$  se pueden evaluar con exactitud en términos de los factores expresados en la ecuación 1-5. También, nótese que cuando la corriente de armadura  $I_a$  fluye,  $V_a$  es una cantidad que se puede medir con un voltímetro, mientras que  $E_g$  y  $E_c$  son cantidades inferidas que sólo se determinan mediante cálculos con las ecuaciones (1-5), (1-8) o (1-9), como se indica en los ejercicios 1-13 y 1-14.

El ejemplo 1-13 indica que es posible calcular la FEM generada por un motor mediante mediciones *externas*. El ejemplo 1-14 muestra que también es posible deter-

**EJEMPLO 1-13**

La armadura de un motor tiene una resistencia de  $0.25 \Omega$  y, cuando se conecta a un nodo de 125 V cd, toma una corriente de armadura igual a 60 A. Calcular la fuerza contraelectromotriz generada en los conductores de la armadura del motor.

**Solución**

$$\begin{aligned} E_c &= V_a - I_a R_a \\ &= 125 - (60 \text{ A} \times 0.25 \Omega) \\ &= 110 \text{ V} \end{aligned} \quad (1-8)$$

**EJEMPLO 1-14**

La armadura de un generador cd de 100 V suministra una corriente de 60 A a una carga. La resistencia de la armadura es  $0.25 \Omega$ . El generador tiene seis polos y 12 trayectorias con un total de 720 conductores de armadura que giran a una velocidad de 1800 rpm. Calcular

- La FEM generada en la armadura
- El flujo por polo, en líneas
- El flujo por polo, en miliwebers.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } E_g &= V_a + I_a R_a = 110 \text{ V} + (60 \text{ A} \times 0.25 \Omega) \\ &= 125 \text{ V} \quad (1-9) \\ \text{b. } \phi &= \frac{E_g(60a)}{(ZSP)10^{-8}} = \frac{125 \times 60 \times 12 \times 10^8}{720 \times 1800 \times 6} \\ &= 1.16 \times 10^6 \text{ líneas/polo} \quad (1-5a) \\ \text{c. } \phi &= (1.16 \times 10^6 \text{ líneas/polo})(10^{-8} \text{ Wb/línea}) \\ &= 0.0116 \text{ Wb} \\ &= 11.6 \text{ mWb} \end{aligned}$$

minar el flujo por polo, de la misma manera, como cantidad inferida y no por medición directa o por cálculo del circuito magnético.

Las relaciones electromecánicas fundamentales de la dínamo, que distinguen el funcionamiento de ésta como motor y como generador, y que han sido descritas en esta sección, se pueden resumir como sigue:

*Acción de motor*

- El par electromagnético produce (ayuda a la) rotación.
- El voltaje generado se opone a la corriente de la armadura (Ley de Lenz).
- $E_c = V_a - I_a R_a$  (1-8)
- $I_a = (V_a - E_c)/R_a$  (1-8)

*Acción de generador*

- El par electromagnético (desarrollado en el conductor portador de corriente) se opone a la rotación (Ley de Lenz).
- El voltaje generado produce (ayuda a generar) corriente de armadura.
- $E_g = V_a + I_a R_a$  (1-9)
- $I_a = (E_g - V_a)/R_a$  (1-9)

**1-21 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS**

**Area (A)** Superficie de la sección transversal de una cara polar o un conductor, expresada en metros cuadrados ( $\text{m}^2$ ) en unidades del SI, o en pulgadas cuadradas ( $\text{pulg}^2$ ) en el sistema inglés.

**Armadura** Aquella parte de una máquina

eléctrica en la cual se genera voltaje en virtud del movimiento relativo con respecto a un campo magnético.

**AV** Alto voltaje, en general de 100 kV a no más de 230 kV.

**Bobina de campo** Un devanado adecuadamente aislado que se monta en un polo de campo para magnetizarlo.

**BV** Bajo voltaje, en general menos de 1000 V.

**Cara polar** La superficie de la zapata polar o polo no saliente que forma uno de los límites del entrehierro.

**Conmutador** Un conjunto de miembros conductores aislados entre sí, contra el cual recargan las escobillas, para permitir el paso de la corriente de una parte del circuito de la armadura a un circuito externo, o viceversa, siempre que exista rotación.

**Densidad de flujo ( $B$ )** Medida del flujo magnético total que pasa por un área unitaria que es perpendicular (normal) a la dirección de la fuerza magnética, expresada en las unidades SI de la tesla (T) o webers por metro cuadrado ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ ). (Nota:  $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$ .)

**Dínamo** Una máquina electromagnética que convierte la energía mecánica en energía eléctrica, y viceversa.

**Dínamo homopolar** Máquina en la cual el flujo magnético pasa en la misma dirección de un miembro (conductor) al otro sobre la totalidad de una sola área de entrehierro. También se conoce como máquina acíclica.

**Distribución** El proceso mediante el cual se suministra la energía en forma local a varias estaciones de una zona a partir de una o más estaciones principales de transmisión.

**EAV** Voltaje extra alto; extra alto voltaje. También EHV, iniciales de *Extra High Voltage*. En general entre 240 kV y 800 kV.

**Eslabonamientos de flujo** Producto del flujo ( $\phi$ ) y de las vueltas o espiras ( $N$ ). Sólo un cambio de  $N\phi$  produce una FEM. Los cambios de eslabonamiento de flujo se producen por el movimiento físico de un conductor en relación con el campo, o ambos; o bien, en el caso de un transformador, por un cambio en la magnitud y dirección del flujo magnético.

**FEM inducida** Voltaje producido en un conductor o circuito por un cambio en el flujo magnético que enlaza ese circuito.

**Fuerza ( $F$ )** Cualquier causa física capaz de modificar el movimiento de un cuerpo. En unidades SI, la fuerza se mide en newtons (N). En el sistema inglés, la fuerza se mide en libras (lb).

**Fuerza contraelectromotriz ( $E_c$ )** La FEM efectiva dentro de un sistema dado que se opone al paso de la corriente en una dirección específica.

**Fuerza electromotriz (FEM)** Diferencia de potencial producida como resultado de la inducción electromagnética.

**Generador** Máquina que convierte energía mecánica en energía eléctrica.

**Inducción electromagnética** Producción de una FEM en un circuito mediante un cambio en el flujo magnético que enlaza ese circuito.

**Ley de Faraday de la inducción electromagnética** Cualquier cambio en el flujo que enlaza a un conductor produce una FEM en ese conductor en proporción directa a la rapidez de cambio de los eslabonamientos de flujo.

**Ley de Lenz** La polaridad y dirección de una FEM inducida tienen siempre una dirección tal que se oponen a la fuerza (o cambio) que las producen.

**Ley de Neumann** Cuantificación de la ley de Faraday de la inducción electromagnética para calcular el voltaje promedio inducido en un conductor.

**Ley de Oersted** La densidad de flujo alrededor de un alambre portador de corriente es directamente proporcional a la corriente e inversamente proporcional a la distancia a partir del centro axial del alambre.

**Longitud activa ( $l$ )** Aquella longitud de un conductor móvil, que está sujeta a un cambio de eslabonamiento de flujo siempre que el conductor se mueve en un campo

magnético, expresada en metros en unidades del SI o en pulgadas en el sistema inglés.

**Motor** Máquina que convierte la energía eléctrica en energía mecánica.

**MV** Voltaje medio, usualmente desde 1 kV a menos de 100 kV.

**Ortogonal** Líneas o planos que son mutuamente perpendiculares.

**Par (torque)** Fuerza que tiende a producir rotación.

**Polo de campo** Estructura de material magnetizado sobre la que se monta una bobina de campo.

**Regla de Fleming de la mano derecha** Regla conveniente para demostrar, con los dedos de la mano, la naturaleza ortogonal y la relación entre el movimiento (pulgar), la dirección del campo (dedo índice) y la dirección de la FEM (dedo medio).

**Transformador** Dispositivo que cuando se usa eleva o baja el voltaje de corriente alterna de la fuente original.

**Transmisión** Transferencia de energía eléctrica de un lugar a otro.

**Utilización** Proceso mediante el cual la energía eléctrica se lleva al punto donde se consume, es decir, donde se convierte en otras formas de energía como calor, luz, mecánica, química y también eléctrica.

**Volt** Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un conductor que lleva una corriente constante de un ampere, cuando la potencia disipada entre esos puntos es un watt; unidad de diferencia de potencial y de FEM.

**Vuelta, espira** Elemento básico de una bobina que forma un solo ciclo de conducción. Los devanados modernos de armadura tienen lados de bobina con dos conductores por espira, y consisten de muchas espiras.

**Watt** La unidad de potencia en el sistema SI, que se necesita para efectuar trabajo a razón de un joule por segundo (1 J/s).

## 1-22 PREGUNTAS

- 1-1 a. Mencionar las cuatro divisiones principales de un sistema típico de potencia de ca.  
b. Definir cada una de las divisiones que se mencionaron en la parte (a).
- 1-2 a. Dar el significado de cada una de las siguientes siglas: EAV, AV, MV y BV.  
b. Mencionar las limitaciones de voltaje de cada uno de ellos.
- 1-3 a. Hacer una lista de tres tipos de transformadores, clasificándolos por su capacidad en voltamperes.  
b. Definir el rango de voltamperes para cada uno de ellos.
- 1-4 Describir cuatro efectos de conversión de energía electromecánica.
- 1-5 Enunciar la ley de Faraday de la inducción electromagnética  
a. En palabras propias del lector.  
b. En términos de una ecuación, definiendo todos los factores en ella.
- 1-6 Trazar un diagrama de una bobina de una espira girando en un campo magnético uniforme. Indicar  
a. La dirección de la FEM inducida en cada lado de la bobina.  
b. La dirección de flujo de la corriente si se conecta una carga a las terminales.  
c. La polaridad de las terminales con respecto a la carga.
- 1-7 Para el diagrama que se dibujó en la pregunta 1-6, explicar, comenzando en la terminal positiva,  
a. La dirección de flujo de la corriente dentro de la bobina.  
b. La dirección de flujo de la corriente en la carga.  
c. Comparar lo anterior con el flujo de corriente dentro y fuera de una batería que suministra carga y explicarlo.

1-8 Explicar

- a. Por qué se debe inducir una ca en un conductor que gira en un campo magnético bipolar.
- b. Por qué la onda que se produce es senoidal.

1-9 Si se conecta una carga externa a las escobillas de un generador con anillo de gramme,

- a. Hacer una lista de cuatro factores que determinan la corriente que pasa por la carga.
- b. ¿Cuál es la relación entre la corriente, la trayectoria y la corriente de carga?

1-10 a. Con las tablas 1-1 y 1-2, explicar por qué la capacidad de potencia de cada bobina determina la capacidad de potencia de la máquina, independientemente del método de conexión.

- b. Explicar por qué el tamaño físico es una indicación aproximada de la capacidad de potencia de la máquina eléctrica.

1-11 a. Escribir la ecuación 1-5a en forma algebraica para determinar el número de trayectorias,  $a$ .

- b. Repetir (a) arriba, para el número de polos,  $P$ .
- c. Si para cualquier máquina dada ya construida el número de conductores,  $Z$ , el número de polos,  $P$  y el número de trayectorias,  $a$ , están fijos, formular la ecuación 1-5 en términos de las variables implicadas.

1-12 Formular la ecuación que exprese la relación entre la fuerza electromagnética sobre un conductor portador de corriente en un campo magnético empleando

- a. Unidades SI.
- b. Unidades inglesas.
- c. Unidades cgs.

1-13 Empleando como ejemplo la figura 1-15, explicar la universalidad de los enunciados de que la acción de motor siempre viene acompañada por la acción de generador y, viceversa, que la acción de generador siempre viene acompañada por la acción de motor.

1-14 a. Emplear la ecuación 1-8 y explicar por qué es imposible que la fuerza contraelectromotriz iguale al voltaje aplicado a un motor.

- b. Con la ecuación 1-9, explicar bajo qué condiciones son iguales el voltaje generado,  $E_g$  y el voltaje a través de la armadura,  $V_a$ , para un generador.

## 1-23 PROBLEMAS

1-1 Una bobina de una espira de alambre está enlazada por un flujo magnético de  $4 \times 10^6$  líneas. Si el flujo disminuye a cero en 100 ms, calcular la FEM promedio que se induce en la espira.

1-2 Si una bobina de varias espiras de alambre es llevada al eslabonamiento de flujo con un campo magnético de 50 mWb en un tiempo de 200 ms, calcular

- a. El voltaje inducido en cada espira.
- b. El voltaje de la bobina, si ésta tiene 500 espiras.

1-3 El conductor que se muestra en la figura 1-2 tiene una longitud activa de 6 pulgadas. Si la densidad de flujo es 150000 líneas/pulg<sup>2</sup> y si el conductor tiene una velocidad uniforme de 50 pulgadas por segundo, calcular el voltaje, promedio e instantáneo, inducido en el conductor cuando éste se mueve a través del campo en

- a. Un ángulo de 90°
- b. Un ángulo de 60°

con respecto al campo de referencia.

1-4 El conductor que aparece en la figura 1-2 tiene una longitud activa igual a 0.15 m. La densidad de flujo es 1.6 tesla (o sea, 1.6 Wb/m<sup>2</sup>), y la velocidad del conductor es 2 m/s. Si

- la velocidad es uniforme, calcular el voltaje promedio e instantáneo inducido en el conductor
- Cuando  $\phi$  es  $90^\circ$ .
  - Cuando  $\phi$  es  $75^\circ$ .
- 1-5 Un conductor único de 1 m de longitud se mueve perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 25000 gauss (maxwells/cm<sup>2</sup>) a una velocidad uniforme de 25 m/s. Calcular, empleando unidades inglesas,
- La FEM instantánea inducida en el conductor.
  - El voltaje promedio inducido en el conductor.
- 1-6 Repetir las partes del problema 1-5 empleando unidades SI.
- 1-7 Una bobina mide 12 pulgadas por 18 pulgadas, y su eje es *paralelo* a un campo magnético uniforme de 5000 líneas/pulg.<sup>2</sup> La bobina tiene 20 vueltas y su eje pasa por el centro de su dimensión más corta. La bobina gira sobre su eje de modo que se pone *perpendicular* al campo magnético uniforme (una rotación de  $90^\circ$ ) en 0.1 s. Calcular
- La FEM inducida promedio en un cuarto de vuelta (de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ ).
  - La FEM instantánea inducida en la posición  $0^\circ$  (original), al instante de ponerse en movimiento la bobina.
  - La FEM instantánea inducida en la posición de  $90^\circ$ , el eje perpendicular al campo magnético.
  - La FEM promedio inducida si la bobina gira continuamente a una velocidad de 20 rps. [Sugerencia: Emplear la ecuación (1-4a).]
- 1-8 El voltaje inducido en un conductor que se mueve en un campo magnético uniforme es 25 V cuando la velocidad es 60 cm/s. Calcular la FEM inducida cuando
- El flujo del campo aumenta en 15 por ciento.
  - La velocidad disminuye en 30 por ciento.
  - La velocidad aumenta 20 por ciento y el flujo se reduce 10 por ciento.
- 1-9 El flujo por polo en un generador de dos polos es  $10 \times 10^6$  líneas. Está impulsado a una velocidad de 1500 rpm. Para inducir un voltaje de 20 V/bobina, calcular
- El tiempo en que se completa una revolución y un cuarto de revolución, que es el tiempo para pasar desde cero al flujo máximo por polo.
  - El número de vueltas en serie por bobina, empleando la ecuación (1-1a).
  - Comprobar la parte (b) por medio de la ecuación (1-4a).  
(Nota:  $N$  debe ser siempre un entero.)
- 1-10 Una armadura que tiene 5 espiras por bobina gira a una velocidad angular igual a 200 rad/s en un campo uniforme de 30 mWb de flujo. Calcular el voltaje promedio que se genera en la bobina.
- 1-11 Una armadura que tiene 20 bobinas en serie entre las escobillas gira a una velocidad angular igual a 188.5 rad/s en un campo uniforme de 33.3 mWb y desarrolla un voltaje de 240 V entre escobillas. Calcular
- El voltaje promedio generado por bobina.
  - El número de vueltas en serie por bobina. [Sugerencia: Usar la ecuación (1-4b).]
- 1-12 El flujo por polo en un generador de cuatro polos es  $10 \times 10^6$  líneas. Es impulsado a una velocidad de 1500 rpm. Para inducir un voltaje de 20 V/bobina, calcular
- El tiempo en que se completa un octavo de revolución (tiempo empleado en ir de cero al flujo máximo por polo).
  - El número de espiras en serie usando las ecuaciones (1-1) y (1-5a), respectivamente.
  - Explicar la diferencia en las espiras en serie necesarias para los problemas 1-9b y 1-12b, respectivamente.
  - El número de *conductores* que se necesitan entre escobillas para generar 120 V.



- 1-13 Dado un generador que tiene 1 espira/bobina, cuatro polos, cuatro trayectorias, un flujo por polo igual a  $10 \times 10^6$  líneas y una velocidad de 1500 rpm, calcular
- El número de conductores conectados en serie en la armadura completa, necesarios para producir un voltaje de 120 V entre escobillas.
  - El número de conductores conectados en serie por trayectoria; compararlo con lo obtenido en el problema 1-12d.
  - Hacer la diferencia entre las ecuaciones (1-4a) y (1-5a) sobre la base de la comparación en el punto anterior.
- 1-14 Un generador de seis polos tiene un total de 288 conductores de armadura conectados en seis trayectorias paralelas. El flujo por polo es  $1.6 \times 10^6$  líneas, y la velocidad es 1800 rev/min. Calcular el voltaje promedio que se genera entre escobillas.
- 1-15 Convertir todas las cantidades que se dieron en unidades inglesas, a unidades SI y repetir el problema 1-14 usando la ecuación (1-5b). (Sugerencia: Ver apéndice A-1.3, donde aparecen los factores de conversión.)
- 1-16 El conductor en la figura 1-13 lleva una corriente de 10 A *en dirección hacia* el papel. La cara polar es cuadrada, con 8 pulgadas por lado, y el flujo es  $5 \times 10^5$  líneas. Calcular
- La magnitud de la fuerza en onzas.
  - La dirección de la fuerza sobre el conductor.
- 1-17 Suponer que el conductor de la figura 1-13a lleva una corriente de 20 A *hacia afuera* del papel. La cara polar es cuadrada y mide 0.02 m por lado, y el flujo es 5 mWb. Calcular
- La magnitud de la fuerza en newtons y en libras.
  - La dirección de la fuerza sobre el conductor.
- 1-18 Una dinamo trabaja a una velocidad de 1200 rpm. Su armadura tiene una resistencia total igual a  $0.04 \Omega$ , una longitud de 16 pulgadas, un total de 630 conductores, y 6 trayectorias. El diámetro de la armadura es 18 pulgadas y el entrehierro es 0.100 pulgadas. Los seis polos cubren el 80 por ciento de la circunferencia de la armadura. La corriente nominal de la dinamo (por trayectoria) por conductor es 25 A. Cuando se hace trabajar a la dinamo a su velocidad y flujo nominales, el voltaje generado por trayectoria es 120 V. Calcular
- El flujo por polo y la densidad de flujo.
  - El voltaje terminal a través de la armadura cuando la dinamo trabaja como generador.
  - La fuerza por conductor que se desarrolla por la acción de motor.
  - El voltaje aplicado a través de la armadura, que se requiere para desarrollar un voltaje generado igual a 120 V cuando la dinamo se hace trabajar como motor.

# Construcción y devanado de la dínamo

### 2-1 POSIBILIDADES DE LA DINAMO

El capítulo 1 estableció, en parte, algunas de las siguientes generalizaciones:

1. La *dínamo* es una máquina eléctrica rotatoria.
2. La *dínamo* puede convertir energía *eléctrica* en energía *mecánica*; en ese caso funciona en modo de *motor*.
3. También, la *dínamo* puede convertir energía *mecánica* en energía *eléctrica*; en ese caso funciona en modo de *generador*.
4. En el caso del *generador*, el movimiento rotatorio lo suministra una *máquina de impulsión*, o *primotor*, que es una fuente de energía *mecánica*, produciendo un *movimiento relativo* entre los conductores de la armadura y el campo magnético de la dínamo, con objeto de generar energía *eléctrica*.
5. Para el caso del *motor*, se suministra energía eléctrica a los conductores y al devanado del campo magnético de la dínamo con objeto de producir una fuerza electromagnética entre ellos y, así, producir energía *mecánica*.

Las generalizaciones anteriores dan lugar a varias posibilidades y selecciones interesantes para determinar cuál debe ser el *rotor* (la parte de la dínamo que gira) y cuál debe ser el *estator* (la parte de la dínamo que permanece estacionaria).

Los motivos específicos y lógicos de ingeniería son los que dictan dichas selecciones y posibilidades. Las diversas posibilidades que se describen aquí son las siguientes:

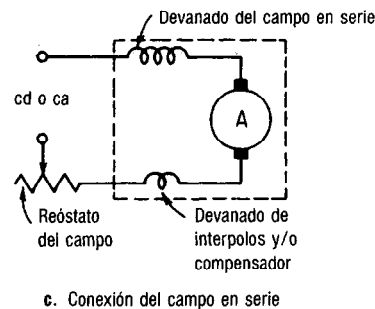
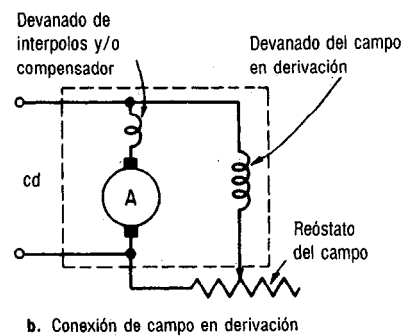
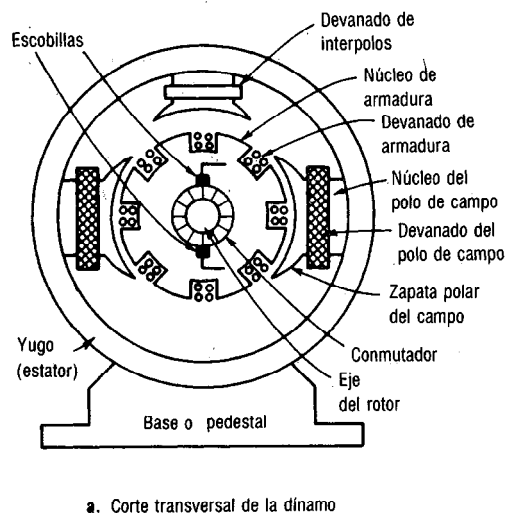
1. La dínamo de *corriente directa* (cd), que tiene armadura rotatoria y campo estacionario.
2. La dínamo *síncrona* (ca) que tiene armadura rotatoria y campo estacionario.
3. La dínamo *síncrona* (ca) con campo rotatorio y armadura estacionaria.

4. La *dínamo asíncrona* (ca) que tiene devanados de armadura tanto estacionarios como rotatorios.

## 2-2 CONSTRUCCION DE LA DINAMO DE CORRIENTE DIRECTA (CD)

La figura 2-1a muestra un corte transversal de una *dínamo de cd* comercial típica, en forma simplificada para subrayar las partes principales. El rotor de la *dínamo* consiste de

1. El *eje de la armadura*, el cual imparte la rotación al núcleo de ésta, a sus devanados y a su conmutador. Unido mecánicamente al eje está
2. El *núcleo de la armadura*, fabricado con capas laminadas de acero de *dínamo*, que proporciona un trayecto magnético de baja reluctancia entre los polos. Las laminaciones tienen por objeto reducir las corrientes parásitas en el núcleo, y el acero de *dínamo* que se emplea es de una calidad tal que mantiene bajas las pérdidas por histéresis. El núcleo contiene ranuras axiales en su periferia para la inserción de
3. El *devanado de la armadura*, que consiste de bobinas aisladas, tanto entre sí como del núcleo de la armadura. Estas bobinas están embebidas o incrustadas en las ranuras y están conectadas eléctricamente con
4. El *conmutador*, el cual, debido a la rotación del eje, da los cambios de conexión necesarios para el proceso de conmutación. El conmutador consiste de segmentos o



**Figura 2-1** Construcción y circuitos eléctricos de la *dínamo de cd* (en derivación y en serie).

*delgas* de cobre, aislados entre sí y del eje, y conectados eléctricamente a las bobinas devanadas en la armadura.

La armadura del rotor en la dinamo de cd lleva a cabo cuatro funciones principales: (1) permite la rotación para tener acción de generador o acción de motor; (2) en virtud de la rotación, produce la acción de conexión y desconexión necesaria para la conmutación; (3) contiene a los conductores que inducen un voltaje o un par electro-magnético; y (4) proporciona una trayectoria de baja reluctancia al flujo magnético.

El estator de la dinamo consiste de

1. Un *yugo* o armazón cilíndrica de acero vaciado o rolado. El yugo no sólo sirve como soporte para las partes que se describen a continuación, sino también proporciona una trayectoria de retorno al flujo para completar el circuito magnético creado por
2. Los *devanados de campo*, que consisten de algunas *vuelatas* o *espiras* de conductor en el caso de un campo en serie, o de muchas vueltas de alambre delgado en el caso de un campo en paralelo o derivación. En esencia, las bobinas de campo son electroimanes cuyos amperes-vuelta dan la fuerza magnetomotriz adecuada para producir, en el entrehierro, el flujo necesario para generar una fuerza electromotriz FEM. Los devanados de campo están soportados en
3. Los *polos de campo*, fabricados con acero laminado y atornillados o soldados con el yugo después de que el conjunto de devanados de campo haya sido insertado en ellos. La zapata del polo es curva y es más ancha que el núcleo del polo con el objeto de distribuir el flujo más uniformemente.
4. El *interpolo* y su devanado también se encuentran montados en el yugo de la dinamo. Estos se localizan en la región interpolar entre los polos principales, y en general son de menor tamaño. El devanado interpolar está formado por unas cuantas vueltas de conductor grueso, ya que está conectado en serie con el circuito de la armadura, de modo que su fuerza magnetomotriz (FMM) sea proporcional a la corriente de armadura.
5. Los *devanados de compensación*, que no se muestran, son opcionales. Están *conectados* del mismo modo que los devanados interpolares, pero se encuentran *ubicados* en ranuras axiales de la zapata polar del campo (Fig. 5-7).
6. Las *escobillas* y el *portaescobillas*, al igual que los interpolos y los devanados de compensación, son parte del circuito de la armadura. Las escobillas están hechas de carbón y grafito, soportadas en la estructura del estator por un portaescobillas, que las mantiene en su lugar mediante resortes con objeto de mantener un contacto firme con los segmentos del conmutador. Las escobillas siempre están conectadas en forma instantánea a un segmento, que a su vez está conectado con una bobina en la zona interpolar.
7. Los *detalles mecánicos*. Las *tapas*, o *campanas extremas*, están conectadas mecánicamente con el yugo y contienen los cojinetes con los que se soporta el eje de la armadura, así como, en algunas máquinas, los portaescobillas. Estos detalles no se muestran en las figuras 2-1 o 2-2.

En las figuras 2-1b y c se muestran las conexiones eléctricas de la dinamo de cd. La primera de ellas muestra la conexión de *campo en derivación*, en la cual el devanado de campo *se toma* del circuito de armadura. La segunda muestra la conexión del

campo en serie, en la cual el devanado grueso de unas cuantas vueltas está ubicado en los polos principales del campo y está conectado en serie con el circuito de la armadura. Adviértase que los devanados de compensación e interpolares, si se emplean, siempre son parte del circuito de armadura, al igual que las escobillas. Obsérvese también que la conexión del campo en paralelo o derivación de la figura 2-1b emplea su reóstato de campo en el circuito de campo.

Es de la mayor importancia observar que la "dínamo de cd" de la figura 2-1c se puede usar universalmente y trabajará como dínamo tanto de ca como de cd, o de ambas, como en el caso del motor universal (sección 10-12). En realidad, el término "dínamo de cd" está mal empleado.

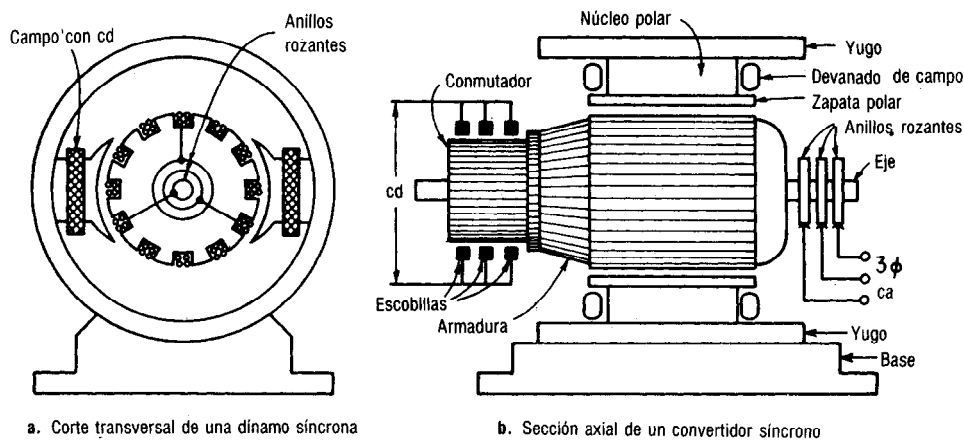
La mayor parte de los generadores y motores de cd hacen uso de la construcción que aparece en la figura 2-1a y de las conexiones eléctricas de las figuras 2-1b y c. Después demostraremos que algunas dinamos combinan las dos conexiones de los campos que se indican en esas figuras, obteniéndose las *dinamos de devanado compuesto*.

## 2-3 CONSTRUCCION DE LA DINAMO SINCRONA (CAMPO ESTACIONARIO)

En la *dínamo síncrona (campo estacionario)* se emplea exactamente la misma construcción del estator que en el caso de la dínamo de cd, y el devanado de campo se excita mediante una fuente de cd. El devanado de la armadura del rotor se conecta con anillos rozantes, al igual que a un conmutador, como se muestra en el corte constructivo de la figura 2-2b. Esta dínamo puede trabajar tanto como un generador síncrono de armadura giratoria o como motor, dependiendo de si la entrada a las escobillas es de cd o de ca, ya sea monofásica o polifásica, a los anillos rozantes del rotor. Este tipo de dínamo encuentra su principal aplicación en el convertidor síncrono o rotatorio, que aparece en la figura 2-2b, el cual se usaba anteriormente para convertir corriente directa en corriente alterna, o viceversa. Si se aplica corriente directa a las escobillas, la dínamo trabaja simultáneamente como motor de cd y alternador de ca. Si se aplica corriente alterna a los anillos rozantes, la dínamo trabaja simultáneamente como motor de ca y generador de cd. Se ha visto ya (sección 1-20) que la acción de motor y la de generador *siempre se presentan en forma simultánea*, y los convertidores rotatorios son quizá el mejor ejemplo del empleo simultáneo de ambas secciones. Los convertidores mecánicos rotatorios han sido sustituidos por grandes convertidores e inversores electrónicos de estado sólido.

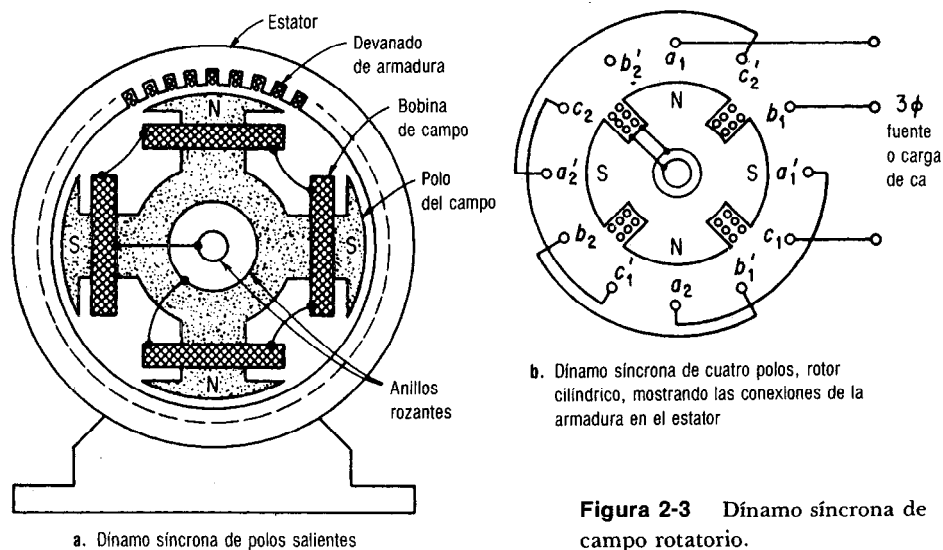
## 2-4 CONSTRUCCION DE LA DINAMO SINCRONA (CAMPO ROTATORIO)

La construcción de la dínamo síncrona que se describió en la sección 2-3, en la cual el campo es estacionario y la armadura es la que gira, tiene varias limitaciones, por motivos que se describen en la sección 6-3, en comparación con la *dínamo síncrona de campo rotatorio* que aparece en la figura 2-3. En esta dínamo, una fuente de cd suministra corriente al devanado de campo mediante dos anillos rozantes, y la armadura se conecta en forma directa a una carga o a una fuente polifásica de ca.



**Figura 2-2** Dinamo síncrona del tipo de polos salientes y armadura giratoria.

Si la armadura del estator se conecta con una fuente de ca monofásica o polifásica, la dinamo funciona como *motor síncrono*, y el rotor gira a una velocidad síncrona, en sincronía con el campo rotatorio que se genera debido al devanado del estator, el cual está determinado por el número de polos y la frecuencia de la corriente suministrada. Si al rotor, que puede ser de *polos salientes*, o bien *cilíndrico\**, como se muestra en las figuras 2-3a y 2-3b respectivamente, lo hace girar un primomotor a velocidad síncrona, la dinamo funcionará como *alternador*, ya sea monofásico o polifásico, dependiendo de las conexiones de la armadura. Las conexiones de la armadura en el estator que se muestran en la figura 2-3b, son las necesarias para obtener salida trifásica con un rotor de cuatro polos.



**Figura 2-3** Dinamo síncrona de campo rotatorio.

N. de R.T. También se les conoce como de polos no salientes o polos lisos.

## 2-5 CONSTRUCCION DE LA DINAMO ASINCRONA DE INDUCCION

La *dínamo asíncrona de inducción* que se muestra en la **figura 2-4a** tiene una construcción de *estator idéntica* a la descrita para la *dínamo síncrona* en la sección 2-4. Por tanto, el devanado de la armadura en el estator puede conectarse a una fuente de ca monofásica o polifásica.

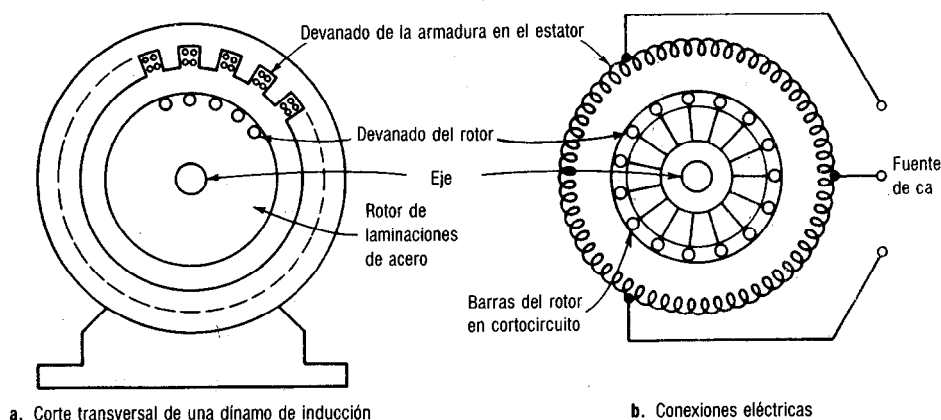
Si se conecta la armadura en el estator a la fuente monofásica o polifásica, la *dínamo* funciona normalmente como *motor de inducción*. Los motores monofásicos de inducción necesitan de dispositivos auxiliares de arranque, pero los motores polifásicos son inherentemente de arranque automático. Se debe hacer notar que, ya sea operada como generador o como motor, la *dínamo asíncrona de inducción* necesita que la armadura de estator se conecte con una fuente de ca. Al igual que la *dínamo síncrona* de ca o de cd, tiene *excitación doble* (sección 9-1), pero la corriente alterna fluye *tanto* en los devanados del estator como del rotor.

El devanado del rotor, que conduce la corriente alterna que se produce por inducción desde el devanado del estator conectado directamente, consiste de conductores de cobre o aluminio embebidos o vaciados en un rotor de laminaciones de acero. Se instalan anillos terminales de cortocircuito en ambos extremos de la "jaula de ardilla" o bien en uno de los extremos en el caso del rotor devanado. La *dínamo de inducción* se convierte entonces en un *generador de inducción* asíncrono (sección 9-22), cuando un primomotor lo hace girar a una velocidad mayor que la síncrona.

La *dínamo asíncrona* se llama así debido al hecho de que trabaja como generador o como motor a una velocidad diferente de la velocidad síncrona de su campo magnético.

## 2-6 CAMPOS Y CIRCUITOS MAGNETICOS DE LA DINAMO DE CD

Como se ha demostrado en las secciones anteriores, todas las *dínamos*, independientemente de su tipo o función, necesitan de lo siguiente: (1) un devanado cuya función es



**Figura 2-4** Dínamo asíncrona de inducción.

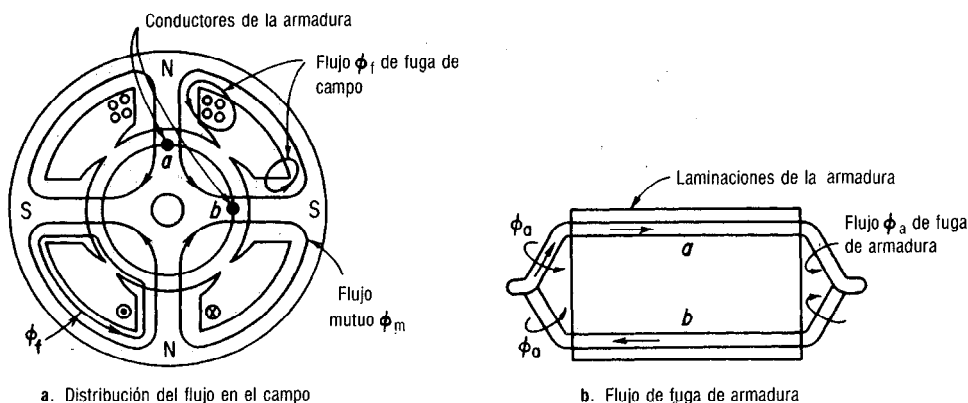
producir un campo magnético, (2) un devanado que consiste de conductores portadores de corriente, y (3) un medio de proporcionar movimiento relativo entre las entidades (1) y (2). La **figura 2-5a** muestra la distribución de flujo que produce un estator de cuatro polos en la armadura giratoria de un dínamo de cd. Independientemente de si la dínamo funciona como motor o como generador, el único flujo útil para la acción, ya sea de generador o de motor, es el que enlaza *tanto* a los conductores de campo como a los de la armadura en forma simultánea. Este se denomina flujo mutuo  $\phi_m$ , y se muestra en la figura 2-5a como producto del devanado de campo alrededor de los polos de campo. Se forman espiras completas de circuito magnético, pasando de un polo norte a través del entrehierro para enlazar los conductores de la armadura, regresando por el entrehierro a un polo sur, y a través del yugo regresan al polo norte original.

Como en el circuito de flujo mutuo hay una reluctancia de dos veces el entrehierro, y el entrehierro varía en las dínamos comerciales de 1/16" a 1/4", existe la posibilidad de formar un circuito magnético más corto, o flujo no mutuo de fuga, que *no* enlaza en forma simultánea a campo y armadura. Se puede establecer una trayectoria de flujo de fuga directamente desde el polo de campo norte al polo de campo sur, o de un polo dado al yugo, como se muestra en el flujo de fuga identificado por  $\phi_f$  en la figura 2-5a.

Los conductores rotativos que llevan corriente, debido a la naturaleza del devanado de armadura, tienden también a producir un flujo de fuga de armadura, que en la figura 2-5b se identifica como  $\phi_a$ , en especial en la parte de la bobina que no está embebida en el hierro de la armadura. Así, los devanados tanto del campo como de la armadura tienden a producir flujos de fuga que son independientes del flujo mutuo, o del entrehierro.

## 2-7 REACTANCIA DE ARMADURA

De los dos flujos de fuga, el del campo, es el menos importante. La pérdida del flujo de campo originada por la fuga del flujo se puede compensar *aumentando* la intensidad



**Figura 2-5** Flujos mutuo y de fuga en la dínamo de cd.



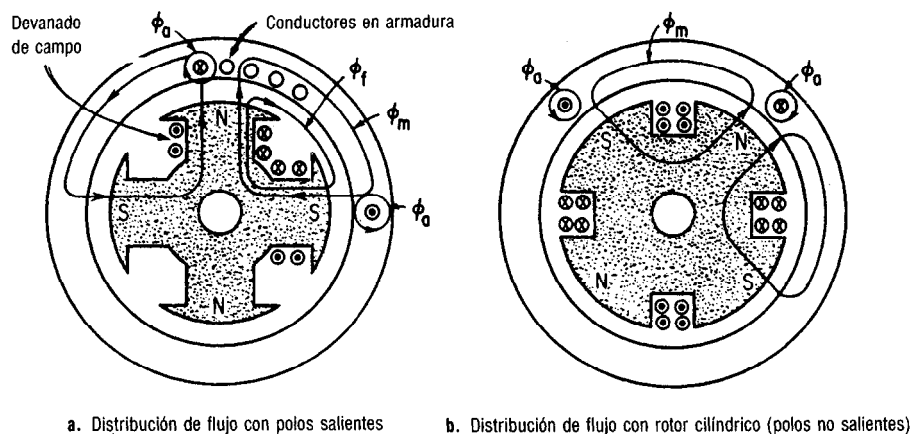
del campo, como se describió en la sección 2-9. Además de reducir ligeramente el flujo mutuo, la fuga de flujo del campo sólo afecta al funcionamiento de la máquina durante periodos transitorios, como en el arranque o en el cambio de las condiciones de carga.

El flujo de fuga de la armadura es de mayor importancia, porque es el responsable del efecto llamado *reactancia de fuga de la armadura* o, brevemente, *reactancia de armadura*. Esta reactancia de armadura varía, en una máquina dada, tan sólo con la corriente de armadura, porque la produce dicha corriente y sólo enlaza a los conductores en la armadura. La reactancia de la armadura es un efecto que se debe a la *autoinductancia* de los conductores de armadura, y, por definición, es observable sólo cuando la corriente que pasa por el conductor está *variando*. En la máquina de cd, la corriente en el conductor de armadura, omitiendo los estados transitorios, varía sólo durante el periodo de conmutación, cuando se invierte la dirección de la corriente en los conductores. La FEM de autoinducción creada por la conmutación de los conductores da lugar a la necesidad de *polos de conmutación*, o interpolos, en la máquina de cd. La reactancia de fuga en las máquinas de ca se describe en la siguiente sección.

## 2-8 CAMPOS Y CIRCUITOS MAGNETICOS DE LA DINAMO DE CA

En la figura 2-6a y b se muestra la distribución del flujo mutuo en una máquina síncrona de ca de cuatro polos. Como es el caso de la máquina de cd, el flujo mutuo, o útil, en el entrehierro  $\phi_m$  es el que enlaza en forma simultánea tanto a los conductores del campo como a los de la armadura. De igual forma, se produce algo de flujo de fuga del campo  $\phi_f$  que sólo enlaza a los conductores del campo; pero el efecto de este flujo de fuga es idéntico al de la máquina de cd y se puede compensar aumentando la corriente de campo.

En el caso del flujo de fuga de armadura  $\phi_a$ , producido por conductores de corriente de armadura, en los cuales la corriente está alternándose en forma continua, se produce una *reactancia inductiva de armadura*  $X_a$ . Esta reactancia de armadura está en cuadratura con la resistencia de la armadura y es un factor de la *impedancia de armadura* total; además, como se demostrará después, juega un papel importante



**Figura 2-6** Flujos mutuo y de fuga en la máquina de ca.

en la determinación de la regulación de voltaje de un alternador, o en el ajuste del factor de potencia de un motor síncrono.

El lector no debe confundir la *reactancia de armadura* con la *reacción de armadura* cuando se emplee alguno de los dos términos. Se acaban de describir los efectos de la primera en las dinamos de cd y ca. La reacción de armadura (cap. 5) es el efecto de la fuerza magnetomotriz (FMM) producida por los amperes-vuelta de la armadura ( $I_a N_a$ ), que varía y distorsiona el flujo mutuo del campo  $\phi_m$ . En las dinamos de ca y cd, la reacción de armadura y sus efectos están *presentes continuamente*, mientras que la reactancia de armadura afecta los conductores de la dinamo de cd *solamente* cuando la corriente *varía*, como durante la conmutación, en que ocasiona el chisporroteo entre el conmutador y las escobillas.

## 2-9 CALCULOS DE FLUJO MAGNETICO

El tema de los circuitos magnéticos y su cálculo se describe normalmente en los textos de circuitos de cd y ca, incluyendo el procedimiento detallado para determinar la corriente y el número de vueltas necesarios para establecer determinada densidad de flujo en el entrehierro. En consecuencia, no se muestran aquí dichos cálculos.<sup>1</sup> En lugar de ello, se describirá el proceso. En resumen, éste consiste en dividir un circuito magnético como se muestra en la figura 2-6a, en las partes que lo componen: núcleo polar, zapata polar, entrehierros, yugo, dientes de armadura y núcleo de armadura.

Se construye entonces una tabla en la que se listan las dimensiones (longitud y área de la sección transversal promedios de cada elemento magnético), cada uno de los materiales, flujo total, densidad de flujo, fuerza magnetomotriz (FMM) por cada parte del circuito magnético, y los amperes-vuelta totales necesarios por polo. Cada una de las partes componentes mencionadas se trata como un elemento en serie cuya fuerza magnetomotriz se puede sumar en base a una relación que se conoce como "ley circuital de Ampere del campo magnético". Enunciada en forma breve, la ley es: *la intensidad de campo magnético de una trayectoria cerrada es la suma de los amperes-vuelta con los cuales se enlaza esta trayectoria*. Enunciada en forma de ecuación<sup>2</sup> se escribe

$$\phi = \frac{0.4\pi IN}{\mathcal{R}} = 0.4\pi \left( \frac{IN_1}{\mathcal{R}_1} + \frac{IN_2}{\mathcal{R}_2} + \frac{IN_3}{\mathcal{R}_3} + \dots + \frac{IN_n}{\mathcal{R}_n} \right) \quad (2-1)$$

en la cual  $\phi$  es la intensidad de campo magnético deseada para producir un par o generar una FEM en una dinamo, en líneas o maxwells

$\mathcal{R}$  es la reluctancia total de la trayectoria cerrada

$\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$ , etc. son las reluctancias individuales de las partes componentes citadas arriba

$IN$  son los amperes-vuelta totales de *fuerza magnetomotriz* que debe producir el devanado de campo

<sup>1</sup> Para una descripción completa de magnetismo, circuitos magnéticos y cálculos de circuitos magnéticos, véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), cap. 11.

<sup>2</sup> Véase una descripción más completa de la ley circuital de Ampere, en Kosow, *op. cit.*, págs. 288-289.

$IN_1$ ,  $IN_2$ , etc. son las fuerzas magnetomotrices individuales necesarias para superar las reluctancias  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_2$ , etc, a fin de producir  $\phi$  líneas de flujo total

Como se hizo notar en la sección 2-6, se produce determinada cantidad de flujo de fuga que tiende a reducir el flujo mutuo útil, o de entrehierro. Cuando se emplea la ecuación (2-1), se acostumbra aumentar el valor del  $\phi$  deseado mediante un *coeficiente de fuga*, o de *dispersión*. En las máquinas muy pequeñas, y en las más antiguas, este coeficiente puede ser hasta de 1.25; en las máquinas modernas que tienen piezas polares más cortas y diseños mejorados de zapatas polares, el coeficiente puede ser tan bajo como 1.05, en especial en las máquinas de gran capacidad.

Los resultados netos de estos cálculos de circuitos magnéticos son los datos del número de vueltas, tamaño del conductor y corriente promedio para las bobinas de campo. Estas bobinas, para las máquinas conocidas, bien sean éstas estacionarias como las máquinas de cd, o rotatorias como las de ca, tienen el mismo número de vueltas por polo, y están siempre conectadas en serie para asegurar la misma fuerza magnetomotriz ( $I_f N_f$ ) en el entrehierro y el mismo flujo en cada polo. Las bobinas de campo se diseñan tratando de dar un equilibrio adecuado entre las pérdidas óhmicas o en el cobre del campo y la cantidad de cobre empleada en las vueltas o espiras. Un gran número de vueltas de campo con una resistencia relativamente alta producirán la fuerza magnetomotriz necesaria y conducirán a una baja pérdida en el cobre del campo. Pero este diseño puede ser a costa de incurrir en mayores costos de construcción, ya que implica el uso de más cobre, polos más grandes, y un mayor tamaño físico. Así, un campo dado en una máquina representa un *balance óptimo* entre la pérdida en el cobre del campo y el número de vueltas y la capacidad de conducción de corriente del cobre, lo que resultará en el tamaño más económico y en el menor costo de materiales.

Los devanados de campo, bien sean autoexcitados o que tengan excitación separada, necesitan de corriente directa para su funcionamiento. Puesto que están contruidos con muchas vueltas y se colocan sobre núcleos de hierro de reluctancia relativamente baja, producen un circuito *altamente inductivo*. Cuando se energiza un circuito de campo, la corriente  $i$  en el circuito aumenta de acuerdo con la ecuación general del voltaje

$$V_{dc} = iR + L \left( \frac{di}{dt} \right) \quad (2-2)$$

en la que  $V_{dc}$  es el voltaje aplicado al circuito de campo

$i$  es la corriente instantánea en el circuito de campo

$L$  es la inductancia del circuito del devanado de campo

$R$  es la resistencia del circuito de campo

$di/dt$  es la rapidez de aumento de la corriente en el circuito de campo

Despejando  $i$ , mediante cálculo, de la ecuación (2-2) se llega a la misma ecuación en la forma<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Para la deducción de la ecuación (2-3), véase Kosow, *op. cit.*, Ap. B-6.2, y también Cap. 13, donde se presentan numerosos ejemplos de ésta y otras ecuaciones relacionadas con los circuitos inductivos.

$$i = \frac{V_{dc}}{R} (1 - e^{-tR/L}) \quad (2-3)$$

en la cual  $e$  es 2.718..., base de los logaritmos neperianos o naturales, y los demás términos son los que ya se han definido.

Una vez que la corriente alcanza un valor estable, al final de un lapso de tiempo aproximadamente igual a cinco veces el valor de  $L/R$  en segundos, la corriente por el devanado de campo es constante y sólo la limita la resistencia del circuito de campo. El efecto inductivo de este circuito sólo se presenta durante las siguientes condiciones de estado transitorio: (1) fluctuaciones en la potencia aplicada al campo, (2) variación en la corriente del campo mediante un reóstato o un reóstato potenciómetro, o (3) por abrir o quitar la corriente de un circuito de campo.

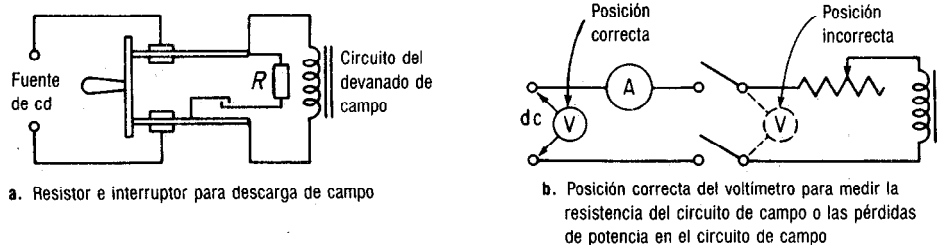
El último estado transitorio es con mucho el más serio, porque si repentinamente se abre el circuito de campo, la rapidez de cambio de la corriente es alta y el término  $L(di/dt)$  de la ecuación (2-2) trabaja en forma independiente del voltaje de suministro porque ya no está conectado con él. El resultado es una FEM de autoinducción que puede tener varias veces el valor del voltaje de suministro. Este voltaje puede dañar los instrumentos conectados al campo, perforar el aislamiento de los devanados de campo, o causar arqueos intensos en los contactos del interruptor que suministra corriente al circuito de campo. A menos que se proteja en forma correcta, el devanado de campo de cd no se debe abrir mientras el campo está energizado.

Cuando se hace necesario abrir el circuito de campo, para estudios de laboratorio o en el funcionamiento comercial, se emplean un *interruptor de descarga de campo* especial con una resistencia, como se muestra en la **figura 2-7a**. Este interruptor permite que el *resistor R de descarga del campo* se ponga en paralelo con el circuito del mismo al instante en que dicho circuito se abre. La energía del campo magnético ( $\frac{1}{2} LI^2$ ) se disipa así en el resistor de baja resistencia en lugar de en los contactos del interruptor o del voltímetro conectado al campo. En el laboratorio, si no se dispone de un interruptor y de una resistencia de descarga del campo, se pueden usar las conexiones de la **figura 2-7b**, de preferencia con cortacircuitos en lugar de interruptores abiertos de cuchillas. La conexión que se muestra allí no sólo protege al voltímetro, sino que también da una mejor medición en términos de la sensibilidad del instrumento.

## 2-10 DEVANADOS DE ARMADURA

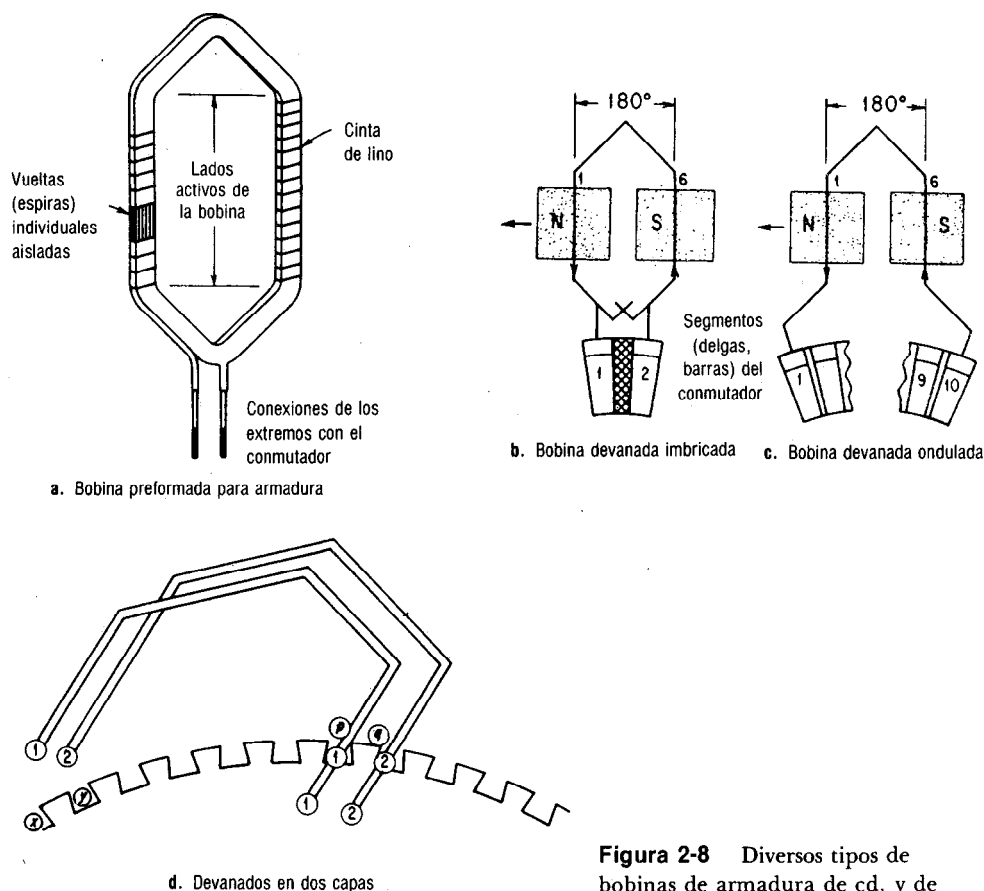
Como se muestra en las figuras 2-1 a 2-4, que representan los cuatro tipos básicos de dinamos, los *devanados de armadura*,<sup>4</sup> bien sean en el rotor o en el estator, son siempre de tipo *no saliente* y están distribuidos uniformemente en ranuras adyacentes al entrehierro alrededor de la periferia de la armadura. En esencia, hay dos tipos, que dependen del cerramiento o reentrada del devanado: (1) devanados de *circuito cerrado*, que se usan en las dinamos de cd, y (2) devanados de *circuito abierto*, que se usan normalmente en las dinamos de ca.

<sup>4</sup> Aunque el tema de los devanados y sus cálculos cae fuera del campo de este texto, se incluye aquí esta sección para describir los principios que se desarrollarán después. Si se quiere una descripción detallada del tema, se aconseja consultar Liwshitz-Garik y Whipple, *Electrical Machinery* (Princeton: N.J.: D. Van Nostrand Company, Inc., 1946), Vol. I, Cap. 6, Vol. II, Cap. 4.



**Figura 2-7** Circuito de descarga del campo y mediciones del campo.

Independientemente del tipo o aplicación, la mayor parte de los devanados de armadura consisten de bobinas en forma de diamante, preformadas, como el que se muestra en la **figura 2-8a**, los cuales se insertan en las ranuras de la armadura y están conectados de tal forma que producen un devanado completo. Cada bobina consiste de muchas vueltas o espiras de conductor fino recubierto con lino, algodón o esmalte, conectadas en forma individual, remojadas en laca y aisladas de la ranura en la armadura. El número de *conductores* [ $Z$  en la ecuación (1-5)] en determinada bobina es el



**Figura 2-8** Diversos tipos de bobinas de armadura de cd, y de conexiones de sus extremos.

dobles del número de vueltas que constituyen la bobina, es decir, se tienen dos conductores por vuelta.

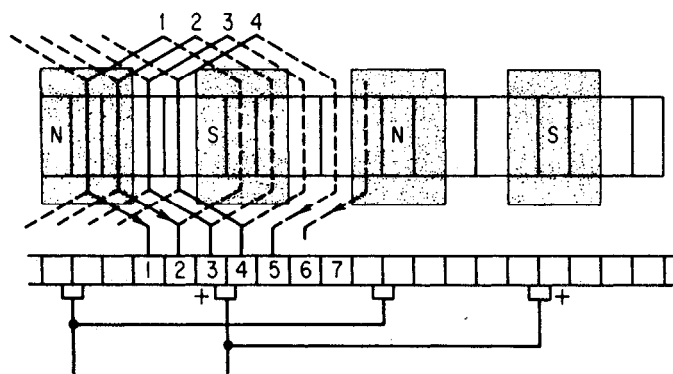
En general, las bobinas de armadura subtienden 180 grados eléctricos, es decir, desde el centro de un polo dado hasta el centro de un polo de polaridad *opuesta*, que físicamente está adyacente, como se muestra en las figuras 2-8b y c. Si una bobina cubre un espacio de 180 grados eléctricos, se denomina *bobina de paso completo*, mientras que si abarca menos que 180° se llama *bobina de paso fraccionario*. Una armadura devanada con paso fraccionario se denomina *devanado acortado*. Los devanados acortados necesitan menos cobre que los de paso completo, pero tienen aproximadamente las mismas características debido a que los extremos delantero y trasero están inactivos. Una bobina que abarca 150 grados eléctricos tendría un *factor de paso p* igual a  $150^\circ/180^\circ = 0.833$ , u 83.3 por ciento. En general, se evitan los factores de paso menores que 80 por ciento.

La mayor parte de los devanados de armadura son devanados *en dos capas*, es decir, se introducen dos lados de bobina en cada ranura. Para devanar una armadura de dos capas, un lado de bobina *p* se coloca en el fondo de una ranura, como se muestra en la figura 2-8d para la bobina 1, en la cual su lado derecho se encuentra insertado y el otro no. El segundo lado de bobina no se inserta hasta que las demás bobinas de armadura se hayan insertado en el fondo de las ranuras. Cuando el lado de bobina *x* se ha insertado, sólo entonces se inserta el lado 1 de bobina; cuando el lado *y* de bobina se ha insertado en el fondo de una ranura, sólo entonces se inserta el lado 2 de bobina, y así sucesivamente. El objeto de este procedimiento es asegurar que tanto la resistencia en contra de la fuerza centrífuga como la forma, tamaño y peso de todas las bobinas tengan igualdad casi perfecta.

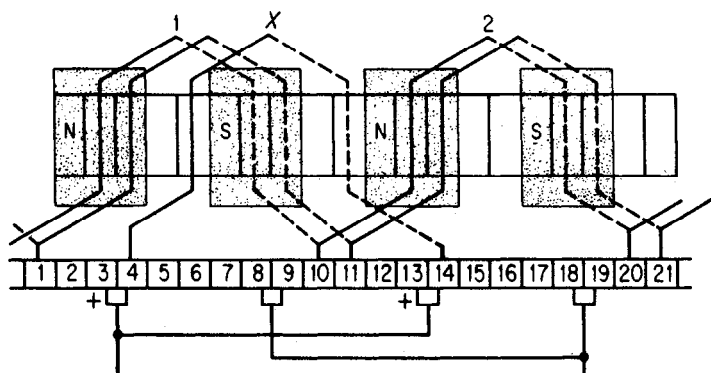
## 2-11 DEVANADOS IMBRICADOS Y ONDULADOS: SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS

Se afirmó en la sección 1-13 que las armaduras consisten de bobinas *conectadas en serie* que tienen dos o más trayectorias de corriente. Hay dos tipos de conexiones extremas que se emplean para asegurar que las FEM inducidas en los lados de las bobinas conectadas en serie se refuerzan entre sí, que son las conexiones *imbricadas* y las *onduladas*, que se muestran en las figuras 2-8b y c. Obsérvese que en ambos tipos de conexiones, un lado de la bobina activa queda bajo un polo norte y el otro bajo un polo sur; suponiendo que el campo se mueve hacia la izquierda (el movimiento de conductores hacia la derecha), la FEM inducida en el lado de bobina que se inserta en la ranura 1 está en la misma dirección que la que se inserta en la ranura 6, independientemente de la conexión extrema. Nótese que el extremo de la bobina con devanado imbricado suma a las FEM de tal manera que los extremos de bobina deben estar conectados en serie con barras adyacentes del conmutador. Como el devanado de la dinamo de cd debe cerrarse sobre sí mismo, el extremo de la última bobina del devanado se conecta con el primer lado de bobina de una bobina adyacente en la primera barra del conmutador donde principió el devanado. El devanado descrito también aparece en la figura 2-9a, en donde el lado *superior* de la bobina se representa mediante línea *llena*, y el *inferior* mediante línea *discontinua*.

La figura 2-9a también sirve para mostrar las conexiones de las escobillas con respecto a las bobinas. Obsérvese que la escobilla positiva está conectada con el



a. Dínamo de cd devanado imbricado



b. Dínamo de cd devanado ondulado

**Figura 2-9** Desarrollo de armaduras de dínamos de cd.

conmutador 3 y, en este instante, se encuentra conectada con la bobina 3. Como las escobillas son estacionarias, para la particular posición de cada una de las cuatro escobillas, éstas *siempre* estarán en contacto con una bobina que pase por la conmutación, es decir, una bobina que quede en el espacio interpolar. Al mismo tiempo, la suma de las FEM de los lados de bobina a la izquierda y a la derecha de la escobilla positiva son tales que tienden a mandar corriente a la escobilla desde ambas direcciones o trayectorias *a* en la ecuación (1-5). Así, *cada una* de las escobillas positivas en el devanado imbricado que se muestra en la figura 2-9a recibe corriente de *dos* trayectorias, haciendo un total de *cuatro* trayectorias para la dínamo de cuatro polos que se muestra.

En la figura 2-8c se muestra una bobina para devanado ondulado, y el devanado ondulado aparece en la figura 2-9b. Como se dijo anteriormente, los devanados sólo difieren en la manera en la que están conectados los extremos de la bobina con el con-

mutador. En el devanado ondulado, las conexiones en serie de los lados de bobina comprendidos entre las escobillas se logran mediante varios pasos alrededor de la armadura antes de completar una trayectoria entre escobillas. Así, comenzando en el conmutador 1, la bobina 1 entra en la parte superior de la ranura 1 bajo un polo norte, a continuación pasa a la parte inferior de la ranura 6 bajo el polo sur adyacente y va a la delga 10, luego pasa a la bobina 2 en la ranura 11 bajo el polo norte siguiente y a la ranura 16 bajo el polo sur siguiente, pasando a la delga o segmento 20, y así sucesivamente. Así, la bobina 1 está en serie con la 2 y, a diferencia del devanado imbricado, estas bobinas conectadas en serie están bajo un par diferente de polos. En una máquina de cuatro polos, la bobina 3 quedará ahora bajo el primer conjunto de polos y la bobina 4 bajo el segundo, y así sucesivamente, hasta llenar las ranuras.

Los devanados ondulados también se diferencian de los imbricados en la manera en que están conectadas las escobillas entre sí. En la figura 2-9b, la bobina X, ubicada en la zona interpolar, conecta los segmentos 4 y 14 del conmutador, y con ello conecta las escobillas positivas. Del mismo modo, otras bobinas ubicadas en el espacio interpolar conectan las escobillas negativas a un punto común. En un devanado ondulado independientemente del número de polos, es necesario tener tan sólo dos escobillas, debido a que las bobinas mismas sirven para completar las trayectorias de regreso a un punto común de escobilla. Se puede demostrar que para un devanado ondulado específico que usa todas las bobinas de la armadura formando una trayectoria *única* cerrada, sólo existen dos trayectorias, independientemente del número de polos.

Hay muchas variantes en el devanado, así como otros tipos de devanados que se emplean en las dínamos de cd para producir características de mayor voltaje o mayor corriente. En uno de esos tipos, que se denomina devanado *múltiple*, existen varios conjuntos de devanados completamente cerrados e independientes. Si existe un conjunto de bobinas para formar el devanado cerrado, a tal devanado se le conoce como *simplex*. Si hay dos devanados de esos en la misma armadura, se dice que es *dúplex*, y así sucesivamente. La multiplicidad afecta al número de trayectorias posibles en la armadura. Para un número dado de ranuras y bobinas, a medida que aumenta la multiplicidad, aumenta también el número de trayectorias, elevando la capacidad de corriente, pero disminuyendo el voltaje nominal, como se demostró antes en la sección 1-13 y la tabla 1-2.

## 2-11.1 Ejemplos de cálculo de devanados

Para calcular la FEM promedio generada entre escobillas, con la ecuación 1-5, se debe determinar el número  $a$  de trayectorias para los devanados imbricados u ondulados mediante las siguientes relaciones sencillas:

$$\text{Para un devanado imbricado,} \quad a = mP \quad (2-4)$$

$$\text{Para un devanado ondulado,} \quad a = 2m \quad (2-5)$$

en las cuales  $a$  es el número de trayectorias en paralelo en la armadura  
 $m$  es la multiplicidad de la armadura  
 $P$  es el número de polos



**EJEMPLO 2-1**

- a. Se usa una armadura tríplex con devanado imbricado en una máquina de 14 polos y 14 conjuntos de escobillas, abarcando cada uno tres delgas. Calcular el número de trayectorias en la armadura.
- b. Repetir la parte (a) para una armadura tríplex con devanado ondulado que tiene dos conjuntos de escobillas y 14 polos.

**Solución**

- a.  $a = mP = 3 \times 14 = 42$  trayectorias (2-4)
- b.  $a = 2m = 2 \times 3 = 6$  trayectorias (2-5)

**EJEMPLO 2-2**

Calcular la FEM generada en cada parte del ejemplo 2-1 si el flujo por polo es  $4.2 \times 10^6$  líneas, la velocidad del generador es 60 rpm y hay 420 bobinas en la armadura, y cada bobina consta de 20 vueltas.

**Solución**

- a.  $Z = 420$  bobinas  $\times$  20 vueltas/bobina  $\times$  2 conductores/vuelta = 16800 conductores  
De la ecuación (1-5a)

$$E_g = \frac{\phi Z S P}{60a} \times 10^{-8} \text{ V}$$

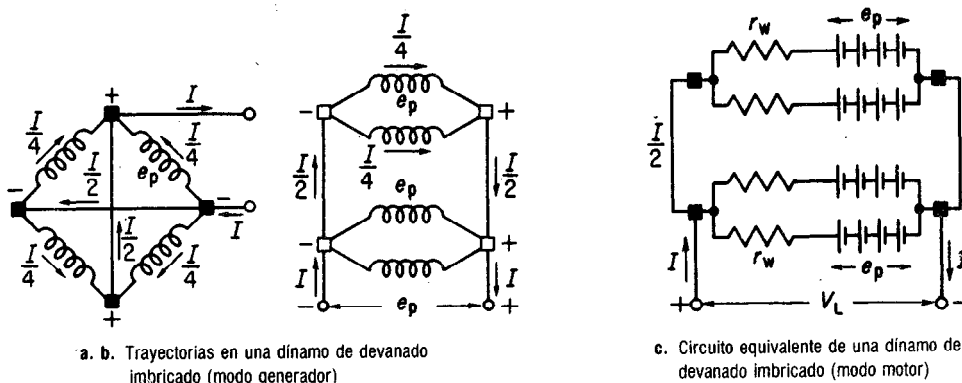
$$= \frac{4.2 \times 10^6 \times 16\,800 \times 60 \times 14}{60 \times 42} \times 10^{-8}$$

$$= 235.2 \text{ V}$$

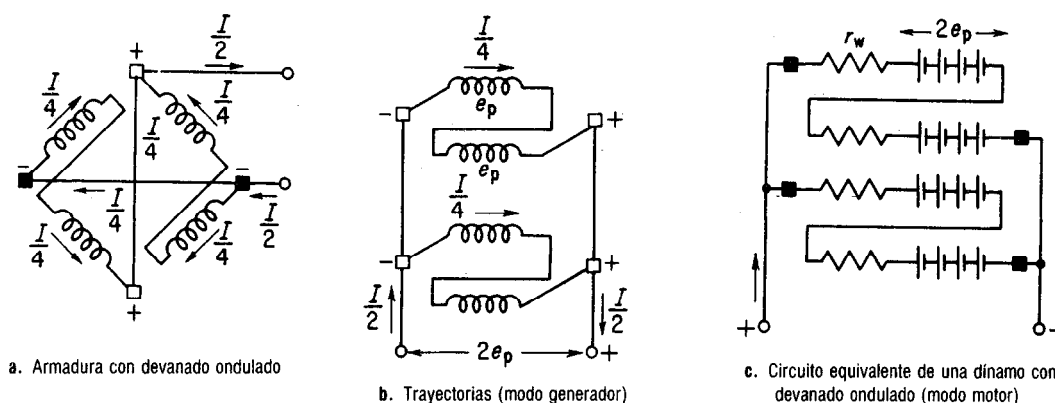
- b.  $E_g = \frac{4.2 \times 10^6 \times 16\,800 \times 60 \times 14}{60 \times 6 \times 10} \times 10^{-8}$   
 $= 1646.4 \text{ V}$

### 2-11.2 Trayectorias en armaduras con devanados imbricados y con devanados ondulados

Las trayectorias que se indican para la dínamo simplex de cuatro polos con *devanado imbricado* que se muestra en la figura 2-9a se representan en la figura 2-10. Nótese que hay cuatro polos y cuatro trayectorias, y cada trayectoria conduce la cuarta parte de la corriente y genera un voltaje  $e_p$  por trayectoria. La potencia total generada por la dínamo cuando funciona como generador es  $e_p I$ . La figura 2-10c muestra el cir-



**Figura 2-10** Trayectorias de armadura y circuito equivalente para una dínamo simplex de cuatro polos y devanado imbrico.



**Figura 2-11** Dínamo con devanado ondulado de capacidad equivalente, mostrando las trayectorias y el circuito equivalente para un devanado simplex de cuatro polos.

cuito equivalente de esta armadura cuando funciona como motor a la misma velocidad y densidad de flujo. La fuerza contraelectromotriz que se genera por trayectoria es  $e_p$ , y la resistencia del devanado en cada trayectoria es  $r_w$ . En el modo de motor, el voltaje de línea  $V_L$  que se aplica sobrepasa  $e_p$  debido a la caída de voltaje por resistencia de los devanados,  $Ir_w/4$ , suponiendo que no hay caída de voltaje en las escobillas.

En la figura 2-11 se representan las trayectorias para la dinamo simplex de cuatro polos con devanado ondulado que se mostró en la figura 2-9b. Nótese que hay cuatro polos y dos trayectorias porque en un devanado ondulado éstas son independientes del número de polos, como se estableció mediante la ecuación (2-5). Para conductores con la misma capacidad de corriente que el devanado ondulado de arriba, es decir,  $I/4$ , la corriente por trayectoria en el devanado ondulado es  $I/4$ . Como sólo hay dos trayectorias, la corriente total, es  $I/2$ . Además, al existir tan sólo dos trayectorias, el número total de conductores por trayectoria aumenta al doble, y la FEM por trayectoria es  $2e_p$ . La potencia total generada por la dinamo funcionando como generador es  $2e_p I/2$ , o sea  $e_p I$ . Esto está de acuerdo con las afirmaciones de la sección 1-13 y la tabla 1-2.

La dinamo de *devanado ondulado* funcionando como motor se muestra en la figura 2-11c. Obsérvese que la resistencia y el voltaje por trayectoria son ambos el doble que en el caso de la armadura equivalente con devanado imbricado debido a que hay el doble de conductores en serie que producen una fuerza contraelectromotriz mayor y una mayor resistencia que se opone al voltaje aplicado.

## 2-12 RESUMEN DE DEVANADOS

Con base en el material anterior, se puede hacer el siguiente resumen acerca de los devanados que se han descrito hasta ahora.

### 2-12.1 Devanado ímbrico o imbricado

1. Siempre hay tantas trayectorias paralelas como el producto de la multiplicidad por el número de polos, o sea  $a = mP$ . Véase ecuación (2-4).
2. Cada trayectoria, en cualquier instante, contiene un grupo de bobinas en serie, que se calculan mediante  $N_c/a$ , siendo  $N_c$  el número total de bobinas en la armadura.
3. La corriente que conduce cada bobina de armadura se calcula con la relación  $I/a$ , en la que  $I$  es la corriente total en la terminal de armadura, bien sea la que entra o la que sale de la armadura.
4. El devanado necesita de tantas escobillas como polos existan.

### 2-12.2 Devanado ondulado

1. El número de trayectorias en la armadura es el doble de la multiplicidad, siendo independiente del número de polos, o sea que  $a = 2m$ . Véase ecuación (2-5).
2. Cada trayectoria, en cualquier instante, contiene un grupo de bobinas en serie, que se calculan mediante  $N_c/a$ , al igual que para el devanado imbricado.
3. La corriente que conduce cada bobina de armadura es igual a la corriente total de armadura dividida entre el número de trayectorias, o sea  $I/a$ , también al igual que para el devanado ondulado.
4. El devanado ondulado sólo necesita de dos escobillas, independientemente del número de polos. En algunas máquinas de gran tamaño, se pueden usar tantos conjuntos de escobillas como polos existan, para reducir la corriente manejada por escobilla.

### 2-12.3 Comparación de los devanados ímbrico y ondulado

Al comparar los méritos relativos entre el devanado imbricado y el ondulado, es bastante obvio que el primero se presta para los máquinas de cd de corriente *intensa y bajo* voltaje. Para una capacidad de corriente dada por bobina, digamos 100 A, una armadura tríplex para 12 polos con devanado imbricado podría suministrar una corriente nominal de 3600 A, o sea 36 veces la corriente por bobina.

Por otro lado, la máquina con devanado ondulado se presta para aplicaciones de *alto* voltaje y corriente *débil* en las cuales la máquina trabaja a bastante *altas velocidades*. La capacidad de voltaje de esas máquinas se limita por la posibilidad de arco<sup>5</sup> entre segmentos adyacentes del conmutador, y por la calidad del aislamiento de las bobinas de armadura. Debido a que se pueden usar tan sólo dos conjuntos de escobillas, el devanado ondulado, se presta a aquellas aplicaciones como la del servicio de ferrocarriles de arrastre, en las cuales es posible que la periferia completa del motor sea inalcanzable para mantenimiento y reposición de escobillas.

<sup>5</sup> Como regla empírica general, se permite un valor máximo de 15 V entre delgas adyacentes en el conmutador. Sepuede evitar el arco diseñando y haciendo trabajar a la máquina a velocidades y voltajes bastante menores que el anterior.

## 2-13 DEVANADOS DE ARMADURA DE LA DINAMO SINCRONA DE CA

A diferencia de la dínamo de cd en la cual se usan devanados cerrados o reentrantes, la dínamo de ca puede emplear devanados ya sea cerrados o abiertos. Sin embargo, en la gran mayoría de las aplicaciones se emplean devanados *abiertos*. En los devanados tipo abierto de la dínamo de ca se usan bobinas preformadas en forma de diamante tanto del tipo ímbrico como del ondulado. Como se dijo en la sección 2-3 y en la figura que la acompaña, no se necesita conmutador para convertir la corriente alterna que se genera en la bobina individual, en corriente directa. Como *no se necesita conmutación*, no se requiere emplear devanados cerrados ni hacer girar la armadura. Como en el caso de la armadura de cd, se conectan grupos de bobinas en serie con objeto de aumentar el voltaje o el par. A este grupo conectado en serie, cuyos extremos se sacan de la armadura, se le denomina *fase*. Si todas las bobinas devanadas en todas las ranuras de una armadura de estator se conectan en serie, al devanado de la dínamo síncrona de ca se le llama *devanado monofásico*. Si se colocan dos devanados separados y aislados en las ranuras de la armadura del estator, conectándose en serie, y estando desplazados mecánicamente entre sí, al devanado de la dínamo síncrona de ca se llama *devanado bifásico*, y así sucesivamente.

En la figura 2-12a se muestra un *devanado trifásico*, en forma muy simplificada. El inicio y el final de todas las bobinas de la fase A se identifican, respectivamente, con  $S_A$  y  $F_A$ . La fase A aparece como línea llena en la figura, la fase B como línea discontinua, y la fase C como línea de discontinuidades más pequeñas. Adviértase que cada devanado no comienza ni termina bajo el mismo polo. Si suponemos que los polos en el rotor se mueven hacia la izquierda, como se indica, entonces el movimiento relativo de los conductores de armadura (sección 1-5) es hacia la derecha, produciendo una *secuencia de fases* de ACBACBA, etc.

Si la distancia entre dos puntos correspondientes adyacentes en los polos es 180 grados eléctricos, podemos ver que la distancia entre el lado de bobina al inicio de A y el del inicio de C están aproximadamente a 120 grados eléctricos. Así, la punta inicial del polo de un polo norte unitario que se mueve hacia la izquierda en la figura 2-12a, inducirá voltajes idénticos en los correspondientes lados de bobinas A, C y B respectivamente, distanciados 120 grados eléctricos. Por la regla de Fleming de la mano derecha, dado el movimiento del conductor que acabamos de mencionar con respecto al

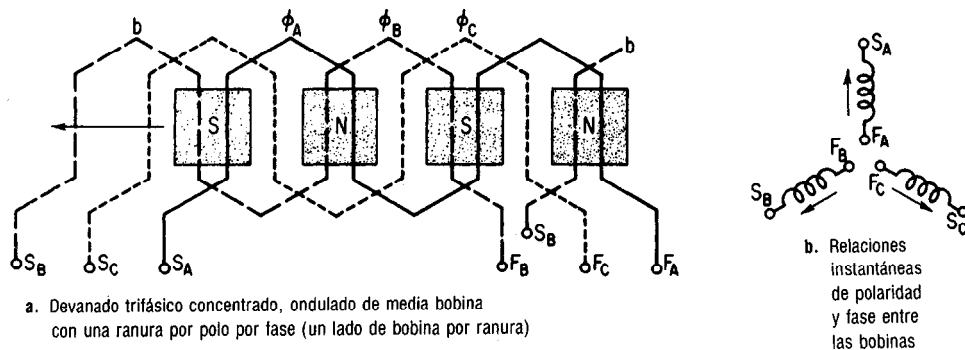


Figura 2-12 Devanados abiertos empleados en una dínamo síncrona de ca.

campo, un polo norte inducirá un voltaje correspondiente desde el final y hacia el inicio de las bobinas, desplazado como se muestra en la figura 2-12b. Obsérvese que la fase B está retrasada con respecto a la fase A en 240 grados eléctricos, o también, precede 120 grados eléctricos a la fase A.

El devanado que se emplea en la figura 2-12 es del tipo *abierto*, porque ambos extremos de los devanados se han dejado afuera para las conexiones adecuadas. Es un devanado *ondulado* porque va de polo a polo. Es un devanado *concentrado*, porque todas las bobinas de una fase están concentradas en la misma ranura bajo un polo. Es un devanado de *media bobina*, porque sólo se tiene la mitad de una bobina, o sea un lado de bobina, en cada ranura.

## 2-14 DEVANADOS DE MEDIA BOBINA Y DE BOBINA COMPLETA

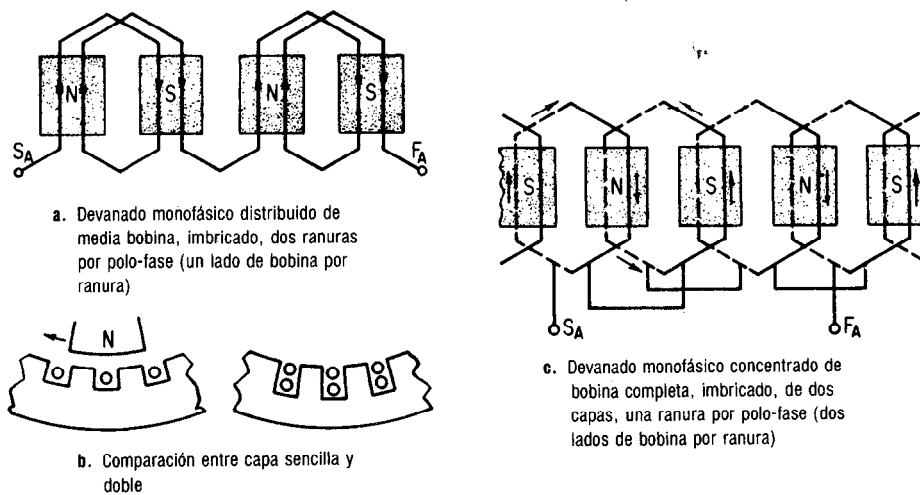
A veces se usan los devanados de media bobina, o de una sola capa, en los estatores de los motores pequeños de inducción y en los rotores de los motores pequeños de inducción de rotor devanado. En el lado izquierdo de la figura 2-13b se muestra un corte transversal de un devanado de media bobina, en una capa. A semejanza de los devanados de armadura de la dínamo de cd, la mayor parte de las armaduras comerciales para las dínamos síncronas de ca son del tipo de bobina completa y de dos capas, que se muestra en corte en el lado derecho de la figura 2-13b. El devanado completo de dos capas deriva su nombre del hecho de que hay dos lados de bobina, o una bobina, por ranura. La figura 2-13a muestra un devanado ímblico de media bobina en una capa; las figuras 2-13b y c muestran un devanado ímblico de doble capa o bobina completa.

## 2-15 DEVANADOS ACORTADOS O DE PASO FRACCIONARIO

Mientras que la mayor parte de los devanados de una capa son devanados de paso completo, en general el devanado de bobina completa de dos capas está diseñado en una armadura como devanado de paso fraccionario o acortado (véase sección 2-10). Esta práctica generalizada se deriva del hecho de que la principal ventaja del devanado de bobina completa es que permite el empleo de bobinas de paso fraccionario. En la sección 2-10 se hizo notar que las dínamos de cd usan paso fraccionario para ahorrar cobre. Como se demostrará después, los devanados de paso fraccionario, cuando se usan en las armaduras de dínamos síncronas y asíncronas de ca, además de ahorrar cobre, (1) reducen las armónicas de la fuerza magnetomotriz producida por el devanado de armadura, y (2) reducen las armónicas de FEM inducidas en el devanado, sin reducir la magnitud de la onda fundamental de FEM en grado alguno. Debido a las tres razones citadas, los devanados de dos capas se usan casi universalmente en las armaduras de dínamos síncronas de ca.

### 2-15.1 Devanados de paso fraccionario

Aunque el paso fraccionario se emplea en dínamos de cd, en la ecuación (1-5) no es necesario aplicar un *factor de paso* ( $k_p$ ) al cálculo de la FEM inducida entre las escobillas. Se puede suponer que la FEM promedio inducida en cada bobina de una

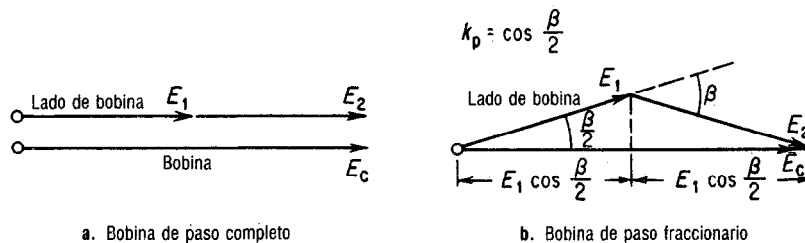


**Figura 2-13** Devanados distribuidos y concentrados de media bobina y de bobina completa.

dínamo de cd está en fase con las demás bobinas de una trayectoria dada entre escobillas. En el caso de una dínamo de ca que usa una bobina de paso completo, como la que aparece en la figura 2-12a, los dos lados de bobina abarcan una distancia exactamente igual al paso polar, de 180 *grados eléctricos*. Como consecuencia, las FEM inducidas en una bobina de paso completo son tales que las FEM de los lados de bobina están en fase, como se muestra en la **figura 2-14a**. El factor de paso  $k_p$  de una bobina de paso completo es la unidad; y el voltaje total de la bobina  $E_c$  es  $2E_1 \times k_p$ , o sea  $2E_1$ .

En el caso del devanado en dos capas que se muestra en la figura 2-13c, nótese que el alcance de una sola bobina es *menor* que el espacio entre polos de 180 *grados eléctricos*. La FEM inducida en cada lado de bobina *no* está en fase, y el voltaje resultante de la bobina  $E_c$  sería menor que la suma aritmética de cada lado de la bobina, o sea menor que  $2E_1$ . Es obvio que  $2E_1$  se debe multiplicar por un factor menor que la unidad, o sea  $2E_1 k_p$  para producir el voltaje adecuado de bobina  $E_c$ . Según la igualdad de la frase anterior, el factor de paso  $k_p$  es

$$k_p = \frac{E_c}{2E_1} = \frac{\text{suma fasorial de los dos lados de bobina}}{\text{suma aritmética de los dos lados de bobina}} \quad (2-6)$$



**Figura 2-14** FEM de la bobina, en términos de las FEM de lados de bobina, para bobinas de paso completo y paso fraccionario.

En términos de voltajes, la relación anterior, es de interés para ayudar a comprender el concepto, pero difícilmente se puede usar porque no tenemos medio de predecir cuál sería la variación de voltaje si se estirara o comprimiera la bobina. Si suponemos que las FEM inducidas de dos bobinas,  $E_1$  y  $E_2$  se encuentran desfasadas entre sí en un ángulo  $\beta$ , como se muestra en la figura 2-14b, entonces el ángulo entre  $E_1$  y el voltaje resultante de bobina  $E_c$  es  $\beta/2$ . De la ecuación (2-6) y de la figura 2-14b, el voltaje de bobina resultante  $E_c$  es,

$$E_c = 2E_1 \cos \frac{\beta}{2} = 2E_1 k_p$$

y, por lo tanto,

$$k_p = \cos \frac{\beta}{2} \quad (2-7)$$

en la cual  $\beta$  es  $180^\circ$  menos el número de *grados eléctricos* que abarca la bobina.

Ya que  $\beta$  es el ángulo suplementario del abarcamiento de la bobina, el factor de paso  $k_p$  se puede expresar también en la siguiente forma:

$$k_p = \sin \frac{p^\circ}{2} \quad (2-8)$$

en la cual  $p^\circ$  representa los grados eléctricos que abarca la bobina.

### EJEMPLO 2-3

Una armadura de estator con 72 ranuras que tiene 4 polos está devanada con bobinas que subtienden 14 ranuras (ranura 1 a ranura 15). Calcular

- El abarcamiento de la bobina de paso completo (intervalo de polos)
- El abarcamiento de la bobina en grados eléctricos
- El factor de paso, con la ecuación (2-7)
- El factor de paso, mediante la ecuación (2-8)

### Solución

- a. Abarcamiento de bobina de paso

$$\text{completo} = \frac{72 \text{ Ran.}}{4 \text{ polos}}$$

$$= 18 \text{ ranuras/polo}$$

$$\text{o } 18 \text{ ranuras}/180 \text{ grados eléctricos}$$

- b.  $p^\circ = \frac{14}{18} \times 180^\circ = 140^\circ$

$$\text{c. } k_p = \cos \frac{\beta}{2} = \cos \frac{180^\circ - 140^\circ}{2}$$

$$= \cos 20^\circ = 0.94 \quad (2-7)$$

$$\text{d. } k_p = \sin \frac{p^\circ}{2} = \sin \frac{140^\circ}{2} = \sin 70^\circ = 0.94 \quad (2-8)$$

A veces conviene hablar de un abarcamiento de bobina de armadura que tiene paso fraccionario y expresarlo como fracción, como por ejemplo, un paso de  $\frac{5}{6}$ , un paso de  $\frac{11}{12}$ , etc. En tal caso los grados eléctricos abarcados,  $p$  son  $(\frac{5}{6}) \times 180^\circ$  o sea  $150^\circ$ , o  $\frac{11}{12} \times 180^\circ$ , o sea  $165^\circ$ , etc. El factor de paso  $k_p$  se sigue calculando como en la ecuación (2-8) y en el ejemplo 2-4.

### EJEMPLO 2-4

Se devana una armadura de 96 ranuras con seis polos, con bobinas que tienen paso fraccionario de  $\frac{13}{16}$ . Calcular el factor de paso.

### Solución

$$k_p = \sin \frac{p^\circ}{2} = \sin \frac{\frac{13}{16} \times 180^\circ}{2} = \sin 73.2^\circ$$

$$= 0.9573 \quad (2-8)$$

## 2-15.2 Relación entre grados eléctricos y mecánicos de giro

En el ejemplo 2-3 se supuso que hay 180 grados eléctricos entre dos polos adyacentes, norte y sur. Puesto que 360 grados eléctricos representan un ciclo completo de FEM senoidal, nos interesa determinar cuántos ciclos senoidales se generan en un ciclo completo o giro mecánico, es decir, 360 grados mecánicos. El número de grados eléctricos como función de la rotación mecánica es

$$\alpha = \frac{P\theta}{2} \quad (2-9)$$

donde

$P$  es el número de polos, siempre par y entero, y

$\theta$  es el número de grados de rotación mecánica

El ejemplo 2-5a muestra que el número de ciclos de voltaje senoidal generados en una revolución mecánica completa se puede calcular también a partir de la sencilla relación de  $P/2$ . Así, una máquina de dos polos genera un ciclo de senoide; una máquina de cuatro polos genera dos ciclos, y así sucesivamente, en un giro mecánico completo. También podemos inferir los grados eléctricos totales a partir de la relación  $(180^\circ/\text{polo}) \times P$ , usando de nuevo la ecuación (2-9).

### EJEMPLO 2-5

Un alternador tiene 12 polos. Calcular

- El número de grados eléctricos en una revolución del rotor del alternador y el número de ciclos de ca
- El ángulo mecánico que corresponde a 180 grados eléctricos

#### Solución

$$\text{a. } \alpha = \frac{P\theta}{2} = \frac{12 \times 360}{2} = 2160^\circ \quad (2-9)$$

$$n = \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{2160^\circ}{360^\circ} = 6 \text{ ciclos}$$

$$\text{b. } \theta = \frac{2\alpha}{P} = \frac{2 \times 180^\circ}{12} = 30 \text{ grados mecánicos} \quad (2-9)$$

## 2-16 DEVANADOS DISTRIBUIDOS Y FACTOR DE DISTRIBUCION (DE ARROLLAMIENTO)

Los devanados que se muestran en las figuras 2-12a y 2-13c se llaman *devanados concentrados* debido a que *todos* los lados de bobina de una *fase* dada están *concentrados* en una sola ranura bajo un polo dado. Para la figura 2-12a, al determinar el voltaje inducido de ca por fase, sería necesario tan sólo multiplicar el voltaje inducido en cualquier bobina dada por el número de bobinas conectadas en serie en cada fase. Esto es válido para el devanado que se muestra en la figura 2-12a, porque los conductores de cada bobina quedan en la misma posición con respecto a los polos N y S, como otras bobinas en serie de la misma fase. Como quiera que cada uno de estos voltajes de bobinas individuales son inducidos en fase entre sí, se pueden sumar aritméticamente, o bien, para obtener el voltaje inducido por fase, se puede multiplicar el voltaje de una bobina dada por el número de bobinas conectadas en serie por fase.



Los devanados concentrados, en los cuales todos los conductores de una fase dada por polo se concentran en una sola ranura, no se usan comercialmente debido a que tienen las siguientes desventajas:

1. No pueden usar la periferia interior completa del hierro del estator en forma eficiente.
2. Hacen que sea necesario usar ranuras extremadamente profundas en las cuales se concentran los devanados, y así se aumenta la reluctancia al flujo del campo.
3. El efecto del punto anterior es también aumentar el flujo de fuga de la armadura y la reactancia de armadura (véase sección 2-7).
4. Originan bajas relaciones de cobre a hierro porque no usan por completo el hierro de la armadura. Para un peso dado de hierro, mientras más cobre se concentre en las ranuras de la armadura, mayor es la capacidad y la salida de la dinamo.
5. No pueden reducir las armónicas en forma tan efectiva como los devanados distribuidos.

Por las cinco razones que acabamos de dar, conviene más distribuir las ranuras de la armadura, usar más ranuras y espaciamiento uniforme entre ellas, que concentrar los devanados en pocas ranuras profundas.

Cuando se reparten las ranuras alrededor de la armadura, en forma uniforme, al devanado que se introduce en ellas se le llama *devanado distribuido*. En la figura 2-13a se muestra un devanado imbricado distribuido. Obsérvese que dos bobinas en el arrollamiento de la fase A están desplazadas entre sí. Los voltajes inducidos de cada una de esas bobinas serán desplazados en el mismo grado según el cual se distribuyeron las ranuras, y el voltaje total inducido en cualquier fase será la suma fasorial de los voltajes de las bobinas individuales. Los cuatro voltajes de los lados individuales de las bobinas que se muestran en la figura 2-13a se representan en forma vectorial en la figura 2-15, desplazados un ángulo  $\alpha$ , que es el número de grados eléctricos entre las ranuras adyacentes. Los voltajes  $E_{c1}$ ,  $E_{c2}$ , etc., son voltajes de bobinas individuales, y  $n$  es el número de bobinas en determinado arrollamiento de fase.

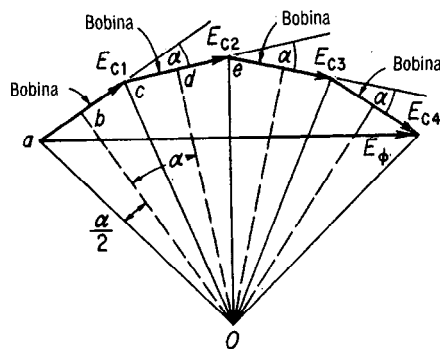
El *factor de arrollamiento* o de *distribución* es el número por el cual se debe multiplicar la suma aritmética de los voltajes individuales de bobina para obtener la suma fasorial, y es

$$E_{\phi} = nE_c \times k_d$$

$$\text{o bien, } k_d = \frac{E_{\phi}}{nE_c} = \frac{\text{suma fasorial de las FEM de bobinas por fase}}{\text{suma aritmética de las FEM de bobinas por fase}} \quad (2-10)$$

de la cual ya se han definido todos los términos.

Como en el caso de la ecuación (2-6), no es práctico el cálculo de  $k_d$  en términos de voltajes, ya sean teóricos o reales. La construcción de la figura 2-15 en la que se han trazado perpendiculares al centro de cada uno de los fasores del voltaje de las bobinas por separado a un centro común de radios, empleando líneas discontinuas, sirve para indicar que  $\alpha/2$  es el ángulo  $bOa$ . El voltaje del lado de bobina  $ab$  es igual a  $Oa \sin \alpha/2$ , y la cuerda  $E_{c1}$  es  $2Oa \sin \alpha/2$ . Para  $n$  bobinas en serie por fase, la cuerda  $E_{\phi}$  es también  $2Oa \sin n \alpha/2$ , y entonces el factor de distribución o de arrollamiento  $k_d$  es



$$k_d = \frac{E_{\phi}}{nE_c} = \frac{\sin(n\alpha/2)}{n \sin(\alpha/2)}$$

**Figura 2-15** Cálculo del factor de distribución.

$$k_d = \frac{E_{\phi}}{nE_c} = \frac{2Oa \sin n\alpha/2}{n \times 2Oa \sin \alpha/2} = \frac{\sin(n\alpha/2)}{n \sin(\alpha/2)} \quad (2-11)$$

donde  $n$  es el número de ranuras por polo por fase

$\alpha$  es el número de grados eléctricos entre ranuras adyacentes

Se debe hacer notar en el ejemplo 2-6 que el factor de distribución  $k_d$  para cualquier número de fases es función única del *número de ranuras distribuidas bajo un polo dado*. A medida que aumenta la distribución de bobinas, o ranuras por polo, *disminuye* el factor de distribución. Este *no* se afecta a causa del tipo de devanado, sea imbrico u ondulado, o por el número de vueltas por bobina, etc.

### EJEMPLO 2-6

- Calcular el factor de distribución  $k_d$  para una armadura trifásica de cuatro polos que tiene (1) 12 ranuras, (2) 24 ranuras, (3) 48 ranuras y (4) 84 ranuras.
- Tabular  $n$ ,  $\alpha$ , y  $k_d$  para tener una referencia y comparación a la mano.

#### Solución

$180^\circ/\text{polo} \times 4 \text{ polos} = 720 \text{ grados eléctricos}$

1.  $\alpha = 720 \text{ grados eléctricos}/12 \text{ ranuras}$   
 $= 60^\circ/\text{ranura}$   
 $n = 12 \text{ ranuras}/(4 \text{ polos} \times 3 \text{ fases})$   
 $= 1 \text{ ranura}/\text{polo-fase}$

$$k_d = \frac{\sin(1 \times \frac{60}{2})}{1 \times \sin(\frac{60}{2})} = 1.0 \quad (2-11)$$

2.  $\alpha = 720 \text{ grados eléctricos}/24 \text{ ranuras}$   
 $= 30^\circ/\text{ranura}$   
 $n = 24 \text{ ranuras}/12 \text{ polos-fase}$   
 $= 2 \text{ ranuras}/\text{polo-fase}$

$$k_d = \frac{\sin[(2 \times 30)/2]}{2 \times \sin(\frac{30}{2})} = 0.966 \quad (2-11)$$

3.  $\alpha = 720 \text{ grados eléctricos}/48 \text{ ranuras}$   
 $= 15^\circ/\text{ranura}$

$$n = 48 \text{ ranuras}/12 \text{ polos-fase}$$

$$= 4 \text{ ranuras}/\text{polo-fase}$$

$$k_d = \frac{\sin[(4 \times 15)/2]}{4 \times \sin(\frac{15}{2})} = 0.958 \quad (2-11)$$

4.  $\alpha = 720 \text{ grados eléctricos}/84 \text{ ranuras}$   
 $= 8\frac{4}{7}^\circ/\text{Ran.}$

$$n = 84 \text{ ranuras}/12 \text{ polos-fase}$$

$$= 7 \text{ ranuras}/\text{polo-fase}$$

$$k_d = \frac{\sin[7(\frac{84}{7})(\frac{1}{2})]}{7 \times \sin(\frac{60}{7 \times 2})} = 0.955 \quad (2-11)$$

b.	$n$	$\alpha$	$k_d$
	1	$60^\circ$	1.0
	2	$20^\circ$	0.966
	4	$15^\circ$	0.958
	7	$8.57^\circ$	0.955

## 2-17 EFECTO DEL PASO FRACCIONARIO Y LA DISTRIBUCION DE BOBINAS SOBRE LA FORMA RESULTANTE DE LA ONDA

En la sección 2-15 se demostró que, con un devanado de paso fraccionario, la FEM en cada lado de bobina se debe sumar vectorialmente para obtener la FEM por bobina. En la sección 2-16 se demostró que las FEM por bobina se deben sumar vectorialmente para obtener la FEM de arrollamiento o FEM por fase. Aunque ambos factores tienen como resultado una FEM resultante por fase ligeramente menor, el empleo de bobinas de paso fraccionario y de devanados distribuidos en las armaduras de las máquinas síncronas y asíncronas es casi universal.

Se afirmó en la sección 2-15 que una de las ventajas de las bobinas de paso fraccionario es la reducción de armónicas. La bobina de paso fraccionario de la figura 2-14b se muestra en la figura 2-16, y los lados  $E_1$  y  $E_2$  de bobina están fuera de fase en determinado ángulo  $\beta$ , y el voltaje resultante es  $E_c$ . Como se muestra en la figura 1-9, cuando los polos del campo son curvos y se hace uniforme la densidad de flujo, la forma de onda resultante se acerca más a una *onda cuadrada* que a una onda senoidal. Esta onda es muy rica en armónicas impares, en fase con la fundamental, y tiene una ecuación instantánea cuyo valor aproximado está representado por la siguiente serie de Fourier<sup>6</sup>

$$e = E_m \sin \omega t + \frac{E_m}{3} \sin 3\omega t + \frac{E_m}{5} \sin 5\omega t + \cdots + \frac{E_m}{n} \sin n\omega t \quad (2-12)$$

### 2-17.1 Supresión de armónicas

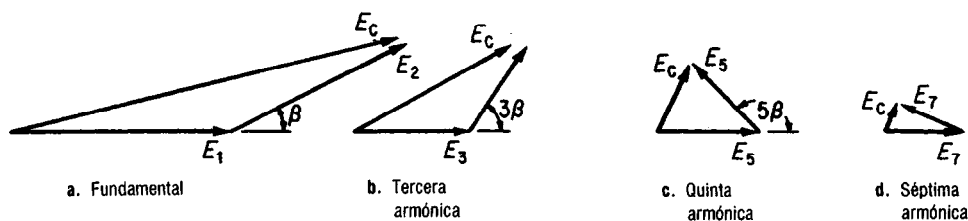
Como se muestra en la figura 2-16, si se induce el voltaje instantáneo de la ecuación (2-12) en cada lado de bobina, y si los lados de bobina están desplazados en un ángulo  $\beta$ , la tercera armónica debe estar desplazada  $3\beta$ , la quinta armónica  $5\beta$ , y así sucesivamente. Adviértase que en el caso de la quinta armónica, un componente armónico del voltaje del lado de bobina se resta de la fundamental reduciendo el voltaje armónico resultante. La séptima, novena, etc. armónicas producen voltajes de bobina que disminuyen la armónica todavía más. *Se puede eliminar completamente cualquier armónica si se escoge un paso fraccionario que dé un factor de paso igual a cero para esa armónica.* Por ejemplo, un paso de  $\frac{4}{5}$  (intervalo de bobina igual a 144 grados eléctricos) eliminará la quinta armónica, o bien un paso de  $\frac{5}{6}$  con intervalo de bobina de 150 grados eléctricos, reducirá sobremanera tanto la quinta como la séptima armónica, como se muestra en las figuras 2-16c y d.

Sin embargo, la situación en cuanto a la supresión de armónicas no es tan sencilla, como se concluye de la siguiente descripción.

### 2-17.2 Armónicas pares

Siempre que el devanado trifásico, o de seis fases, o de  $n$  fases esté *distribuido simétricamente* alrededor de la armadura, se puede suponer que no se generan armónicas pa-

<sup>6</sup> Para una descripción más completa de las armónicas y ondas no senoidales, consultar Kosow, *op. cit.*, Cap. 22.



**Figura 2-16** Efecto del paso fraccionario en los armónicos durante la generación de voltajes.

res. Podemos inferir que la *simetría* de los grupos de fase elimina por completo las armónicas de orden par, ya que sólo se generan ondas cuadradas en cada bobina.

### 2-17.3 Terceras armónicas

Como se muestra en la figura 2-16a, para una máquina trifásica, la tercera armónica es relativamente grande y puede ser problemática porque aparece en los devanados de *cada fase*. Pero si los voltajes de fase se conectan ya sea en estrella (Y) o en delta ( $\Delta$ ), se puede demostrar que se suprime por completo la tercera armónica y no aparece en las terminales de *línea*.<sup>7</sup> Lo mismo vale para las armónicas impares de órdenes mayores que son múltiplos de 3, las llamadas *armónicas triplen*: la tercera, novena, décima quinta, vigésima primera, etc.

En los alternadores grandes conectados en delta, las corrientes armónicas triplen indeseables producen sobrecalentamientos y se pueden medir realmente en los devanados de fase, pero no en las corrientes de línea. Esta es una razón por la que, en general, se conectan los alternadores grandes en estrella, es decir, para eliminar por completo las terceras armónicas en las corrientes de fase y de línea.

### 2-17.4 Armónicas de arrollamiento

Como se acaba de demostrar, ya que se suprimen las armónicas triplen en las *líneas* de alternadores conectados en estrella y en delta, y como las armónicas pares se eliminan por la distribución simétrica de las fases en los devanados trifásicos, con ello se deja sólo unas pocas armónicas de orden superior, que son motivo de preocupación. Las llamadas *armónicas de arrollamiento* son: la quinta, séptima, décima primera, décima tercera, décimo séptima y décimo novena.

Las armónicas de arrollamiento restantes de orden superior son tan pequeñas que se pueden considerar despreciables.

Las armónicas de arrollamiento se reducen mucho si se usa un mayor número de grupos de bobinas distribuidas por fase (es decir, armaduras que contienen más ranuras) y mediante el uso de factores específicos de paso que suprimen las armónicas de órdenes bajos, como se muestra en la figura 2-16. Esto es en general un término medio entre la quinta y la séptima armónica, que corresponde aproximadamente a un paso de bobina igual a  $150^\circ$ .

<sup>7</sup> Se puede encontrar una elegante demostración en G. McPherson, *An Introduction to Electrical Machines and Transformers* (New York: John Wiley & Sons, 1981), pág. 81.

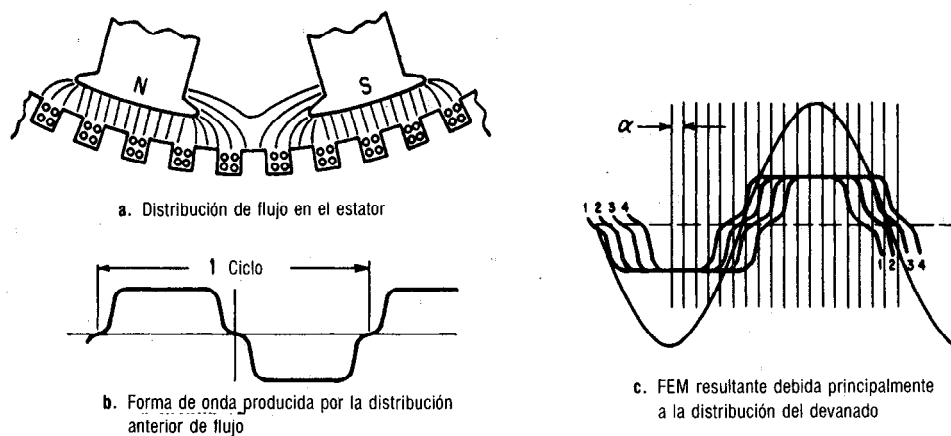
## 2-17.5 Armónicas de ranura

Las armónicas de ranura son aquellas impares de orden superior que no se pueden reducir mediante el uso de un paso más corto o por distribución de los devanados en varias ranuras. Tales armónicas se reducen *esviando* ya sea las ranuras del estator o los polos salientes del rotor del alternador, con respecto a la línea de centro del eje giratorio. Véase el glosario al final de este capítulo. En general, las ranuras de los rotores son esviadas en los motores polifásicos y monofásicos de inducción, y ocasionalmente en las máquinas de cd.

Si se emplean devanados distribuidos, bobinas de paso fraccionario y armaduras con ranuras esviadas se obtiene una forma de onda que es esencialmente senoidal y, para todos los fines, se puede considerar como onda senoidal pura.

## 2-17.6 Ventajas de generación senoidal

El efecto de emplear devanados distribuidos sobre la forma de la onda (véase secc. 2-16) se muestra en la figura 2-17. La distribución de flujo en la máquina de ca y la forma de onda de FEM resultante que se induce por lado de bobina se muestra en las figuras 2-17a y b, respectivamente. Para una longitud constante dada, y velocidad relativa de los conductores con respecto al campo, la onda de FEM tiene la misma forma que la de la curva de densidad de flujo [véase Ec. (1-2)], es decir, que  $e$  es proporcional a  $B$ . Para bobinas conectadas en serie cuyas FEM están desplazadas un determinado ángulo  $\alpha$  en un determinado arrollamiento de fase, como se muestra en las figuras 2-15 y 2-17c, la FEM resultante es la suma fasorial o gráfica de las FEM individuales; tanto de lado de bobina como de FEM de bobina. En la figura 2-17c se muestra la suma gráfica de las FEM de bobinas individuales. Obsérvese que aunque las FEM de las bobinas individuales son ondas casi cuadradas, la FEM resultante de fase es una onda senoidal. Como una onda senoidal no contiene armónicas, es bastante obvio que las armónicas de la ecuación (2-12) se han cancelado por el uso del devanado distribuido, así como de bobinas de paso fraccionario.



**Figura 2-17** Efecto que tiene el empleo de devanados distribuidos en la forma de onda.

También es ahora bastante obvio el porqué las dinamos síncronas comerciales de ca usan devanados distribuidos con bobinas de paso fraccionario. Pero se podría uno preguntar también por qué es necesario que la salida de voltaje de ca por fase en un alternador polifásico debe tener una forma de onda que se aproxime lo más posible a una onda senoidal. ¿Por qué no una onda cuadrada, triangular o en diente de sierra?

Quizá los dos motivos más importantes sean los siguientes: (1) como una onda senoidal no contiene armónicas de mayor frecuencia, las pérdidas que ocasionan las corrientes parásitas y la histéresis se reducen, lo cual origina una mayor eficiencia; y (2) todas las máquinas eléctricas, transformadores y electrodomésticos como relojes, etc., están diseñados bajo la hipótesis de que la forma de onda que suministra la compañía eléctrica para que trabajen, es senoidal. Esta hipótesis simplifica mucho todos los cálculos de diseño para los aparatos eléctricos del presente y del futuro.

## 2-18 FEM GENERADA EN UNA DINAMO SINCRONA DE CA

Es posible ya deducir la FEM calculada o esperada por fase generada en una dinamo síncrona de ca. Supongamos que esta dinamo tenga un devanado de armadura que consiste de un número total de bobinas  $C$ , y que cada bobina tiene determinado número de espiras o vueltas  $N_c$ . Entonces, el número total de espiras en una fase dada de la armadura de la dinamo es

$$N_p = \frac{CN_c}{P} = \frac{\text{número total de bobinas en armadura} \times \text{espiras/bobina}}{\text{número de fases}} = \frac{\text{espiras totales}}{\text{fase}} \quad (2-13)$$

Pero la ley de Faraday (sección 1-3) establece que el voltaje promedio inducido en una espira única de dos lados es

$$E_{\text{prom}} = \frac{\phi}{t} \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (1-1a)$$

Además, cuando una bobina de  $N$  vueltas gira en un campo magnético uniforme, a velocidad uniforme, se demostró (sección 1-14) que el voltaje promedio inducido en una bobina de armadura es

$$E_{\text{prom/bobina}} = 4\phi N_c s \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (1-4a)$$

donde  $\phi$  es el número de líneas de maxwells por polo

$N_c$  es el número de vueltas o espiras por bobina

$s$  es la velocidad relativa en revoluciones por segundo (rps) entre la bobina de  $N_c$  vueltas y el campo magnético  $\phi$

La ecuación (1-4a) se dedujo para una máquina de dos polos, como se ve en la figura 1-6a, generándose una onda senoidal en una revolución completa de 360 grados eléctricos y mecánicos. Así, en la ecuación (1-4a), una velocidad  $s$  de 1 rps equivale a una frecuencia  $f$  de 1 Hz. Puesto que  $f$  es directamente proporcional y equivalente a  $s$ , si se le sustituye por ella en la ecuación (1-4a) para todas las vueltas en serie en cualquier fase,

$$E_{\text{prom/fase}} = 4\phi N_p f \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (2-14)$$

Sin embargo, en la sección anterior descubrimos que el voltaje por fase se hace más senoidal si se distribuye el devanado en la armadura intencionalmente. El valor efectivo promedio rms de un voltaje senoidal de ca es 1.11 multiplicado por el valor promedio aritmético. El voltaje de ca efectivo por fase es

$$E_{ef} = 4.44\phi N_p f \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (2-15)$$

Pero, la ecuación (2-15) no representa todavía el valor efectivo del voltaje de fase que genera una armadura en la que se emplean bobinas de paso fraccionario y devanado distribuido. Tomando en cuenta el factor de paso  $k_p$  y el factor de distribución  $k_d$ , podemos formular ahora una ecuación para el valor efectivo del voltaje generado en cada fase de una dínamo síncrona de ca de la siguiente manera:

$$(\text{Sistema inglés}) \quad E_{gp} = 4.44\phi N_p f k_p k_d \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (2-16a)$$

siendo  $\phi$  el flujo por polo en líneas o maxwells

$N_p$  el número total de vueltas por fase [Ec. (2-13)]

$f$  la frecuencia en hertz [Ec. (2-17)]

$k_p$  el factor de paso [Ec. (2-8)]

$k_d$  el factor de distribución [Ec. (2-11)]

La ecuación 2-16a obtiene el voltaje generado por fase cuando se expresa el flujo  $\phi$  en maxwells o líneas, unidades del sistema inglés. Si el flujo se representa en webers, la ecuación para usar las unidades SI es

$$(\text{Unidades SI}) \quad E_{gp} = 4.44\phi N_p f k_p k_d \quad \text{volts (V)} \quad (2-16b)$$

en la cual  $\phi$  es el flujo por polo en webers (Wb) y los demás símbolos y unidades son los mismos que en la ecuación (2-16a).

### EJEMPLO 2-7

Se embobina una armadura de estator para seis polos, con bobinas imbricas de doble capa y 20 vueltas por bobina, con paso de  $\frac{5}{6}$ . El flujo por polo es  $4.8 \times 10^6$  líneas, y la velocidad del rotor es 1200 rpm. Calcular

- El voltaje efectivo generado por bobina en una bobina de paso completo
- El número total de vueltas por fase
- El factor de distribución
- El factor de paso
- El voltaje total generado por fase, a partir de las partes (a), (c) y (d) y de acuerdo con la ecuación (2-16a).

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } E_{g/\text{bobina}} &= 4.44\phi N_p f \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (2-15) \\ &= 4.44(4.8 \times 10^6)(20) \left( \frac{6 \times 1200}{120} \right) \times 10^{-8} \\ &= 256 \text{ V/bobina} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } N_p &= 72 \text{ bobinas/3 fases} \times 20 \text{ vueltas/bob} \\ &= 480 \text{ vueltas/fase} \quad [\text{de la Ec. (2-12)}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } k_d &= \frac{\sin(n\alpha/2)}{n \sin(\alpha/2)}, \\ \text{en la cual } n &= 72 \text{ ranuras/(3 fases} \times 6 \text{ polos)} \\ &= 4 \text{ ranuras/polo-fase} \quad (2-11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{y} \quad \alpha &= (6 \text{ polos} \times 180^\circ/\text{polo})/72 \text{ ran} \\ &= 15^\circ/\text{ranura} \end{aligned}$$

$$k_d = \frac{\sin[(4 \times 15)/2]}{4 \times \sin(\frac{15}{2})} = \frac{\sin 30^\circ}{4 \times \sin 7.5^\circ} = 0.958$$

$$\begin{aligned} \text{d. } k_p &= \sin \frac{p^\circ}{2} = \sin \left( \frac{5}{6} \times \frac{180}{2} \right) \\ &= \sin 75^\circ = 0.966 \quad (2-8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } E_{gp} &= 4.44 \times 480 \text{ vueltas/fase} \\ &\quad \times 4.8 \times 10^6 \quad (2-16a) \\ &\quad \times 60 \times 0.966 \times 0.958 \times 10^{-8} \\ &= 5680 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{gp} &= 256 \text{ V/bobina} \times 24 \text{ bobinas/fase} \\ &\quad \times 0.966 \times 0.958 \\ &= 5680 \text{ V/fase} \quad [\text{de (a), (c) y (d)}] \end{aligned}$$

## 2-19 FRECUENCIA DE UNA DINAMO SINCRONA DE CA

Las dinamos síncronas comerciales de ca tienen muchos polos y pueden girar a varias velocidades, ya sea como alternadores o como motores síncronos o de inducción. La ecuación 2-16 se dedujo para un dispositivo de dos polos en el que la FEM generada en el devanado estacionario de armadura cambia de dirección cada media revolución del rotor de dos polos. Una revolución completa produce un pulso completo positivo y uno negativo por ciclo. La frecuencia en ciclos por segundo (Hz) dependerá, como se dijo anteriormente, directamente de la velocidad o el número de revoluciones por segundo (rpm/60) del campo rotatorio.

Si la dinamo síncrona es multipolar (que tenga, digamos dos, cuatro, seis u ocho polos), entonces, para una velocidad de una revolución por segundo (1 rpm/60), la frecuencia por revolución será uno, dos, tres o cuatro ciclos por revolución, respectivamente. Por lo tanto, la frecuencia por revolución es igual al número de *pares de polos*. Como la frecuencia depende directamente de la velocidad (rpm/60) y también del número de pares de polos ( $P/2$ ), los podemos combinar en una sola ecuación en la que

$$f = \frac{P}{2} \times \frac{\text{rpm}}{60} = \frac{PS}{120} = \frac{P\omega}{4\pi} \quad \text{hertz (Hz)} \quad (2-17)$$

en la que  $P$  es el número de polos

$S$  es la velocidad en rpm (rev/min)

$f$  es la frecuencia en hertz o segundos<sup>-1</sup>

$\omega$  es la velocidad en radianes por segundo (rad/s)

La tabla 6-1 muestra esta relación para tres de las frecuencias de mayor uso (sección 6-4).

### EJEMPLO 2-8

Un generador de ca tiene ocho polos y trabaja a una velocidad de 900 rev/min. Calcular

- La frecuencia del voltaje generado
- La velocidad del impulsor necesaria para generar frecuencias de 50 Hz y 25 Hz, respectivamente, en rpm
- Repetir la parte (b) para velocidades de impulsión en radianes por segundo (rad/s)

### Solución

$$\text{a. } f = \frac{PS}{120} = \frac{8 \times 900}{120} = 60 \text{ Hz} \quad (2-17)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } S &= \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 50}{8} \\ &= 750 \text{ rpm} \quad (\text{para generar 50Hz}) \\ &= \frac{120 \times 25}{8} \\ &= 375 \text{ rpm} \quad (\text{para generar 25Hz}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \omega &= \frac{4\pi f}{P} = \frac{4\pi \times 50}{8} = 25\pi \text{ rad/s} \quad (50 \text{ Hz}) \\ &= \frac{4\pi \times 25}{8} = 12.5\pi \text{ rad/s} \quad (25 \text{ Hz}) \end{aligned}$$

## 2-20 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Alternador** Generador de corriente alterna.

que es múltiplo entero de la frecuencia fundamental de una onda no senoidal.

**Armónica** Componente senoidal de una onda periódica la cual tiene una frecuencia

**Armónicas de arrollamiento** Las armó-



nicas impares de órdenes inferiores que no están incluidas en la armónica triplen, atribuíbles a los arrollamientos de fase de un devanado de armadura.

**Armónicas de ranura** Aquellas armónicas de orden superior que no se pueden suprimir mediante el uso de un paso más corto, o distribuyendo los devanados en varias ranuras. Se reducen esviando las ranuras. (Véase *ranuras esviadas*.)

**Armónicas impares** Serie en la que cada componente tiene un múltiplo entero impar de la frecuencia fundamental.

**Armónicas pares** Una serie en la que cada componente tiene un múltiplo entero par de la frecuencia fundamental.

**Armónicas triplen** Armónicas impares de orden superior, que son múltiplos de 3: la tercera, la novena, la decimoquinta, la vigésimoprimera, etc.

**Autoinductancia** Se mide en henrys (H), y es la propiedad de un circuito o componente eléctrico de oponerse a cualquier cambio en la corriente en ese circuito o componente.

**Cara polar** Superficie de una zapata polar o un polo no saliente que forman uno de los límites del entrehierro.

**Conmutador** Un conjunto de miembros conductores (delgas o segmentos) aislados entre sí, en el plano radial-axial, contra los cuales recargan las escobillas, que se usa para permitir el flujo de corriente de una parte de un circuito a otra mediante contacto deslizante.

**Convertidor rotatorio** Dínamo que combina acciones tanto de motor como de generador en un devanado de armadura, excitada mediante un campo magnético común, conectada a un conmutador en un extremo y a anillos rozantes en el otro.

**Convertidor síncrono** Convertidor en el que se combinan las acciones tanto de motor como de generador en un devanado de armadura, excitado por un campo magnético, para cambiar la corriente alterna en directa y viceversa.

**Devanado' abierto** Devanado en una armadura, que no se cierra sobre sí mismo.

**Devanado concentrado** Devanado en el que todos los conductores en una fase dada están concentrados en una sola ranura.

**Devanado de armadura** El devanado en el cual se genera la ca en virtud del movimiento relativo de los conductores de la armadura y un flujo en el campo magnético.

**Devanado de bobina completa** Devanado de dos capas y dos lados de bobina, equivalente a una bobina completa, insertado en cada una de las ranuras.

**Devanado de campo** Devanado con aislamiento adecuado que se monta en un núcleo de polo de campo para magnetizarlo.

**Devanado de media bobina** Devanado de una sola capa que tiene un lado de bobina (media bobina) insertado en cada ranura.

**Devanado distribuido** Devanado en el que los conductores de una fase dada están distribuidos en varias ranuras alrededor de la periferia de una armadura.

**Devanado imbricado** Devanado que completa todas sus vueltas bajo un par dado de polos principales antes de seguir al siguiente par de polos.

**Devanado ondulado** Devanado que avanza alrededor de la armadura pasando sucesivamente bajo cada polo principal de la máquina antes de acercarse de nuevo al punto de partida.

**Dínamo asíncrona** Máquina de ca en la cual el rotor no gira a velocidad síncrona.

**Dínamo de cd** Máquina para convertir la energía mecánica en eléctrica (cd) o viceversa.

**Escobilla** Conductor, usualmente compuesto en parte de carbón, que sirve para mantener una conexión eléctrica entre la parte estacionaria y la móvil de una máquina eléctrica.

**Estató** La parte de la dínamo que es estacionaria y comprende los circuitos magnéticos y eléctricos que no giran.

**Factor de arrollamiento** (Véase *factor de distribución*.)

**Factor de distribución** Factor relacionado con un devanado distribuido el cual toma en cuenta la distribución en el espacio de las ranuras en las que se coloca el devanado; es decir, la disminución del voltaje generado como resultado de la suma geométrica de los fasores de bobina correspondientes.

**Factor de paso** Relación del voltaje resultante que se induce en una sola bobina a la suma aritmética de las magnitudes de los voltajes que se inducen en los dos lados de la bobina.

**FEM** Fuerza electromotriz o voltaje.

**FEM de autoinducción** Propiedad de un circuito o componente eléctrico mediante la cual éste genera una FEM que se opone a cualquier cambio de corriente en dicho circuito o componente.

**Flujo mutuo** La parte del flujo total que produce un circuito que enlaza en forma inductiva un segundo circuito; en maquinaria, un flujo de entrehierro.

**Frecuencia** Número de ciclos completos de variación senoidal por unidad de tiempo.

**Fuerza magnetomotriz (FMM)** Se mide en unidades SI de amperes-vueltas, y es la integral de línea de la fuerza de magnetización, o intensidad del campo magnético, siguiendo un circuito magnético cerrado; es decir, fuerza capaz de producir un campo magnético ya sea en el espacio o en un circuito magnético.

**Generador** Máquina que convierte la energía mecánica en energía eléctrica.

**Paso de bobina** Distancia entre los dos conductores activos (lados de bobina) de una bobina. Se expresa en general ya sea como un porcentaje o una relación del paso polar (véase *paso de polos*).

**Paso de polos** Distancia a lo largo de la periferia entre los puntos correspondientes sobre dos polos consecutivos, medida como el número de posiciones de ranura que abarcan en la armadura.

**Paso fraccionario** Intervalo de bobina de

armadura que es menor que el paso polar. (Véase *paso de polos*.) En general se expresa como relación o fracción del paso polar completo.

**Ranuras esviadas** Ranura de un rotor o estator de una máquina eléctrica que se coloca a determinado ángulo con el eje, para que la ubicación angular de la ranura en un extremo del núcleo esté desplazada con respecto a la del otro extremo. En general, las ranuras son esviadas en las máquinas con la finalidad de dar mejor forma a las ondas de voltaje, proporcionar un par más uniforme, y provocar menos ruido.

**Reacción de armadura** Fuerza magnetomotriz (FMM) debida a la corriente del devanado de armadura.

**Reactancia de armadura** Reactancia inductiva producida en los conductores de armadura siempre que cambia la corriente en dichos conductores.

**Resistor de descarga de campo** Componente que se usa para poner en cortocircuito el campo en el instante anterior a la abertura de los contactos del interruptor para energizar y desenergizar el circuito del campo.

**Rotor** Miembro giratorio de una máquina, con un eje.

**Secuencia de fases** El orden en el cual los voltajes de las fases sucesivas (o voltajes de línea) alcanzan sus valores máximos en una máquina polifásica.

**Serie de Fourier** Representación de cualquier función periódica compleja mediante una serie matemática en términos de su valor promedio, su fundamental, y todos los términos en seno y coseno relacionados armónicamente.

**Yugo** Elemento de material ferromagnético que no está rodeado por devanados, que se usa para conectar los núcleos o polos de una máquina con el objeto de funcionar como parte del circuito magnético.

**Zapata polar** La parte de un polo de campo que da cara a la armadura, y que sirve para conformar el entrehierro y controlar su reluctancia.

## 2-21 PREGUNTAS

- 2-1 Mencionar cuatro tipos de construcción de las máquinas, citando para cada uno
- El nombre del tipo particular.
  - La selección del rotor (elemento giratorio).
  - La selección del estator (elemento estacionario).
- 2-2 Mencionar y definir, para la máquina comercial de cd
- Cuatro partes distintas del rotor.
  - Cuatro funciones distintas de la armadura.
  - Siete partes distintas del estator.
- 2-3 Indicar, mediante un diagrama, la relación entre los circuitos eléctricos de
- Una máquina de cd devanada en paralelo.
  - Una máquina de cd devanada en serie.
- 2-4 Durante el periodo de conmutación en una máquina de cd, la corriente en un conductor de la armadura que pasa por la conmutación varía mucho. Este cambio en el flujo por el conductor debería inducir un voltaje de acuerdo con la ley de Neumann. Para la bobina que aparece en la figura 2-5b, explicar
- En dónde se induce el voltaje por la parte de la bobina que está embebida en el hierro.
  - En dónde se induce el voltaje por la parte de la bobina que *no está* embebida en el hierro.
- 2-5 Explicar
- Cuál de los voltajes inducidos de la pregunta 2-4 da lugar a reactancia de armadura.
  - Cuál de los voltajes inducidos de la pregunta 2-4 contribuye a las pérdidas en el hierro.
- 2-6 Explicar
- Por qué todas las bobinas del campo que se colocan en los polos de campo tienen el mismo número de vueltas por polo y siempre se conectan en serie.
  - Por qué todas las bobinas del campo en paralelo se diseñan para producir la fuerza magnetomotriz necesaria mediante un gran número de vueltas y baja corriente.
  - Por qué todas las bobinas del campo necesitan de cd para su funcionamiento, aun en las máquinas de ca.
- 2-7
- Describir la diferencia entre devanados abiertos y cerrados de armadura, y su aplicación a las máquinas de ca y cd.
  - Dar el nombre de dos tipos de devanados de armadura de cd.
  - Explicar por qué sólo se necesitan dos escobillas en los devanados ondulados, independientemente del número de polos.
- 2-8
- Mencionar una diferencia principal entre los devanados de armadura de cd y de ca en lo que se refiere a la reentrancia.
  - Mencionar un buen motivo de esta diferencia para el caso de las máquinas de ca.
- 2-9
- Mencionar una ventaja por el empleo de devanados de paso fraccionario en máquinas de cd.
  - Repetir la parte (a) para dos ventajas más en las máquinas de ca.
- 2-10 Mencionar dos motivos que afectan a la forma de la onda de salida, para explicar por qué las máquinas síncronas de ca emplean devanados distribuidos y bobinas de paso fraccionario.
- 2-11 Explicar por qué el voltaje generado en cada bobina de un alternador se acerca más a una onda cuadrada que a una de forma senoidal.
- 2-12 Para un voltaje de onda netamente cuadrada, explicar
- La naturaleza de las armónicas que contiene.

- b. La magnitud de las armónicas al aumentar su orden.
- c. La "fase" de las armónicas de voltaje con respecto a la fundamental.
- 2-13 Explicar por qué en ningún caso la onda de salida de un alternador polifásico no contiene armónicas de orden par.
- 2-14 Explicar por qué la onda de salida de un alternador conectado en estrella no exhibe armónica de tercer orden en sus terminales de línea, no obstante el hecho de que esas armónicas se generan en cada arrollamiento de fase.
- 2-15 Hacer una lista de las armónicas impares que se conocen como
  - a. Armónicas triplen.
  - b. Armónicas de arrollamiento.
- 2-16 Describir las técnicas que se usan para reducir las siguientes armónicas impares:
  - a. Armónicas de arrollamiento.
  - b. Armónicas de ranura.

## 2-22 PROBLEMAS

- 2-1 Las bobinas de campo de una dinamo tienen una inductancia igual a 8 H, una resistencia de 60  $\Omega$ , y están conectadas a una fuente de cd de 120 V. Calcular
  - a. La corriente de campo de régimen permanente,  $I_{fss}$ .
  - b. La resistencia total del circuito que se necesita para limitar a a, teniendo un voltaje inducido máximo de 150 V.
  - c. El valor del resistor de descarga que se debe conectar entre las terminales de las bobinas de campo si el voltaje en el circuito de campo no debe rebasar los 150 V.
  - d. El tiempo necesario para descargar la energía almacenada en el campo magnético a través del resistor de descarga de campo. Emplear  $t = 5L/R$ .
  - e. La descarga total de energía cuando el circuito de campo es desconectado del suministro (emplear  $W = LI_{ss}^2/2$ ).
- 2-2 Una dinamo tiene una corriente nominal de armadura igual a 250 A y 12 polos. Calcular la corriente por trayectoria si la armadura tiene
  - a. Devanado ondulado.
  - b. Devanado imbrico.
 (Suponer simplex, a menos que se indique otra cosa,)
- 2-3 Calcular el número de trayectorias en paralelo y la corriente de armadura en las siguientes armaduras, cuando se insertan en la estructura de un campo de 18 polos con una corriente nominal de armadura igual a 100 A:
  - a. Devanado ondulado tríplex.
  - b. Devanado imbrico tríplex.
  - c. Devanado imbrico dúplex.
  - d. Devanado ondulado cuádruplex.
- 2-4 Un generador de cd de 12 polos y 120 V tiene una armadura con devanado imbricado tríplex y 80 bobinas de 9 vueltas/bobina y trabaja a una velocidad de 3600 rpm. Calcular
  - a. El flujo necesario por polo para producir el voltaje generado nominal en webers y en líneas/polo.
  - b. La corriente por trayectoria si la potencia nominal es 60 kW. Despreciar la corriente del campo.
  - c. El número mínimo de escobillas que se necesita y el número de delgas del conmutador abarcado por cada escobilla.
- 2-5 Un devanado imbrico dúplex de doble capa está sobre una armadura que tiene 48 ranuras con 1 bobina por ranura; cada bobina tiene un total de 60 espiras. Se va a usar la armadura en un generador de 250 V, 1200 rpm, 4 polos y de 50 kW. Calcular.

- a. La corriente por conductor cuando el generador entrega la potencia nominal.
  - b. El flujo por polo que se necesita para producir el voltaje generado, en unidades inglesas y SI.
- 2-6 Repetir el problema 2-5 empleando una armadura con devanado ondulado *símplex*.
- 2-7 Se impulsa a un alternador de 16 polos a una velocidad de 3000 rev/min. Calcular
- a. El número de grados eléctricos en una revolución mecánica de giro.
  - b. La frecuencia generada en la armadura del estator.
- 2-8 El rotor de un alternador de seis polos y 60 Hz produce un flujo de campo igual a  $5 \times 10^6$  líneas por polo. Calcular
- a. La velocidad a la que se debe impulsar el alternador para producir la frecuencia nominal.
  - b. El voltaje promedio que se genera en cada bobina del estator, las cuales tiene 200 vueltas. [*Sugerencia:* Emplear la ecuación (1-4a) de la sección 2-18.]
  - c. El voltaje efectivo por fase para una armadura de estator monofásico con 60 bobinas distribuidas uniformemente en dicho estator.
- 2-9 Un alternador de 24 polos, trifásico, de 60 Hz, conectado en estrella, tiene 6 ranuras por polo y un devanado *ímbrico* de paso completo de dos capas en el cual hay 8 conductores por ranura. El flujo de entrehierro es  $6 \times 10^6$  líneas por polo. Calcular
- a. El número de conductores por fase.
  - b. El factor de distribución.
  - c. El factor de paso.
  - d. Las rpm de los polos de campo.
  - e. La FEM inducida por fase y por línea.
- 2-10 Repetir el problema 2-9 para un intervalo o abarcamiento de ranuras por las bobinas de 1 a 6 (paso de  $\frac{5}{6}$ ).

# Relaciones de voltaje de la dínamo de cd: generadores de cd

### 3-1 GENERALIDADES

Al comparar las acciones de generador y de motor en la dínamo de cd, en la sección 1-20, se terminó con un resumen de las diferencias fundamentales entre ellas. Este capítulo está dedicado a la dínamo de cd empleada como generador de cd, por tanto se ocupa principalmente de las relaciones de voltaje en la dínamo cd, ya que un generador es una fuente de voltaje. En el resumen de la sección 1-20 se afirmó que, para la acción de generador,

1. El par electromagnético que se desarrolla en el conductor portador de corriente, *se opone* a la rotación del primomotor (ley de Lenz).
2. El voltaje generado o inducido en la armadura contribuye y produce la corriente de armadura.
3. El voltaje generado  $E_g = V_a + I_a R_a$  [Ec. (1-9)].

En la figura 2-1 se muestra la construcción general de la dínamo de cd, que se describió en la sección 2-2. Se vio que, para fines de conmutación, la armadura que contiene los conductores portadores de corriente en los cuales se inducen los voltajes, *debe* girar para llevar a cabo las funciones que se describieron en la sección 2-2. Se presentó una descripción del estator, que comprende el campo magnético de cd, y se bosquejaron algunas de sus premisas de diseño en la sección 2-9. En las secciones 2-10, 2-11 y 2-12 se abordaron algunas consideraciones de diseño que afectan la armadura de la dínamo de cd.

El voltaje  $E_g$  generado en la armadura de la ecuación (1-9), para la FEM total promedio inducida entre escobillas, fue

$$\text{(Sistema inglés)} \quad E_g = \frac{\phi Z S P}{60 a} \times 10^{-8} \quad \text{V} \quad (1-5a)$$

$$\text{(Sistema SI)} \quad E_g = \frac{\phi Z \omega P}{2 \pi a} \quad \text{V} \quad (1-5b)$$

donde, dependiendo de la naturaleza del devanado, se determina el número de trayectorias  $a$  en la armadura mediante las ecuaciones siguientes:

Para devanado imbrico,	$a = mP$	(2-4)
------------------------	----------	-------

Para devanado ondulado,	$a = 2m$	(2-5)
-------------------------	----------	-------

El lector debe repasar las ecuaciones y secciones que acabamos de citar porque son fundamentales y se aplican a todos los tipos y características de los generadores comerciales que se describen a continuación.

### 3-2 TIPOS DE GENERADORES DE CD

Los tres tipos básicos de generadores de cd que emplean la construcción de dínamo de cd son los generadores *en derivación* (*shunt*, o *en paralelo*), *en serie*, y *compuestos*. Las diferencias entre esos tipos se deben al modo en que se produce la excitación del campo de cd del estator. El objeto del generador es producir un voltaje de cd mediante la conversión de energía mecánica en energía eléctrica, y parte de este voltaje se usa para *excitar* el devanado del campo magnético estacionario.

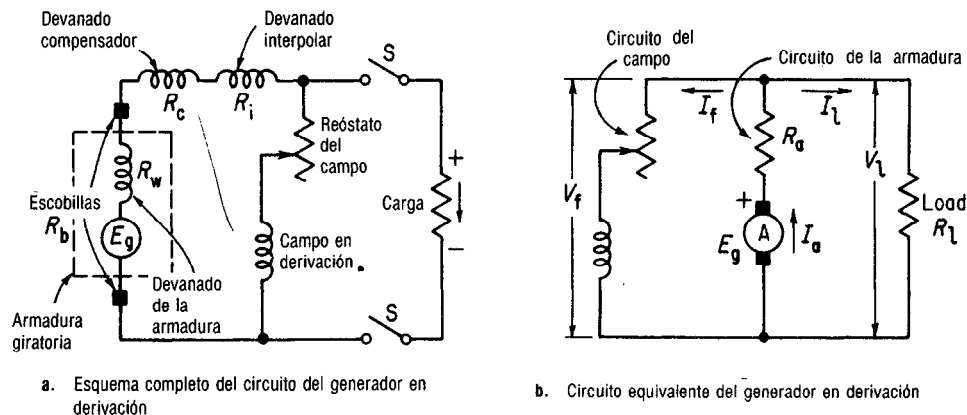
### 3-3 DIAGRAMA ESQUEMATICO Y CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR EN DERIVACION

Cuando se produce la excitación mediante un devanado de campo conectado con todo, o casi todo, el voltaje de línea, que se produce entre las escobillas de la armadura, a la dínamo de cd se le denomina *generador en derivación* (*generador en paralelo*, o *generador shunt*). El diagrama esquemático de su circuito se muestra en la **figura 3-1a**.

La armadura del rotor se encierra en un rectángulo con líneas discontinuas y se representa como constituida por una fuente de FEM ( $E_g$ ), generada de acuerdo con la ecuación (1-6) una resistencia del devanado de armadura ( $R_w$ ); y una resistencia ( $R_b$ ) de las escobillas de carbón y su resistencia en el punto en que hacen contacto con la armadura giratoria. El *circuito de la armadura* completo consiste de la armadura (encerrada en líneas discontinuas y dos devanados opcionales, el devanado de compensación, ( $R_c$ ) y el devanado de interpolos ( $R_i$ ), que están en el estator. Así, la parte del circuito de armadura que gira se muestra encerrada en el rectángulo, y la parte del circuito de armadura que permanece fija en el estator, queda fuera del rectángulo.

Por simplicidad, se pueden sumar y agrupar todas las resistencias en serie del circuito de armadura en una sola resistencia ( $R_a$ ), que se denomina resistencia del circuito de armadura. En el circuito equivalente de un generador en derivación de la **figura 3-1b**, el circuito de armadura consiste de una fuente de FEM ( $E_g$ ) y de una resistencia del *circuito de armadura* ( $R_a$ ), que en adelante denominaremos resistencia de armadura.

El circuito de campo de un generador en derivación, como su nombre lo indica, está en paralelo con el circuito de armadura y, como se muestra en las **figuras 3-1a y b**, consta del devanado de campo en paralelo, arrollado en los polos estacionarios, y de un reóstato de campo.



**Figura 3-1** Generador en derivación: esquema y circuito equivalente.

Adviértase que el generador en derivación, cuando tiene carga, está compuesto de tres circuitos en paralelo: (1) el circuito de armadura, (2) el circuito de campo, y (3) el circuito de carga. Puesto que la fuente básica de la FEM y de la corriente es la armadura, el circuito equivalente de la Fig. 3-1b nos da la siguiente ecuación de la corriente:

$$I_a = I_f + I_l \quad \text{amperes (A)} \quad (3-1)$$

en la que  $I_a$  es la corriente de armadura que se produce en la misma dirección que el voltaje generado  $E_g$  [Ec. (1-9)].

$I_f$  es la corriente de campo ( $V_f/R_f$ ) en el circuito de campo

$I_l$  es la corriente que pasa por la carga ( $V_l/R_l$ )

Para los tres circuitos en paralelo, por definición, existe el mismo voltaje entre las terminales de los circuitos de armadura, de campo y de carga, respectivamente, o sea

$$V_a = V_f = V_l \quad \text{volts (V)} \quad (3-2)$$

siendo  $V_a$  el voltaje entre las terminales de la armadura, es decir,  $V_a = E_g - I_a R_a$  [Ec. (1-9)]

$V_f$  el voltaje entre las terminales del circuito de campo .

$V_l$  el voltaje entre las terminales de la carga

### EJEMPLO 3-1

Un generador en derivación de 150 kW, 250 V, tiene una resistencia del circuito de campo de 50  $\Omega$  y una de 0.05  $\Omega$  en el circuito de armadura. Calcular

- La corriente de línea a plena carga, que va hacia la carga.
- La corriente de campo
- La corriente de armadura
- El voltaje generado a plena carga.

### Solución

- $I_l = \frac{\text{kW} \times 1000}{V_l} = \frac{150 \times 1000 \text{ W}}{250 \text{ V}} = 600 \text{ A}$
- $I_f = \frac{V_l}{R_f} = \frac{250 \text{ V}}{50 \Omega} = 5 \text{ A}$
- $I_a = I_f + I_l = 5 + 600 = 605 \text{ A} \quad (3-1)$
- $E_g = V_a + I_a R_a$   
 $= 250 \text{ V} + 605 \times 0.05 = 280.25 \text{ V} \quad (1-9)$



### 3-4 DIAGRAMA ESQUEMATICO Y CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR EN SERIE

Cuando la excitación se produce mediante un devanado de campo conectado en serie con la armadura de tal manera que el flujo que produzca el devanado de campo en serie sea función de la corriente en la armadura y en la carga, la máquina de cd se denomina *generador en serie*. El diagrama esquemático completo de ese generador se muestra en la **figura 3-2a**. El campo en serie sólo se excita cuando se conecta una carga para completar el circuito. Como quiera que por este devanado de campo debe pasar toda la corriente, o sea la corriente nominal de la armadura, se le fabrica con *pocas vueltas de alambre grueso*.

Como en el caso anterior, el devanado de compensación ( $R_c$ ) que está en los polos de inducción y el devanado interpolar ( $R_i$ ) se incluyen en serie con el devanado de la armadura rotatoria ( $R_w$ ), lo cual produce una FEM generada ( $E_g$ ) de acuerdo con la ecuación (1-5). En la figura 3-2b se muestra el circuito equivalente, bajo carga, de un generador en serie. Obsérvese que la corriente en el devanado de campo en serie ( $I_s$ ) está controlada mediante un divisor o desviador ( $R_d$ ), que sirve para dar algún ajuste a la excitación del campo en serie casi del mismo modo que el reóstato en el generador en derivación.

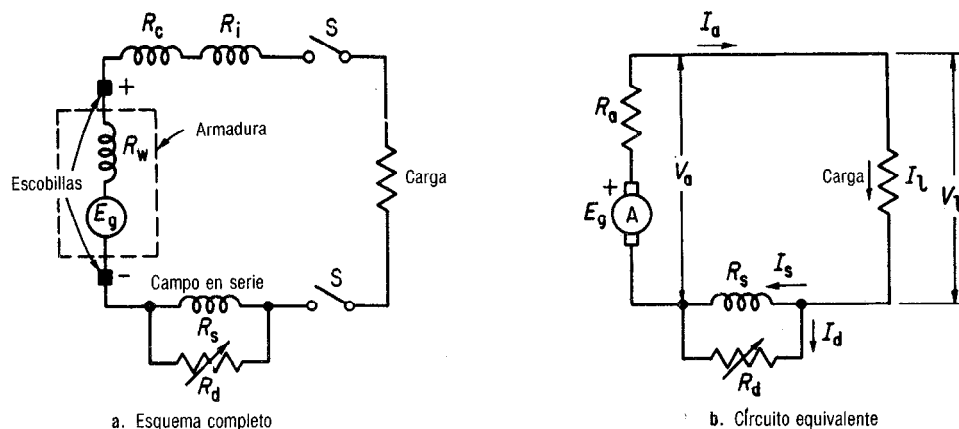
Para fines de comparación se debe hacer notar que, a diferencia del generador en derivación cuya excitación del campo es independiente de la carga, la excitación del campo en serie depende principalmente de la *magnitud de resistencia de la carga*. Así, el desviador sólo sirve para sólo dar ajustes *menores*, o pequeños, a la excitación del campo en serie, de un generador en serie.

Las ecuaciones de la corriente de un generador en serie son

$$I_a = I_l = I_s + I_d \quad (3-3)$$

La ecuación de voltaje para un generador en serie, como se muestra en el circuito equivalente de la figura 3-2b, puede resumirse como

$$V_a = V_l + I_s R_s \quad (3-4)$$



**Figura 3-2** Generador en serie: esquema y circuito equivalente.

en la que  $V_a$  es el voltaje entre terminales de armadura, o sea  $E_g - I_a R_a$  [de la ecuación (1-9)]

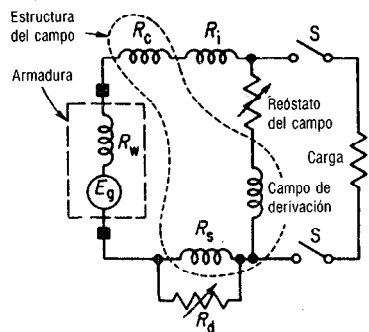
$V_l$  es el voltaje entre terminales de la carga

$I_s R_s$  es la caída de voltaje entre las terminales del campo en serie

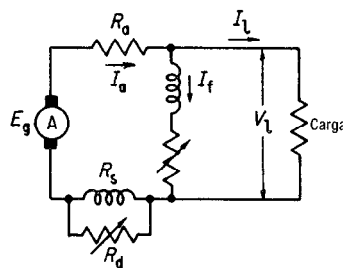
### 3-5 DIAGRAMA ESQUEMATICO Y CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR SERIE-PARALELO O COMPUESTO

Cuando la excitación del campo se produce mediante una combinación de los dos tipos de devanado que acabamos de describir, a saber (1) devanado de campo en serie excitado por la corriente de armadura o de línea, y (2) devanado de campo en paralelo excitado por el voltaje entre las terminales de armadura, la máquina de cd se denomina *generador compuesto*. El diagrama esquemático completo de este generador aparece en la figura 3-3a. Adviértase que la estructura del campo estacionario se representa como consistente de un devanado de campo en paralelo y un devanado de campo en serie *embobinado sobre* el de campo en paralelo, con objeto de tener una disipación más eficiente del calor, además del devanado de compensación insertado en la cara polar de los polos principales del campo.

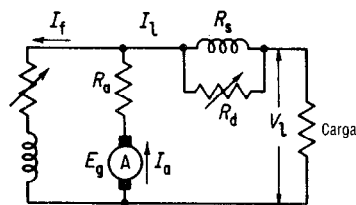
Como en las figuras anteriores, se ha simplificado el circuito para mostrar dos circuitos equivalentes posibles: una conexión *en derivación larga*, o *en paralelo larga*, y una conexión *en derivación corta*, o *en paralelo corta*. La figura 3-3b muestra la conexión en derivación larga de un generador compuesto, en la cual el circuito de campo paralelo está en paralelo con los circuitos combinados de la armadura y del campo en serie, así como con el circuito de carga. La figura 3-3c muestra la conexión en derivación corta, en la cual el circuito de campo paralelo está en paralelo con el circuito de armadura, y el circuito de campo en serie está en serie con la carga.



a. Esquema completo de conexión en derivación larga



b. Circuito equivalente del generador compuesto en derivación larga



c. Circuito equivalente del generador compuesto en derivación corta

**Figura 3-3** Generador compuesto: esquema y circuitos equivalentes de conexiones en derivación larga y corta.

Las ecuaciones de corriente para la conexión en *derivación larga* de un generador compuesto de cd son

$$I_a = I_f + I_l = I_s + I_d \quad (3-5)$$

Las ecuaciones de corriente para la conexión en *derivación corta* de un generador compuesto de cd son

$$I_a = I_f + I_l$$

y también

$$I_l = I_s + I_d \quad (3-6)$$

de las cuales se han definido ya todos los términos.

En las ecuaciones (3-5) y (3-6), se puede advertir que la diferencia esencial entre las conexiones en derivación larga y corta estriba en que en la primera la corriente de *armadura* es la que excita el campo en serie, mientras que en la de derivación corta es la corriente de *carga* la que excita dicho campo en serie.

### EJEMPLO 3-2

Un generador compuesto en derivación larga, cuya capacidad nominal es de 100 kW y 500 V cd, tiene una resistencia de armadura igual a  $0.03 \Omega$ , una resistencia del campo en paralelo igual a  $125 \Omega$ , y una resistencia del campo en serie igual a  $0.01 \Omega$ . Por el desviador pasan 54 A. Calcular

- La resistencia del desviador a plena carga
- El voltaje generado a plena carga.

### Solución

$$a. I_l = \frac{\text{kW} \times 1000}{V_l} = \frac{100 \times 1000 \text{ W}}{500 \text{ V}} = 200 \text{ A}$$

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{500 \text{ V}}{125 \Omega} = 4 \text{ A}$$

$$I_a = I_f + I_l = 4 + 200 = 204 \text{ A} \quad (3-1)$$

$$I_s = I_a - I_d = 204 \text{ A} - 54 \text{ A} = 150 \text{ A} \quad (3-5)$$

Como el desviador y el campo están en paralelo,

$$I_d R_d = I_s R_s \text{ y}$$

$$R_d = \frac{I_s R_s}{I_d} = \frac{150 \times 0.01}{54} = 0.0278 \Omega \quad (3-11)$$

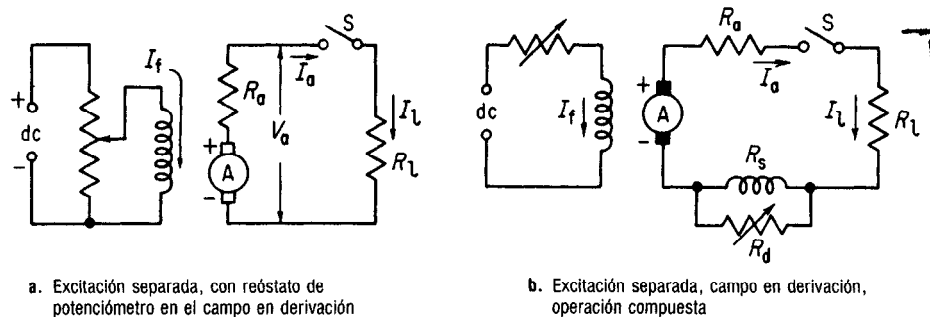
$$b. E_g = V_l + I_a R_a + I_s R_s \\ = 500 + (204 \times 0.03) + (150 \times 0.01) \\ = 507.62 \text{ V}$$

## 3-6 GENERADOR CON EXCITACION SEPARADA

Un método de clasificación de los generadores de cd se basa en la forma en que el devanado de campo se excita para producir los amperes-vueltas y la fuerza magnetomotriz necesarios por polo [ $\phi$  en la ecuación (1-5)] para generar un voltaje [ $E_g$  en la ecuación (1-5)]. Así, pareciera ser posible que cualquier generador de cd produce un voltaje de cd y una corriente con magnitud suficiente para excitar su propio campo, y esa excitación se denomina *autoexcitación*.

A los generadores que se muestran en las figuras 3-1, 3-2 y 3-3 se les denomina *generador autoexcitado en derivación en serie y compuesto*, respectivamente. Sin embargo, cuando uno o más campos se conectan a una fuente separada de voltaje de cd que es independiente del voltaje de armadura del generador, se dice que este generador tiene *excitación separada*.

En las figuras 3-4a y b se muestran dos generadores con excitación separada. El circuito de la figura 3-4a muestra el campo en paralelo conectado a un potenciómetro y a una fuente de cd que es independiente del voltaje de armadura  $V_a$ . Como el campo



**Figura 3-4** Generadores con excitación separada.

ya no está excitado por el voltaje de armadura, la corriente de armadura  $I_a$  es la misma que la corriente de carga  $I_L$ . Del mismo modo, suponiendo que las líneas de transmisión tienen resistencia cero, el voltaje de armadura  $V_a$  es el mismo que el voltaje en la carga,  $I_L R_L$ .

Obsérvese que la conexión del potenciómetro de la figura 3-4a permite como mínimo un ajuste nulo en la corriente del campo en derivación, mientras que la conexión del reóstato de la figura 3-4b permite un ajuste mínimo de corriente que no llega a cero. El generador con excitación separada de la figura 3-4b combina la autoexcitación del campo en serie con la excitación separada del campo en paralelo o derivación, obteniéndose las ventajas de la operación compuesta con las de la excitación separada del campo. Las relaciones de la corriente de armadura de este generador son las mismas que para el generador en serie, presentadas en la ecuación 3-3.

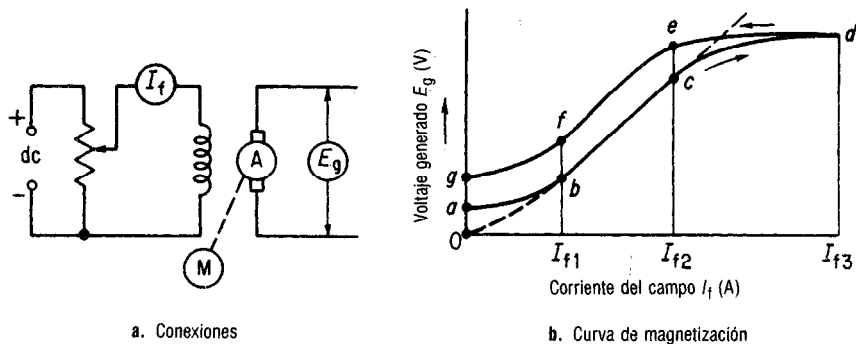
### 3-7 CARACTERISTICAS DE VOLTAJE SIN CARGA O EN VACIO DE UN GENERADOR DE CD

En los laboratorios se usa con frecuencia el circuito de la Fig. 3-4a para investigar las características de los generadores en derivación, con o sin carga. Estando abierto el interruptor S, se impulsa al generador con alguna máquina o *primotor* a una velocidad aproximadamente constante.

Se conecta un amperímetro en el circuito del potenciómetro para registrar la corriente que toma el campo ( $I_f$ ), y se conecta un voltímetro de gran sensibilidad<sup>1</sup> con las terminales de la armadura para registrar el voltaje generado ( $E_g$ ), como se muestra en la figura 3-5a. La relación en este caso es la ecuación (1-5):

$$E_g = \frac{\phi ZSP}{60a} \times 10^{-8} \quad \text{volts (V)} \quad (1-5a)$$

<sup>1</sup> Se usa por lo común un voltímetro muy sensible debido a que toma una corriente muy pequeña de la armadura. Bajo estas circunstancias, se puede suponer que  $V_a$  es igual a  $E_g$ , porque la caída  $I_a R_a$  del voltaje de armadura es despreciable. Si se emplea un voltímetro electrónico o un electrómetro, se puede considerar que el valor obtenido es, para fines prácticos, el valor de  $E_g$  en la ecuación (1-5a).



**Figura 3-5** Conexiones de excitación separada sin carga para obtener la curva de saturación.

Para un generador dado, el número  $P$  de polos, el número total de conductores de armadura  $Z$  y el número de trayectorias  $a$  se pueden determinar en base a los datos del devanado de armadura y mediante las ecuaciones (2-4) o (2-5). Así, para una armadura dada de cierto generador,  $P$ ,  $Z$  y  $a$  en la ecuación anterior son *fijos*. La ecuación (1-5a) se puede escribir de la siguiente manera:

$$E_g = K \phi S = K' \phi \omega \quad (3-7)$$

en la que  $K = (PZ \times 10^{-8}) / 60a$  y  $K' = PZ/a$

$\phi$  es el flujo por polo (flujo mutuo de entrehierro)

$S$  es la velocidad en rpm

$\omega$  es la velocidad en rad/s

Puesto que la máquina impulsora de la figura 3-5a trabaja a una velocidad aproximadamente constante, la FEM generada  $E_g$  de la ecuación (3-7) es

$$E_g = K'' \phi \quad (3-8)$$

Parecería, en base a la ecuación (3-8), que la lectura del voltímetro en la figura 3-5a sólo es una función exclusiva del flujo mutuo de entrehierro que produce el devanado de campo. Si el potenciómetro que se muestra en la figura 3-5a se ajusta para corriente de campo igual a cero, y si el generador se impulsa a velocidad constante, podría suponerse que  $E_g$  es cero. Sin embargo, éste no es el caso, y aun cuando la fuerza magnetomotriz ( $I_f N_f$ ) es nula, el flujo en el entrehierro *no es* cero. El voltímetro indica un voltaje pequeño entre las terminales de la armadura cuando la corriente del campo es cero. Este voltaje se indica en el punto *a* de la curva de la Fig. 3-5b, en la cual la corriente del campo es cero y el voltaje generado  $E_g$  es un valor pequeño, de unos cuantos volts. El voltaje en *a* se debe a la *retentividad* de los polos de campo y es proporcional a la cantidad de *magnetismo residual* que quedó en el hierro de la dínamo la última vez que se interrumpió el funcionamiento del generador.

Si la corriente del campo se aumenta mediante el potenciómetro de modo que se registre una corriente  $I_{f1}$ , el voltaje aumenta al punto *b* en la figura 3-5b. Si la corriente se aumenta en la misma dirección hasta el punto que el amperímetro indique una

corriente de campo igual a  $I_{f2}$ , el voltaje generado aumentará al punto  $c$  de la Fig. 3-5b. Así, el voltaje inducido que se genera aumenta en proporción a la fuerza magnetomotriz del entrehierro producida por la corriente de campo ( $I_f N_f$ ).

Debe hacerse notar que la parte de la curva de  $a$  a  $b$  es *no lineal*, porque se compone de una FMM (fuerza magnetomotriz) residual *fija* y una FMM de corriente de campo *variable*. Sin embargo, la parte de  $b$  a  $c$  es *lineal*, porque en este caso la FMM residual es despreciable en comparación con la producida por la corriente de campo, y el voltaje generado varía directamente al variar ésta. Más allá del punto  $c$ , la joroba o rodilla de la curva, un aumento en la corriente del campo *no* produce un aumento proporcional en el voltaje generado. En este caso, el hierro de los polos del campo y del núcleo vecino del circuito magnético se acerca a la *saturación*. Por tanto, más allá del punto  $c$ , cualquier aumento en la fuerza magnetomotriz sobre la joroba de la curva de saturación no podrá producir un aumento proporcional en el flujo, y la curva de magnetización desde  $c$  hasta  $d$  de nuevo es lineal, esta vez debido al efecto de la *saturación magnética*.

Si la corriente de campo se reduce ahora mediante el potenciómetro de la figura 3-5a, desde el valor  $I_{f3}$  hasta el valor  $I_{f2}$ , el voltaje generado disminuye desde  $d$  hasta  $e$ . Nótese que el voltaje en  $e$  es mayor que el correspondiente en  $c$ , y que las disminuciones posteriores de la corriente de campo producen mayores voltajes generados que los que se producen cuando estaba aumentando dicha corriente de campo. Esa acción es idéntica a la producida en cualquier circuito magnético que contiene un material ferromagnético; es una propiedad del material denominada *histéresis*.<sup>2</sup>

Entonces, se puede ver que la forma de la curva de magnetización ( $E_g$  contra  $I_f$ ) no difiere de la forma de la curva de saturación ( $B$  contra  $H$ ) que se obtiene para cualquier material ferromagnético. De hecho, aun si la máquina no estuviera girando y si se hicieran mediciones del flujo de entrehierro contra la fuerza de magnetización, la curva  $B-H$  sería idéntica a la que aparece en la figura 3-5b. Como  $E_g = K\phi S$ , la rotación de los conductores de armadura a velocidad constante produce siempre un voltaje directamente proporcional al flujo en el entrehierro, y *no* necesariamente proporcional a la corriente de campo.

Para obtener una curva de magnetización de un generador en el laboratorio, se debe tener cuidado, por consiguiente, de aumentar la corriente de campo hasta un máximo y disminuirla hasta un mínimo, moviéndose *sólo* en una dirección al tomar las lecturas. Si no se hace esto, se producen ciclos secundarios de histéresis, dando resultados erróneos. Además, se debe tener cuidado de mantener la velocidad completamente *constante*, porque la ecuación (3-8) supone que ésta es, de hecho, constante. La curva de magnetización de la figura 3-5b es una representación gráfica de esta ecuación. Si se registra la velocidad en el mismo instante en que se anotan la corriente y el voltaje de campo, será entonces asunto sencillo *corregir cualquier variación* de velocidad que pueda presentarse, como se muestra en los ejemplos 3-3 y 3-4, con el método de la *relación*.

<sup>2</sup> La ecuación (12-3) de histéresis aparece en la sección 12-2 de este texto. Se puede encontrar una descripción más completa de la histéresis en Kosow, *Circuit Analysis*, (New York: John Wiley and Sons, 1988), págs. 298-301.

**EJEMPLO 3-3**

Calcular, suponiendo excitación del campo constante, el voltaje sin carga de un generador con excitación separada cuyo voltaje de armadura es 150 V a velocidad de 1800 rpm cuando

- La velocidad aumenta a 2000 rpm
- La velocidad disminuye a 1600 rpm

**Solución**

De la ecuación (3-7),  $E_g = K''S$  a excitación de campo constante, y por tanto,  $E_{\text{final}}/E_{\text{orig}} = S_{\text{final}}/S_{\text{orig}}$ , de la cual

$$\text{a. } E_{\text{final}} = E_{\text{orig}} \left( \frac{S_{\text{final}}}{S_{\text{orig}}} \right) = 150 \text{ V} \left( \frac{2000}{1800} \right) = 166.\bar{6} \text{ V}$$

$$\text{b. } E_{\text{final}} = 150 \text{ V} \left( \frac{1600}{1800} \right) = 133.\bar{3} \text{ V}$$

**EJEMPLO 3-4**

Para obtener una curva de magnetización a la velocidad *constante* de 1200 rpm, se anotaron los siguientes valores de voltaje cuando se varió la velocidad:

- 64.3 a 1205 rpm
- 82.9 V a 1194 rpm
- 162.3 V a 1202 rpm

¿Qué correcciones se deben hacer en los datos antes de graficar la curva?

**Solución**

$$\text{a. } E_1 = 64.3 \text{ V} \left( \frac{1200}{1205} \right) = 64.0 \text{ V a 1200 rpm}$$

$$\text{b. } E_2 = 82.9 \text{ V} \left( \frac{1200}{1194} \right) = 83.3 \text{ V a 1200 rpm}$$

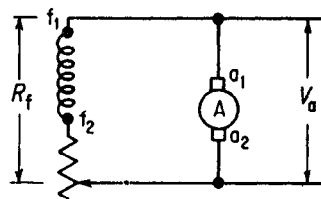
$$\text{c. } E_3 = 162.3 \text{ V} \left( \frac{1200}{1202} \right) = 162.0 \text{ V a 1200 rpm}$$

### 3-8 LINEAS DE RESISTENCIA DE CAMPO DE UN GENERADOR EN DERIVACION AUTOEXCITADO

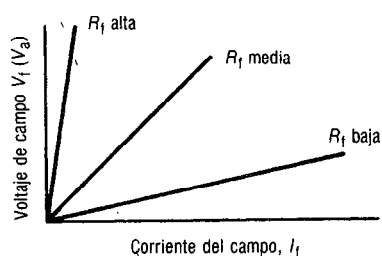
En el generador con excitación separada que se muestra en la Fig. 3-5a, se excita el circuito de campo independientemente del voltaje entre las terminales de la armadura. Con ello, la corriente en el circuito de campo ( $I_f$ ) es independiente del voltaje generado ( $E_g$ ), aun cuando el caso inverso *no* se cumple. Sin embargo, cuando el circuito de campo, que consiste del devanado de campo y el reóstato correspondiente, se conecta con las terminales de la armadura como se muestra en la **figura 3-6**, la corriente  $I_f$  de campo *ya no es independiente* del voltaje generado. Para la conexión de la figura 3-6, la corriente de campo que da la ecuación (3-1) depende de la relación  $V_f/R_f$ , siendo  $V_f$  el mismo que el voltaje entre los extremos de la armadura, o  $V_a$ . Por tanto, la corriente de campo en un instante cualquiera es una función de *dos* variables: (1) el voltaje de armadura, que varía con la fuerza magnetomotriz del entrehierro, y (2) la resistencia del campo, que varía de acuerdo con el ajuste del reóstato del campo que se muestra en la figura 3-6.

Para expresar la corriente de campo y de armadura que fluye en todo instante por el circuito de la figura 3-6, es necesario representar gráficamente una *familia de líneas de resistencia de campo*. Si se supone que la resistencia de campo es lineal y constante, se puede graficar una familia de resistencias de campo como se muestra en la **figura 3-7**.

Así, según la ley de Ohm, una resistencia de campo alta, es decir, una que tenga una pendiente pronunciada, es la que producirá una corriente de campo pequeña para un valor bastante alto del voltaje de campo, como se ve en la figura 3-7. Al revés



**Figura 3-6** Generador en derivación autoexcitado.



**Figura 3-7** Líneas de resistencia del campo.

como muestra la figura, una resistencia baja, es decir, la línea con pendiente leve, producirá una corriente bastante alta para un valor bajo del voltaje de campo. Por tanto, la pendiente de la línea de resistencia de campo es una indicación de la resistencia de campo, o sea,  $V_f/I_f$ .

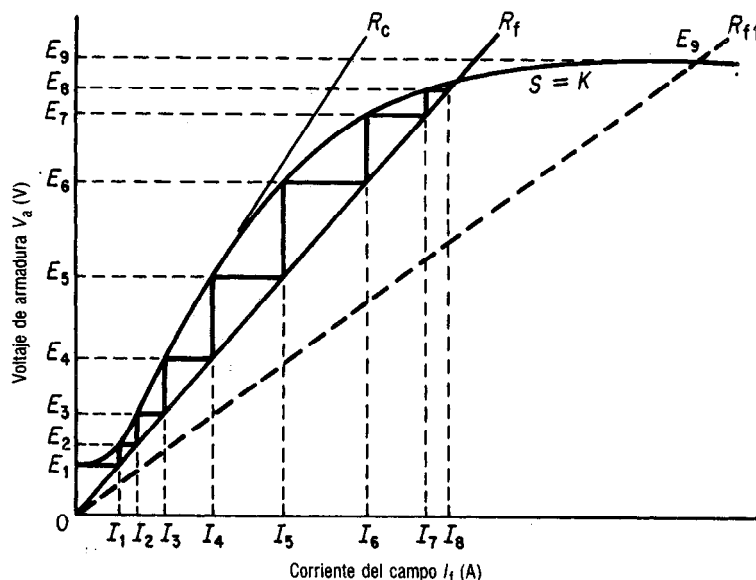
Como quiera que el generador de la figura 3-6 está suministrando una corriente relativamente pequeña, en proporción con su corriente nominal a plena carga, para excitar a su propio circuito de campo, podremos suponer, por el momento, que la caída interna  $I_a/R_a$  es despreciable, y que las ordenadas de las figuras 3-5b y 3-7 son las mismas, es decir, que  $V_a$  es igual a  $E_g$ . Entonces ya es posible representar en un eje común tanto las líneas de resistencia de campo como la curva de magnetización de la dinamo. Esto se muestra en la figura 3-8.

### 3-9 CRECIMIENTO DE VOLTAJE EN UN GENERADOR EN DERIVACION AUTOEXCITADO

La curva de magnetización de la dinamo para el generador de la figura 3-5, con excitación separada y una línea dada de resistencia del campo en paralelo o derivación  $R_f$  se muestran en la figura 3-8 para el mismo generador conectado en forma de generador en derivación con autoexcitación, que apareció primero en la figura 3-6. Como se muestra en las figuras 3-6 y 3-8, dado que el circuito de campo está conectado directamente con las terminales de la armadura, la ordenada de la línea de resistencia de campo  $R_f$  es el voltaje de terminales del generador  $V_a$ . El modo en el que un generador autoexcitado se comporta para excitar su propio campo y acumular un voltaje de cd en las terminales de su armadura se describe con referencia a la Fig. 3-8, y tiene los siguientes pasos:

1. Suponer que el generador arranca desde el reposo, es decir, la velocidad del primomotor es cero. No obstante el magnetismo residual, la FEM generada  $E_g$  es cero.
2. Cuando el primomotor hace girar la armadura del generador y la velocidad se acerca a la velocidad nominal, el voltaje ( $E = K\phi S$ ) aumenta debido al magnetismo residual y a la velocidad.





**Figura 3-8** Crecimiento (acumulación) de voltaje en un generador en derivación autoexcitado.

3. A la velocidad nominal, el voltaje de armadura debido al magnetismo residual es pequeño ( $E_1$ , como se muestra en la figura). Pero este voltaje también existe en el circuito de campo cuya resistencia es  $R_f$ . Así, la corriente que pasa por el circuito del campo ( $I_1$ ) también es baja.
4. Cuando  $I_1$  pasa por el circuito de campo del generador de la figura 3-6, se origina un aumento en la fuerza magnetomotriz debido a  $I_1 N_f$ , que ayuda al magnetismo residual aumentando el voltaje residual hasta  $E_2$ , como se muestra en la figura 3-8.
5. Hay ahora un voltaje  $E_2$  entre las terminales del campo, que permite el flujo de una corriente  $I_2$  mayor en el circuito de campo.  $I_2 N_f$  es una fuerza magnetomotriz mayor que produce un voltaje generado igual a  $E_3$ .
6.  $E_3$  da como resultado  $I_3$  en el circuito de campo, que produce a  $E_4$ . Pero  $E_4$  hace que  $I_4$  fluya por el campo, produciendo  $E_5$ , y así sucesivamente, hasta llegar a  $E_8$ , que es el valor máximo.
7. El proceso continúa hasta el punto en el que la línea de resistencia cruza la curva de magnetización de la figura 3-8. En este punto se detiene el proceso. Cuando el voltaje inducido que se produce, se imprime al circuito de campo, se genera un flujo de corriente que a su vez produce un voltaje inducido de la misma magnitud ( $E_8$ , en la figura).

### 3-10 RESISTENCIA CRITICA DEL CAMPO

En la descripción anterior para la acumulación o crecimiento de un generador en derivación autoexcitado, que se muestra en la figura 3-8, se empleó un valor determinado de la resistencia  $R_f$  del campo. Si esta resistencia se redujera por ajuste del reóstato del campo de la figura 3-6 a un valor menor, digamos  $R_{f1}$ , que se muestra en la figura 3-8, el proceso de crecimiento se efectuaría a lo largo de la línea de resistencia de campo

$R_{fl}$ , y crecería hasta un valor algo mayor que  $E_g$ , es decir, hasta el punto en el cual  $R_{fl}$  intersecta la curva de magnetización, que es  $E_g$ .

Como la curva está demasiado saturada en la cercanía de  $E_g$ , si se reduce la resistencia del campo, hasta el límite de su devanado, no se incrementara el voltaje de manera apreciable. Al revés, si se aumenta la resistencia del reóstato de campo y la del circuito de campo, hasta un valor con una pendiente más pronunciada que  $R_f$  en la figura, se tendrá una reducción del valor máximo hasta el cual puede crecer el voltaje.

La resistencia del reóstato de campo se puede aumentar hasta que el circuito de campo alcance una resistencia crítica. Las resistencias de este circuito *mayores* que la resistencia crítica *no producirán crecimiento*. La resistencia crítica del circuito de campo  $R_c$  se muestra como una tangente a la curva de saturación, que pasa por el origen ( $O$ ) de los ejes de la curva de la figura 3-8. Así, una resistencia del circuito de campo mayor que  $R_c$  producirá un voltaje de armadura igual a  $E_1$ , aproximadamente, y no más.

### 3-11 CAUSAS POR LAS CUALES NO DESARROLLA VOLTAJE UN GENERADOR AUTOEXCITADO EN DERIVACION

Hay cuatro causas eléctricas específicas por las que un generador *sin carga*, autoexcitado en derivación no puede acumular voltaje. Son las siguientes:

1. **Carencia de magnetismo residual, o valor bajo de éste.** Puesto que el proceso de crecimiento, tal como se describió en la sección 3-9, necesita algo de magnetismo residual para su inicio, es evidente que un valor demasiado bajo, o la pérdida completa del magnetismo residual, inhibirá el crecimiento. El magnetismo residual se puede perder como resultado de condiciones que tienden a desmagnetizar los polos del campo: golpes mecánicos en el embarque, demasiada vibración, calor extremo, corriente alterna conectada por descuido en el devanado del campo, inactividad durante largos periodos, etc. Esta falla se puede remediar si se *destella el campo*, es decir, aplicando corriente directa al campo altamente inductivo [véase Ec. (2-2) y la descripción que sigue] y quitándola después, lo cual produce un arranque inductivo. Se debe recuperar el magnetismo residual, con el cual debe crecer el voltaje en el generador autoexcitado.
2. **Conexiones invertidas del circuito de campo con respecto al circuito de armadura.** En la sección 3-9, paso 4, se dijo que la corriente que pasa por el circuito de campo debe producir una fuerza magnetomotriz que ayude al magnetismo residual, es decir, que el flujo producido por la bobina de campo debe ser de la misma polaridad magnética que la fuerza magnetomotriz residual. Si se invierten las conexiones de campo con respecto a las de la armadura, el flujo de campo resultante tenderá a disminuir el flujo residual, y con ello a disminuir el flujo neto, así como la FEM generada  $E_g$  cuando se cierra el circuito de campo.

Una prueba simple al respecto es abrir el circuito de campo de un generador en funcionamiento y observar el voltaje entre las terminales de la armadura. Si este voltaje *aumenta* cuando se abre el circuito de campo, entonces las conexiones del circuito de campo están *invertidas* con respecto a la armadura. Esta falla se puede remediar con tan sólo invertir  $f_1-f_2$  con respecto a  $a_1-a_2$ , como se muestra en la figura 3-6.

Debe hacerse notar que si se invierte el sentido de giro del primomotor se obtendrá lo deseado, pues con ello se invierte la polaridad de la armadura. Una causa probable y en verdad idéntica de este tipo de falla es el empleo de dirección inadecuada de giro, que produce conexiones invertidas de armadura con respecto al campo.<sup>3</sup>

3. **Resistencia del circuito de campo mayor que la resistencia crítica de campo.** Una conexión abierta en los devanados del circuito de campo, del reóstato o en las conexiones mismas dará por resultado una resistencia mayor que la resistencia crítica del campo. Como se describió en la sección 3-10. Este problema se puede verificar con un ohmímetro.
4. **Conexión abierta o alta resistencia en el circuito de armadura.** El hecho de que haya una conexión abierta en el circuito de armadura, que el conmutador esté sucio, que una escobilla se encuentre suelta o que de plano falte, producirá el mismo efecto que una alta resistencia en el circuito del campo, porque se reduce la corriente de campo existiendo la *tendencia a evitar* que el voltaje sea mayor que el debido al magnetismo residual. Se deben revisar también las resistencias de las conexiones  $a_1 - a_2$  con la armadura mediante un ohmímetro, para ver si existe la baja resistencia deseable. Una resistencia del circuito de armadura alta, indica que hay una conexión abierta en dicho circuito.

### 3-12 EFECTO DE LA CARGA SOBRE LA DESACUMULACION EN UN GENERADOR AUTOEXCITADO EN DERIVACION

Puesto que, en general, la carga es una resistencia baja en comparación con la del campo en derivación del generador correspondiente, se debe recordar que si se conecta una carga demasiado grande con un generador en derivación, y si el primomotor es puesto en su velocidad, es posible que el generador no haga crecer el voltaje generado.<sup>4</sup> En este caso el motivo es que la mayor parte de la corriente de armadura se desvía hacia la carga en lugar de hacia el campo, y queda disponible poca corriente adicional de campo que produzca la fuerza magnetomotriz extra necesaria para iniciar el proceso de crecimiento. Así, para lograr el crecimiento, es necesario que el generador en derivación no se conecte a la carga hasta que su voltaje llegue al valor nominal mediante el proceso de crecimiento que se describió.

---

<sup>3</sup> No se recomienda mucho la inversión del sentido de giro del primomotor como remedio a una falla de acumulación. La mayor parte de los impulsores mecánicos, como por ejemplo los motores y turbinas de vapor, sólo están diseñados para trabajar en una dirección. De igual forma se diseña un motor de cd, porque sus escobillas tienen viaje en direcciones determinadas. Sólo los motores síncronos, y de inducción se pueden invertir impunemente cuando se usan como primomotores.

De igual forma, también es demasiado exagerado el considerar que una velocidad demasiado baja es causa de fallas de crecimiento de voltaje. Se supone que la máquina impulsora está trabajando a la velocidad correcta y en la dirección correcta.

Sólo se mencionan causas eléctricas. De no ser así, se anotaría como causa de la falla el hecho de que el generador no gire en absoluto!

<sup>4</sup> Este caso generalmente no se incluye entre las causas que impiden crecer al voltaje debido a que se supone que el generador no tiene carga conectada durante el proceso de crecimiento o acumulación. De hecho, una carga alta (baja resistencia) es un *cortocircuito* entre las terminales de la armadura.

Con ello surge la interesante pregunta de si un generador podrá “desacumular”, o bajar el voltaje con la aplicación de más carga, es decir, *menos resistencia* de carga equivalente, por existir más resistores de carga en paralelo. Se demostrará en esta sección que el efecto de la carga adicional disminuye, de hecho, el voltaje de armadura y con ello la excitación de la corriente de campo.

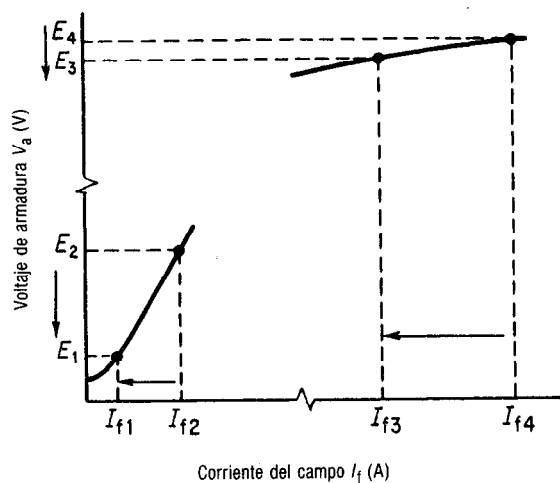
Podría uno pensar, por lo tanto, que si la aplicación de carga reduce el voltaje de armadura, la reducción de la corriente de campo a su vez debería reducir el voltaje de armadura, el cual también debe reducir la corriente del campo todavía más, y así sucesivamente, hasta que la máquina regresa a su voltaje residual. En la Fig. 3-9 se muestra un examen de la parte saturada, ampliada, de la curva de magnetización. Obsérvese que, en la parte saturada de la curva, la corriente de campo puede bajar desde  $I_{f4}$  hasta  $I_{f3}$ , que es una reducción bastante apreciable, y se tiene tan sólo un *pequeño cambio* en el voltaje de armadura, desde  $E_4$  hasta  $E_3$ .

Sin embargo, en la parte no saturada de la curva de magnetización, una reducción menor de la corriente del campo, desde  $I_{f2}$  hasta  $I_{f1}$  producirá una mayor caída del voltaje de armadura, desde  $E_2$  hasta  $E_1$ . Parece que, en lo que concierne a la carga, el generador en derivación se debe hacer trabajar en la parte saturada de su curva de magnetización. Si él está trabajando *debajo de la rodilla o joroba* de la curva de magnetización, es decir, en la parte *lineal o no saturada*, puede hacer que el voltaje *disminuya* con la aplicación de la carga, como se muestra en la figura 3-10.

### 3-13 CARACTERISTICAS DE CARGA CONTRA VOLTAJE DE UN GENERADOR EN DERIVACION

En una sección anterior se afirmó que el efecto de la aplicación de carga en las terminales de la armadura es reducir el voltaje generado en la armadura. Hay tres razones para que baje ese voltaje:

1. Una caída interna de voltaje de armadura, producida por la resistencia  $R_a$  del circuito de armadura.
2. El efecto de la reacción de armadura sobre el flujo de entrehierro.
3. La reducción en la corriente de campo originada por los dos factores anteriores.



**Figura 3-9** Efecto de la disminución de la corriente de campo en el voltaje de armadura.

Examinemos cada uno de esos factores.

1. **Caída de voltaje del circuito de armadura.** En la sección 3-3 se describieron los diversos componentes resistivos del circuito de armadura, y se mostraron en la figura 3-1a. El circuito equivalente de armadura, que se muestra en la figura 3-1b, verificó la ecuación que representa el voltaje en terminales de armadura:

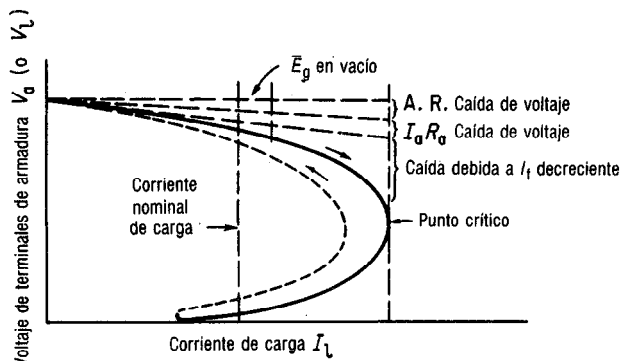
$$V_a = E_g - I_a R_a \quad (1-9)$$

Para un generador con excitación separada, mostrado en la figura 3-5, que no suministra corriente a la carga,  $I_a$  es cero y  $V_a$  es igual a  $E_g$ . Para un generador cargado, autoexcitado y en paralelo o en derivación, que se muestra en la figura 3-1b, cuando aumenta la corriente de carga  $I_L$ , también aumenta la corriente de armadura  $I_a$  [ecuación (3-1)], como también la caída de voltaje en el circuito de armadura, o sea  $I_a R_a$  [ecuación (1-9)]. Así, el voltaje  $V_a$  de terminales en la armadura de un generador en derivación, *disminuye al aplicar carga*, como se muestra en la figura 3-10a.

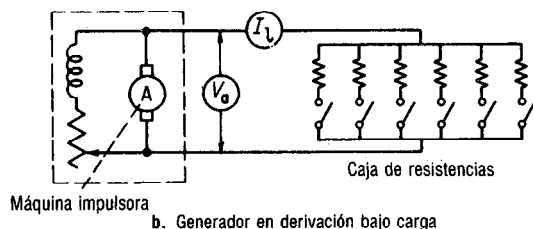
2. **Reacción de armadura.** Cada uno de los conductores de la armadura, portadores de corriente, suministran una corriente de carga en la misma dirección que el voltaje inducido (sección 3-1). Dado que estos conductores están embebidos en una armadura de hierro, se produce una fuerza magnetomotriz de armadura en proporción a la corriente de carga. Se demostrará (capítulo 5) que el efecto de este flujo es distorsionar y reducir el flujo de entrehierro que produce el campo. La reducción del flujo mutuo  $\phi_m$  reduce el voltaje generado y el de terminales de armadura,  $E_g$  y  $V_a$ , respectivamente. Así, a medida que aumenta la corriente de armadura  $I_a$ , el efecto de la reacción de armadura es una reducción progresiva de  $\phi_m$ , de  $E_g$  y de  $V_a$ , como se muestra en la figura 3-10a.
3. **Reducción de la corriente de campo.** El voltaje de terminales  $V_a$  baja como función de la corriente de carga y es resultado de (1) la reacción de armadura, y (2) la caída interna de voltaje en el circuito de armadura. Esta caída de  $V_a$  ocasiona menos corriente de campo y menos excitación producida por los polos de campo. La menor excitación ( $I_f N_f$ ) ocasiona menor flujo de entrehierro y menores valores de  $E_g$  y  $V_a$ . Si la corriente de campo y la velocidad del generador son tales que los polos de campo no están saturados, el voltaje de la máquina bajará con rapidez (véase Fig. 3-10a). Adviértase que esta causa de caída de voltaje no se presenta en un generador de cd con excitación separada; y por este motivo, el mismo generador, cuando trabaja con excitación separada, siempre tiene una mejor regulación.

En la figura 3-10 se muestra el efecto de cada uno de los tres factores anteriores. Esta figura muestra la curva característica de carga (externa) -voltaje de un generador en derivación. Para el circuito de la figura 3-10b, se grafican las lecturas del voltaje de armadura  $V_a$ , y de carga,  $V_L$ , como función de la corriente de carga  $I_L$ . El voltaje  $V_a$  es el mismo que  $E_g$  sin carga, despreciando la caída  $I_a R_a$  y la de la reacción de armadura que produce la corriente del campo. Se muestran los efectos de la reacción de armadura, en la reducción del flujo mutuo de entrehierro, en la caída de voltaje del circuito de armadura, y en la disminución de la corriente de campo.

Obsérvese que tanto la reacción de armadura como la caída  $I_a R_a$  se muestran con líneas discontinuas, y representan disminuciones de voltaje teóricamente lineales,



a. Característica de carga del generador en derivación



b. Generador en derivación bajo carga

**Figura 3-10** Curva característica carga externa-voltaje de un generador en derivación.

directamente proporcionales al aumento de la corriente de carga. La caída debida a la menor corriente de campo es una línea *curva*, porque depende del grado de saturación que existe en el campo para ese valor de carga.

En general, la curva característica carga externa-voltaje baja tan sólo un poco con la aplicación de carga hasta cuando ésta alcanza su valor nominal o corriente. Así, se considera que el generador en derivación tiene un voltaje de salida bastante constante con respecto a la aplicación de carga y, en la práctica, pocas veces se le hace trabajar más allá del valor de la corriente nominal de carga, en forma continua, durante algún tiempo apreciable.

Como se muestra en la figura 3-10a, una aplicación mayor de carga hace que el generador alcance un punto crítico más allá del cual una mayor carga lo hace que “desacumule” cuando trabaja en la parte no saturada de su curva de magnetización (sección 3-12, Fig. 3-9). Este proceso de desacumulación o disminución continúa hasta que el voltaje entre terminales es cero, y en este punto la corriente de carga es de tal magnitud que la caída de voltaje interna del circuito de armadura es igual a la FEM generada en la parte no saturada o lineal de su curva de magnetización, como se muestra en el ejemplo 3-5.

### EJEMPLO 3-5

Un generador en derivación de 125 V que tiene una resistencia de armadura igual a  $0.15 \Omega$  se carga en forma progresiva hasta que el voltaje de terminales de carga es prácticamente cero. Si la corriente de carga es 96 A, y la corriente de campo es 4 A, ¿cuál es el voltaje generado en la armadura?

### Solución

$$I_a = I_f + I_L = 4 + 96 = 100 \text{ A} \quad (3-1)$$

$$E_g = V_a + I_a R_a = 0 + (100 \times 0.15) = 15 \text{ V} \quad (1-9)$$

El ejemplo 3-5 sirve para indicar el grado posible de desacumulación del generador. También sirve para indicar que la FEM generada en vacío, o sin carga, *no* es la misma que la FEM generada en una condición dada de carga, puesto que el generador ya no trabaja en la misma parte de la curva de magnetización, *debido principalmente a la desacumulación del generador*.

Por último, debe subrayarse que si se disminuye la carga externa, con un aumento en la resistencia de la carga externa, el generador tenderá a acumular o subir gradualmente el voltaje a lo largo de la línea discontinua que se indica en la figura 3-10a. Obsérvese que, para cualquier valor de la corriente de carga, cuando crece el voltaje, el voltaje de terminales o de armadura es menor si se le compara con las líneas llenas, las cuales dan un mayor voltaje, cuando el voltaje decrece.

Esta diferencia se debe a la histéresis (sección 3-7) y está de acuerdo con la figura 3-5b, en la cual los valores de voltaje *en aumento* son menores que los correspondientes en disminución *para cualquier excitación fija dada*.

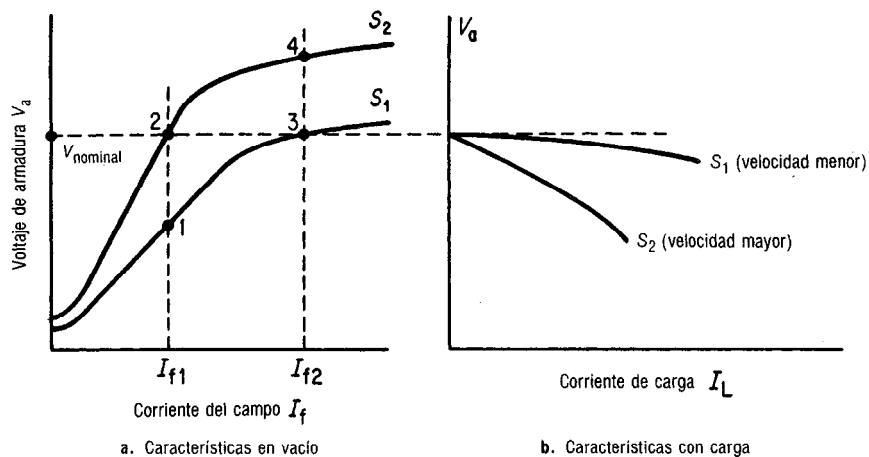
### 3-14 EFECTO DE LA VELOCIDAD SOBRE LAS CARACTERISTICAS DE UN GENERADOR EN DERIVACION CON Y SIN CARGA

La descripción anterior supone que la velocidad del primomotor es constante cuando se aplica la carga. Pero como el par electromagnético (sección 3-1), que se desarrolla en un conductor portador de corriente del generador, se opone a la rotación por la ley de Lenz, esta oposición tiene una tendencia a disminuir la velocidad del primomotor cuando se aplica la carga.<sup>5</sup> ¿Qué efecto produce un cambio de velocidad en la curva característica de carga de un generador en derivación?

La ecuación (3-7) establece que el voltaje generado  $E_g$  en cualquier generador es proporcional tanto al flujo como a la velocidad ( $E_g = K\phi S$ ). Para un flujo mutuo constante de entrehierro, un aumento de la velocidad producirá un aumento del voltaje, y a velocidad infinita se producirá un voltaje infinito. Desafortunadamente no tenemos manera de mantener constante el flujo de entrehierro, excepto mediante el empleo de un campo magnético permanente, en cuyo caso  $E_g = K'S$ , lo cual es el principio del generador tacométrico; pero *podemos* mantener una corriente de campo constante.

En la figura 3-11a se muestra el efecto de la corriente de campo constante en la saturación, para dos valores distintos de la velocidad,  $S_1$  y  $S_2$ . Para la misma corriente de campo ( $I_{fl}$ ), la velocidad mayor producirá menor saturación porque la pendiente en el punto 2 es más vertical que en el punto 1. Pero cuanto *menos saturado* se encuentre un generador en derivación dado, tanto *más rápidamente desacumulará* (sección 3-12). Así, podríamos esperar que un generador de mayor velocidad desacumule más rápidamente y tenga una mayor característica de caída-carga que uno de menor

<sup>5</sup> El análisis de los primomotores tales como los motores de gasolina, de diesel y de vapor, y de las turbinas hidráulicas o de vapor cae fuera del alcance de este libro. En general, se supone que estas máquinas tienen dispositivos reguladores de velocidad que mantienen velocidades constantes para aplicaciones de carga creciente, y que es *inherente* la posibilidad de disminución de velocidad de la máquina impulsora por la naturaleza de cualquier motor. Se verá (capítulo 7) que esta característica de disminución-carga es, de hecho, esencial para la operación de los generadores compuestos *para fines de estabilidad*.



**Figura 3-11** Efecto de la velocidad en la saturación y en el voltaje de un generador en derivación.

velocidad. Este efecto se verifica y es aún más pronunciado en la figura 3-11b en la que, en lugar de mantener la corriente del campo en un valor constante, comparamos las dos velocidades de la misma máquina al mismo voltaje nominal.

Con la velocidad más baja,  $S_1$ , se necesita una mayor corriente de campo ( $I_{f2}$ ) para producir el voltaje nominal que a una velocidad más alta,  $S_2$ , la cual requiere de una corriente de campo igual a  $I_{f1}$ . Así, en la velocidad más baja, estamos operando en la parte más saturada (punto 3) de la curva de magnetización, mientras que a la velocidad más alta trabajamos en la parte menos saturada de dicha curva (punto 2). Por tanto, en el voltaje nominal, como se muestra en la figura 3-11b, la velocidad más baja producirá la curva característica carga-voltaje más satisfactoria.

Si la velocidad del primomotor *decae*, entonces, tiende a *mejorar* la *regulación de voltaje* del generador en derivación. Si, además, debido a la disminución de la velocidad y la reducción del voltaje de terminales, regresamos al valor original de voltaje aumentando la corriente de campo, se mejora todavía más la regulación de voltaje como resultado de la *mayor saturación* del campo.

### 3-15 REGULACION DE VOLTAJE DE UN GENERADOR

En el párrafo anterior se empleó el término "regulación de voltaje" para indicar el grado del cambio del voltaje de armadura generado por la aplicación de carga. Si hay poco cambio al ir desde el vacío hasta plena carga, se dice que el generador, o el dispositivo proveedor de voltaje, posee buena regulación de voltaje. Si el voltaje cambia mucho con la carga, se considera que aquel tiene una mala o pobre regulación de voltaje.

La *regulación de voltaje* se define como el cambio de voltaje que ocurre al ir desde el vacío o sin carga hasta *plena carga*, expresado como porcentaje del voltaje *nominal* de terminales (voltaje de armadura a plena carga), es decir



$$RV \text{ (regulación porcentual de voltaje)} = \frac{V_{n1} - V_{f1}}{V_{f1}} \times 100 \quad (3-9)$$

donde  $V_{f1}$  es el voltaje de terminal a plena carga (nominal)  
 $V_{n1}$  es el voltaje de terminal en vacío

#### EJEMPLO 3-6

El voltaje sin carga de un generador en derivación es 135 V, y su voltaje a plena carga es 125 V. Calcular la regulación porcentual de voltaje (RV).

#### Solución

$$\begin{aligned} VR &= \frac{V_{n1} - V_{f1}}{V_{f1}} \times 100 \\ &= \frac{135 - 125}{125} \times 100 \\ &= 8 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

#### EJEMPLO 3-7

La regulación porcentual de voltaje (RV) es 10.5 por ciento para un generador en derivación de 250 V. Calcular el voltaje del generador en vacío.

#### Solución

$$\begin{aligned} V_{n1} &= V_{f1} + (V_{f1} \times VR) = V_{f1} (1 + VR) \quad (3-9) \\ &= 250 (1 + 0.105) = 276.3 \text{ V} \end{aligned}$$

La ecuación (3-9) sirve para indicar que un generador "ideal" mantendría el mismo voltaje trabajando desde una condición en vacío hasta una plena carga y, como la variación de voltaje es cero, tendría una regulación de cero por ciento. El generador que tiene el *cambio mínimo o menor en su voltaje de terminales* tiene la *mínima* regulación porcentual y con ello está *más cercano* al generador ideal como fuente de FEM constante, independiente de la carga.

Si se agregan o quitan cargas adicionales, un generador *ideal* continúa suministrando el *mismo* voltaje en las terminales de carga. Un examen de la curva en la figura 3-10a indica que el generador en derivación tiende a disminuir el voltaje cuando se aumenta la carga. Si la carga está en la vecindad inmediata del generador, la caída de voltaje puede compensarse mediante reguladores automáticos de voltaje que disminuyan la resistencia del campo (aumentando la corriente del campo), y que regresan el voltaje a su valor sin carga o en vacío.

Sin embargo, si la carga se encuentra lejos del generador, se complica más el problema de mantener voltaje *constante en la carga* debido a la caída de voltaje en las líneas de transmisión. La caída de voltaje en la línea varía en proporción directa a la corriente de carga que se toma del generador, así como lo hacen variar cada una de las tres causas de caída de voltaje que se describieron en la sección 3-13 y que se muestran en la figura 3-10a. Debido a la posible gran distancia entre el generador y la carga, se hace poco práctico reflejar, o retroalimentar, cambios en el voltaje de carga mediante cableado a un regulador de voltaje ubicado en el generador en derivación. Además, como todas las causas de la caída de voltaje y también la misma caída en la línea de transmisión varían con la carga, es mejor emplear determinado tipo de generador cuya *magnetización se controle* o se afecte, en parte, *mediante un cambio en la carga*. Tanto el generador en serie como el compuesto poseen esta característica.

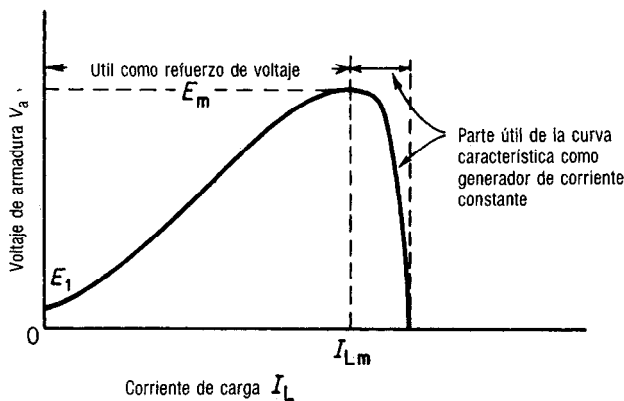
En la figura 3-2a se muestra el diagrama esquemático completo del generador en serie, y su circuito equivalente es el de la figura 3-2b. El generador en serie en circuito abierto, es decir, sin conexión con la carga, es *incapaz* de subir el voltaje. Así, cuando la corriente de la carga es cero, los voltajes generados y de armadura,  $E_g$  y  $V_a$ , son idénticos y ambos se deben al flujo magnético residual, que en la Fig. 3-12 se identifica como  $E_1$ . Si se conecta una carga con las terminales de la armadura de un generador en serie, como se muestra en la Fig. 3-2b, por el campo en serie pasará una corriente,  $I_L$ , común en la armadura y la carga, creando una fuerza magnetomotriz, que contribuye al flujo residual, y produce un mayor voltaje. Comenzará la subida automática, porque el voltaje adicional produce corriente adicional en la carga; ello, a su vez, produce más fuerza magnetomotriz ( $I_s N_s$ ) en el campo en serie. Pero la acción del generador en serie es algo más compleja que la del generador en derivación. Hay ahora *dos* caídas de voltaje, sin tomar en cuenta la caída en las escobillas, que limitan el voltaje  $V_1$  a través de la carga [véase ecuación (3-4)]. La ecuación (3-4) se puede reformular para el generador en serie de la siguiente forma:

$$V_1 = E_g - (I_s R_s + I_a R_a) \quad \text{volts (V)} \quad (3-4a)$$

Además de estas caídas de voltaje, el voltaje generado  $E_g$  también baja por los efectos de la reacción de armadura, de modo que el voltaje  $V_1$  a través de la carga, que produce la corriente de magnetización  $I_s$ , representa una *resultante* de dos fuerzas: (1) los factores que tienden a *disminuir* el voltaje  $V_1$ , y (2) la corriente de magnetización  $I_s$ , que tiende a *aumentar* el voltaje generado  $E_g$ .

Resulta de ello que, para una velocidad de impulsión dada, se produce un voltaje  $E_m$  máximo, como se muestra en la figura 3-12, que representa el punto crítico en el cual cesa el crecimiento y no se produce automáticamente más corriente. En este valor de la corriente de carga,  $I_{Lm}$ , las caídas de voltaje del campo en serie y de la armadura, así como la caída por reacción de la armadura, compensan exactamente el aumento de fuerza magnetomotriz que se produce en el campo en serie; y el voltaje de terminales  $V_1$  permanece constante.

La parte útil de las curvas características del generador en serie, como un generador de *corriente constante*, se muestra en la figura 3-12, donde se ve que la aplica-



**Figura 3-12** Curva característica carga-voltaje para un generador en serie.

ción de más carga por encima del punto crítico de voltaje máximo produce una *caída brusca* en el voltaje de carga. Esta caída brusca se debe a los factores combinados de una mayor reacción de armadura y a mayores caídas de voltaje por la ecuación (3-4), lo cual ahora disminuyen el voltaje de carga a una velocidad mayor que la del aumento de voltaje generado  $E_g$  por la corriente de carga.

Esta característica de *caída brusca* los vuelve adecuados para funcionar como generadores en *máquinas de soldar*, en los cuales se debe tener una corriente relativamente constante para producir el mismo efecto de calentamiento,  $I^2R$ , en el amplio margen de caídas de voltaje producidas por el arco eléctrico, así como para la *galvanoplastia industrial*.

Por otro lado, la parte de *aumento* de la curva de magnetización, se presta para los *reforzadores de voltaje* en los sistemas terrestres de cd para transportes con trole o de ferrocarril para reducir la acción electrolítica entre los rieles de retorno en la tierra y el conductor aéreo o subterráneo. También se ha empleado ampliamente en Europa para refuerzos en serie de líneas de transmisión de cd, o alto voltaje, para compensar las caídas en la línea, como en el sistema de Tury.

### 3-17 GENERADOR COMPUESTO

Obviamente, la regulación de voltaje del generador en serie es muy deficiente, lo cual se nota al examinar la curva característica combinada de carga y magnetización que aparece en la figura 3-12. Pero no se puede despreciar la capacidad del campo en serie para producir magnetización adicional útil en respuesta a una mayor carga. Esta característica útil del campo en serie, combinada con la característica de voltaje relativamente constante del generador en derivación, condujeron al *generador compuesto*, cuya construcción y circuitos se describen en la sección 3-5 y se muestran en la figura 3-3.

Las relaciones de corriente para la conexión en derivación larga se dan en la ecuación (3-5), y para la conexión en derivación corta en la ecuación (3-6). Revisando las figuras 3-3b y c se da uno cuenta de que, independientemente del método de conexión, el voltaje de terminales  $V_1$  del generador compuesto en derivación corta o derivación larga es *el mismo* que el de la ecuación (3-4a) de la sección 3-16 para un generador en serie! Esto es

$$V_1 = E_g - (I_s R_s + I_a R_a) \quad (3-4a)$$

El voltaje generado  $E_g$  de un generador compuesto es el resultado de la combinación de fuerzas magnetomotrices producidas por los amperes-vuelta en serie ( $I_s N_s$ ) y en derivación ( $I_f N_f$ ), debido a la corriente que pasa por sus devanados de campo. En un generador compuesto *predomina el campo en derivación* y es, con mucho, el más intenso de los dos. Cuando la fuerza magnetomotriz del campo en serie *ayuda* a la del campo en derivación o paralelo, se dice que el generador es *compuesto acumulado*. Cuando esta fuerza magnetomotriz *se opone* a la del campo en derivación se dice que el generador es *diferencial compuesto*.

### 3-18 CARACTERISTICAS DE UN GENERADOR COMPUESTO ACUMULADO

Son posibles tres tipos de curvas características de carga para el generador compuesto acumulado, sea en derivación larga o corta, que dependen de la fuerza magnetomotriz



te de este generador es más que suficiente para compensar la caída en la línea de transmisión. Se emplea un *diversor*, o *desviador* para controlar y producir un aumento suficiente de voltaje en el generador con el objeto de compensar la caída de voltaje en las líneas, a plena carga. Como esa caída y el aumento ajustado de voltaje que se produce mediante el campo en serie son ambos proporcionales a la corriente de carga, el voltaje en la carga lejana será esencialmente constante entre el vacío y la plena carga, evitando así la necesidad de reguladores de voltaje. Un generador sobrecompuesto *siempre* tiene una regulación de voltaje *negativa*. [Véase ecuación (3-19).]

### EJEMPLO 3-8

Un generador compuesto en derivación larga tiene un devanado de campo de 1000 vueltas/polo y un devanado de campo en serie de 4 vueltas/polo. Para obtener el mismo voltaje nominal a plena carga y en vacío, y trabajar como generador en derivación, es necesario aumentar la corriente del campo en 0.2 A. La corriente de armadura a plena carga del generador compuesto es 80 A, y la resistencia del campo en serie es 0.05  $\Omega$ . Calcular

- El número de amperes-vuelta del campo en serie (At) necesario para trabajar como compuesto plano. [Sugerencia: ver Ec. (3-10).]
- La resistencia del desviador necesaria para trabajar como compuesto plano. [Sugerencia: ver Ec. (3-11).]

### Solución

$$\text{a. } \delta I_f N_f = 0.2 \text{ A} \times 1000 \text{ vueltas} = 200 \text{ At} \\ = I_s N_s \quad (3-10)$$

$$\text{b. } I_s = \frac{I_s N_s}{N_s} = \frac{200 \text{ At}}{4 \text{ t}} = 50 \text{ A, necesario en el devanado de campo en serie para operación compuesta plana.}$$

$$I_d = I_a - I_s = 80 \text{ A} - 50 \text{ A} = 30 \text{ A} \\ R_d = \frac{I_s R_s}{I_d} = \frac{50 \text{ A} \times 0.05 \Omega}{30 \text{ A}} \\ = 0.0833 \Omega \quad (3-11)$$

El *generador compuesto plano* tiene aplicaciones semejantes a las del generador de voltaje constante cuando la caída en la línea es muy pequeña y la carga está ubicada en la cercanía inmediata al generador. Sin embargo, se debe observar en la figura 3-13, que el voltaje de un generador compuesto plano no es necesariamente “plano”, sino que tiene una “regulación” negativa en un punto<sup>6</sup> a la mitad de la carga, y cero por ciento de regulación a plena carga.

El *generador subcompuesto*, que aparece en la figura 3-13, tiene alguna característica de caída, semejante a la del generador en derivación, pero su regulación es mejor. Si se conecta en cortocircuito el campo en serie ( $R_d = 0$ ), el generador sobrecompuesto acumulado funcionará como generador en derivación. Si la resistencia del desviador se aumenta de tal modo que pase una corriente pequeña por el campo en serie, cualquier generador compuesto acumulado funcionará como generador subcompuesto. Es por esta razón que los fabricantes entregan sólo generadores sobrecom-

<sup>6</sup> Como quiera que la ASA sólo define la regulación en términos de las condiciones de vacío y a plena carga, técnicamente no es adecuado hablar de la regulación de un dispositivo generador de voltaje bajo ninguna otra condición de carga que no sea la de carga plena o vacío. Uno no puede hablar de regulación a “media carga”.

puestos y esperan que el cliente ajuste el grado de composición mediante un *diversor*, o *desviador*.

### 3-19 AJUSTE DEL GRADO DE COMPOSICION DE LOS GENERADORES COMPUESTOS ACUMULADOS

El desviador que se muestra en la figura 3-13 está representado como un resistor variable. En la práctica real el diversor es, en general, un resistor fijo, de alta resistividad a temperatura constante, devanado con manganina o constantán. En los generadores compuestos grandes de alta capacidad, el diversor puede ser en realidad un cable o conductor de cobre de determinada longitud. Por tanto, es necesario determinar por anticipado la resistencia deseada del desviador con la que se alcance el grado de composición que se necesita, en lugar de usar una resistencia variable que se pueda ajustar y dejar en determinada posición. El grado de composición depende, como se muestra en la figura 3-13, del aumento del voltaje necesario a carga nominal, que va desde  $E_1$  hasta cualquier valor determinado no mayor de  $E_4$ . El método es el siguiente:

1. El generador compuesto se hace trabajar como generador en derivación, con el campo en serie desconectado, a la velocidad y carga nominales.
2. Se anotan la corriente de campo, la de carga, y el voltaje entre terminales  $E_1$ .
3. Si se desea un generador compuesto plano, a la carga nominal, será necesario elevar el voltaje desde  $E_1$  hasta  $E_3$ . (Véase figura 3-13a.)
4. Pero para elevar el voltaje a plena carga, será necesario aumentar la corriente del campo y también los amperes-vuelta del campo.
5. El aumento de los amperes-vuelta del campo es también una indicación de los amperes-vuelta en serie necesarios (así como la resistencia del desviador) para producir determinado grado de composición, como se indica en la ecuación (3-10).

$$\delta I_f N_f = I_s N_s \quad \text{amperes-vuelta} \quad (3-10)$$

y como el diversor y el campo en serie están conectados en paralelo,

$$R_d = \frac{I_s R_s}{I_d} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (3-11)$$

donde  $\delta I_f$  es la corriente de campo en derivación aumentada a plena carga, necesaria para producir un voltaje determinado en el generador compuesto

$N_f$  es ya sea el número total de vueltas en el campo en derivación o el número de vueltas por polo.

$N_s$  es el número total de vueltas en el campo en serie o las vueltas por polo

$R_s$  es la resistencia del campo en serie

$I_s$  es la corriente necesaria en el campo en serie para producir el aumento de voltaje

$I_d$  es la corriente necesaria en el desviador para producir  $I_s$

$R_d$  es la resistencia necesaria en el desviador para tener la regulación deseada.

### EJEMPLO 3-9

Un generador compuesto en derivación corta de 60 kW, 240 V, que trabaja como generador en derivación, necesita un aumento de 3 A en la corriente de campo para dar un voltaje sobrecompuesto de 275 V a corriente de carga nominal igual a 250 A. El campo en derivación tiene 200 vueltas por polo y el campo en serie 5 vueltas por polo, y sus resistencias respectivas son de 240  $\Omega$  y 0.005  $\Omega$ . Calcular

- La resistencia necesaria del desviador.
- Si el voltaje sin carga o en vacío del generador compuesto también es 240 V, calcular la FMM total del entrehierro por polo sin carga y a plena carga.

### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } \delta I_f N_f &= 3 \text{ A} \times 200 \text{ vueltas} \\ &= 600 \text{ Av} = I_s N_s \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$I_s = \frac{I_s N_s}{N_s} = \frac{600 \text{ Av}}{5 \text{ vueltas}} = 120 \text{ A}$$

$$I_d = 250 - 120 = 130 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} R_d &= \frac{I_s R_s}{I_d} = \frac{120 \times 0.005}{130} \\ &= 0.00462 \Omega \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\text{b. FMM sin carga} = I_f N_f = \frac{240 \text{ V}}{240 \Omega} \times 200 \text{ vueltas}$$

$$= 200 \text{ Av/polo}$$

$$j_{\text{FMM a plena carga}} = I_f N_f + I_s N_s$$

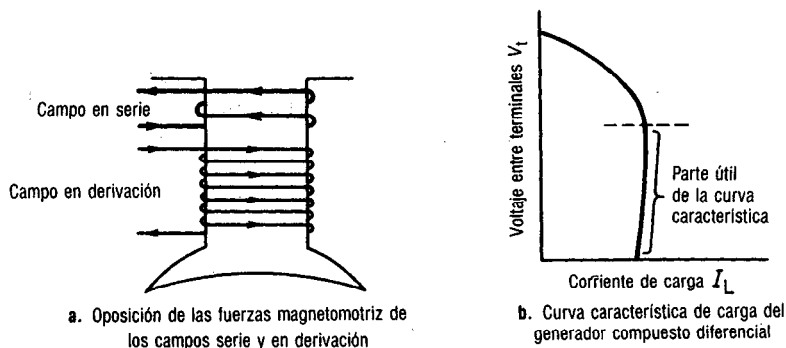
$$= 200 \text{ Av} + 600 \text{ Av}$$

$$= 800 \text{ Av/polo}$$

## 3-20 GENERADOR DIFERENCIAL COMPUESTO

Se define al *generador diferencial compuesto* como la composición que resulta cuando la fuerza magnetomotriz del campo en serie *se opone* a la del campo en derivación. En la **figura 3-14a** se muestra la diferencia en la dirección de la corriente en los dos devanados y, para mayor claridad, el devanado del campo en serie se muestra encima, en lugar de directamente alrededor, del devanado del campo en derivación.

En la **figura 3-14b** se muestra la curva característica del generador diferencial compuesto. Sin carga, este generador diferencial compuesto acumula o aumenta y autoexcita su campo en derivación casi del mismo modo que el generador en derivación. Sin embargo, cuando se aplica la carga, el voltaje generado  $E_g$  se reduce ahora debido a la disminución del flujo de campo principal creada por la fuerza magnetomotriz opuesta del campo en serie. Esta reducción del voltaje de  $E_g$  se presenta en forma adicional a la caída del voltaje en el circuito de la armadura y en el circuito en serie, por la reacción de la armadura, y por la reducción de la corriente del campo producida por una reducción del voltaje de armadura  $V_a$ , como se describió en la sec-



**Figura 3-14** Generador diferencial compuesto.

ción 3-13. El resultado es una caída brusca del voltaje de terminales con la carga, que se muestra en las figuras 3-13 a y b, cuando el campo se lleva por debajo de la saturación, y se desacumula con rapidez.

El generador diferencial compuesto se usa como generador *de corriente constante* para las mismas aplicaciones de corriente constante que el generador en serie (véase sección 3-16). No tiene uso práctico como generador de *voltaje* de cd.

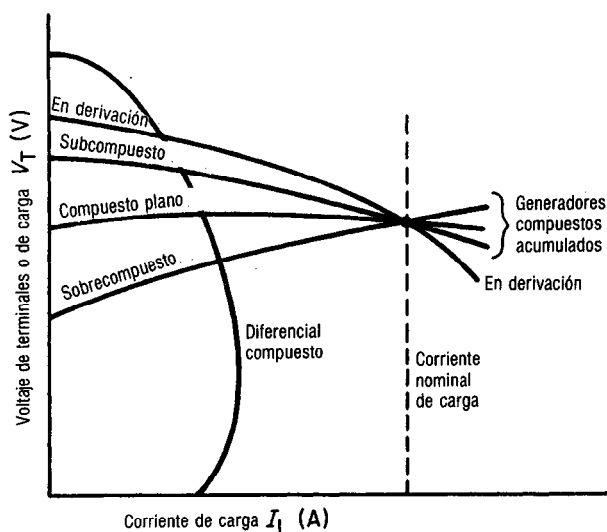
### 3-21 COMPARACION SUMARIA DE CARACTERISTICAS DE CARGA-VOLTAGE EN GENERADORES EN DERIVACION Y COMPUESTOS

Si se prueba un generador compuesto en el laboratorio para determinar y comparar las diversas características que se han descrito hasta ahora, se acostumbra ajustar el generador al voltaje, carga y velocidades nominales. Si se disminuye la carga en etapas graduales y se registran el voltaje y corriente de carga en cada etapa, es posible comparar las características de varias conexiones a la misma corriente de carga, y a velocidad constante. En la figura 3-15 se muestra una de esas comparaciones, usando la misma máquina de cd.

Nótese que hasta la altura de la corriente nominal de carga, todas las características tienden a bajar, con la sola excepción del generador sobrecompuesto. Sólo el generador sobrecompuesto exhibe regulación *negativa* bajo esas condiciones.

También se debe observar que con la fuerza magnetomotriz plena (o máxima) del campo en derivación, es imposible ajustar el generador diferencial compuesto para obtener el voltaje nominal con la carga y velocidades nominales. Vienen a la mente dos preguntas respecto al efecto de la velocidad:

1. ¿Cuál es el efecto de la velocidad sobre las características carga-voltaje de los generadores en derivación y compuesto acumulado?
2. ¿Cuál es el efecto de la velocidad sobre las características carga-voltaje del generador diferencial compuesto?



**Figura 3-15** Comparación de las curvas características carga-voltaje del generador de cd a velocidad constante.



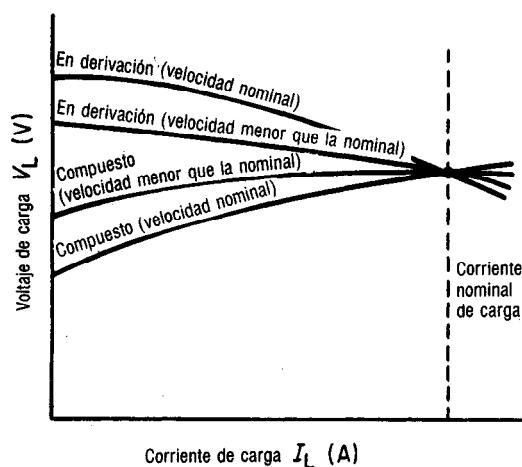
### 3-22 EFECTO DE LA VELOCIDAD SOBRE LAS CARACTERISTICAS DE CARGA-VOLTAGE DE LOS GENERADORES EN DERIVACION Y COMPUESTOS

En la figura 3-16 se muestra el efecto de la variación de la velocidad sobre las características del generador en derivación y el generador compuesto acumulado, empleando la misma dinamo de cd para todas las pruebas, a carga y voltaje nominales. Habíamos visto (Fig. 3-11) que el efecto de la reducción de la velocidad es aumentar la saturación del circuito magnético. El aumento de saturación a velocidades bajas tiende a mejorar la regulación de voltaje tanto del generador en derivación como del compuesto. En el caso del generador compuesto acumulado que aparece en la figura 3-16, debido a que el circuito de campo está más saturado a menor velocidad, el efecto resultante sobre la fuerza magnetomotriz adicional que produce el campo en serie es menos pronunciado. *Si se aumenta la velocidad*, por tanto, se tiene una condición *menos saturada*, como indica la curva de magnetización de la figura 3-11a.

La figura 3-16 muestra que *si se reduce la velocidad se mejora la regulación de voltaje*, tanto del generador en derivación como de los tres generadores compuestos (plano, sobre y sub). Esto contesta la primera pregunta que surgió al final de la sección anterior. Veamos ahora la segunda pregunta.

Si el aumento de velocidad ocasiona menos saturación del circuito magnético, el efecto opuesto creado por el campo diferencial en serie es aún más pronunciado, y el flujo neto del campo se acerca a cero con mayor rapidez al aplicar la carga. Así, la regulación del generador diferencial compuesto se mejoraría reduciendo, también, la velocidad.

Se podría inferir de la descripción anterior que siempre es mejor hacer trabajar los generadores a menores velocidades y con mayores excitaciones para producir más saturación y mejor regulación. Si bien las velocidades menores y la mayor excitación son benéficas para la regulación de voltaje, no lo son para la eficiencia. Una mayor excitación ocasiona mayores pérdidas del núcleo y cobre del campo, mientras que las bajas velocidades ocasionan sobrecalentamiento, resultado de una ventilación menos eficiente de la dinamo, así como una reducción en la capacidad de potencia (véase sec-



**Figura 3-16** Efecto de la velocidad en las curvas características carga-voltaje.

ción 3-24). Por tanto, es mejor hacer trabajar a los generadores a la velocidad nominal recomendada por el fabricante y que aparece en la placa del generador.

### 3-23 ESPECIFICACIONES DE GENERADORES

Las llamadas "características nominales" de cualquier generador comercial de cd se encuentran en la placa que está asegurada al yugo o estator de la máquina. Estas capacidades del generador se basan en los datos de operación que el fabricante garantiza se pueden tener cuando el generador se impulsa a la velocidad nominal. Un generador compuesto típico de 50 kW puede tener la siguiente información grabada o estampada en su placa:

VOLTAJE	125 V	DEVANADO	Compuesto
CORRIENTE DE CARGA	400 A	CORRIENTE DE EXCITACION	20 A
POTENCIA DE SALIDA	50 kW	AUMENTO MAX. TEMPERATURA	25°C
VELOCIDAD	1800 rpm	AISLAMIENTO CLASE	A

De los datos de placa anteriores podemos inferir varias conclusiones interesantes:

1. La corriente del campo en derivación es 20 A.
2. La corriente de armadura es 420 A.
3. Si el generador compuesto se conecta en derivación corta, la corriente del campo en serie es 400 A.
4. El generador puede entregar un voltaje constante de 125 V a una carga de 50 kW siempre que la temperatura de la dínamo no sea mayor que 65°C.

Esta última conclusión se puede verificar si se recuerda que el aislamiento clase A (tabla 13-1) tiene capacidad para un aumento de 25°C sobre la temperatura ambiente normal de 40°C.

### 3-24 REGLA RAPIDA PARA LA RELACION ENTRE EL TAMAÑO DE UNA DINAMO Y SU VELOCIDAD

Al leer el capítulo 13 se comprobará que el tamaño y peso del armazón de una dínamo están afectados por muchos factores: clase de aislamiento, tipo de cierre, servicio, pérdidas eléctricas y mecánicas, potencia nominal, ya sea hp o kW, etc. Pero parece que hay una relación casi *biunívoca* entre el tamaño físico y la velocidad (sección 13-4).

Por ejemplo, un motor de inducción de 50 hp, 900 rpm tiene el mismo tamaño de armazón (NEMA No. 444 US) que uno de 100 hp, 1800 rpm, también de inducción. De igual modo, una dínamo de cd de 100 kW, 2000 rpm tiene aproximadamente el mismo tamaño físico que una dínamo de 10 kW, 200 rpm. En general, podemos llegar a las siguientes conclusiones:

1. Para el *mismo* tamaño físico, cualquier incremento en la velocidad nominal ocasiona un aumento correspondiente en la potencia nominal, ya sea en kW o en hp.

2. Cualquier *aumento* (o disminución) de la velocidad producirá una *disminución* (o aumento) proporcional del tamaño físico, para la misma potencia nominal.

El lector puede preguntar si hay alguna explicación sencilla para esas conclusiones. Sí la hay. Considérese la dinamo de 125 V, 50 kW, 1800 rpm cuyos datos de placa se dieron en la sección 3-23. Supongamos que queremos construir una máquina de 50 kW, 125 V, 900 rpm, que trabaja a la mitad de la velocidad. Necesitaríamos duplicar el número de conductores de armadura, o bien el doble del flujo de campo por polo, para generar el mismo voltaje a la mitad de la velocidad [según la ecuación (1-5)]. Con ello se aumentaría el tamaño de la armadura y también, en la práctica, el tamaño de los polos, para reducir el espacio interpolar. En efecto, como hemos *reducido la velocidad a la mitad*, hemos *duplicado el tamaño*, virtualmente, de la dinamo, como acabamos de mencionar en la conclusión 2.

#### EJEMPLO 3-10

Se tiene una dinamo de 50 kW, 1800 rpm cuyos datos de placa se especifican en la sección 3-23. Determinar el tamaño físico aproximado de las siguientes dinamos como fracción de la máquina anterior.

- Una dinamo de 25 kW, 900 rpm
- Una dinamo de 50 kW, 900 rpm
- Una dinamo de 50 kW, 3600 rpm
- Una dinamo de 100 kW, 3600 rpm

#### Solución

- Puesto que se ha reducido la velocidad a la mitad, debemos reducir a la mitad la potencia nominal. En consecuencia, la dinamo de 25 kW, 900 rpm tiene **el mismo tamaño**.
- Como hemos reducido la velocidad a la mitad, pero manteniendo la misma capacidad de kW, la dinamo tiene **el doble** del tamaño original.
- La mitad** del tamaño.
- El mismo tamaño**.

### 3-25 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Autoexcitado** Calificativo que se aplica a una dinamo para denotar que la excitación del campo la suministra la misma máquina.

**Clase de aislamiento** Método para graduar un aislamiento determinado en términos de la temperatura que puede resistir para proteger la vida de los conductores y de la dinamo.

**Compuesto acumulado** Aplicado a un generador compuesto denota que las fuerzas magnetomotrices de los campos en derivación y en serie están en la misma dirección.

**Conexión en derivación corta** Se aplica al generador compuesto, y es la conexión del circuito de campo en derivación tal que

resulta en paralelo sólo con el circuito de la armadura.

**Conexión en derivación larga** Cuando se aplica al generador compuesto; es la conexión del circuito del campo en derivación de tal modo que queda en paralelo tanto con el circuito de la armadura como con el campo en serie.

**Curva de magnetización** (Véase *curva de saturación*).

**Curva de saturación** Una curva característica que expresa el grado de saturación magnética como función de alguna propiedad de la excitación magnética. Para la dinamo de cd o la síncrona, la curva es la re-

lación entre el voltaje de armadura y la corriente de campo sin carga y a determinada velocidad.

**Desviador** (Véase *diversor*).

**Devanado de campo de compensación** Conductores embebidos en las zapatas polares y sus conexiones de terminales, conectados en serie con el devanado del campo de conmutación y el circuito de armadura para facilitar la inversión de la corriente en las bobinas de la armadura y reducir la reacción de ésta para una buena conmutación.

**Diferencial compuesto** Aplicado a un generador compuesto denota que las fuerzas magnetomotrices respectivas de los campos en derivación y en serie están en direcciones opuestas.

**Diversor** Una resistencia en paralelo al campo en serie de un generador compuesto que se usa para ajustar el grado de composición y producir una regulación deseada de voltaje.

**Excitación separada** Calificativo que se aplica a una máquina para indicar que la excitación del campo se obtiene de una fuente que no es la máquina misma.

**Fuerza magnetomotriz (FMM)** Se mide en unidades del SI de amperes-vuelta, y es la integral de línea de la fuerza de magnetización (o intensidad de campo magnético) alrededor de un circuito magnético cerrado; es decir, la fuerza capaz de producir un campo magnético ya sea en el espacio o en un circuito magnético.

**Generador compuesto** Un generador cuya excitación se produce mediante dos devanados de campo, que son los campos en derivación y en serie, respectivamente.

**Generador en derivación** Dínamo que tiene sólo un circuito de campo conectado en paralelo con el circuito de armadura de la máquina.

**Generador en paralelo** (Véase *generador en derivación*).

**Generador en serie** Dínamo que tiene tan sólo un circuito de campo conectado en serie con el circuito de armadura de la máquina.

**Interpolo** Un polo auxiliar que se coloca entre los polos principales de una máquina con conmutador cuyo devanado de excitación lleva una corriente proporcional a la corriente de carga. Este devanado produce un flujo en dirección y fase tales que ayudan a la inversión de la corriente en una bobina de armadura en cortocircuito.

**Magnetismo residual** Propiedad mediante la cual los materiales magnéticos retienen cierta cantidad de magnetización o imantación después de haber quitado la fuerza de magnetización.

**Polo de conmutación** (Véase *interpolo*.)

**Reacción de armadura** La fuerza magnetomotriz (FMM) debida a la corriente por el devanado de armadura.

**Resistencia crítica del campo** La mayor resistencia del circuito del campo en derivación, con la que crece el voltaje del generador cuando éste es autoexcitado.

**Retentividad** Aquella propiedad que se mide por su inducción magnética residual máxima.

**Temperatura ambiente** La temperatura del medio (aire, agua o suelo) en el que se disipa el calor de un equipo dado.

## 3-26 PREGUNTAS

- 3-1 a. Dar el nombre de tres tipos básicos de generadores de cd que hagan uso de la construcción de la máquina cd.  
b. ¿Qué explica las diferencias en construcción de esos tipos?

- 3-2 Trazar un esquema y un circuito equivalente para cada uno de los tipos de generador de cd que se citaron en la pregunta 3-1a, identificando todas las corrientes y voltajes. Nota: se debe mostrar un total de cuatro conjuntos de circuitos, debido a las conexiones posibles.
- 3-3 Bajo cada uno de los circuitos equivalentes que se trazaron en la pregunta 3-2, escribir las ecuaciones para
- La relación de corriente.
  - La relación de voltaje.
  - La relación entre el voltaje generado y el de las terminales de la carga.
- 3-4 Definir
- La autoexcitación.
  - La excitación separada.
- 3-5 Con respecto a la curva de crecimiento de voltaje de un generador autoexcitado, explicar
- La resistencia crítica  $R_c$  del campo.
  - La resistencia del campo mayor que  $R_c$  y su efecto sobre el crecimiento de voltaje.
  - La resistencia del campo mucho menor que  $R_c$  y su efecto sobre el crecimiento.
- 3-6 a. Enunciar cuatro razones específicas por las que un generador en derivación autoexcitado no acumula voltaje.
- b. Si se conecta una carga con baja resistencia con las terminales de la armadura, ¿acumulará voltaje un generador en derivación autoexcitado? Explicar la respuesta.
- c. Repetir la parte (b) para un generador en serie.
- 3-7 Explicar lo que se entiende por "aumentar la carga del generador".
- En términos de la resistencia de carga.
  - En términos de la corriente de carga
- 3-8 a. Mencionar tres razones por las que el voltaje de terminales de un generador en derivación autoexcitado disminuye con la aplicación de mayor carga.
- b. Repetir la parte (a), para un generador con excitación separada. Mencionar dos razones.
- c. ¿Qué conclusiones se pueden sacar con respecto a la regulación de voltaje de un generador en derivación autoexcitado en comparación con el mismo generador operado bajo condiciones de excitación separada?
- 3-9 Definir la regulación de voltaje
- Con una ecuación.
  - Con palabras propias del lector.
- 3-10 Explicar lo que significa
- Buena regulación de voltaje.
  - Mala regulación de voltaje.
  - Regulación de voltaje negativa.
  - Regulación positiva de voltaje.
  - Regulación cero de voltaje.
- 3-11 Mencionar una aplicación para cada uno de los siguientes generadores compuestos:
- Sobrecompuesto.
  - Compuesto plano.

- c. Subcompuesto.
- d. Diferencial compuesto.

- 3-12 Para determinado valor de la corriente de carga, ¿cuál es el efecto de aumentar la velocidad de la máquina de impulsión sobre el voltaje de terminales de
- a. Un generador en derivación.
  - b. Un generador compuesto acumulado.
  - c. Un generador subcompuesto.
  - d. Un generador diferencial compuesto.
  - e. Un generador en serie que trabaja con su curva característica de corriente constante.
  - f. Un generador en serie que trabaja en su curva característica de reforzador de voltaje.

- 3-13 Mencionar dos desventajas de trabajar una dínamo a menor velocidad que su velocidad nominal.

- 3-14 a. Mencionar seis especificaciones que se encuentran normalmente en la placa de una dínamo.
- b. ¿Cuál es el aumento permisible de temperatura de las máquinas eléctricas que se fabrican actualmente? (Véase sección 12-17.)
- c. En términos de la respuesta de la parte (b), ¿cómo se maneja la especificación AUMENTO MAXIMO DE TEMPERATURA para determinar la temperatura límite que se da en el punto más caliente? (Véase la tabla 12-2.)

- 3-15 a. Mencionar dos relaciones rápidas entre el tamaño de la dínamo y la velocidad a la cual trabaja.
- b. Explicar por qué el tamaño de armazón de un generador de 50 kW, 3600 rpm debe aumentar si trabaja a una velocidad nominal de 1800 rpm.

## 3-27 PROBLEMAS

- 3-1 Un generador en derivación de 50 kW, 250 V cd, tiene una resistencia de circuito de campo igual a  $62.5 \Omega$ , una caída de voltaje en escobillas de 3 V, y una resistencia del circuito de armadura igual a  $0.025 \Omega$ . Cuando se suministra la corriente nominal a la velocidad y al voltaje nominales, calcular

- a. Las corrientes de carga, de campo y de armadura.
- b. El voltaje generado en la armadura.

- 3-2 Un generador de cd en serie de 10 kW, 125 V tiene una caída de voltaje en escobillas igual a 2 V, una resistencia de circuito de armadura igual a  $0.1 \Omega$  y una resistencia del campo en serie de  $0.05 \Omega$ . Cuando se le suministra la corriente nominal a la velocidad nominal, calcular

- a. La corriente de armadura.
- b. El voltaje generado en la armadura.

- 3-3 Un generador compuesto en derivación larga tiene una caída de voltaje en escobillas igual a 5 V, una resistencia del campo en serie de  $0.02 \Omega$ , una resistencia del circuito del campo en derivación igual a  $200 \Omega$ , y una resistencia de circuito de armadura igual a  $0.04 \Omega$ . Cuando se le suministra la corriente nominal a la velocidad nominal de 1200 rpm, calcular

- a. La corriente de armadura.
- b. El voltaje generado en la armadura.

- 3-4 Un generador con excitación separada tiene un voltaje sin carga igual a 125 V, una corriente del campo de 2.1 A y una velocidad de 1600 rpm. Suponiendo que trabaja en la parte recta de su curva de saturación, calcular
- El voltaje generado cuando la corriente del campo aumenta a 2.6 A.
  - El voltaje generado cuando la velocidad disminuye a 1450 rpm y la corriente del campo aumenta a 2.8 A.
- 3-5 Un generador compuesto tiene un voltaje en vacío igual a 125 V, y un voltaje a plena carga igual a 150 V. Calcular la regulación porcentual del generador.
- 3-6 La corriente del campo en derivación de un generador de cd de 125 V, 60 kW tiene que aumentarse de 3.5 A a 4.0 A para producir composición plana desde el vacío hasta plena carga respectivamente. Cada polo del campo tiene 1500 vueltas. Calcular
- El número de vueltas por polo del campo en serie, suponiendo una conexión en derivación corta.
  - Repetir la parte (a), suponiendo conexión en derivación larga.
  - ¿Es importante si la máquina está conectada en derivación corta o larga para calcular la composición plana, de acuerdo a las respuestas de las partes (a) y (b)?
- 3-7 Un generador de cd compuesto de 125 V trabaja como compuesto plano a su velocidad nominal de 1200 rpm. Suponiendo que no cambia la velocidad del primomotor, describir el efecto de la composición si
- El voltaje aumenta el vacío hasta 150 V.
  - El voltaje disminuye el vacío hasta 100 V.
- 3-8 Un generador de cd compuesto de 125 V, 20 kW trabaja como generador compuesto plano a su velocidad nominal de 1200 rpm. Suponiendo que la excitación no cambia, describir los efectos sobre la composición y la regulación de voltaje si
- La velocidad aumenta a 1500 rpm.
  - La velocidad disminuye a 1000 rpm.
- 3-9 Considerando la dinamo del problema 3-8, determinar el tamaño físico aproximado de las siguientes dinamos, como fracción o relación de la máquina dada de 20 kW:
- Una dinamo de 40 kW, 600 rpm.
  - Una dinamo de 200 kW, 120 rpm.
  - Una dinamo de 100 kW, 600 rpm.
  - Una dinamo de 60 kW, 1200 rpm.

# Relaciones de par en la dínamo de cd: motores de cd

### 4-1 GENERALIDADES

Al comparar la acción de motor con la acción de generador en la dínamo de cd, en la sección 1-20, se concluyó un resumen de las diferencias fundamentales entre ellas. Este capítulo tiene por objeto presentar a la dínamo de cd cuando se usa como motor de cd. Por lo tanto, se verán las ecuaciones del *par* de la dínamo de cd, y las características del motor de cd como medios de producción de par electromagnético. El resumen de la sección 1-20 afirmaba que, para acción de *motor*,

1. El par electromagnético que se desarrolla produce (o ayuda) a la rotación.
2. El voltaje que se genera en los conductores portadores de corriente, que es la fuerza contraelectromotriz, se opone a la corriente de armadura (ley de Lenz).
3. Se puede expresar la fuerza contraelectromotriz mediante la ecuación

$$E_c = V_a - I_a R_a \quad (1-8)$$

y es *menor que* el voltaje aplicado que origina el flujo de la corriente de armadura  $I_a$ .

Se puede reformular la ecuación (1-8) en términos de la corriente  $I_a$  de armadura para determinado voltaje y carga aplicados:

$$I_a = \frac{V_a - E_c}{R_a} \quad (1-8)$$

También se demostró en la sección 1-17 que los tres factores que determinan la magnitud y que se necesitan para producir fuerza electromagnética en un conductor dado de armadura portador de corriente (fuerza ortogonal a  $B$  e  $I$ ) se pueden expresar mediante la ley de Biot-Savart, en el SI:

$$F = BIl \quad \text{newtons (N)} \quad (1-7b)$$

Finalmente, se puede determinar la dirección de la fuerza electromagnética desarrollada por este conductor portador de corriente en un campo magnético dado mediante la ley de la mano izquierda (sección 1-18).



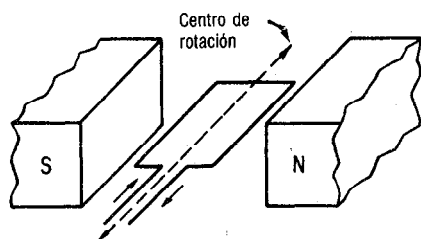
El lector debe repasar las ecuaciones que se acaban de mencionar en las secciones 1-16 a 1-20, porque son fundamentales y se aplican a todos los tipos comerciales de motores, y a sus características que se describen a continuación.

## 4-2 RELACION ENTRE PAR Y FUERZA

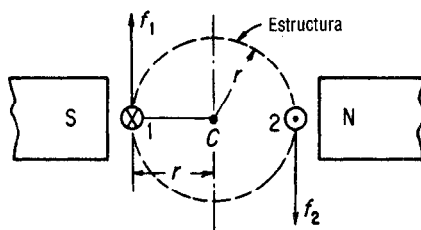
En el resumen anterior se han usado los términos *fuerza* y *par* electromagnético. Estos términos *no* significan lo mismo, pero se relacionan. La relación entre la fuerza sobre un conductor, que se desarrolla de acuerdo con la ecuación (1-8) reformulada, y el par que produce se muestra en la **figura 4-1**.

Una bobina de una sola espira, soportada en una estructura capaz de girar, conduce corriente en un campo magnético, como se indica en la figura 4-1a. De acuerdo con la ecuación (1-8) y con la regla de la mano izquierda, se desarrolla una fuerza  $f_1$  ortogonal en el lado 1 de la bobina, y una fuerza similar  $f_2$  se desarrolla en el lado 2 de la bobina, como se muestra en la figura 4-1b. Las fuerzas  $f_1$  y  $f_2$  se desarrollan en dirección tal que tienden a producir una rotación de la estructura que soporta a los conductores, en el sentido de las manecillas del reloj y alrededor del centro  $C$  de rotación.

Se define el *par* como la *tendencia* de un acoplamiento mecánico (de una fuerza y su distancia radial al eje de rotación) a producir giro. Se expresa en unidades de fuerza por distancia, como por ejemplo lb·pie, g·cm, onzas-pulgadas, etc.,<sup>1</sup> para dis-



a. Bobina de una sola espira conduciendo corriente en un campo magnético



b. Definición de par desarrollado

**Figura 4-1** Producción de par en una bobina de una sola espira

<sup>1</sup> No se debe confundir el par con el trabajo. Este último se define en términos de una fuerza  $f$  que actúa sobre un cuerpo y lo hace moverse una distancia  $d$ . El trabajo hecho es el producto del componente de  $f$  que actúa en la misma dirección que la que se mueve el cuerpo (para superar la resistencia) por determinada distancia  $d$ . Si se aplica una fuerza pero no hay movimiento, no se efectúa trabajo. Al revés, puede existir una fuerza sobre un cuerpo que tienda a producir una rotación (un par) y, aun si el cuerpo no gira, el par existe y es el producto de esa fuerza por la distancia radial al centro del eje de rotación.

tinguirlo del *trabajo*, que se expresa en pie·lb, cm·g, etc. El par que actúa sobre la estructura de la figura 4-1b es la suma de los productos  $f_1 r$  y  $f_2 r$ , es decir, la suma total de los pares que actúan sobre, o que se producen por, los conductores individuales que tienden a producir la rotación. Se debe hacer notar que las fuerzas  $f_1$  y  $f_2$  son de igual magnitud, porque están en un campo de la misma intensidad magnética y conducen la misma corriente. Esto se aplica a las fuerzas que se desarrollan en todos los conductores por los cuales pasa la misma corriente en un campo magnético uniforme, pero los pares que se desarrollan, por definición, no son los mismos en cada uno de esos conductores.

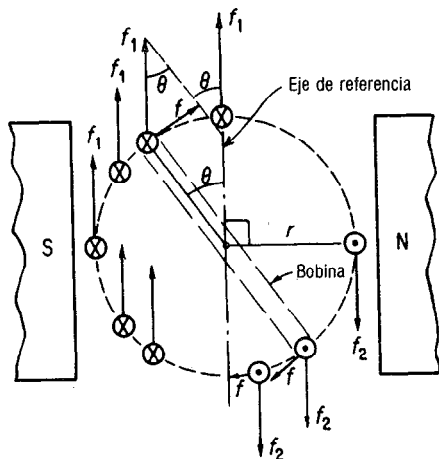
En la figura 4-2 se muestra la distinción entre la fuerza que se desarrolla sobre los diversos conductores de la armadura y el par útil que desarrollan esos conductores para producir rotación. En los capítulos 1 y 2 se ha demostrado que no hay diferencia esencial entre la construcción de una armadura de generador y una de motor. Una dínamo de cd, como se describe en la sección 1-20, puede considerarse un motor cuando cumple las tres condiciones que se resumieron en la sección 4-1.

En la figura 4-2 se muestran una armadura y un campo de un motor de dos polos. Adviértase que todos los conductores portadores de corriente en la misma dirección *desarrollan la misma fuerza*. Esto se debe a que conducen la misma corriente y son perpendiculares al mismo campo. Pero, puesto que el par se define como el producto de una fuerza por su distancia perpendicular al eje, podemos ver que la *componente útil* de la fuerza desarrollada según la ecuación (1-7b) es  $f$ , o sea

$$(SI) \quad f = F \sin \theta \quad \text{newtons (N)} \quad (4-1)$$

siendo  $F$  la fuerza desarrollada sobre cada conductor de acuerdo con la ecuación (1-7b)

$\theta$  el complemento del ángulo creado por la fuerza desarrollada sobre el conductor y la fuerza útil  $f$  tangencial a la periferia de la armadura



**Figura 4-2** Par útil para la rotación.

En consecuencia, podemos escribir la ecuación en SI para el par  $T_c$  desarrollado por cualquier conductor sobre la superficie de la armadura

$$(SI) \quad T_c = fr = (F \text{ sen } \theta)r \quad \text{newton-metros (N}\cdot\text{m)} \quad (4-2b)$$

en la que  $f$  es la fuerza por conductor, perpendicular a  $r$ , en newtons  
 $r$  es la distancia radial al eje de rotación, medida en metros

#### EJEMPLO 4-1 (SI)

La bobina de una espira de la figura 4-2 descansa en una armadura de 0.5 m de diámetro, teniendo una longitud axial de 60 cm, en un campo cuya densidad de flujo es 0.4 T. Cuando pasa una corriente de 25 A por la bobina, calcular

- La fuerza que se desarrolla en cada lado de bobina
- La fuerza útil en el instante en que la bobina queda a un ángulo de  $60^\circ$  con respecto al eje de referencia interpolar en la figura 4-2.
- El par que se desarrolla, en N·m
- Mediante dos métodos, el par que se desarrolla en lb·ft.

#### Solución

$$a. \quad F = BIl = 0.4 \times 25 \times 0.6 = 6 \text{ N} \quad (1-7b)$$

$$b. \quad f = F \text{ sen } \theta = 6 \text{ N}(\text{sen } 60^\circ) = 5.2 \text{ N} \quad (4-1)$$

$$c. \quad T_c = fr = 5.2 \text{ N} \times 0.25 \text{ m} = 1.3 \text{ N}\cdot\text{m} \quad (4-2)$$

$$d. \quad 1.3 \text{ N}\cdot\text{m} \times 0.2248 \frac{\text{lb}}{\text{N}} \times 3.281 \frac{\text{ft}}{\text{m}} = 0.96 \text{ lb}\cdot\text{pie}$$

$$1.3 \text{ N}\cdot\text{m} \times 0.737562 \frac{\text{lb}\cdot\text{ft}}{\text{N}\cdot\text{m}} = 0.96 \text{ lb}\cdot\text{pie}$$

(del apéndice A-1.3 M)

Para desarrollar las ecuaciones correspondientes en el sistema inglés, debemos escribir

$$(\text{sistema inglés}) \quad F = \frac{BIl}{1.13} \times 10^{-7} \quad \text{libras (lb)} \quad (1-7a)$$

y

$$f = F \text{ sen } \theta \quad (4-1)$$

en las que  $F$  y  $f$  se expresan en unidades de libras

$B$  es la densidad de flujo en líneas/pulgada cuadrada

$l$  es la longitud activa del conductor en pulgadas

Iguualmente, podemos escribir la ecuación para el par ( $T_c$ ) que desarrolla cualquier conductor sobre la armadura en términos de unidades inglesas:

$$(\text{sistema inglés}) \quad T_c = fr = (F \text{ sen } \theta)r = \left( \frac{BIl}{1.13} \text{ sen } \theta \right) r \times 10^{-7} \text{ libras pie (lb}\cdot\text{pie)} \quad (4-2a)$$

siendo  $r$  la distancia radial al eje de rotación, medida en pies, habiéndose ya definido los demás términos.

**EJEMPLO 4-2**

La bobina de una espira de la figura 4-2 descansa en una armadura de 18 pulgadas de diámetro, teniendo una longitud axial de 24 pulgadas, un campo cuya densidad es 24,000 líneas/pulg<sup>2</sup>. Cuando pasan 26 A por el conductor, calcular

- La fuerza que se desarrolla sobre cada conductor
- La fuerza útil en el instante en que la bobina queda a un ángulo de 60° con respecto al eje interpolar de referencia, por conductor
- El par que se desarrolla, en lb·pie

**Solución**

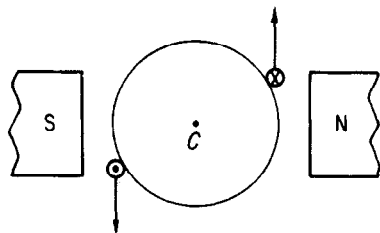
$$\begin{aligned} \text{a. } F &= \frac{BIl}{1.13} \times 10^{-7} \text{ lb} \\ &= \frac{24\,000 \times 26 \times 24}{1.13 \times 10^7} = \mathbf{1.325 \text{ lb}} \quad (1-7a) \end{aligned}$$

$$\text{b. } f = F \sin \theta = 1.325 \sin 60^\circ = \mathbf{1.15 \text{ lb}} \quad (4-1)$$

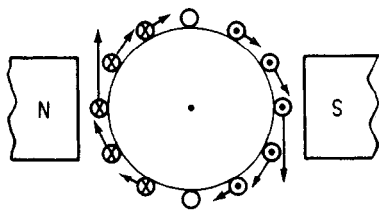
$$\begin{aligned} \text{c. } T_c &= fr = 1.15 \text{ lb} \left( 9 \text{ pulg} \times \frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulg}} \right) \\ &= \mathbf{0.861 \text{ lb·pie/conductor}} \quad (4-2a) \end{aligned}$$

Adviértase que los conductores que quedan en la región interpolar de la figura 4-2 desarrollan (teóricamente) tanta fuerza como los que quedan directamente bajo los polos, pero que la componente de fuerza *útil*,  $f$ , tangencial a la armadura, es cero. Además, si la bobina de la figura 4-2 puede girar libremente en la dirección del par desarrollado *sin* tener conmutación, las direcciones de la corriente en los conductores quedarían *sin cambio*, pero la fuerza que se desarrolla en ellos se *invertiría*, como se muestra en la **figura 4-3**.

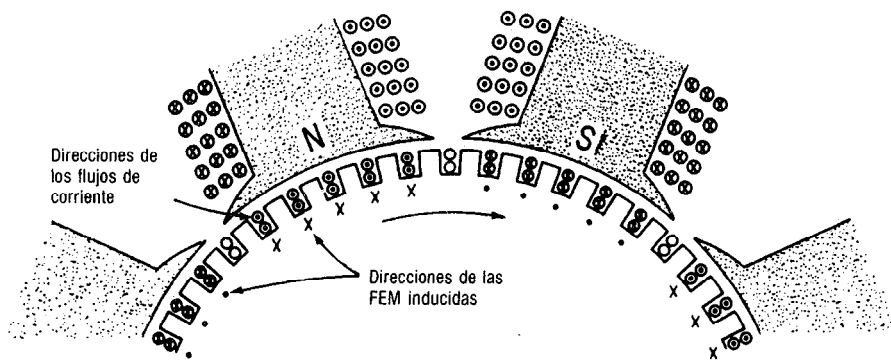
La necesidad de tener conmutación para *invertir* la corriente en un conductor cuando se mueve bajo un polo de polaridad *invertida* es tan fundamental para un motor de cd como lo es para un generador de cd. Finalmente, ya que los conductores que quedan en la región interpolar no producen par *útil*, los conductores que están conmutando pierden muy poco par. Esto se muestra en la **figura 4-4**, donde se indican los componentes de la fuerza *útil* y sus magnitudes, así como la inversión de corriente que se requiere en el conductor para producir una rotación uniforme y continua.



**Figura 4-3** Necesidad de conmutación de un motor de cd



**Figura 4-4** Inversión de la corriente en los conductores, necesaria para producir rotación continua



**Figura 4-5** Dirección de la fuerza, flujo de corriente y fuerza contraelectromotriz en un motor comercial de cd.

Las relaciones anteriores fueron desarrolladas para una armadura que tiene polos de campo rectos, y una zona interpolar neutra bastante apreciable. Como se muestra en la **figura 4-5**, en una armadura comercial que tiene muchos polos, ranuras y conductores de armadura, la diferencia entre la fuerza útil que se desarrolla directamente bajo el polo y la que se desarrolla muy cerca de la punta del polo es relativamente pequeña. Se acostumbra considerar sólo el porcentaje de los conductores que quedan *directamente bajo el polo* que contribuyen con par útil y suponer que cada conductor produce un par promedio, o par común.

Estas hipótesis nos conducen a la siguiente ecuación sencilla:

$$(\text{sistema inglés}) \quad F_{\text{prom}} = F_c \times Z_a \quad \text{libras (lb)} \quad (4-1a)$$

siendo  $F_{\text{prom}}$  la fuerza total promedio que tiende a girar a la armadura, en libras

$F_c$  la fuerza promedio por conductor que está directamente bajo el polo [ecuación (1-7)], en libras

$Z_a$  el número de conductores activos en la armadura

Con ello se simplifica el cálculo del par total que se desarrolla en la armadura, porque

$$T_{\text{prom}} = F_{\text{prom}} \times r = F_c \times Z_a \times r \quad \text{libras·pie (lb·pie)} \quad (4-2c)$$

Todos los términos de esta ecuación ya se han definido.

#### **EJEMPLO 4-3**

La armadura de un motor de cd contiene 700 conductores y tiene un diámetro de 24 pulgadas y una longitud axial de 34 pulgadas. Si el 70 por ciento de los conductores están directamente bajo los polos con una densidad de flujo de 50 000 líneas/pulg<sup>2</sup> y conducen una corriente de 25 A, calcular

- La fuerza total promedio que tiende a girar la armadura
- El par de la armadura, en lb·pie

#### **Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } F_{\text{prom}} &= F_c \times \text{Núm. de conductores activos} \\ &= \left( \frac{50\,000 \times 25 \times 34}{1.13 \times 10^{-7}} \right) (700 \times 0.7) \\ &= \mathbf{1843 \text{ lb}} \end{aligned} \quad (4-1a)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } T_{\text{prom}} &= F_{\text{prom}} \times r = 1860 \text{ lb} \times 1 \text{ pie} \\ &= \mathbf{1843 \text{ lb·pie}} \end{aligned} \quad (4-2c)$$

**EJEMPLO 4-4**

Calcular el par total desarrollado por la armadura de un motor que tiene las siguientes especificaciones: 120 ranuras, 6 conductores por ranura; densidad de flujo = 60000 líneas/pulgada cuadrada; diámetro de armadura 28 pulgadas, longitud axial 14 pulgadas, y 4 trayectorias de armadura en paralelo. Los arcos polares abarcan 72 por ciento de la superficie de la armadura, y la corriente de la armadura es 133.5 A.

**Solución**

$$\begin{aligned}
 Z_{Ta} &= 120 \text{ ranuras} \times 6 \text{ conduc./ranura} \times 0.72 \\
 &= 518 \text{ conductores} \\
 F_t &= \left( \frac{B l}{1.13 \times 10^7} \right) Z_{Ta} \\
 &= \frac{60 \times 10^3 \times 133.5 \text{ A} \times 14 \times 518}{1.13 \times 10^7 \times 4 \text{ trayectorias}} = 1285 \text{ lb} \\
 T = F_t r &= \frac{1285 \text{ lb} \times 28 \text{ pulg}}{2} \times \frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulg}} \\
 &= 1500 \text{ lb·pie}
 \end{aligned}$$

### 4-3 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE PAR EN UNA DINAMO DE CD

La descripción de las secciones y ejemplos anteriores, en especial del ejemplo 4-4, podría sugerirnos que el par total desarrollado por la armadura de cualquier dínamo dada puede calcularse en términos de la densidad de flujo, el número de polos, número de trayectorias, conductores totales en la armadura, longitud activa por conductor, etc. En resumen, buscamos una ecuación, semejante a la (1-5), que resuelva el ejemplo 4-4 en un solo paso. Esta ecuación se deduce con facilidad como sigue:

$$\text{Par por conductor } T_c = \frac{B l r}{1.13 \times 10^7} \quad (4-2)$$

$$\text{Corriente de armadura por conductor } I = \frac{I_a}{a}$$

Para una armadura que contiene en total  $Z$  conductores, podemos escribir ahora una ecuación para el par total promedio que desarrollan los conductores cubiertos magnéticamente que trabajan para producir par:

$$(\text{sistema inglés}) \quad T = \left( \frac{B I_a l Z r}{a \times 1.13 \times 10^7} \right) \times (\% \text{ S.A.}) \text{ lb·pie} \quad (4-3a)$$

siendo  $B$  la densidad de flujo en líneas/pulgada cuadrada

$I_a$  la corriente total de armadura que entra o sale de ella, en amperes

$l$  la longitud activa de cada conductor de armadura, en pulgadas

$Z$  el número total de conductores de armadura

$r$  la distancia radial al eje de rotación, en pies

$a$  el número de trayectorias en el devanado de armadura

$\% \text{ S.A.}$  el porcentaje de la superficie de la armadura cubierto por los polos

También podemos deducir la ecuación correspondiente, la (4-3b), en la que todas las unidades se expresan en el SI:

$$(SI) \quad T = \left( \frac{BI_a l Z r}{a} \right) \times (\% \text{ S.A.}) \quad \text{newton-metros (N}\cdot\text{m)} \quad (4-3b)$$

en la cual  $B$  es la densidad de flujo en tesla (T) o weber/metro cuadrado (Wb/m<sup>2</sup>)  
 $l$  es la longitud activa de cada conductor de armadura en metros  
 $r$  es la distancia radial al eje de rotación, en metros  
 $\% \text{ S.A.}$  es el porcentaje de superficie de armadura que cubren los polos.

Probaremos la validez de la ecuación (4-3a) repitiendo el ejemplo 4.4.

#### EJEMPLO 4-5

Para los datos del ejemplo 4-4, usar la ecuación (4-3a) para calcular la corriente total externa de la armadura en un paso, y para verificar la solución del ejemplo 4.4.

#### Solución

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{Ta \times 1.13 \times 10^7}{BlZr(\% \text{ S.A.})} & (4-3a) \\ &= \frac{1500 \times 4 \times 1.13 \times 10^7}{60 \times 10^3 \times 14 \times (120 \times 6)(28/2 \times 12)(0.72)} \\ &= \mathbf{133.5 \text{ A}} \end{aligned}$$

Si examinamos las ecuaciones (4-3a) y (4-3b) con cuidado, descubriremos que, para una máquina comercial dada, las únicas variables posibles son la corriente  $I_a$  de la armadura y la densidad de flujo  $B$ . Pero ya que también es constante el área bajo los polos, podremos escribir las ecuaciones (4-3a) y (4-3b) para el par electromagnético total que se desarrolla en una máquina, del siguiente modo:

$$T = K \phi I_a \quad \text{lb} \cdot \text{ft} \quad (4-4a)$$

y/o

$$T = K' \phi I_a \quad \text{N} \cdot \text{m} \quad (4-4b)$$

siendo  $K'$  y  $K$ , respectivamente, los factores que se mantienen constantes en las ecuaciones (4-3b) y (4-3a).

El significado de las ecuaciones (4-4a) y (4-4b) es que sólo hay dos maneras de aumentar el par de un motor (o de una máquina), que son aumentar la corriente de armadura, el flujo del campo, o ambos.

Nótese que las ecuaciones (4-4a) y (4-4b) no son sino otra forma de las ecuaciones (1-7a) y (1-7b), en las que las variables  $B$  e  $I$  para cualquier máquina dada determinan el valor de la fuerza electromagnética que produce el par motor.

También, adviértase que este par electromagnético *se opone* a la rotación en un generador, y *ayuda* a la rotación o está en la misma dirección de ella, en un motor. En el caso tanto de un generador como de un motor, como el par es una función de flujo y de la corriente de armadura, éste es *independiente de la velocidad*. Más adelante se verá que la *velocidad* de un motor, de hecho, *sí depende del par*, pero no al revés. Sin embargo, no se deben usar como sinónimos los términos *velocidad* y *par*, porque un motor con rotor bloqueado puede tender a desarrollar un par motor, pero no tiene velocidad.

En el ejemplo 4-6 se muestra que un cambio de flujo puede producir un cambio en la corriente de armadura, y también un cambio de par.

**EJEMPLO 4-6**

Un motor desarrolla un par de 150 N·m y se sujeta a una reducción de 10 por ciento en el flujo de campo, lo cual produce un aumento del 50 por ciento en la corriente de armadura. Calcular el par nuevo que se produce como resultado del cambio de flujo de campo.

**Solución**

	$\Phi$	$I_a$	$T$
Condición original	1.0	1.0	150 N·m
Estado nuevo	0.9	1.5	?
$T = K' \Phi I_a$ (4-4b)			
Con el método de las relaciones, el nuevo par es el producto de las dos nuevas relaciones de cambio:			
$T = 150 \left( \frac{0.9\Phi}{1.0\Phi} \right) \left( \frac{1.5I_a}{1.0I_a} \right) = 202.5 \text{ N} \cdot \text{m}$			

El ejemplo 4-6 demuestra que hay una interacción entre el flujo de campo y la corriente de armadura, lo que, a su vez, afecta la magnitud del par electromagnético. Después descubriremos que el motivo de ello reside en el efecto del flujo de campo sobre la fuerza contraelectromotriz del motor (véase sección 4-5).

Finalmente, se debe hacer notar que el par electromagnético que desarrolla la armadura de acuerdo con las ecuaciones (4-3) y (4-4) se llama normalmente *par desarrollado*. El par desarrollado, originado por los conductores de la armadura, es un tanto análogo a la FEM generada ( $E_g$ ) porque se desarrolla *internamente*, en la armadura. El *par disponible en el eje* de un motor es algo *menor* que el par desarrollado debido a las pérdidas rotacionales específicas que necesitan y consumen una parte del par desarrollado durante la acción de motor (sección 12-3).

#### 4-4 FUERZA CONTRAELECTROMOTRIZ O VOLTAJE GENERADO EN UN MOTOR

Ya nos hemos dado cuenta de que, cuando trabaja una dinamo de cd como motor, se presenta simultáneamente la acción de generador porque los conductores se mueven en un campo magnético. En la figura 4-5 se muestran los conductores portadores de corriente que producen un par en el sentido de las manecillas del reloj, dentro de las ranuras de la armadura. En la figura se muestra la dirección opuesta a la FEM inducida debajo de los conductores (regla de la mano izquierda contra la de la mano derecha, respectivamente). La fuerza contraelectromotriz que se genera en los conductores de la armadura se expresa en la ecuación (1-5) para una armadura dada. La corriente que pasa por la armadura está limitada por (1) la resistencia de la armadura, y (2) la fuerza contraelectromotriz, de acuerdo con la ecuación (1-8), tal como se reformuló en la sección 4-1, es decir,  $I_a = (V_a - E_c)/R_a$ .

Es bastante evidente que la fuerza contraelectromotriz nunca puede ser igual al voltaje aplicado a las terminales de la armadura, debido a que, tal como se muestra en la figura 4-5, la *primera* dirección en que fluye la corriente determina la dirección de rotación, y ésta a su vez, crea la fuerza contraelectromotriz. Es claro entonces, que la fuerza contraelectromotriz, al igual que la resistencia de la armadura, es un factor *limitante de corriente*. El papel de la fuerza contraelectromotriz como limitante de la corriente se puede comprender mejor mediante el ejemplo 4-7, que también comprende la caída de voltaje en escobillas (CE) como factor limitante de corriente.



**EJEMPLO 4-7**

Un motor de cd en derivación, que tiene una resistencia de armadura de  $0.25 \Omega$  y una caída de voltaje en contactos de escobilla igual a  $3 \text{ V}$  recibe un voltaje aplicado entre terminales de armadura de  $120 \text{ V}$ . Calcular la corriente de armadura cuando

- La velocidad produce una fuerza contraelectromotriz de  $110 \text{ V}$  a determinada carga
- La velocidad baja, debido a la aplicación de carga adicional y la fuerza contraelectromotriz es de  $105 \text{ V}$
- Calcular el cambio porcentual de fuerza contraelectromotriz y de corriente de armadura.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } I_a &= \frac{V - (E_c + CE)}{R_a} = \frac{120 - (110 + 3)}{0.25} \\ &= 28 \text{ A} \quad (1-8) \\ \text{b. Cuando la carga es mayor,} \\ I_a &= \frac{120 - (105 + 3)}{0.25} = 48 \text{ A} \\ \text{c. } \delta E_c &= \frac{110 - 105}{110} \times 100 = 4.54 \text{ por ciento} \\ \delta I_a &= \frac{28 - 48}{28} \times 100 = 71.4 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

El ejemplo 4-7 muestra en forma dramática que una pequeña disminución en la fuerza contraelectromotriz,  $4.54$  por ciento, ha provocado un aumento mucho mayor en la corriente de armadura,  $71.4$  por ciento. En consecuencia, los cambios *pequeños* en la velocidad del motor, y su fuerza contraelectromotriz, no obstante lo pequeños, se acompañan de *grandes* variaciones en la corriente del motor. Por este motivo, en algunos tipos de transductores de servomotores, se usa la corriente del motor como indicación de la velocidad y la carga del motor.

#### 4-5 VELOCIDAD DEL MOTOR COMO FUNCION DE LA FUERZA CONTRAELECTROMOTRIZ Y DEL FLUJO

El valor de la fuerza contraelectromotriz que se dio en el ejemplo 4-7 se puede calcular fácilmente a partir de las ecuaciones (1-5a) y (1-5b). (Véanse ejemplos 1-9 y 1-10, sección 1-15.) Para cualquier dínamo dada de cd, se pueden reformular cualquiera de las ecuaciones (1-5a) o (1-5b) en términos de sus variables, y se puede expresar la fuerza contraelectromotriz de un motor del siguiente modo:

$$\text{(sistema inglés)} \quad E = K \phi S \quad \text{volts} \quad (4-5a)$$

$$\text{(SI)} \quad E = K' \phi \omega \quad \text{volts} \quad (4-5b)$$

siendo  $\phi$  el flujo de campo, en webers

$S$  la velocidad en rev/min

$\omega$  la velocidad en rad/s

Pero la fuerza contraelectromotriz de un motor, incluyendo la caída de voltaje en escobillas (CE), es

$$E_c = V_a - (I_a R_a + CE) \quad (1-8)$$

Sustituyendo esta ecuación para la fuerza contraelectromotriz en las ecuaciones (4-5a) y (4-5b) se llega a la siguiente ecuación para la velocidad del motor tanto en unidades inglesas como en SI:

$$\omega \quad o \quad S = \frac{V_a - (I_a R_a + BD)}{k \phi} \quad (4-6)$$

de la cual se han definido ya todos sus términos.

A la ecuación (4-6) se le ha llamado la *ecuación fundamental de la velocidad del motor de cd*, porque permite predecir fácilmente el desempeño de estos motores. Por ejemplo, si se debilita mucho el flujo de campo de un motor de cd, el motor se *desbocará*. Si el denominador de la ecuación (4-6) tiende a cero, la velocidad tiende a infinito. Igualmente, si se mantienen constantes la corriente de carga y el flujo, y se aumenta el voltaje aplicado a las terminales de la armadura del motor, aumentará la velocidad en la misma proporción. Finalmente, si se fijan el flujo de campo y el voltaje de armadura, y se aumenta la corriente de armadura debido a la mayor carga, bajará la velocidad del motor en la misma proporción que la disminución de la fuerza contraelectromotriz [ecuación (4-5)].

#### EJEMPLO 4-8

Un motor de cd en derivación de 120 V que tiene resistencias de circuito de armadura de  $0.2 \, \Omega$  y del circuito de campo  $60 \, \Omega$ , toma una corriente de 40 A de la línea a plena carga. La caída de voltaje en escobillas es 3 V y la velocidad nominal a plena carga es 1800 rpm. Calcular

- La velocidad a media carga
- La velocidad a una sobrecarga de 125 por ciento.

#### Solución

- A plena carga,

$$I_a = I_l - I_f = 40 \, \text{A} - \frac{120 \, \text{V}}{60 \, \Omega} = 38 \, \text{A} \quad (1-8)$$

$$E_c = V_a - (I_a R_a + CE) = 120 - (38 \times 0.2 + 3) = 109.4 \, \text{V}$$

A la velocidad nominal de 1800 rpm,  
 $E_c = 109.4 \, \text{V}$  e  $I_a = 38 \, \text{A}$  (plena carga)

A la velocidad de media carga,

$$I_a = \frac{38 \, \text{A}}{2} = 19 \, \text{A}$$

$$E_c = V_a - (I_a R_a + CE) = 120 - (19 \times 0.2 + 3) = 113.2 \, \text{V}$$

Empleando el método de las relaciones, la velocidad a media carga es

$$S = S_{\text{orig}} \left( \frac{E_{\text{final}}}{E_{\text{orig}}} \right) = 1800 \left( \frac{113.2}{109.4} \right) = 1863 \, \text{rpm} \quad (4-6)$$

- A  $1\frac{1}{4}$  de carga,

$$I_a = \left( \frac{5}{4} \right) 38 \, \text{A} = 47.5 \, \text{A}$$

$$E_c = V_a - (I_a R_a + CE) = 120 - (47.5 \times 0.2 + 3) = 107.5 \, \text{V}$$

$$S_{5/4} = 1800 \left( \frac{107.5}{109.4} \right) = 1769 \, \text{rpm} \quad (4-6)$$

Estos resultados se tabulan en el ejemplo 4-10.

#### EJEMPLO 4-9

El motor de cd del ejemplo 4-8 se carga temporalmente a una línea de corriente de 66 A, pero para producir el par necesario, el flujo de campo se aumenta en 12 por ciento. Para ello se disminuye la resistencia del circuito de campo a  $50 \, \Omega$ . Calcular la velocidad del motor.

#### Solución

$$I_a = I_l - I_f = 66 - \frac{120}{50} = 63.6 \, \text{A}$$

$$E_c = V_a - (I_a R_a + CE) = 120 - (63.6 \times 0.2 + 3) = 104.3 \, \text{V}$$

$$S = \frac{KE_c}{\phi} = 1800 \left( \frac{104.3}{109.4} \right) \left( \frac{1.0}{1.12} \right) = 1532 \, \text{rpm} \quad (4-6)$$

Adviértase que en la solución del ejemplo 4-9 se usa el método de las relaciones. La velocidad original a plena carga de 1800 rpm está afectada por *dos* factores, la fuerza contraelectromotriz y el flujo. La primera ha disminuido y, como la velocidad varía *en forma directa* con la fuerza contraelectromotriz, la velocidad se multiplica por una relación *para disminuirla*. Igualmente, el flujo ha aumentado, pero un aumento en  $\phi$  produce una *disminución* en la velocidad. Por lo tanto, la velocidad se multiplica de nuevo por una relación *para disminuirla*. Esta técnica de cálculo es más económica y útil que la de las proporciones. El lector la debe estudiar con cuidado resolviendo los ejemplos 4-8 y 4-9 independientemente, con el método de las relaciones que se muestra.

#### 4-6 FUERZA CONTRAELECTROMOTRIZ Y POTENCIA MECANICA DESARROLLADA POR UN MOTOR

De los ejemplos anteriores, en general, se puede notar que la fuerza contraelectromotriz a plena carga es menor que la fuerza contraelectromotriz a una carga menor. Como función del voltaje de armadura, entre las terminales de dicho circuito, la fuerza contraelectromotriz *a plena carga* varía desde aproximadamente 80 por ciento en las dinamos pequeñas, hasta un 95 por ciento del voltaje aplicado a la armadura en los motores grandes de cd.

La fuerza contraelectromotriz  $E_c$  como porcentaje del voltaje  $V_a$  de armadura constituye una relación importante para la determinación de la eficiencia relativa y la potencia mecánica desarrolladas por una armadura dada. La potencia mecánica desarrollada por la armadura se puede deducir del siguiente modo.

La caída de voltaje a través de la armadura, sin tomar en cuenta la caída en escobillas CE, es

$$I_a R_a = V_a - E_c \quad (1-8)$$

y la potencia perdida en la armadura cuando se aplica  $V_a$  en sus terminales y pasa  $I_a$  es [multiplicando ambos lados de la ecuación (1-5) por  $I_a$ ]

$$(I_a R_a) I_a = I_a (V_a - E_c)$$

$$\text{o} \quad I_a^2 R_a = V_a I_a - E_c I_a$$

Despejando  $E_c I_a$  se obtiene

$$E_c I_a = V_a I_a - I_a^2 R_a \quad \text{watts (W)} \quad (4-7)$$

El significado de la ecuación (4-7) es que cuando se suministra energía eléctrica  $V_a I_a$  al circuito de armadura del motor para producir giro, se disipa determinada cantidad de potencia en los diversos componentes que constituyen la resistencia del circuito de armadura; a esta disipación se le llama pérdida en cobre de armadura,  $I_a^2 R_a$ . La potencia restante,  $E_c I_a$  la necesita la armadura para producción del par desarrollado o interno (véase figura 12-1).

La relación entre *potencia desarrollada por* y *potencia suministrada a* la armadura,  $E_c I_a / V_a I_a$  es la misma que la relación  $E_c / V_a$ . Así, mientras mayor es el porcen-

taje de fuerza contraelectromotriz con respecto al voltaje a través de la armadura, mayor será la eficiencia del motor. Además, para una corriente de carga dada, es bastante evidente que, cuando es máxima la fuerza contraelectromotriz, el motor desarrollará la potencia máxima posible para dicha corriente  $I_a$  de armadura.

La última frase merece algo de reflexión. De acuerdo con la ecuación (4-5),  $E_c = K\phi S$ , parecería que, con objeto de desarrollar la máxima fuerza contraelectromotriz posible, sólo es necesario aumentar la corriente y el flujo de campo a un máximo, sin sobrecalentar el devanado de campo, y a la vez hacer trabajar el motor con muy altas velocidades.

Pero la ecuación (4-6) muestra que cuando *aumenta* el flujo de campo, la velocidad *disminuye* (ejemplo 4-9). Además, tanto la velocidad como la fuerza contraelectromotriz están determinadas, en parte, por la carga mecánica del motor. Sin embargo, con bastante certidumbre se puede decir que para una carga mecánica *dada* y para una corriente resultante de armadura, hay una determinada velocidad y un ajuste del réostato de campo que deben producir la potencia máxima.

#### EJEMPLO 4-10

Calcular la potencia de armadura desarrollada,  $P_a$ , por cada una de las cargas de los ejemplos 4-8 y 4-9 y tabular los resultados para tener su comparación y referencia rápidas.

#### Solución

Ejemplo	$I_a$	$E_c$	rpm	$P_a$ o $\langle E, I_a \rangle$
4-8a	38	109.4	1800	4157 W a plena carga
	19	113.2	1863	2151 W a $\frac{1}{2}$ carga
4-8b	47.5	107.5	1769	5106 W at $1\frac{1}{2}$ carga
4-9	63.6	104.3	1532	6633 W a sobrecarga

Las conclusiones que se pueden sacar de los datos tabulados del ejemplo 4-10 indican que cuando la corriente de armadura y la carga del motor *aumentan*:

1. *Disminuye* la fuerza contraelectromotriz.
2. *Disminuye* la velocidad.
3. *Aumenta* la potencia desarrollada por la armadura del motor.

Los resultados muestran también que una pequeña reducción de la fuerza contraelectromotriz ocasiona un gran aumento en la corriente de armadura, con el resultado de que aumenta la potencia desarrollada, aunque la fuerza contraelectromotriz disminuya con aumentos en la carga.

## 4-7 RELACION ENTRE PAR Y VELOCIDAD DE UN MOTOR

Supongamos que en la ecuación básica de la velocidad, ecuación (4-6), la caída de voltaje en escobillas, CE, es cero. En la deducción y descripción de la ecuación básica de la velocidad  $S = (V_a - I_a R_a) / K\phi$ , habrá notado el lector lo que parece una inconsistencia obvia entre esta ecuación y la (4-4),  $T = K\phi I_a$ . Puesto que el par se define como una fuerza que tiende a producir rotación, de acuerdo a la ecuación (4-4), el aumento del flujo de campo tendería a aumentar el par y, posiblemente, la velocidad. Por otro lado, si se aumenta el flujo de campo en la ecuación (4-6) se reduciría la velocidad. ¿Existe inconsistencia? ¿Es posible reconciliar las dos ecuaciones?

En realidad no hay inconsistencia; y con la ayuda de la ecuación (1-8),  $I_a = (V_a - E_c)/R_a$ , es posible dar una explicación tanto cualitativa como cuantitativa de lo que sucede cuando se reduce el flujo del campo. Cualitativamente los pasos son:

1. El flujo del campo de un motor en derivación se reduce al disminuir la corriente de campo.
2. La fuerza contraelectromotriz,  $E_c = K\phi S$  decrece instantáneamente; la velocidad permanece constante como resultado de la inercia de la armadura, grande y pesada.
3. La disminución de  $E_c$  provoca un *aumento* en la corriente de armadura,  $I_a$ ; ver la ecuación (1-8) que se cita arriba.
4. Pero el ejemplo 4-8 demostró que una pequeña reducción en el flujo del campo produce un gran incremento en la corriente de armadura.
5. Por lo tanto, en la ecuación (4-4), en la que  $T = K\phi I_a$ , la *pequeña disminución* de flujo es más que contrarrestada por un *gran aumento* de la corriente de armadura. Adviértase que el par *aumenta más de lo que se redujo el flujo*.
6. Este *aumento de par* produce un *aumento en velocidad*.

En resumen, si se disminuye la corriente del campo (y el flujo del campo) se provoca un aumento en la velocidad!

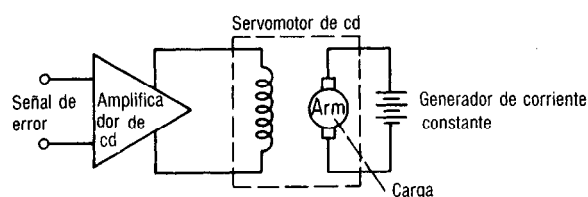
#### 4-7.1 Efecto del flujo sobre la corriente de armadura

Dado que la velocidad de una máquina en movimiento está determinada por el par que se desarrolla, surge entonces la pregunta: ¿es posible aumentar el flujo del campo y, a la vez, aumentar la velocidad? La respuesta es que *sí* es posible, pero *solamente* si la corriente de armadura se mantiene *constante* ( $T = K\phi I_a$ ). En realidad esto se lleva a cabo en el servomotor de cd que se muestra en la **figura 4-6**, en el cual  $I_a$  es constante porque la armadura está conectada a una fuente de *corriente constante*: un generador en serie o diferencial compuesto, sección 3-20.

Sin voltaje de cd aplicado al campo de excitación separada, no hay par [ecuación 4-4)]. Cuando se aplica un pequeño voltaje de cd al campo, se desarrolla un par pequeño y la armadura gira lentamente de acuerdo con la ecuación (4-4). Como la corriente de armadura siempre es constante, por consiguiente, el par y la velocidad son proporcionales, sólo al flujo del campo. Un flujo de campo igual a cero produce velocidad cero, y *no infinita*. El servomotor de cd de excitación separada (sección 11-13) no viola las ecuaciones básicas de los motores. ¡Al contrario, las demuestra!

Hay una pregunta final que se escucha con frecuencia y que tienta a los estudiantes de laboratorio: ¿qué pasaría si el circuito de campo de un motor en derivación con carga se abre de repente? ¿Ganaría velocidad el motor, si no estuviera protegido por fusibles, hasta el punto de autodestruirse?

Conocemos ya que cualquier *pequeña disminución* de flujo produce un *gran aumento* en la corriente y el par de la armadura. Un motor cargado con el circuito de



**Figura 4-6** Motor de cd con excitación separada

campo abierto toma una corriente de armadura anormalmente alta cuando pasa a velocidades mayores y, a su vez, produce mayores cargas mecánicas y fuerzas centrífugas en sus conductores de armadura.

La respuesta a esta pregunta se encuentra en la naturaleza de la fuente y de las líneas que alimentan la armadura. Si se tiene una fuente capaz de suministrar corriente infinita, y unas líneas de alimentación con resistencia cero, un circuito de campo abierto originará mayor velocidad, mayor carga, más corriente de armadura, más par y, a su vez, mayor velocidad. La velocidad del motor será finalmente casi infinita y, en realidad, el motor se destruirá por las fuerzas centrífugas que actúan sobre sus conductores de armadura. Pero felizmente para la mayoría de los estudiantes de laboratorio, las líneas de suministro tienen resistencia, la fuente de voltaje está limitada en cuanto a la corriente que puede suministrar y, por fortuna, un cortacircuitos o fusible abre el circuito antes que sufra demasiados daños el motor por excesiva corriente y velocidad de armadura.

Resumiendo entonces, para tratar de predecir el efecto de los cambios de corriente y flujo de armadura sobre el par o la velocidad, no hay inconsistencia entre las ecuaciones (4-4) y (4-6). El lector debe tener en cuenta que cuando la corriente de armadura  $I_a$  no se mantiene constante, una *disminución de flujo* produce *grandes aumentos* en la corriente, el par y la velocidad de armadura.

#### 4-7.2 Conversiones de unidades de par

Muchas son las firmas comerciales que fabrican motores, en muchos países. Con frecuencia se encuentran los datos de placa relativos al par a plena carga en varias unidades: cgs, SI, sistema inglés; muchas de estas unidades están fuera de uso. Por ejemplo, el par puede estar expresado en dinas-centímetros, o gramos centímetros en el sistema cgs. Igualmente, para los motores pequeños el par se expresa en onzas-pulgada en el sistema inglés. El apéndice A-1 da una lista de diversos factores de conversión, en forma de relación, y en el apéndice A-1.3M se encuentran los factores de conversión para el par.

##### EJEMPLO 4-11

Convertir los siguientes valores del par a unidades de N·m y lb·pie, respectivamente:

- 6.5 dina-centímetros
- 10.6 gramo-centímetros
- 12.2 onza-pulgadas  
(Sugerencia: ver apéndice A-1.3M.)

##### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } 6.5 \text{ dina} \cdot \text{cm} &\times 1.416 \times 10^{-5} \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}}{\text{dina} \cdot \text{cm}} \\ &= 9.204 \times 10^{-5} \text{ onza} \cdot \text{pulg} \\ 9.204 \times 10^{-5} \text{ onza} \cdot \text{pulg} &\times 7.0612 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{on} \cdot \text{pul}} \\ &= 6.5 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m} \\ 9.204 \times 10^{-5} \text{ onza} \cdot \text{pulg} &\times 5.208 \times 10^{-3} \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{on} \cdot \text{pul}} \\ &= 4.8 \times 10^{-7} \text{ lb} \cdot \text{pie} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 10.6 \text{ g} \cdot \text{cm} &\times \frac{1 \text{ onza} \cdot \text{pulg}}{72.01 \text{ g} \cdot \text{m}} \\ &= 1.472 \times 10^{-1} \text{ onza} \cdot \text{pulg} \\ 1.472 \times 10^{-1} \text{ on} \cdot \text{pul} &\times 7.0612 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} = 1.04 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \\ 1.472 \times 10^{-1} \text{ on} \cdot \text{pul} &\times 5.208 \times 10^{-3} \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} = 7.6 \times 10^{-4} \text{ lb} \cdot \text{pie} \\ \text{c. } 12.2 \text{ on} \cdot \text{pul} &\times 7.0612 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} \\ &= 8.615 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} \\ 12.2 \text{ onza} \cdot \text{pulg} &\times 5.208 \times 10^{-3} \frac{\text{lb} \cdot \text{ft}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} \\ &= 6.35 \times 10^{-2} \text{ lb} \cdot \text{pie} \end{aligned}$$

## 4-8 ARRANCADORES PARA MOTORES DE CD

Al instante de aplicar un voltaje  $V_a$  a las terminales de armadura para hacer que gire un motor, la armadura de éste no produce fuerza contraelectromotriz alguna porque su velocidad es cero [ecuación (4-5)]. Los únicos factores que limitan la corriente son la caída de voltaje en las escobillas de la armadura y la resistencia del circuito de armadura,  $R_a$ . Ya que en condiciones normales ninguno de ellos es mayor que un 10 o 15 por ciento del voltaje  $V_a$  aplicado a la armadura (véase sección 4-6), la sobrecarga es muchas veces más grande que la corriente nominal de la armadura, como se demuestra en el ejemplo 4-12.

### EJEMPLO 4-12

Un motor de cd de 120 V en derivación tiene una resistencia de armadura igual a  $0.2 \Omega$  y una caída de voltaje en escobillas de 2 V. La corriente nominal de armadura a plena carga es 75 A. Calcular la corriente en el instante del arranque y el porcentaje de la corriente nominal.

### Solución

Usando la ecuación (1-8) para incluir a la caída en escobillas

$$I_{st} = \frac{V_a - CE}{R_a} = \frac{120 - 2}{0.2} \\ = 590 \text{ A (la fuerza contraelectromotriz es cero)}$$

$$\text{Porcentaje a plena carga} = \frac{590 \text{ A}}{75 \text{ A}} \times 100 \\ = 78\bar{6} \text{ por ciento}$$

El ejemplo 4-12 muestra que la corriente de arranque del motor es aproximadamente 8 veces la corriente de armadura nominal a plena carga. Indica que podría dañarse gravemente el motor al arrancar, a menos que la corriente de arranque se limite mediante un *arrancador comercial*.<sup>2</sup>

La corriente en el ejemplo 4-12 es excesiva debido a la falta de una fuerza contraelectromotriz en el instante del arranque. Sin embargo, una vez iniciada la rotación, la fuerza contraelectromotriz crece proporcionalmente a la velocidad. Por lo tanto, lo que se necesita es un dispositivo, que normalmente es un resistor de pasos o variable, con objeto de limitar la corriente durante el periodo de arranque, y cuya resistencia pueda reducirse en forma progresiva a medida que el motor gane velocidad.

Dado un resistor  $R_s$  externo en serie con la armadura, se debe modificar la ecuación (1-8) para calcular la corriente de armadura:

$$I_a = \frac{V_a - (E_c + CE)}{R_a + R_s} \quad \text{amperes (A)} \quad (4-8)$$

Todos los términos de esta ecuación ya se han definido.

El valor de la resistencia de arranque a velocidad cero, o en cualquier paso en el proceso de arranque se puede calcular con la ecuación (4-8), como se ve en el ejemplo 4-13.

<sup>2</sup> El tema de los arrancadores comerciales para motores, tanto manuales como automáticos, se describe en detalle en Kosow: *Control of Electric Machines* (Control de máquinas eléctricas), (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1973), Caps. 3 y 4.

**EJEMPLO 4-13**

Calcular los diversos valores (tomas o derivaciones de corriente) de la resistencia de arranque ( $R_s$ ) que limiten la corriente del motor del ejemplo 4-12 a

- 150 por ciento de la carga nominal al instante de arrancar.
- Una fuerza contraelectromotriz que sea 25 por ciento del voltaje de armadura  $V_a$  a 150 por ciento de la carga nominal.
- Una fuerza contraelectromotriz que sea 50 por ciento del voltaje de armadura a 150 por ciento de la carga nominal.
- Calcular la fuerza contraelectromotriz a plena carga, sin resistencia de arranque.

**Solución**

De la ecuación (4-8)

$$R_s = \frac{V_a - (E_c + CE)}{I_a} - R_a$$

- El arranque,  $E_c$  es cero.

$$\begin{aligned} R_s &= \left( \frac{V_a - CE}{I_a} \right) - R_a \\ &= \left( \frac{120 - 2}{1.5 \times 75} \right) - 0.2 = 1.05 - 0.2 \\ &= \mathbf{0.85 \, \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } R_s &= \left[ \frac{V_a - (E_c + CE)}{I_a} \right] - R_a \\ &= \left( \frac{120 - 30 - 2}{1.5 \times 75} \right) - 0.2 = 0.78\bar{2} - 0.2 \\ &= \mathbf{0.58\bar{2} \, \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } R_s &= \left[ \frac{120 - (60 + 2)}{1.5 \times 75} \right] - 0.2 \\ &= 0.516 - 0.2 = \mathbf{0.316 \, \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } E_c &= V_a - (I_a R_a + CE) \\ &= 120 - [(75 \times 0.2) + 2] = \mathbf{103 \, V} \end{aligned}$$

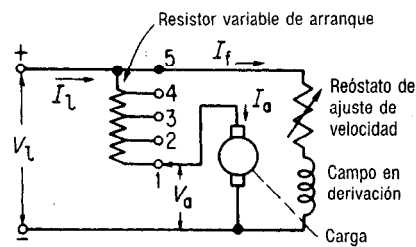
Adviértase que en el ejemplo 4-13 se necesita un valor de resistencia *progresivamente decreciente* a medida que el motor desarrolla una fuerza contraelectromotriz en aumento debido a la aceleración. Este es el principio del *arrancador de motor por resistencia de armadura*.

El modo en el que se emplea un arrancador con los tres tipos básicos de la dinamo de cd, funcionando como motores, se muestra en la **figura 4-7**. Las técnicas que se indican aquí para arranque de motores son sólo diagramas *esquemáticos*; como se dijo anteriormente, las formas comerciales de los arrancadores manuales o automáticos difieren algo de las que se presentan.

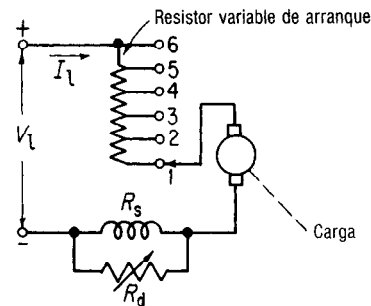
Los motores en derivación y compuestos se arrancan con *excitación plena de campo*, es decir, se aplica todo el voltaje de línea al circuito del campo, para desarrollar el par máximo de arranque ( $T = K\phi I_a$ ). En los tres tipos de dínamos, la corriente de arranque en la armadura se limita mediante un resistor variable de gran potencia conectado en serie. En la práctica comercial, el golpe inicial de corriente de armadura se limita, en general, a un valor mayor que la corriente de plena carga, como se vio en el ejemplo 4-13, de nuevo con objeto de desarrollar alto par de arranque, en especial en el caso de los motores grandes con mucha inercia y que, por lo tanto, alcanzan con lentitud a su velocidad.

Cuando el brazo del arrancador está en la posición 1 en la figura 4-7a, la resistencia máxima en serie limita la corriente de armadura al arranque a un 150 por ciento de su valor nominal. A medida que aumenta la velocidad del motor, la armadura desarrolla fuerza contraelectromotriz y la corriente de armadura decrece hasta aproximadamente el valor de plena carga. Si se dejara el brazo del arrancador en la posición

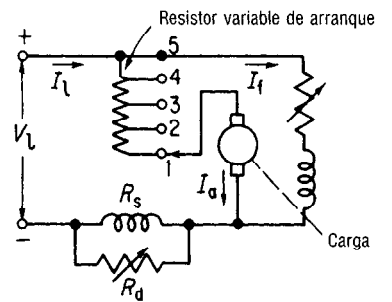




a. Arrancador para motor derivación (esquema)



b. Arrancador para motor serie (esquema)



c. Arrancador para motor compuesto (esquema)

**Figura 4-7** Conexiones de arrancador para motores derivación, serie y compuestos, en forma esquemática

1, la corriente de armadura decrecería un tanto y la velocidad se estabilizaría en determinado valor bastante menor que la velocidad nominal. Para acelerar la armadura del motor una vez más será necesario mover el brazo a la posición 2. De nuevo, hay un golpe de corriente de armadura, y aumenta la velocidad del motor. Este proceso continúa hasta que la armadura del motor llega a su velocidad nominal, sin necesidad de resistencia de armadura en serie, y hasta que la fuerza contraelectromotriz y el flujo a esa velocidad sean suficientes para limitar la corriente de armadura.

Se debe hacer notar en la figura 4-7 que los tres tipos de motores: serie, derivación y compuesto, si se arrancan con carga mecánica acoplada a la armadura, acelerarán más lentamente que si se arrancaran sin carga. En especial, el motor serie *nunca se debe arrancar sin carga acoplada a su armadura* (véase sección 4-10). Por otra parte, los motores en derivación y compuestos pueden ponerse en marcha con o sin carga mecánica. Los arrancadores *manuales*, es decir, aquellos que un operador acciona con la mano, requieren de cierta experiencia en el movimiento del brazo de contacto por los

diversos escalones de resistencia para acelerar el motor a la velocidad nominal sin producir demasiada corriente de armadura. Los arrancadores *automáticos* se diseñan eléctricamente para acelerar el motor a cada paso de resistencia, independientemente de la carga del motor, sin dañar a éste.

## 4-9 CARACTERISTICAS DEL PAR ELECTROMAGNETICO EN MOTORES DE CD

La ecuación fundamental del par, la (4-4), en la cual  $T = K\phi I_a$ , es un medio para predecir la manera en que podría variar el par en cada uno de los tres tipos de motores que aparecen en la figura 4-7 cuando se aplique la carga, es decir, con un aumento en la corriente de armadura. Se describirá cada una de la curvas características par-carga correspondiente a cada tipo de motor. Por ahora se supone que cada motor se ha arrancado y acelerado en forma correcta, y por tal motivo su armadura está conectada directamente a las terminales de línea,  $V_L$ , en la figura 4-7. ¿Qué efecto tiene *aumentar* la carga sobre el par de los motores de cd?

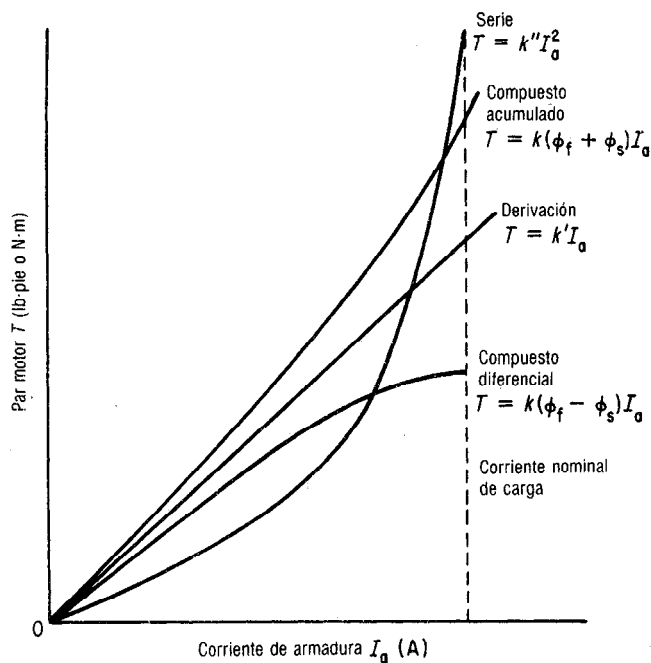
### 4-9.1 Motor derivación

Durante los periodos de arranque y de funcionamiento, la corriente en el circuito de campo en derivación, como se muestra en la figura 4-7a, es esencialmente constante para determinado ajuste del reóstato de campo, y en consecuencia el flujo, por el momento, es también esencialmente constante. A medida que aumenta la carga mecánica, el motor se desacelera algo y origina menor fuerza contraelectromotriz y mayor corriente de armadura.<sup>3</sup> Por tanto, en la ecuación básica del par, si el flujo es esencialmente constante y si la corriente de armadura aumenta en forma directa con la aplicación de la carga mecánica, la ecuación del par, en el caso del motor derivación, se puede expresar como una relación perfectamente lineal,  $T = K'I_a$ , que aparece en la figura 4-8.

### 4-9.2 Motor serie

Si las bobinas del campo en derivación se quitaran de la dínamo de cd que acabamos de mencionar y se sustituyeran por un devanado completo en serie, la armadura y la construcción idénticas producirían la curva del par que se muestra en la figura 4-8 para el motor serie. En este tipo de motores, las corrientes de armadura y del campo en serie son las mismas, si se omiten los efectos de un divisor, y el flujo producido por el campo en serie,  $\phi$ , siempre es proporcional a la corriente  $I_a$  de armadura. Por tanto, la ecuación básica del par para el funcionamiento de un motor serie resulta  $T = K''I_a^2$ . Mientras el núcleo del campo esté sin saturar, es decir, en la parte lineal de su curva de magnetización, la relación entre el par y la corriente de carga del motor serie es exponencial, como se muestra en la figura 4-8. Se debe notar que el par del motor serie a cargas muy ligeras (pequeños valores de  $I_a$ ) es menor que el del motor derivación, porque desarrolla menos flujo. Sin embargo, para la misma corriente de

<sup>3</sup> El efecto de la mayor corriente de armadura produce una fuerza magnetomotriz en la armadura que se llama "reacción de armadura" la que, dependiendo del grado de saturación del campo, tenderá a desmagnetizar y reducir algo el flujo del campo. La reacción de armadura se describirá en detalle en el capítulo 5.



**Figura 4-8** Comparación de curvas características par-carga en los motores de cd

armadura a plena carga, su par es mayor, lo que se constata al comparar las dos ecuaciones que aparecen en la figura 4-8.

### 4-9.3 Motores compuestos

Cuando se instala un campo combinado en serie y en derivación en los polos de la misma dínamo de cd que estamos describiendo, el campo en serie puede ser acumulado compuesto o diferencial compuesto. Sin embargo, independientemente de la composición, la corriente en el circuito en derivación y el flujo del campo  $\phi_f$ , durante el arranque o el funcionamiento, es esencialmente constante. La corriente en el campo en serie es una función de la corriente de carga que toma la armadura.

La ecuación básica del par para la operación de un motor *compuesto acumulado* es,  $T = K(\phi_f + \phi_s)I_a$ , en la cual el flujo del campo en serie  $\phi$  es función de la corriente de armadura  $I_a$ . Comenzando con un flujo igual al del campo en derivación sin carga y uno que aumente con la corriente de armadura, el motor compuesto acumulado produce una curva de par que *siempre* es más alta que la del motor derivación para *la misma* corriente de armadura, como se ve en la figura 4-8.

Sin embargo, para el *motor compuesto diferencial*, la ecuación anterior del par se puede reformular como  $T = K(\phi_f - \phi_s)I_a$ , siendo  $\phi_s$  todavía función de  $I_a$  y  $\phi_f$  es, probablemente, constante. Comenzando con un flujo igual al del campo en derivación sin carga, cualquier valor de la corriente de armadura producirá una fuerza magnetomotriz en el campo en serie que *reduce* el flujo total en el entrehierro y por lo tanto el par. Así, el motor compuesto diferencial produce una curva de par que *siempre es menor* que la del motor derivación (ver sección 4-10.4).

**EJEMPLO 4-14**

Un motor compuesto acumulado se hace trabajar como motor de derivación (desconectando el campo en serie) y desarrolla un par de 160 lb·pie cuando la corriente de armadura es 140 A y el flujo en el campo es  $1.6 \times 10^6$  líneas. Cuando se vuelve a conectar como motor compuesto acumulado con la misma corriente, desarrolla un par de 190 pie·lb. Calcular

- El aumento de flujo, en por ciento, debido al campo en serie
- El par cuando aumenta 10 por ciento la carga al motor. Suponer que se trabaja en la parte *lineal* de la curva de saturación.

**Solución**

Los datos del ejemplo 4-14 se presentan en una tabla para tener una referencia cómoda

	$T$ lb·pie	$I_a$ en A	$\phi_f$ en líneas
Original	160	140	$1.6 \times 10^6$
Flujo agregado	190	140	$\phi_f'$
Par final	$T_f$	154	$1.1 \times 1.9 \times 10^6$

De los datos, se procede como sigue:

$$\text{a. } \phi_f' = \phi_{\text{orig}} \left( \frac{T_{\text{final}}}{T_{\text{orig}}} \right) = 1.6 \times 10^6 \times \frac{190}{160}$$

$$= 1.9 \times 10^6 \text{ líneas}$$

Porcentaje de aumento del flujo

$$= \frac{1.9 \times 10^6}{1.6 \times 10^6} \times 100 - 100$$

$$= 118.8 - 100$$

$$= \mathbf{18.8 \text{ por ciento}}$$

- El flujo final del campo es  $1.1 \times 1.9 \times 10^6$  líneas, debido al aumento de 10 por ciento en la carga. El par final es

$$T_f = 190 \text{ lb·pie} \left( \frac{154 \text{ A}}{140 \text{ A}} \right) \left( \frac{1.1 \times 1.9 \times 10^6}{1.0 \times 1.9 \times 10^6} \right)$$

$$= \mathbf{230 \text{ lb·pie}} \quad (4-4)$$

El ejemplo 4-14a muestra que el aumento de 18.8 por ciento en el flujo produjo un aumento proporcional en el par, es decir, 190 lb·pie/160 lb·pie, de 18.8 por ciento de acuerdo con la ecuación (4-4a). El ejemplo 4-14b muestra el efecto de la carga en el aumento de la corriente de armadura, con lo cual aumenta el flujo y el par del motor compuesto acumulado.

**EJEMPLO 4-15**

Un motor serie toma 25 A de corriente y desarrolla un par de 90 lb·pie. Calcular

- El par cuando la corriente aumenta a 30 A si el campo *no está saturado*
- El par cuando la corriente aumenta a 30 A y el aumento de corriente produce un aumento de 10 por ciento en el flujo.

**Solución**

$$\text{a. } T = KI_a^2 = 90 \text{ lb·pie} \left( \frac{30}{25} \right)^2 = \mathbf{129.6 \text{ lb·pie}}$$

$$\text{b. } T = K\phi I_a = 90 \text{ lb·pie} \left( \frac{30}{25} \right) \left( \frac{1.1}{1.0} \right)$$

$$= \mathbf{118.8 \text{ lb·pie}} \quad (4-4)$$

El ejemplo 4-15a demuestra que, si el campo se supone no saturado, un aumento de 20 por ciento en la corriente de carga de la armadura (30 A/25 A) produce un aumento de 44 por ciento en el par del motor (129.6 pie·lb/90 pie·lb). El ejemplo 4-15b demuestra que, si están saturados los polos del campo, un aumento del 20 por

ciento en la corriente de carga de la armadura produce ahora un aumento de 32 por ciento en el par del motor (118.8 pie·lb/90 pie·lb).

## 4-10 CARACTERISTICAS DE VELOCIDAD EN LOS MOTORES DE CD

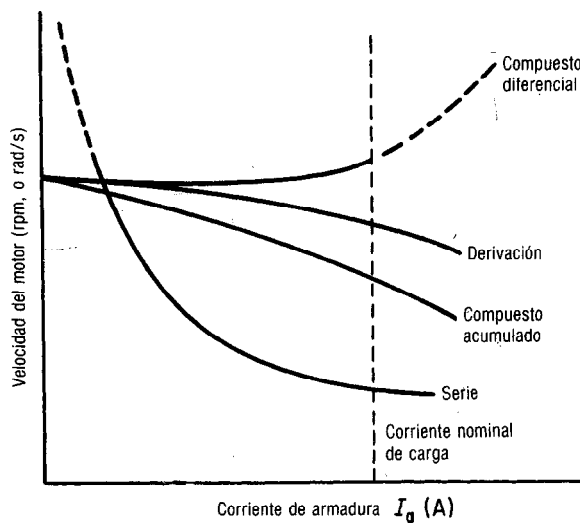
La ecuación fundamental de la velocidad, ecuación (4-6), en la que  $S = (V_a - I_a R_a)/k\phi$  es el medio para predecir la forma en que varía la velocidad de cada uno de los motores de la figura 4-7 cuando se aplica una carga. A su vez se considerará la curva característica velocidad-carga de cada motor. Para simplificar la descripción, se supone que la caída de voltaje en escobillas, CE, es cero.

### 4-10.1 Motor derivación

Supongamos que el motor derivación de la figura 4-7a ha alcanzado su velocidad nominal y trabaja en vacío, es decir, sin carga. Como el flujo del campo del motor, sin tomar en cuenta la reacción de armadura, se puede considerar *constante*, la velocidad del motor se puede expresar en términos de la ecuación básica de la velocidad que se mostró en la sección 4-5:

$$\omega \quad \text{o} \quad S = \frac{E_c}{k'\phi_f} = k \frac{V_a - I_a R_a}{\phi_f} \quad (4-6)$$

Al aplicar la carga mecánica al eje de la armadura, disminuye la fuerza contraelectromotriz y la velocidad disminuye en forma proporcional. Pero como la fuerza contraelectromotriz cambia un 20 por ciento desde sin carga hasta plena carga, es decir, de  $0.75 V_a$  a plena carga hasta unos  $0.95 V_a$  en vacío, la velocidad del motor es esencialmente constante, como se ve en la figura 4-9.



**Figura 4-9** Comparación de curvas características velocidad-carga en los motores de cd

## 4-10.2 Motor serie

Obviamente, la ecuación básica de la velocidad, ecuación (4-6), modificada para el circuito del motor serie, es

$$\omega \quad \text{o} \quad S = \frac{V_a - I_a(R_a + R_s)}{k\phi} \quad (4-9)$$

siendo  $V_a$  el voltaje aplicado a las terminales del motor. Como el flujo en el entrehierro producido por el campo en serie es proporcional sólo a la corriente de armadura, se puede decir que la velocidad es

$$\omega \quad \text{o} \quad S = K' \frac{V_a - I_a(R_a + R_s)}{I_a} \quad (4-10)$$

La ecuación (4-10) nos da una indicación de la curva característica velocidad-carga de un motor serie. Si se aplica una carga mecánica relativamente pequeña al eje de la armadura de un motor serie, la corriente de armadura  $I_a$  es pequeña, haciendo grande el numerador de la fracción de la ecuación (4-10) y pequeño a su denominador, el resultado será una velocidad anormalmente alta. Por tanto, en vacío, con poca corriente en la armadura y flujo en el campo, la velocidad es demasiado alta. Por esta razón los motores serie siempre se trabajan acomplados o engranados con una carga, como en las grúas, plataformas o servicios de arrastre de cd (ferrocarril). Sin embargo, cuando aumenta la carga, el numerador de la fracción de la ecuación (4-10) *decrece con mayor rapidez de la que aumenta el denominador*. El numerador disminuye de acuerdo a un producto de  $I_a$ , en comparación con el denominador, que aumenta directamente con  $I_a$ . La *velocidad disminuye rápidamente* como se muestra en la figura 4-9. La línea discontinua representa la parte de la curva característica que corresponde a carga ligera, en la que no se hacen trabajar los motores serie.

Como se ve en la figura 4-9, una velocidad excesiva en un motor serie *no ocasiona una corriente grande de armadura*, como en los motores derivación y compuestos, en los que abrían un fusible o un cortacircuitos y se desconectaba la armadura de la línea. Se debe usar otro método de protección contra el desbocamiento. Los motores serie están dotados en general de interruptores centrífugos, los que normalmente están cerrados dentro de su rango de funcionamiento, abriéndose a velocidades de un 150 por ciento o más de la velocidad nominal.

## 4-10.3 Motor compuesto acumulado

La ecuación básica de la velocidad para el motor compuesto acumulado se puede formular de la siguiente manera:

$$\omega \quad \text{o} \quad S = K \frac{V_a - I_a(R_a + R_s)}{\phi_f + \phi_s} \quad (4-11)$$

La cual a su vez se puede simplificar a

$$\omega \quad \text{o} \quad S = K \frac{E_c}{\phi_f + \phi_s} = \frac{KE_c}{\phi_{\text{total}}} \quad (4-12)$$

Comparando la ecuación (4-12) para el motor compuesto acumulado con  $S = KE/\phi_f$  para el motor derivación, se ve que, a medida que aumenta la carga y la corriente de armadura, el flujo producido por el campo en serie aumenta también, mientras que disminuye la fuerza contraelectromotriz. Por tanto el denominador aumenta mientras que el numerador disminuye en mayor proporción que en el motor derivación. El resultado es que la velocidad del motor compuesto *acumulado* disminuirá más que la del motor derivación, al aplicar la carga, como se ve en la figura 4-9.

#### 4-10.4 Motor compuesto diferencial

Se puede modificar ligeramente la ecuación (4-12) para el motor compuesto acumulado para mostrar el efecto de las fuerzas magnetomotrices *en oposición* del campo, y la velocidad es

$$\omega \quad \text{o} \quad S = \frac{KE_c}{\phi_f - \phi_s} = K \frac{V_a - I_a(R_a + R_s)}{\phi_f - \phi_s} \quad (4-13)$$

para la cual se han definido ya todos los términos.

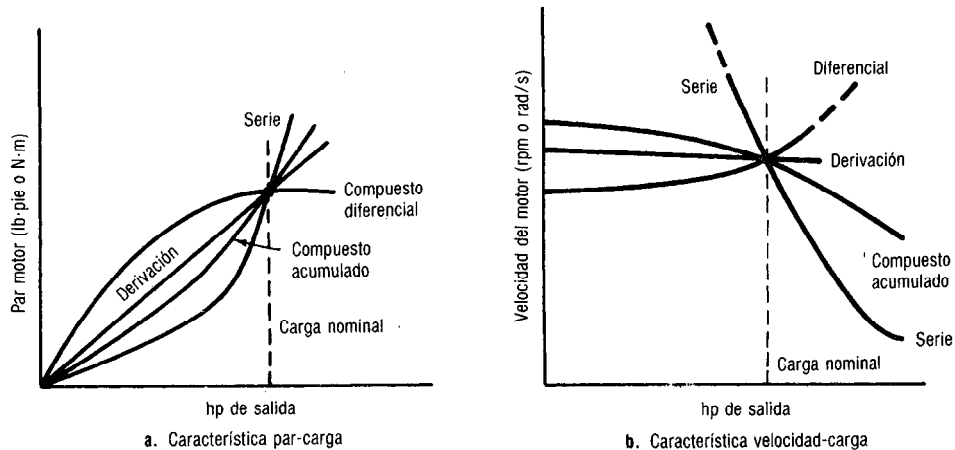
Cuando aumentan la carga e  $I_a$  en un motor compuesto diferencial, disminuye algo el numerador de la fracción de la ecuación (4-13), pero el denominador disminuye más rápidamente. La velocidad puede decrecer algo a cargas ligeras, pero cuando aumentá la carga, la velocidad aumenta. Esta condición establece una inestabilidad dinámica.

A medida que aumenta la velocidad, la mayor parte de las cargas mecánicas aumentan automáticamente, porque *se hace trabajo a mayor velocidad*, y se produce un aumento en la corriente, una disminución en el flujo total y una mayor velocidad, que a su vez produce todavía más carga. *Por esta inestabilidad propia, los motores diferenciales casi nunca se usan.*

En un laboratorio de máquinas eléctricas donde se prueban los motores diferenciales, a veces se da el caso en que un motor diferencial comienza a desbocarse y de repente disminuye la velocidad e invierte la dirección! Esto se puede explicar mediante la ecuación (4-13) y la figura 4-9. Al disminuir la fuerza contraelectromotriz por el menor flujo mutuo, la corriente y el par de la armadura aumentan en forma tan grande que el flujo de campo en serie *es mayor* que el del campo en derivación, y el motor invierte su dirección, de acuerdo con la regla de la mano izquierda.

Es por esta razón que cuando se arranca un motor diferencial para su prueba en el laboratorio, se debe tener cuidado de no *poner en corto* el campo en *serie*, para que la alta corriente de arranque por la armadura *no* haga arrancar el motor en la dirección *contraria*.

Se desarrollaron las curvas de las figuras 4-8 y 4-9 para la misma dinamo de cd, trabajando desde el mismo punto *sin carga*. Pero, dado que toda máquina eléctrica se especifica en términos de valores nominales (a plena carga), las comparaciones de las curvas características par-carga y velocidad-carga se deben hacer para *la carga nominal*. Si se fueran a comparar motores de cd del mismo voltaje, potencia y velocidad, se



**Figura 4-10** Comparación de las curvas características par-carga y velocidad-carga en motores, en base a la carga nominal

obtendrían las curvas de la **figura 4-10**. El lector debe comparar las curvas de la figura 4-10 con las de las figuras 4-8 y 4-9 para verificar las características.

#### EJEMPLO 4-16

Un motor compuesto acumulado de 230 V, 10 hp, 1250 rpm tiene una resistencia de armadura igual a  $0.25 \Omega$ , una resistencia combinada de devanados de compensación y de interpolos igual a  $0.25 \Omega$ , y una caída de voltaje en escobillas de 5 V. La resistencia de campo en serie es  $0.15 \Omega$ , y la de campo en derivación es  $230 \Omega$ . Cuando el motor se conecta en derivación, la corriente nominal de la línea a plena carga es 55 A, y la corriente sin carga, en la línea, es 4 A. La velocidad sin carga es 1810 rpm. Sin tomar en cuenta la reacción de armadura al voltaje nominal, calcular

- La velocidad a la carga nominal
- La potencia interna que se desarrolla, en watts y en caballos.

#### Solución

$$\begin{aligned}
 \text{a. } I_a &= I_l - I_f = 4 \text{ A} - 1 \text{ A} = 3 \text{ A} \\
 E_c \text{ sin carga} &= V_a - (I_a R_a + CE) \\
 &= 230 - (3 \times 0.5 + 5) \\
 &= 223.5 \text{ V a velocidad 1810 rpm} \\
 E_c \text{ plena carga} &= V_a - (I_a R_a + CE) \\
 &= 230 - (54 \times 0.5 + 5) \\
 &= 198 \text{ V} \\
 S_r &= 1810 \left( \frac{198}{223.5} \right) = \mathbf{1603 \text{ rpm}} \quad (4-5) \\
 \text{b. } P_d &= E_c I_a = 198 \text{ V} \times 54 \text{ A} = \mathbf{10\,700 \text{ W}} \\
 \text{hp} &= \frac{10\,700 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = \mathbf{14.3 \text{ hp}}
 \end{aligned}$$

El ejemplo 4-16 muestra lo siguiente:

- La velocidad del motor derivación a plena carga (1603 rpm) es algo mayor que la nominal (1250 rpm) para el motor compuesto acumulado. (Véase figura 4-9.)
- La potencia interna desarrollada por el motor (14.3 hp) es algo mayor que la nominal (10 hp), disponible en el eje.



**EJEMPLO 4-17**

Se vuelve a conectar el motor del ejemplo 4-16 como motor compuesto acumulado en derivación larga. A la carga nominal, 55 A, el devanado compuesto aumenta 25 por ciento el flujo por polo. Calcular

- La velocidad sin carga, con corriente de línea igual a 4 A
- La velocidad a la carga nominal, corriente de línea igual a 55 A
- Los pares internos a plena carga con y sin el campo en serie. Use la ecuación (4-15)
- La potencia interna del motor compuesto basada en el aumento anterior de flujo
- Explicar la diferencia entre potencia interna y nominal

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } E_c \text{ sin carga} &= V_a - (I_a R_a + I_a R_s + BD) \\ &= 230 - [(3 \times 0.5) + (3 \times 0.15) + 5] \\ &= 223.05 \text{ V} \quad [\text{según Ec. (4-8)}] \\ S_{n1} &= 1810 \left( \frac{223.05}{223.5} \right) = \mathbf{1806 \text{ rpm}} \quad (4-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } E_c \text{ plena carga} &= 230 - [(54 \times 0.5) \\ &\quad + (54 \times 0.15) + 5] \quad (4-8) \\ &= 190 \text{ V} \\ S_r &= K \left( \frac{\delta E_c}{\delta \phi} \right) \\ &= 1806 \text{ rpm} \left( \frac{190}{223.05} \right) \left( \frac{1.0}{1.25} \right) \\ &= \mathbf{1231 \text{ rpm}} \quad (4-12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. Par interno del motor en derivación [Ec. (4-15)] a plena carga:} \\ T_{\text{derivación}} &= \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{14.3 \times 5252}{1603} \\ &= \mathbf{46.85 \text{ lb} \cdot \text{pie}} \quad (4-15) \\ T_{\text{comp}} &= T_{\text{den}} \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right) \left( \frac{I_{a2}}{I_{a1}} \right) \\ &= 47.2 \left( \frac{1.25}{1.0} \right) \left( \frac{54}{54} \right) \\ &= \mathbf{59.1 \text{ lb} \cdot \text{pie}} \end{aligned}$$

$$\text{d. Caballos} = \frac{E_c I_a}{746} = \frac{190 \times 54}{746} = \mathbf{13.8 \text{ hp}}$$

- La potencia interna es mayor que la potencia nominal debido a que la potencia que desarrolla el motor debe superar también a las pérdidas internas rotacionales (figura 12-1).

El ejemplo 4-17 verifica los siguientes puntos:

- La velocidad a plena carga del motor compuesto (1231 rpm) es menor que la correspondiente para el motor en derivación (1603 rpm en el ejemplo 4-16), como se ve en la figura 4-9.
- El motor derivación desarrolla una potencia ligeramente mayor que el motor compuesto, porque trabaja a una velocidad mucho mayor. [Véase ecuación (4-15).]
- El par del motor compuesto, 59.1 pie·lb, es mayor que el del motor derivación, 46.85 pie·lb, como se ve en la figura 4-8. Este aumento de par se debe al flujo adicional producido por el campo en serie.
- Precisamente es debido al flujo adicional de campo en serie que la velocidad del motor compuesto baje en comparación con la del motor derivación. [Véase ecuación (4-12).]

### EJEMPLO 4-18

La resistencia del circuito de armadura de un motor serie de 25 hp, 250 V, es  $0.1 \Omega$ , la caída de voltaje en escobillas es 3 V y la resistencia de campo en serie es  $0.05 \Omega$ . Cuando este motor serie toma 85 A, la velocidad es 600 rpm. Calcular

- La velocidad cuando la corriente sea 100 A
- La velocidad cuando la corriente sea 40 A. No tomar en cuenta la reacción de armadura y suponer que la máquina siempre trabaja en la parte lineal de su curva de saturación
- Recalcular las velocidades de las partes (a) y (b) empleando un divisor de  $0.05 \Omega$  a esas velocidades. (Sugerencia: al calcular la fuerza contraelectromotriz, se debe sumar la resistencia de armadura al equivalente en paralelo del campo en serie y la resistencia del divisor  $R_{sd}$ .)

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } E_{c2} &= V_a - I_a (R_a + R_s) - CE \\ &= 250 - 100(0.15) - 3 \\ &= 232 \text{ V cuando } I_a = 100 \text{ A} \quad (4-8) \\ E_{c1} &= 250 - 85(0.15) - 3 \\ &= 234.3 \text{ V a una velocidad de 600 rpm cuando } I_a = 85 \text{ A} \\ S &= K \frac{E}{\phi}, \text{ suponiendo que } \phi \text{ es proporcional a } I_a \text{ (en la parte lineal de la curva de saturación)} \\ S_2 &= S_1 \left( \frac{E_2}{E_1} \right) \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right) = 600 \left( \frac{232}{234.3} \right) \left( \frac{85}{100} \right) \\ &= 505 \text{ rpm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } E_{c3} &= V_a - I_a (R_a + R_s) - CE \\ &= 250 - 40(0.15) - 3 = 241 \text{ V a } 40 \text{ A} \\ S_3 &= S_1 \left( \frac{E_{c3}}{E_{c1}} \right) \left( \frac{\phi_1}{\phi_3} \right) = 600 \left( \frac{241}{234.3} \right) \left( \frac{85}{40} \right) \\ &= 1311 \text{ rpm} \\ \text{c. El efecto del divisor es reducir la corriente (y el flujo) de campo en serie, a la mitad de su valor anterior.} \\ E_{c2} &= V_a - I_a (R_a + R_{sd}) - CE \\ &= 250 - 100(0.125) - 3 \\ &= 234.5 \text{ V at 100 A} \\ E_{c3} &= V_a - I_a (R_a + R_{sd}) - CE \\ &= 250 - 40(0.125) - 3 \\ &= 242 \text{ V at 40 A} \\ S_2 &= S_1 \left( \frac{E_{c2}}{E_{c1}} \right) \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right) \\ &= 600 \left( \frac{234.5}{234.3} \right) \left( \frac{85 \text{ A}}{\frac{100}{2} \text{ A}} \right) \\ &= 1021 \text{ rpm} \\ S_3 &= S_1 \left( \frac{E_{c3}}{E_{c1}} \right) \left( \frac{\phi_1}{\phi_3} \right) \\ &= 600 \left( \frac{242}{234.3} \right) \left( \frac{85 \text{ A}}{\frac{40}{2} \text{ A}} \right) = 2634 \text{ rpm} \end{aligned}$$

Los resultados se pueden tabular como sigue:

	$I_a$ en A	$S_0$ en rpm	$S_d$ en rpm
1.	85	600	—
2.	100	505	1021
3.	40	1311	2634

El ejemplo 4-18 verifica los siguientes puntos acerca del motor serie, sin y con empleo de un divisor, tal como se muestra en la tabla de los resultados calculados:

- Sin el divisor, al disminuir la corriente de armadura, la velocidad  $S_0$  aumenta rápidamente, lo que es típico de la curva característica del motor serie que aparece en la figura 4-9.
- La reducción del 50 por ciento en la corriente de campo en serie, y el efecto de desviar la corriente de campo en serie, han ocasionado un brusco aumento de la velocidad, hasta aproximadamente el 200 por ciento de los valores originales.
- En el caso de una disminución de la carga mecánica en la armadura, con el campo en serie desviado, hay mucho peligro de velocidades demasiado altas e inestabilidad a bajas corrientes de armadura.

## 4-11 REGULACION DE VELOCIDAD

La regulación de velocidad de un motor se define como *el cambio de velocidad desde el funcionamiento en vacío, o con carga cero, hasta el funcionamiento a plena carga, expresado en por ciento de la velocidad correspondiente a la carga nominal*.<sup>4</sup> En forma de ecuación, la regulación de velocidad (RV) es

$$\text{RV (por ciento de regulación de velocidad)} = \frac{S_{n1} - S_{f1}}{S_{f1}} \times 100 = \frac{\omega_{n1} - \omega_{f1}}{\omega_{f1}} \times 100 \quad (4-14)$$

Al examinar las curvas de la figura 4-10b es evidente que los motores derivación se pueden considerar como motores cuya velocidad es bastante constante, y por lo tanto es buena su regulación de velocidad, porque es un porcentaje pequeño. La regulación de velocidad del motor compuesto acumulado es menos buena que la del motor en derivación, y su regulación de velocidad es un porcentaje mayor. La regulación de velocidad del motor serie es muy mala, porque tiene una velocidad infinita en vacío. Tanto el motor acumulado como el serie se consideran como motores de *velocidad variable* (sección 13-8). El motor compuesto diferencial tiene una regulación negativa de velocidad, que siempre se asocia con su inestabilidad ante la carga.

### EJEMPLO 4-19

Calcular el porcentaje de regulación de velocidad (RV) de los motores de

- El ejemplo 4-15
- El ejemplo 4-17
- El ejemplo 4-18 (suponer que la corriente de 40 A es sin carga y que la de 100 A es a plena carga, sin usar divisor).

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. RV (deriv.)} &= \frac{S_{n1} - S_{f1}}{S_{f1}} \times 100 = \frac{1810 - 1603}{1603} \times 100 = \mathbf{12.9 \text{ por ciento}} \quad (4-14) \\ \text{b. RV (compuesto)} &= \frac{1806 - 1231}{1231} \times 100 = \mathbf{46.7 \text{ por ciento}} \\ \text{c. RV (serie)} &= \frac{1311 - 505}{505} \times 100 = \mathbf{159.6 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

### EJEMPLO 4-20

La regulación porcentual de velocidad (RV) de un motor derivación es 10 por ciento. Si la velocidad a plena carga es  $60 \pi$  rad/seg, calcular

- La velocidad sin carga en rad/seg
- La velocidad sin carga en rpm

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } \omega_{n1} &= \omega_{f1} + (\omega_{f1} + \text{RV}) \quad (4-14) \\ &= \omega_{f1} (1 + \text{RV}) \\ &= 60 \pi (1 + 0.1) = \mathbf{66 \pi \text{ rad/s}} \\ \text{b. } S &= 66 \pi \text{ rad/s} \times \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \mathbf{1980 \text{ rpm}} \end{aligned}$$

El ejemplo 4-19 comprueba las regulaciones de velocidad de los motores derivación, compuesto y serie, respectivamente. De los tres motores, el derivación tiene la mejor regulación de velocidad y el serie tiene la peor. El ejemplo 4-20 muestra que la regulación de velocidad se puede calcular ya sea en unidades inglesas o en SI, y tam-

<sup>4</sup> Norma ASA C50, *Rotating Electrical Machinery* (Maquinaria Eléctrica Rotatoria). Nótese la semejanza entre esta definición y la de regulación de voltaje, ecuación (3-9).

bién muestra la conversión, relativamente sencilla, de unidades SI a sistema inglés, mediante el factor de conversión  $30/\pi$  (véase apéndice A-1.3W).

## 4-12 PAR EXTERNO, POTENCIA Y VELOCIDAD

Dependiendo del tamaño y/o la aplicación particular del motor, su rendimiento se puede especificar en la placa ya sea como *potencia* o como *par*, además de la *velocidad*. Si se conocen dos de esos tres términos se puede calcular el tercero, porque se relacionan entre sí. En general, la potencia de salida se expresa en términos de caballos (hp), y 746 W equivale a 1 hp.

El apéndice A-2 deduce las relaciones entre potencia, par y velocidad tanto en unidades inglesas como SI:

$$\text{(Sistema inglés)} \quad \text{hp} = \frac{TS}{5252} \text{ (hp)} \quad (4-15a)$$

siendo  $T$  el par en libras-pie (lb·pie)

$S$  la velocidad en revoluciones por minuto (rpm)

$$\text{(Sistema SI)} \quad \text{hp} = \frac{\omega T}{746} \text{ (hp)} \quad (4-15b)$$

siendo  $T$  el par en newton-metros (N·m)

$\omega$  la velocidad en radianes por segundo (rad/s)

En el caso de motores muy pequeños, la *potencia de salida* se expresa en watts. También, en el apéndice A-2 se deducen las relaciones entre el par, la potencia y la velocidad tanto en unidades inglesas como en SI, y el resultado es

$$\text{(Sistema inglés)} \quad T = \frac{7.04P}{S} \text{ libras-pie (lb·pie)} \quad (4-16a)$$

$$\text{(Sistema SI)} \quad T_{\text{SI}} = \frac{P}{\omega} \text{ newton-metros (N·m)} \quad (4-16b)$$

de las cuales se han definido ya todos los términos y  $P$  es la potencia en watts.

La ecuación 4-16 permite el cálculo ya sea del par interno, si se conoce la poten-

### EJEMPLO 4-21

A partir de los valores calculados en el ejemplo 4-16, de velocidad nominal y potencia interna, calcular

- El par interno
- El par externo a partir de los caballos y la velocidad nominales del ejemplo 4-16
- Explicar las diferencias.

#### Solución

$$\text{a. } T_{\text{int}} = \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{14.3 \times 5252}{1603} = 46.85 \text{ lb·pie} \quad (4-15a)$$

$$\text{b. } T_{\text{ext}} = \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{10 \times 5252}{1250} = 42.0 \text{ lb·pie} \quad (4-15a)$$

- El par interno se desarrolla como resultado del par electromagnético producido por la conversión de energía. Algo de la energía mecánica se usa internamente para compensar las pérdidas mecánicas del motor, reduciendo el par disponible para que el eje efectúe trabajo.

cia interna que se desarrolla (es decir,  $E_c I_a$ ), o el par externo disponible en el eje, si se conoce la potencia de salida expresada ya sea en caballos o en watts.

#### EJEMPLO 4-22

Un servomotor de 50 W trabaja a una velocidad a plena carga de 3000 rpm. Calcular el par de salida disponible en el eje del motor, en onzas-pulgadas.

#### Solución

$$T = \frac{7.04P}{S} = \frac{7.04 \times 50}{3000} \quad (4-16a)$$

$$= 0.1173 \text{ lb} \cdot \text{pie} \quad (192 \text{ onzas} \cdot \text{pulg} / \text{lb} \cdot \text{pie})$$

$$= 22.5 \text{ onzas} \cdot \text{pulg}$$

#### EJEMPLO 4-23

Para los datos del servomotor que se dieron y calcularon en el ejemplo 4-22, calcular

- La velocidad del motor en radianes por segundo
- El par de salida en newton-metros
- De la parte (b), el par de salida en onzas-pulgadas, empleando el factor de conversión del apéndice A-1.3M
- Comparar la respuesta de la parte (c) con la solución al ejemplo 4-22.

#### Solución

- $3000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 314.2 \text{ rad/s}$
- $T = \frac{P}{\omega} = \frac{50 \text{ W}}{314.2 \text{ rad/s}} = 0.1592 \text{ N} \cdot \text{m}$
- $T = 0.1592 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{1 \text{ onza} \cdot \text{pulg}}{7.0612 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}} = 22.5 \text{ onzas} \cdot \text{pulg}$
- Ambas respuestas son iguales.

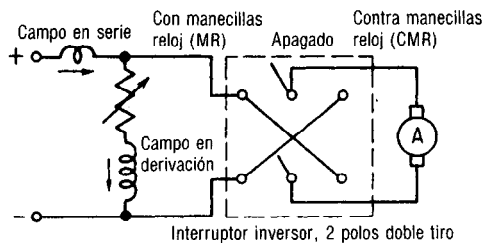
### 4-13 INVERSION DE DIRECCION DE GIRO EN UN MOTOR DE CD

Para invertir la dirección de rotación en cualquier motor de cd, es necesario invertir la corriente que pasa por la armadura, con respecto a la corriente del circuito del campo magnético. Para el motor derivación o serie esto se hace simplemente invirtiendo las conexiones ya sea del circuito de armadura con respecto al de campo, o viceversa. Si se invierten *ambas* conexiones se producirá la *misma* dirección de rotación.

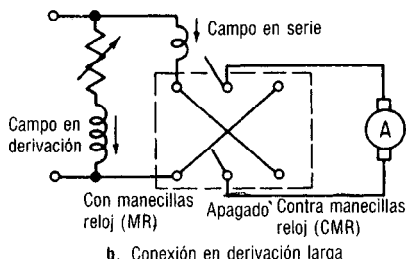
#### 4-13.1 Selección del circuito de armadura para inversión de la rotación

Parecería que como el circuito de campo lleva menos corriente que el de armadura, debiera escogerse el primero para la inversión. Sin embargo, al diseñar los arrancadores automáticos y los equipos de control, normalmente se selecciona el circuito de *armadura* para invertir, por las siguientes razones:

- El campo es un circuito altamente inductivo (figura 2-7), y las inversiones frecuentes producen altas FEM inducidas y picaduras en los contactos del interruptor que sirven para lograr la inversión del circuito de campo.
- Si se invierte el campo en derivación, el campo en serie se debe invertir también; de no ser así, un motor compuesto acumulado se conectará como compuesto diferencial.



a. Conexión en derivación corta



b. Conexión en derivación larga

**Figura 4-11** Inversión de dirección de motores compuestos en derivación larga y corta.

3. Las conexiones del circuito de armadura se encuentran normalmente abiertas con fines del frenado a contracircuito, dinámico o regenerativo; y dado que esas conexiones están disponibles, también se pueden emplear para la inversión.
4. Si el interruptor de inversión tiene algún defecto y el circuito de campo no puede cerrar, el motor se “desbocará”.

Por tanto, en el caso del motor compuesto, si se invierten *sólo* las conexiones de armadura se alcanza una inversión de la dirección de giro tanto en las conexiones en derivación larga como en las de corta, como se muestra en la **figura 4-11**, sin cambiar la dirección de la corriente en los campos.

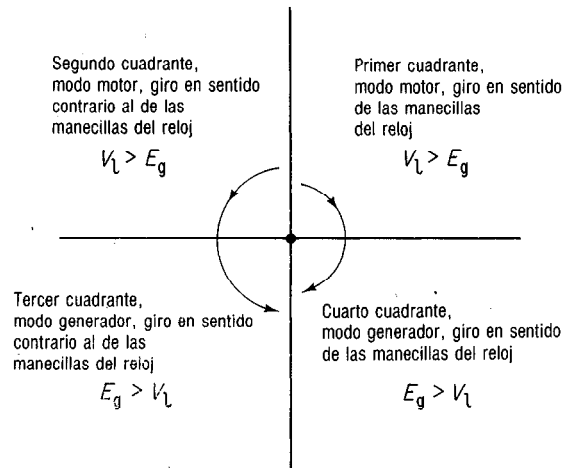
Por las razones anteriores, entonces, la inversión de la rotación determina que *sólo* se inviertan las conexiones de la armadura, como se muestra en las figuras 4-11a y b. Se debe tener cuidado para asegurar que *todo* el circuito de la armadura se invierta. Si se invierten por separado los devanados de compensación o de conmutación del campo, con respecto al devanado de armadura, su efecto se anula y se presenta fuerte chisporroteo en las escobillas.

En el caso de los motores de imán permanente, también se logra la inversión invirtiendo las conexiones de armadura. En efecto, este motor es el *único* que puede invertirse al invertir las conexiones de la línea.

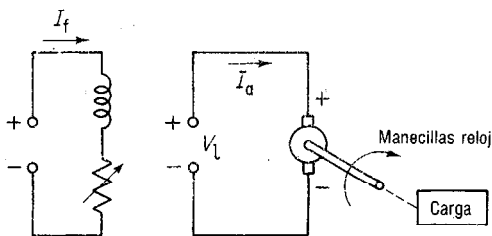
#### 4-13.2 Funcionamiento de un motor de CD en cuatro cuadrantes

En muchas operaciones industriales y comerciales es necesario que un motor funcione desde el reposo a la velocidad nominal en una dirección, por tanto, desacelere hasta el reposo y acelere a la velocidad nominal en la dirección opuesta. Este funcionamiento

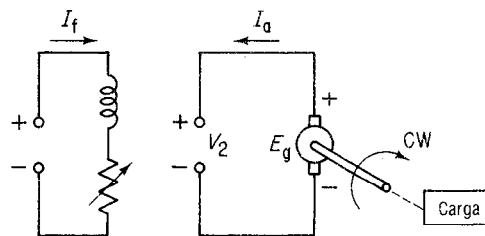
se logra en general mediante un *controlador* electrónico que suministra la polaridad necesaria conectando y desconectando, al igual que cualquier frenado eléctrico para desacelerar.



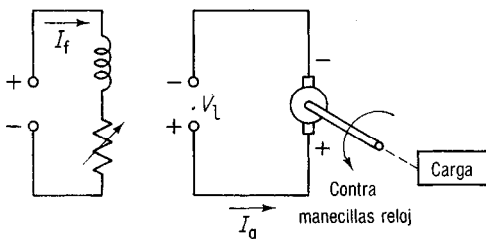
a. Diagrama de cuadrantes mostrando el funcionamiento de un motor de cd en cuatro cuadrantes



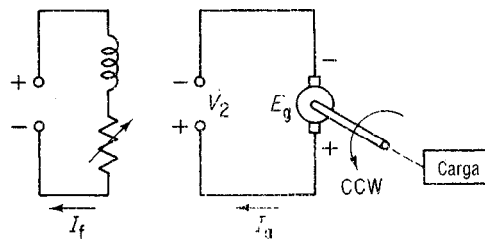
b. Primer cuadrante, modo motor,  $V_l > E_g$ , rotación en el sentido de las manecillas del reloj



c. Cuarto cuadrante, modo generador,  $E_g > V_l$ , rotación en el sentido de las manecillas del reloj, frenado regenerativo



d. Segundo cuadrante, modo motor,  $V_l > E_g$ , rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj



e. Tercer cuadrante, modo generador,  $E_g > V_l$ , rotación en sentido contrario de las manecillas del reloj, frenado a contracircuito

**Figura 4-12** Operación de cuatro cuadrantes de un motor de cd con excitación separada

Ya se hizo notar que la acción de *generador* y de *motor* se efectúan simultáneamente en todas las dinamos de cd, independientemente de si el funcionamiento es en *modo motor* o en *modo generador*. Como hay dos modos de *funcionamiento* y sólo dos *direcciones* posibles de giro, debemos tener en cuenta cuatro posibilidades de funcionamiento de la dinamo de cd. Esto se hace en forma gráfica mediante un *diagrama de cuatro cuadrantes*, que se muestra en la **figura 4-12a**.

Cuando la dinamo de cd gira en el sentido de las manecillas del reloj y trabaja como motor de cd con excitación separada, su funcionamiento queda en el *primer cuadrante*, como se muestra en las figuras 4-12a y b. Bajo estas condiciones, la armadura toma corriente del suministro y el voltaje de línea o aplicado es mayor que la fuerza contraelectromotriz aplicada,  $E_g$ .

Supongamos que el motor empleado impulsa un automóvil eléctrico de baterías, que se ha acelerado a plena velocidad en dirección de avance (de las manecillas del reloj) para subir una pendiente pronunciada. Cuando el vehículo desciende pendiente abajo, tiende a acelerar y las ruedas, a las que regularmente impulsa el motor de cd, giran más rápidamente que el par de impulsión que suministra el motor de cd. Bajo esas condiciones, el sistema pasa al funcionamiento *en el cuarto cuadrante*, es decir, la FEM generada  $E_g$  es mayor que el voltaje de línea y entonces la corriente se “bombea de regreso” a la batería y tiende a recargarla desde la armadura del motor. De hecho, la armadura está generando energía para el acumulador, el cual sirve de carga. El impulsor del generador es ahora el vehículo, cuya energía cinética impulsa a las ruedas cuando acelera cuesta abajo. Como el acumulador está cargando a la armadura del generador, esto tiende a detener la armadura, y con ella la “frena” mediante una acción que se conoce como *frenado regenerativo*.<sup>5</sup> El frenado regenerativo no basta para llevar al motor al reposo, pero tiene la ventaja de emplear la energía cinética del vehículo para cargar el acumulador.

Para detener por completo el vehículo, se emplea el frenado a contracircuito, que consiste en *invertir* las terminales de *suministro* del acumulador a la armadura, como se ve en la figura 4-12d. Bajo estas condiciones, el motor invertirá su dirección para tenerla en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Este funcionamiento del motor se muestra en la figura 4-12a como funcionamiento *en segundo cuadrante*.

Una vez más, siempre que la armadura se impulse a una velocidad mayor que la que puede dar el par motor, se efectúa la regeneración, lo que se muestra en el *tercer cuadrante* de la figura 4-12a y en la figura 4-12e.

Los diagramas de cuatro cuadrantes son útiles para representar las curvas características par-velocidad de los motores que frenan en ambas direcciones de giro.

<sup>5</sup> El término implica la regeneración de energía que regresa al suministro. Hay tres formas de frenado eléctrico: el frenado *regenerativo*, el frenado a *contracircuito* y el frenado *dinámico*. En el frenado regenerativo, la energía producida en la armadura se regresa al suministro eléctrico. El frenado a contracircuito consiste en aplicar voltaje al motor, con tal polaridad que trata de girar en reversa. En el proceso de tratar de invertir el giro, se debe desacelerar y pasar por el reposo antes de invertirse en la dirección opuesta.

La última forma de frenado, el *dinámico*, consiste en desconectar la armadura del motor de cd del suministro y conectar sus terminales con una resistencia adecuada. Esta carga eléctrica en la armadura tiende a detenerla, porque disipa energía en el resistor de carga.

Para tener una descripción detallada de estas formas de frenado eléctrico, así como de diversos tipos de controladores adecuados, véase Kosow, *Control of Electric Machines*, (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1973), Cap. 6.



#### 4-14 EFECTO DE LA REACCION DE ARMADURA SOBRE LA REGULACION DE VELOCIDAD EN TODOS LOS MOTORES DE CD

La reacción de armadura, definida en la sección 2-7 y en el capítulo 5, es el efecto de la fuerza magnetomotriz que producen los conductores de la armadura ( $I_a N_a$ ) al reducir y distorsionar el flujo mutuo de entrehierro  $\phi_m$  que produce el devanado del campo (campos en serie y en derivación). La ecuación fundamental de la velocidad, ecuación (4-6), indica que si se reduce el flujo de campo en su denominador se originará un aumento de la velocidad.

En el siguiente capítulo se demostrará que el grado y el efecto de la reacción de armadura varía directamente con la carga o con la corriente de armadura  $I_a$ . Al cargar *cualquier* motor de cd, independientemente de su tipo, el efecto de la reacción de armadura es reducir el flujo de entrehierro y, dependiendo del grado de saturación, *aumentar la velocidad del motor*.

Si examinamos las curvas velocidad-carga de la figura 4-9 se ve que la regulación de velocidad de *cada uno* de los tipos comerciales de motor: derivación, serie y compuesto acumulado, *se mejora* algo por este efecto (si no es tan pronunciado que cause regulación negativa de velocidad). En el caso del motor derivación, por ejemplo, como la reacción de armadura aumenta con la carga, la disminución en flujo y el aumento en velocidad con carga pueden incrementar la carga hasta el grado de que su curva característica puede tender a ser la misma que la del motor compuesto diferencial que aparece en la figura 4-9. Un motor derivación que trabaje con un campo débil y sin algún medio para compensar la reacción de armadura, como se verá en el capítulo 5, es especialmente susceptible a inestabilidad con carga, y tiende a desbocarse.

#### 4-15 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Arrancador de motor** Controlador eléctrico, sea manual o automático, para acelerar un motor desde el reposo hasta la velocidad normal y para detener el motor.

**Caballo de fuerza (hp)** Medida de la rapidez de efectuar trabajo.

(Nota: 1 hp = 746 W = 33 000 pie-lb/min = 550 pie-lb/s = 746 N·m/s = 746 J/s.)

**Caída de voltaje en escobillas (CE)** La caída de voltaje que se produce entre las escobillas y los segmentos de una dínamo. Es relativamente constante a través de límites amplios de carga.

**Conductores activos** Aquellos conductores en la superficie de la armadura que contribuyen ya sea al par motor o a la FEM generada por una dínamo.

**Desviador** Una resistencia en paralelo con el campo en serie de un motor compuesto que se usa para ajustar el flujo producido por el campo en serie, con objeto de obtener una regulación deseada de la velocidad del motor.

**Diagrama de cuatro cuadrantes** Representación gráfica del funcionamiento de la dínamo bien sea como motor o como generador, durante su rotación en el sentido de las manecillas del reloj o en el sentido opuesto.

**Frenado a contracircuito** Función de control que da frenado invirtiendo la polaridad del voltaje de línea para que el motor desarrolle un par contrario y ejerza una fuerza de retardo.

**Frenado dinámico** Función de control que frena un impulsor (motor) disipando en una resistencia su energía almacenada.

**Frenado regenerativo** Forma de frenado dinámico en la cual la energía cinética del motor y de su maquinaria impulsada se regresa al sistema de suministro de corriente.

**Fuerza contraelectromotriz** La FEM que se genera en la armadura de un motor, y que se opone al voltaje aplicado a esa armadura.

**Ley de Biot-Savart** Ley que expresa la fuerza desarrollada en un conductor portador de corriente de un campo magnético dado, por el cual pasa una determinada corriente.

**Ley de Lenz** La polaridad y la dirección de una FEM (o de una fuerza contraelectromotriz) inducida siempre están en tal dirección que se oponen a la fuerza que produce la rotación. Aplicada a los motores, es la corriente de armadura.

**Motor compuesto acumulado** Motor cuya excitación se produce mediante un devanado de campo en derivación o paralelo y un devanado de campo en serie, en el que ambos se ayudan porque producen flujo en la misma dirección.

**Motor de imán permanente** Motor cuyo flujo de campo está suministrado por uno o más imanes permanentes.

**Motor derivación, o paralelo** Motor cuya

excitación se produce con un campo conectado en paralelo con la armadura.

**Motor serie** Motor cuya excitación se produce por un campo en serie, conectado eléctricamente en serie con la armadura y cuya excitación es función directa de la corriente de armadura del motor.

**Par** fuerza que tiende a producir rotación o un par de giro.

**Par de salida** El par que se mide en el eje de un motor.

**Par desarrollado** (Véase *par interno*.)

**Par interno** Par desarrollado por todos los conductores activos de la armadura como función de la corriente que pasa por ésta y de su interacción con el flujo de campo.

**Par externo** (Véase *par de salida*.)

**Potencia** Rapidez con la que se efectúa trabajo, o la velocidad de transformación o transferencia de energía.

**Reacción de armadura** La fuerza magnetomotriz (FMM) debida a la corriente en el devanado de armadura.

**Regla de la mano izquierda** Con la dirección convencional de la corriente, es una regla del motor que determina la dirección de la fuerza sobre un conductor, dada la dirección de la corriente de armadura y la dirección del flujo de campo.

**Regulación de velocidad** Variación de la velocidad desde sin carga hasta plena carga, expresada como porcentaje de la velocidad nominal.

## 4-16 PREGUNTAS

- 4-1 Con la ecuación  $I_a = (V_a - E_c)/R_a$ , explicar
- Por qué es imposible que  $E_c$  sea igual a  $V_a$ .
  - Qué proporción de  $V_a$  se representa normalmente por  $E_c$  e  $I_a R_a$  respectivamente, a plena carga.
- 4-2 a. ¿Cuál es la relación entre la fuerza y el par electromagnéticos?  
b. ¿Cuál es la relación entre el par y el trabajo?
- 4-3 a. Citar la diferencia que hay entre el par y la velocidad de un motor.  
b. ¿Cuáles son los dos factores que determinan el par del motor?

- c. Diferenciar entre el par desarrollado y el par disponible en el eje. ¿Cuál es mayor y por qué?
- 4-4 a. Explicar por qué un cambio pequeño en la velocidad y fuerza contraelectromotriz del motor produce cambios grandes en la corriente de armadura.
- b. ¿Si aumenta la velocidad, qué efecto tiene esto en
1. La fuerza contraelectromotriz? (¿por qué?)
  2. La corriente de armadura?
- c. ¿Por qué con frecuencia se emplea la corriente de armadura como indicación de la carga y la velocidad del motor?
- 4-5 Mediante la ecuación (4-6) explicar el efecto sobre la velocidad de un motor derivación cuando
- a. Se aumenta la corriente de armadura.
  - b. Se disminuye la fuerza contraelectromotriz.
  - c. Se aumenta el flujo de campo (corriente de campo).
- 4-6 Mediante la figura 4-7 explicar por qué todos los motores de cd se arrancan
- a. Con resistencia máxima en serie con la armadura.
  - b. Con excitación máxima de campo.
- 4-7 Explicar por qué el motor serie debe arrancarse con una carga mecánica acoplada a la armadura.
- 4-8 Comparar la familia de curvas que se muestra en las figuras 4-10a y b con las de las figuras 4-8 y 4-9 y
- a. Explicar las ventajas de aquéllas sobre las últimas.
  - b. Indicar dónde deben aparecer el par y la velocidad de arranque en esas curvas.
- 4-9 Definir
- |                       |                             |
|-----------------------|-----------------------------|
| a. Par de arranque.   | d. Regulación de velocidad. |
| b. Par a plena carga. | e. Par interno.             |
| c. Par en vacío.      | f. Par externo.             |
- 4-10 Exponer cuatro razones por las que en los motores de cd se seleccionan las conexiones de armadura para inversión de la dirección del motor, y no las conexiones de campo.
- 4-11 Dado un motor que gira normalmente en dirección de las manecillas del reloj a velocidad nominal, determinar en qué cuadrante de operación está trabajando.
- a. Como motor en dirección contraria a las manecillas del reloj.
  - b. Como generador en dirección contraria a las manecillas del reloj.
  - c. Como generador en dirección de las manecillas del reloj.
- 4-12 ¿Cuál es el efecto de la reacción de armadura sobre la regulación de velocidad en todos los motores de cd?

## 4-17 PROBLEMAS

$$61000 \frac{\text{líneas}}{\text{pulg}^2} \left| \frac{(12)^2 \text{ pulg}^2}{1 \text{ pie}^2} \right| = 87,84 \times 10^5 \frac{\text{lin}}{\text{pie}^2}$$

- 4-1 Los conductores de la armadura de una dinamo tienen una longitud axial de 12 pulgadas. Cuando por cada conductor pasa una corriente de 80 A, se ajusta la densidad del flujo de campo a 61 000 líneas/pulg<sup>2</sup>. Calcular

- a. La fuerza que desarrolla cada conductor portador de corriente, en libras.
  - b. La fuerza total que se desarrolla, para un total de 60 conductores activos en la armadura, en libras.
  - c. El par total que se desarrolla, en libras-pie, si el diámetro de la armadura es 18 pulgadas.
  - d. El par total en newton-metros (usar factor  $1.356 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{lb}\cdot\text{pie}$ ).
- 4-2 Convertir los datos del problema 4-1 a unidades SI y calcular
- a. La fuerza por conductor, en newtons.
  - b. La fuerza total que se desarrolla en la armadura, en newtons.
  - c. El par total que se desarrolla, en newton-metros.
  - d. Comparar la respuesta con la del problema 4-1d.
- 4-3 Un motor de cd tiene 48 ranuras y un devanado de dos capas, de bobina completa, imbrico (1 bobina/ranura) en el cual cada bobina tiene 42 vueltas. Los cuatro polos de campo abarcan 78 por ciento de la circunferencia de la armadura y producen una densidad uniforme de flujo igual a  $56\,000 \text{ líneas/pulg}^2$ . El núcleo de la armadura tiene un diámetro de 14 pulgadas y una longitud axial de 16 pulgadas, pero las ranuras tienen un esviamiento de  $20^\circ$  con respecto al eje. La corriente por conductor es 20 A. Calcular
- a. El número de conductores activos.
  - b. La longitud activa de cada conductor.
  - c. La fuerza electromagnética total que desarrollan los conductores de la armadura.
  - d. El par que tiende a producir el giro.
- 4-4 Calcular el par del problema 4-3 suponiendo que la densidad de flujo aumenta en 10 por ciento y que la corriente se reduce en 20 por ciento.
- 4-5 Un motor derivación desarrolla un par total igual a  $250 \text{ N}\cdot\text{m}$  a carga nominal. Cuando se sujeta a una disminución de 15 por ciento en el flujo de campo, la corriente de armadura aumenta en 40 por ciento. Calcular el par nuevo que se produce como resultado del cambio en el flujo de campo.
- 4-6 Un motor derivación de 220 V cd tiene una caída en escobillas igual a 5 V, una resistencia de armadura igual a  $0.2 \Omega$ , y una corriente nominal de armadura de 40 A. Calcular
- a. El voltaje que se genera en la armadura bajo estas condiciones de carga aplicada al eje de la armadura.
  - b. La potencia que desarrolla la armadura, en watts.
  - c. La potencia mecánica desarrollada por la armadura, en hp.
- 4-7 Un motor derivación de 200 V desarrolla un par igual a  $54 \text{ N}\cdot\text{m}$  cuando la corriente de armadura es 10 A. Calcular el par cuando
- a. La corriente de armadura es 15 A.
  - b. La corriente de armadura es 20 A.
  - c. La corriente de armadura es 5 A.
- 4-8 Un motor derivación de 120 V desarrolla un par igual a  $75 \text{ N}\cdot\text{m}$  cuando su corriente de armadura es 30 A. Calcular la corriente de armadura necesaria para producir
- a. Un par desarrollado de  $30 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
  - b. Un par desarrollado de  $60 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
  - c. Un par desarrollado de  $80 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

- 4-9 Un motor derivación que trabaja con carga nominal desarrolla un par de 50 lb·pie. Si la corriente de armadura aumenta 25 por ciento y el flujo del campo disminuye 10 por ciento, calcular
- El par que se desarrolla, en pie·lb.
  - El par que se desarrolla, en N·m.
- 4-10 Un motor compuesto acumulado trabaja como motor derivación con su campo en serie desconectado, tiene una corriente de armadura igual a 100 A, y a un flujo de campo en derivación igual a 90 mWb desarrolla un par de 75 N·m. Cuando se conecta el campo en serie, con la misma corriente de armadura, el motor desarrolla un par de 90 N·m. Calcular el *aumento* de flujo producido por el campo en serie.
- ✖ 4-11 Un motor derivación de 240 V trabaja a 1800 rpm y desarrolla una fuerza contraelectromotriz igual a 232 V. Su resistencia de armadura es  $0.1\ \Omega$ , y la caída de voltaje en escobillas es 3 V. Calcular
- La corriente de armadura a la velocidad 1800 rpm.
  - La velocidad cuando la corriente de armadura sea 75 A.
  - La velocidad cuando la corriente de armadura sea 30 A.
- 4-12 Un motor derivación de 10 hp, 1800 rpm desarrolla internamente 11 hp con voltaje nominal de armadura igual a 120 V, y con una corriente de armadura de 74 A. Calcular
- El par que se desarrolla a la velocidad nominal, en pie·lb y en N·m.
  - El par que se desarrolla, en lb·pie, cuando la corriente de armadura es 82 A.
  - La velocidad a las condiciones de la parte (b) si la resistencia de armadura es  $0.12\ \Omega$  y la caída en escobillas es 5 V, suponiendo flujo de campo constante.
- 4-13 Un servomotor tiene una potencia de salida de 20 W, y gira a una velocidad nominal de 200 rad/s. Calcular
- El par que se desarrolla en el eje, en N·m.
  - El par que se desarrolla en el eje, en lb·pie.
  - El par que se desarrolla en el eje, en onzas·pulg.
- ✖ 4-14 Un motor derivación de 240 V que tiene una resistencia de campo igual a  $120\ \Omega$ , una resistencia de armadura igual a  $0.2\ \Omega$ , caída de 3 V en escobillas y una corriente nominal de armadura igual a 36 A, gira a una velocidad de  $60\ \pi$  rad/s. Si la corriente de armadura que se toma del suministro baja a 25 A, calcular
- La velocidad del motor, en rad/s.
  - La velocidad del motor en rpm.
- ✖ 4-15 De los datos del motor en el problema 4-14, y con la tabla 430-147 del apéndice A-3, calcular
- La potencia de salida en caballos a la carga nominal.
  - El par de salida a la carga nominal, en unidades SI.
  - El par que se desarrolla a la carga nominal, en unidades SI.
  - La eficiencia del motor a la carga nominal.
  - El par que se desarrolla, cuando la corriente de armadura es 25 A, en unidades SI.
  - La velocidad del motor, cuando la corriente de armadura es 25 A, en unidades SI.
  - La eficiencia del motor, cuando la corriente de armadura es 25 A.
- ✖ 4-16 Un motor derivación de 120 V tiene una resistencia de campo igual a  $60\ \Omega$ , una resistencia de armadura de  $0.05\ \Omega$ , una caída de voltaje de 2 V en escobillas, y una corriente de línea nominal de 58 A, a una velocidad de 200 rad/s. Calcular

- a. Las corrientes de campo y armadura a la carga nominal.
  - b. La fuerza contraelectromotriz a la carga nominal.
  - c. La potencia que se desarrolla en kW y en hp.
  - d. El par que se desarrolla en N·m y en lb·pie.
  - e. La eficiencia del motor a la carga nominal, usando la tabla 430-147 del apéndice A-3.
- 4-17 Un motor de 50 hp, 240 V, en derivación, tiene una caída de voltaje en escobillas de 5 V y una resistencia de armadura igual a  $0.05 \Omega$ . La resistencia del circuito del campo es  $1 \Omega$ . En vacío, el motor toma 12 A y tiene una velocidad de 1300 rpm. Calcular
- a. La velocidad y corriente de armadura nominales del motor, con el apéndice A-3, tabla 430-147, con la corriente nominal de línea.
  - b. La regulación de velocidad.
  - c. La potencia mecánica que desarrolla la armadura a la carga nominal.
  - d. Comparar los hp desarrollados a plena carga con los nominales (50 hp) y explicar las diferencias.
- 4-18 Con los hp desarrollados que se calcularon a plena carga, en el problema 4-17, calcular
- a. El par que se desarrolla, en lb·pie.
  - b. Los hp y el par sin carga, con los datos del problema 4-17.
  - c. Hacer una tabla de los siguientes parámetros para condiciones en vacío y a plena carga: velocidad, hp y par desarrollados por la armadura. Explicar las diferencias entre esos parámetros.
- 4-19 Un motor *serie* de 10 hp, 240 V, tiene una corriente de línea igual a 38 A y una velocidad nominal de 600 rpm. Las resistencias del circuito de armadura y de campo en serie, respectivamente, son  $0.4 \Omega$  y  $0.2 \Omega$ . La caída de voltaje en escobillas es 5 V. Suponer que el motor trabaja en la parte lineal de su curva de saturación, por debajo de la corriente nominal de armadura. Calcular
- a. La velocidad cuando la corriente de la carga baja a 20 A a media carga nominal.
  - b. La velocidad sin carga cuando la corriente de línea es 1 A.
  - c. La velocidad a 150 por ciento de carga nominal, cuando la corriente de línea es 60 A y el flujo de campo en serie es 125 por ciento del flujo a plena carga, debido a la saturación.

# Reacción de armadura y conmutación en dínamos

## 5-1 GENERALIDADES

El énfasis de la presentación en este texto recae en la afirmación de que todos los tipos de generadores y de motores tienen mucho en común, sean motores o generadores, sean de cd o de ca. Quizá la evidencia más palpable de este hecho es que se puede fabricar una simple máquina eléctrica para que funcione como motor o generador, en cd o ca.<sup>1</sup> Este principio de unificación se ha hecho resaltar en el capítulo 1, Fundamentos electromecánicos, y en el capítulo 2, Construcción y devanado de la dínamo, en donde se indicó que las únicas modificaciones necesarias para cambiar una dínamo eléctrica de operación con cd a la correspondiente con ca, son las conexiones externas de los devanados y el uso de conmutador o anillos rozantes.<sup>2</sup> En el espíritu de este principio, se describirá la reacción de armadura desde el punto de vista de su aplicación a todas las máquinas, seguido de la conmutación aplicada a las máquinas de cd y ca.

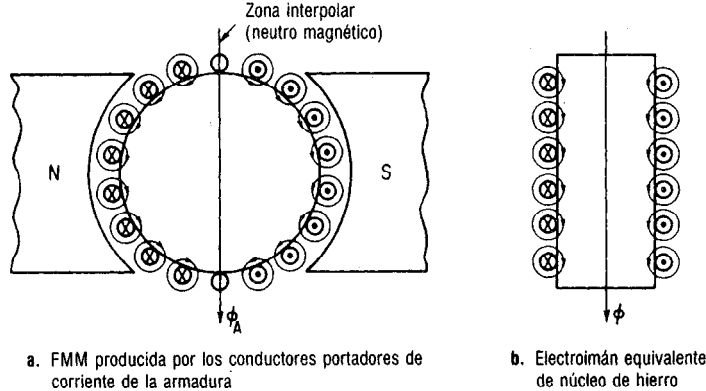
## 5-2 CAMPO MAGNETICO PRODUCIDO POR LA CORRIENTE DE ARMADURA

Todas las armaduras, sean giratorias o estacionarias, conducen **corriente alterna**.<sup>2</sup> En las máquinas de gran capacidad, la corriente en los conductores de la armadura es considerable. En todas las dínamos, los conductores de la armadura están embebidos en ranuras, en un núcleo de hierro donde producen un flujo o fuerza magnetomotriz proporcional a la cantidad de corriente que conducen. Tanto en los generadores de cd

---

<sup>1</sup> Se describió esta presentación por primera vez, por Brown, Kusko y White en su artículo "A New Educational Program in Energy Conversion", *Electrical Engineering*, Feb. 1956, págs. 180-185. Otros artículos que describen esta máquina y su uso en el laboratorio para adiestramiento son: (a) D. C. White y A. Kusko, "A Unified Approach to the Teaching of Electromechanical Energy Conversion", *Electrical Engineering*, Nov. 1956, Págs. 1028-1033; y (b) D. C. White y H. H. Woodson, "A New Electromechanical Energy Conversion Laboratory", *Transactions AIEE*, 1957, trabajo 57-603.

<sup>2</sup> La única excepción a esta afirmación es, aunque parezca raro, el primer generador que inventó Faraday, que es la máquina homopolar (véase nota a la sección 1-11), y los generadores magnetohidrodinámicos basados en este principio (sección 11-2).



**Figura 5-1** Flujo de armadura en una dínamo universal.

como en los de ca, se produce movimiento relativo entre los conductores y el campo magnético de tal modo que la dirección de la FEM inducida y de la corriente en los conductores que están bajo determinado polo es *opuesta* a la de los conductores que quedan bajo el polo *opuesto*. Esto mismo es válido para que los motores de cd y ca produzcan rotación continua en la misma dirección.

La corriente que pasa por los conductores de armadura, como resultado del voltaje aplicado al motor, se debe *invertir* cuando el conductor se mueve bajo un polo de polaridad *opuesta*. En el caso del motor de cd, esto se logra mediante el conmutador, que convierte la cd aplicada a las escobillas en ca en los conductores de armadura. En el caso del motor de ca, esto se logra mediante el voltaje senoidal que se aplica.

En la **figura 5-1a** se muestra una dínamo *universal* de dos polos, en la cual también se indica la fuerza magnetomotriz que produce la dirección instantánea del flujo de corriente en los conductores de armadura. Cada uno de los conductores portadores de corriente, conectados en serie, produce la misma fuerza magnetomotriz bajo un polo dado, y la fuerza magnetomotriz opuesta bajo un polo opuesto. El efecto neto de las fuerzas magnetomotrizes individuales es la producción de un flujo resultante de armadura, en la dirección que muestra la figura. El flujo de armadura que se produce es análogo al que se produce en el electroimán equivalente de núcleo de hierro, que aparece en la figura 5-1b, y la dirección del campo magnético está determinada por la regla del tirabuzón derecho.

El flujo resultante de armadura que se produce en la figura 5-1a reside en la llamada *zona interpolar*, o *neutro magnético* entre los polos, *perpendicular* al flujo de campo principal. Si se giraran los polos de la figura 5-1a en el sentido de las manecillas del reloj, el neutro magnético se desplazaría en ese sentido y en la misma cantidad ya que, por definición, *siempre es perpendicular* al campo magnético.

### 5-3 EFECTO DEL FLUJO DE ARMADURA SOBRE EL FLUJO DE CAMPO

Hay, desde luego, dos fuerzas magnetomotrizes primarias y flujos que trabajan en la dínamo de la figura 5-1a.<sup>3</sup> Uno es el flujo de armadura, que se acaba de describir en

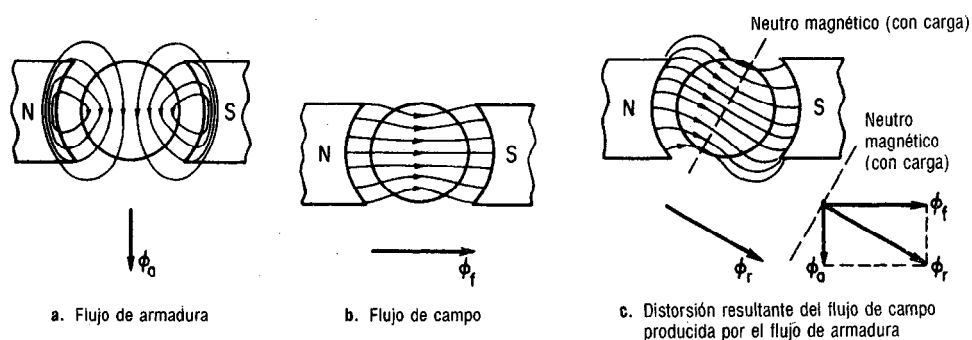
<sup>3</sup> Esto se infiere del concepto de que prácticamente todas las máquinas eléctricas de excitación doble, que sólo difieren en la naturaleza de su excitación.



la sección 5-2, y el otro es el flujo de campo producido por los devanados de campo alrededor de los polos N y S de la máquina bipolar. La *interacción* de esos dos flujos se muestra en la **figura 5-2**. El flujo de armadura se muestra en la figura 5-2a, con su fasor de campo magnético resultante  $\phi_a$ , producido por la fuerza magnetomotriz de la armadura ( $I_a N_a$ ). El flujo de campo principal se muestra en la figura 5-2b con su fasor  $\phi_f$  producido por la fuerza magnetomotriz de campo ( $I_f N_f$ ). La suma fasorial de las dos fuerzas magnetomotrices aparece en la figura 5-2c como el flujo resultante  $\phi_r$ . Obsérvese que en esta figura el flujo de campo que entra a la armadura no sólo está *desplazado*, sino *distorsionado*. El corrimiento ha originado que el neutro magnético se desplace *en el sentido de las manecillas del reloj*, conservándose perpendicular al flujo de campo resultante. La distorsión que se muestra en la figura 5-2c ha producido una concentración del flujo (aumento de la densidad de flujo) en un extremo polar, y una reducción del flujo (menor densidad de flujo) en el otro extremo del *mismo* polo.

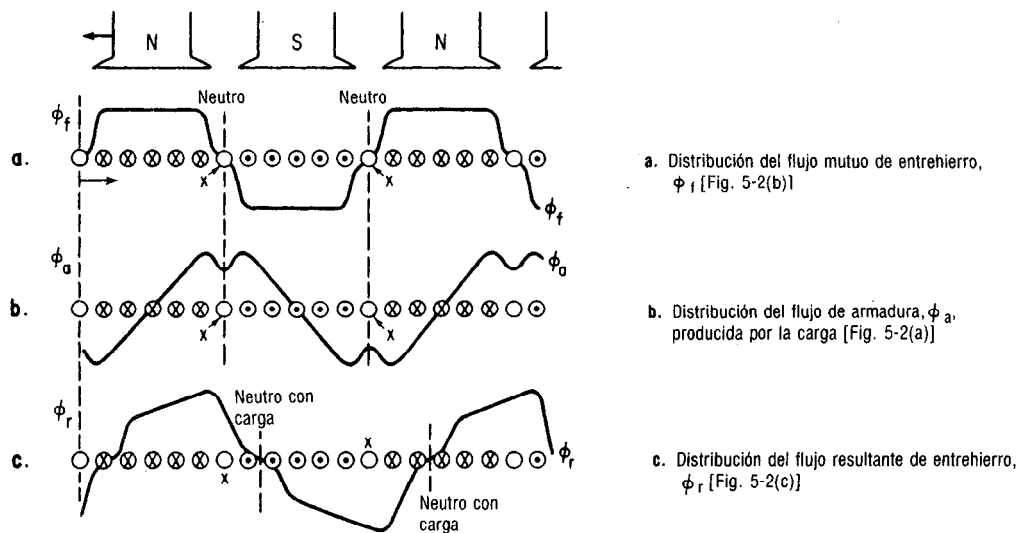
El diagrama fasorial de la figura 5-2c podría dar la impresión de que el flujo resultante  $\phi_r$  es ahora mayor que el flujo original de campo  $\phi_f$ , habiendo sido aumentado por el flujo perpendicular de la armadura  $\phi_a$ . Sin embargo, esto no es cierto debido al efecto de la saturación de uno de los extremos polares de cada polo. Suponiendo que los polos estuvieran saturados normalmente, el efecto de un desplazamiento del neutro magnético es crear una trayectoria de *mayor* reluctancia para el flujo resultante  $\phi_r$  y una mayor saturación de parte de cada uno de los polos. Por tanto, el efecto neto de la reacción de armadura es doble: (1) una *distorsión* del flujo de campo principal en el cual el flujo mutuo en el entrehierro ya no está distribuido uniformemente bajo los polos, y se ha desplazado el plano neutro, y (2) una *reducción* del flujo de campo principal.<sup>4</sup>

En la **figura 5-3** se muestra una dínamo universal multipolar, en la cual se ve que los conductores de la armadura se mueven con respecto al campo magnético, o viceversa. Se muestra la dirección de la corriente en los conductores de armadura, que es la misma que la de la figura 5-1. La figura 5-3a muestra la distribución de flujo pro-



**Figura 5-2** Interacción de los flujos de armadura y de campo para desplazar el plano neutro magnético.

<sup>4</sup> La reducción del flujo de campo es responsable, en parte, de la caída de voltaje de un generador (sección 3-13) cuando aumenta la carga, y del aumento de la velocidad de un motor (sección 4-14) cuando aumenta la carga.



**Figura 5-3** Distorsión del flujo de entrehierro en las máquinas multipolares.

ducida por el flujo de campo  $\phi_f$  bajo los polos N y S, respectivamente. El flujo de armadura  $\phi_a$ , producido por los conductores portadores de corriente en la armadura, se muestra en la figura 5-3b. Adviértase que el flujo de armadura es máximo en los planos magnéticos neutros y que su máximo está desplazado  $90^\circ$  con respecto al flujo de campo. Por esta razón, al flujo de armadura algunas veces se le llama flujo de *cuadratura*, o de *magnetización cruzada*.<sup>5</sup> Esta terminología se puede verificar también en la figura 5-2, donde el flujo de armadura está en ángulo recto con el flujo de campo, y lo magnetiza cruzadamente.

La suma gráfica de las dos ondas aparece en la figura 5-3c, donde es evidente la distorsión de la forma de la onda de campo que resulta. La apariencia de onda casi cuadrada de la distribución del flujo de campo principal en la figura 5-3a se ha distorsionado debido a la forma casi triangular de la onda del flujo de armadura, para producir una distribución de flujo que ya no es uniforme bajo los polos. En lugar de ello, tiende a concentrarse hacia el lado derecho de cada polo. Dado que este aumento en la saturación, o en la densidad de flujo del lado derecho de cada polo, está producido

<sup>5</sup> A veces los estudiantes preguntan lo siguiente, en especial con respecto a las máquinas de ca (aunque se aplica por igual a las máquinas de cd): si pasa ca en la armadura, ¿por qué no se desarrolla acción de transformador, en especial en vista de los circuitos cerrados de hierro tanto de la armadura como del campo?

La respuesta a esta pregunta es una comprobación de la relación de cuadratura entre los campos del estator y del rotor. El mero hecho de que estos campos *están* en cuadratura espacial implica que el acoplamiento es poco o nulo entre los circuitos del campo y la armadura cuando pasa ca en alguno de ellos o en ambos. En efecto, hay cero flujo mutuo y esto se verifica en forma continua en el trabajo real de la máquina. Si hubiera acoplamiento real entre los dos circuitos (véase Transformadores, capítulo 14), cada vez que sucediera un cambio de corriente de armadura de un generador o motor de cd debido a la carga, produciría un cambio de corriente en el circuito de campo. Esto no sucede ni en las máquinas de cd ni en las máquinas síncronas de ca. Sin embargo, *sí sucede* en las máquinas mono y polifásicas *asíncronas* (en los tipos de inducción) por la sencilla razón de que los flujos de rotor y estator *no* están en cuadratura. Es precisamente por este motivo que a veces se emplea la teoría de los transformadores para explicar el funcionamiento de los motores polifásicos y monofásicos (véanse capítulos 9 y 10).

sólo por la dirección de la corriente de armadura, es independiente de (1) la dirección del giro, (2) de si la máquina es motor o generador, y (3) de si la máquina es de ca o cd.

Un análisis armónico<sup>6</sup> de las ondas indicaría también una reducción del efecto sustractivo que produce el flujo de armadura sobre el flujo de campo principal, haciendo caso omiso de los efectos de la saturación. Esta misma onda de flujo resultante  $\phi_r$  se puede demostrar en el laboratorio, con un generador especial que cuente con una bobina exploratoria de armadura cuyos extremos se hayan sacado a unos anillos rozantes. La naturaleza del voltaje que se induce en esta bobina bajo carga puede revizarse en un osciloscopio. Las mediciones de laboratorio indican una reducción en el flujo mutuo resultante en el entrehierro, de aproximadamente 1 a 5 por ciento, desde sin carga o en vacío, hasta plena carga, como resultado de la reacción de armadura.

#### 5-4 DESPLAZAMIENTO DEL PLANO NEUTRO EN EL GENERADOR COMPARADO CON EL MOTOR

El desplazamiento del neutro con carga mostrado en la figura 5-3c de su plano neutro original mostrado en las figuras 5-1, 5-2 y 5-3a y b puede tener serios efectos tanto en el funcionamiento del generador de cd como del motor de cd. Por ejemplo, en el caso de un generador de cd la bobina cuyos conductores están marcados con x-x se encuentra originalmente en el plano neutro (Fig. 5-3), y por tanto no experimenta cambio en los eslabonamientos de flujo. Como consecuencia de esto, esta bobina estará normalmente cortocircuitada por las escobillas. En la figura 5-3c, sin embargo, si las escobillas permanecen en el plano neutro original, la bobina que está siendo conmutada (cortocircuitada) está experimentando la mayor variación en eslabonamiento de flujo en comparación con cualquier otra bobina bajo el polo.

Si los conductores cruzan el flujo estando conectados en cortocircuito por las escobillas, el voltaje que se induce en ellos puede ser suficiente para producir una fuerte corriente de circulación y chisporroteo en las escobillas cada vez que una bobina nueva llega al lugar de la bobina x-x. Además, como las escobillas de un generador de cd se colocaron (sección 2-11, figura 2-9a) en un punto de flujo mínimo en la bobina, pero de trayectoria de máximo voltaje, es obvio que se deben desplazar al nuevo neutro

<sup>6</sup> Un análisis armónico completo queda fuera del alcance de este texto. Para nuestros fines, se puede suponer que la curva de  $\phi_f$  es una onda cuadrada y que la de  $\phi_a$  es onda triangular, desplazadas 90° entre sí. La ecuación para la onda cuadrada  $\phi_f$  es:

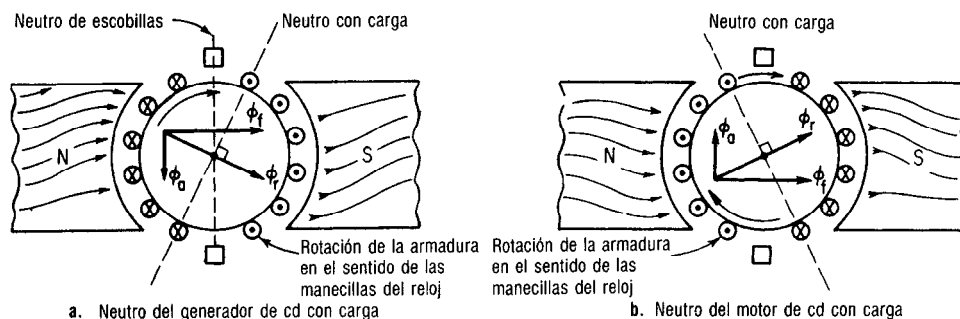
$$\phi_f = \phi_m \sin \omega t + \frac{\phi_m}{3} \sin 3\omega t + \frac{\phi_m}{5} \sin 5\omega t, \text{ etc.}$$

La ecuación para  $\phi_a$  es de onda triangular:

$$\phi_a = \phi_m \sin (\omega t + 90^\circ) - \frac{\phi_m}{9} \sin (3\omega t + 90^\circ) + \frac{\phi_m}{25} \sin (5\omega t + 90^\circ), \text{ etc.}$$

Ya que ambas ondas sólo contienen armónicas impares, la onda resultante debe contener armónicas impares. El hecho de que la onda resultante presente simetría de "imagen de espejo" indica la ausencia de armónicas pares. El hecho de que la onda resultante no presente simetría en el eje Z indica la presencia de armónicas impares que ya no están a 0° o a 180° con respecto a la fundamental, lo cual se debe obviamente al desplazamiento de 90° del flujo de armadura con respecto al flujo de campo. Debido a que los términos armónicos negativos de  $\phi_a$  se restan de los positivos de  $\phi_f$ , disminuye el flujo resultante  $\phi_r$ .

Para una descripción más completa de las armónicas, véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), capítulo 22.



**Figura 5-4** Comparación del desplazamiento del neutro de carga para el generador y el motor, misma dirección de giro.

magnético para obtener voltaje máximo; pero, ¿en cuál dirección? Puesto que no se especificó la dirección de giro en la descripción anterior, surge la pregunta de cómo se deben correr las escobillas en un motor o generador, en términos de la dirección de giro.

En la **figura 5-4a** se muestra un generador de cd, en el cual los conductores de armadura giran en el sentido de las manecillas del reloj por acción de un primomotor. Mediante la regla de la mano derecha, se establece la dirección de la FEM inducida en los conductores de la armadura, que es la que se indica. Bajo carga, la fuerza magnetomotriz de armadura produciría un flujo resultante como el que se indica, y el neutro bajo carga también se desplazaría en la dirección de las manecillas del reloj, que es la *dirección* de rotación que se indica en la figura.

En la **figura 5-4b** se muestra un motor de cd, y la dirección de la corriente que produce el voltaje de la armadura en los conductores de ésta se diseña para que produzca rotación en el sentido de las manecillas del reloj (regla de la mano izquierda). El flujo de armadura que producen estos conductores (regla del sacacorchos derecho) producirá un efecto tal sobre el flujo de campo que el flujo resultante y su neutro perpendicular bajo carga se desplazan en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, el *sentido contrario* del giro que se indica en la figura. También, adviértase que en el caso del *generador*, el flujo siempre se concentra en la *extremidad polar de salida*, o en la *zaga* del extremo polar; es decir el último extremo polar encontrado por un conductor en una armadura en movimiento; mientras que para un *motor*, la densidad de flujo es mayor en la *extremidad polar de entrada*.

Estamos en un dilema: si se hace funcionar una dínamo de cd como *generador*, es necesario *avanzar* las escobillas en la dirección del giro a medida que aumenta la carga. Si ha de trabajar como *motor*, será necesario mover las escobillas *contra* la dirección de giro, al aumentar la carga. El fabricante se da perfecta cuenta de que el cliente podría usar una dínamo de cd dada en aplicaciones tanto de motor como de generador. Además, el cliente no desea preocuparse de los detalles de desplazamiento de los neutros de escobillas. Es claro que se necesita determinado medio de compensación de la reacción de armadura para evitar la necesidad de desplazar las escobillas, tanto cuando cambia la aplicación como cuando cambia la carga.

## 5-5 COMPENSACION PARA REACCION DE ARMADURA EN LAS DINAMOS DE CD

Es obvio que no puede uno atender una dínamo en forma continua y desplazar las escobillas de acuerdo con las variaciones de carga y las aplicaciones (como generador o como motor). Es necesario un método *automático* en el cual se compensen los efectos de la reacción de armadura o en el cual se neutralicen los factores que la causan. A continuación describiremos algunos de los diversos métodos de compensación de los efectos de la reacción de armadura.

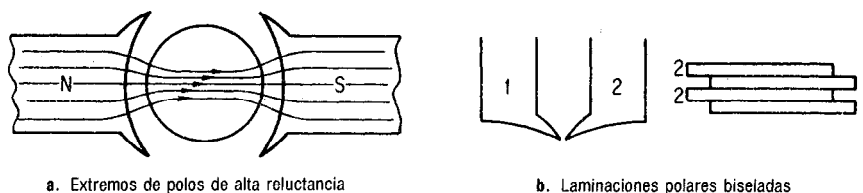
### 5-5.1 Extremos de polos de gran reluctancia

Como se muestra en la figura 5-4, la densidad de flujo aumenta en la extremidad polar de salida en el caso de un generador, y en la extremidad polar de entrada si se trata de un motor. En cada caso, la concentración del flujo ocasiona un desplazamiento del neutro magnético al entrar el flujo a la armadura. Si se pudiera evitar que la densidad de flujo aumentara en cualquiera de las extremidades polares, se resolvería la situación porque el flujo entraría a la armadura sin desplazar al plano neutro. Esta técnica se muestra en la figura 5-5a, en la cual el centro del polo está más cerca de la circunferencia periférica de la armadura que de las extremidades polares. Con este método, la superficie redondeada de la zapata polar no es concéntrica con la superficie de la armadura: el círculo de la primera es mayor que el de la segunda. La mayor reluctancia en las extremidades, debido al mayor entrehierro, forza al flujo de campo a concentrarse al centro de los núcleos de los polos de campo.

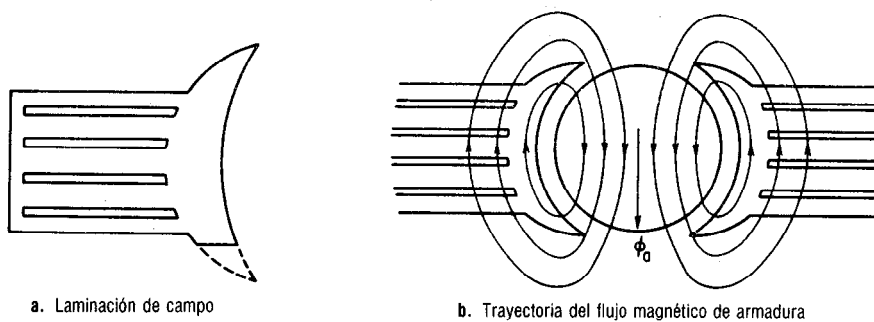
También se logra un resultado semejante, como se muestra en la figura 5-5b, al armar las laminaciones del polo de campo; las mismas laminaciones troqueladas se invierten alternadamente. El efecto es producir una sección transversal, como se muestra, en la cual el centro del núcleo del polo tiene más hierro que los extremos polares de entrada o salida, y por tanto, menos reluctancia al centro. Esto produce un efecto semejante al que se muestra en la figura 5-5a, evitando que se desplace el flujo de campo principal y el plano neutro.

### 5-5.2 Reducción del flujo de armadura

Otra técnica de fabricación es tratar de tener una reducción en el flujo de armadura sin reducir el flujo de campo principal. El método que se emplea en este caso es crear una alta reluctancia en el trayecto del flujo de armadura, de magnetización cruzada o cuadratura, sin afectar materialmente la trayectoria del flujo de campo principal. Me-



**Figura 5-5** Empleo de laminaciones biseladas para contrarrestar los efectos de la reacción de armadura.



**Figura 5-6** Empleo de laminaciones ranuradas para reducir el flujo y la reacción de armadura.

diante el empleo de laminaciones troqueladas en forma de ranura de los núcleos polares, como se indica en la **figura 5-6**, se introducen varios entrehierros en la trayectoria de flujo magnético en la armadura sin afectar materialmente la trayectoria de flujo de campo. Así, se reduce bastante el flujo de armadura, pero el flujo de campo queda esencialmente sin variar. Biselando las laminaciones de campo, como se muestra en la figura 5-6a, se puede usar con mucha eficacia y sin gran costo la combinación de los dos métodos que se describieron en la sección 5-5.1 porque sólo se necesita un dado un poco más complicado para troquelar las laminaciones de campo.

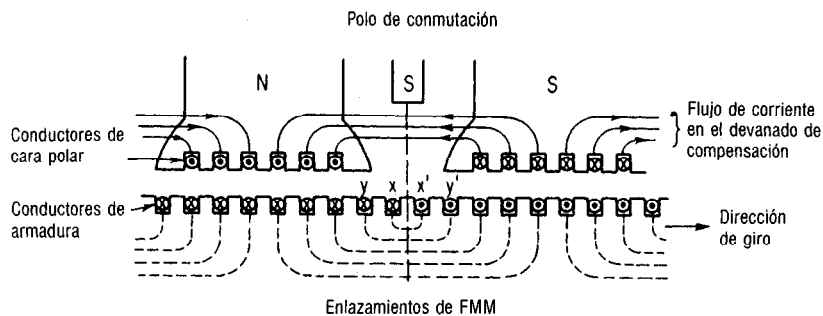
### 5-5.3 Devanados de compensación

Las dos técnicas mecánicas que se acaban de describir tienen una desventaja principal porque no contrarrestan los efectos de las altas corrientes y **fuerzas magnetomotrices** de armadura debidas a grandes cargas. En las máquinas grandes de cd, aun las que tienen superficies polares biseladas y laminaciones de campo ranuradas, las grandes corrientes de armadura producen el suficiente flujo magnético para tener una distorsión de flujo en el entrehierro, y el desplazamiento consecuente del neutro magnético.

Por tanto, en las grandes máquinas se emplea un método *eléctrico* en el cual se neutraliza o contrarresta el flujo de armadura, mediante un devanado en el circuito de armadura, cuyo efecto varía con la corriente de ésta. Al devanado se le llama *devanado de compensación*, *devanado de cara polar*, o *devanado de Thomson-Ryan*, en honor de sus diseñadores.

Como se muestra en la **figura 5-7**, el devanado se inserta en ranuras de la cara de la zapata polar estacionaria. No es necesario tener el mismo número de ranuras o conductores en el devanado de compensación, que de conductores en la superficie de armadura. El hecho importante es que el número de conductores en cada cara polar multiplicado por la corriente de línea o de armadura debe ser igual al número de conductores de cada polo multiplicado por la corriente en los conductores de armadura por trayectoria. Esta equivalencia en la **fuerza magnetomotriz** se expresa mediante la siguiente ecuación

$$Z_p I_t = Z_a I_a = \frac{Z_a I_1}{a} \quad (5-1)$$



**Figura 5-7** Empleo del devanado de compensación para neutralizar la fuerza magnetomotriz de armadura.

en la cual  $Z_p$  es el número de conductores de cara polar por cada polo  
 $Z_a$  es el número de conductores activos de armadura bajo cada polo  
 $a$  es el número de trayectorias paralelas en la armadura  
 $I_1$  es la carga o la corriente total que entra a la armadura  
 $I_a$  es la corriente que conduce cada conductor en la armadura

Despejando  $Z_p$  de la ecuación (5-1), el número de conductores de cara polar por polo es

$$Z_p = \frac{Z_a}{a} \quad (5-2)$$

Dado que dos conductores equivalen a una vuelta, de hecho la ecuación (5-1) establece que la **fuerza magnetomotriz** de la **cara polar** ( $I_1 N_p$ ) contrarresta a la **fuerza magnetomotriz** de los conductores de armadura ( $I_a N_a$ ). Se puede calcular el número de conductores de compensación en la cara polar mediante la ecuación (5-1) o la (5-2).

#### EJEMPLO 5-1

Una dínamo con devanado simplex ímblico tiene 800 conductores en su armadura y una corriente nominal de 1000 A, y 10 polos. Calcular el número de conductores en la cara polar por polo para dar compensación completa de reacción de armadura, si la cara polar cubre 70 por ciento del paso.

#### Solución

De acuerdo con la ecuación (5-1),

$Z = 800/10 = 80$  conductores/trayectoria bajo cada polo.

Conductores activos/polo:

$$Z_a = 80 \text{ Cond./Tray.} \times 0.7 \\ = 56 \text{ conductores/polo}$$

Despejando a  $Z_p$  en la ecuación (5-1),

$$Z_p \times 1000 \text{ A} = 56 \text{ Cond.} \times 1000 \text{ A}/10 \text{ trayectorias} \\ = 5.6 \text{ o } 6 \text{ conductores/polo}$$

Si se usa en cambio la ecuación (5-2),

$$Z_p = \frac{Z_a}{a} = \frac{56}{10} \cong 6 \text{ Cond./polo}$$

como se muestra en la figura 5-7.

**EJEMPLO 5-2**

Calcular, para la armadura del ejemplo 5-1,

- Los amperes-conductor polo para magnetización cruzada y los amperes-vuelta/polo, respectivamente, estando las escobillas en el neutro geométrico
- Los amperes-vuelta/polo para desmagnetización, con las escobillas desplazadas 5 grados eléctricos con respecto al neutro geométrico
- Los amperes-vuelta/polo de magnetización cruzada con las escobillas desplazadas como en la parte (b).

**Solución**

- Estando las escobillas en el neutro geométrico, el efecto total de reacción de armadura es totalmente *de magnetización cruzada*. Los amperes-conductor/polo para magnetización cruzada son

$$\frac{ZI_1}{Pa} = \frac{8000}{10} \times \frac{1000}{10} = 80 \frac{\text{Cond.}}{\text{polo}} \times \frac{100 \text{ A}}{\text{Tray.}}$$

$$= 800 \text{ amperes-conductores/polo}$$

los amperes-vuelta para cruzada/polo son

$$\frac{1 \text{ vuelta}}{2 \text{ Conds.}} \times \frac{8000 \text{ amperes-Cond.}}{\text{polo}} = 4000 \text{ Av/polo}$$

- Sea  $\alpha$  = el número de grados eléctricos que se han desplazado las escobillas. Entonces el número total de grados eléctricos *desmagnetizantes* es  $2\alpha$ , mientras que los grados eléctricos restantes, *de magnetización cruzada*,  $\beta$ , son  $180^\circ - 2\alpha$ . La relación de los amperes-vuelta de desmagnetización con los de magnetización cruzada siempre es  $2\alpha/\beta$ . La fracción de amperes-vuelta/polo para desmagnetización es

$$\frac{2\alpha}{180^\circ} \times \frac{IN \text{ total}}{\text{polo}} = \frac{2 \times 5^\circ}{180^\circ} \times 4000 \text{ Av/p}$$

$$= 22.2 \text{ Av/polo}$$

- Ya que  $\beta = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ$ , los amperes-vuelta/polo para magnetización cruzada son

$$\frac{\beta}{180^\circ} \times \frac{IN \text{ total}}{\text{polo}} = \frac{170^\circ}{180^\circ} \times 4000 \text{ Av/polo}$$

$$= 3778 \text{ Av/polo}$$

La acción de los conductores de cara polar, como se dijo antes y como aparece en la figura 5-7 es producir una fuerza magnetomotriz igual y opuesta a la de armadura. De hecho, el devanado de compensación desmagnetiza o *neutraliza* el flujo de armadura que producen los conductores de ésta que pasan *bajo* los polos. Si la carga aumenta o disminuye, la corriente en el circuito de armadura y en el devanado de compensación variará en proporción exacta con la fuerza magnetomotriz de la armadura de modo que ésta se neutraliza, teóricamente, para todas las condiciones de carga.

Obsérvese en la figura 5-7 que el devanado de compensación produce una fuerza magnetomotriz igual y opuesta a la que producen los conductores de armadura, *excepto en la zona interpolar*. Así, la fuerza magnetomotriz que producen los conductores  $y-y'$  y  $x-x'$  no la compensan los conductores de la cara polar. Más adelante se demostrará (véase sección 5-7) que algo del flujo que se produce en los interpolos también se usa para reducir la reacción de armadura en la zona interpolar.

Debido a las razones expuestas en la sección 5-8, la compensación de la reacción de armadura *sólo* se hace con las *dínamos de cd*. La reacción de armadura *nunca* se compensa en las máquinas de ca porque empeoraría el desempeño bajo ciertas condiciones de carga y de factor de potencia. El lector debe darse cuenta de que los devanados de compensación y los interpolos (véase sección 5-7) son dispositivos que se usan para mejorar la eficiencia de las *dínamos grandes de cd*.



También se usan los devanados compensadores en los motores pequeños de cd que tienen ciclos de trabajo pesados, por ejemplo cortos periodos de sobrecarga sostenida y/o inversiones de dirección y/o aceleración rápida desde el reposo hasta la velocidad nominal. Por este motivo, los motores serie de cd que se usan como motores de trenes eléctricos o vehículos eléctricos invariablemente cuentan con devanados de compensación.

## 5-6 LA CONMUTACION

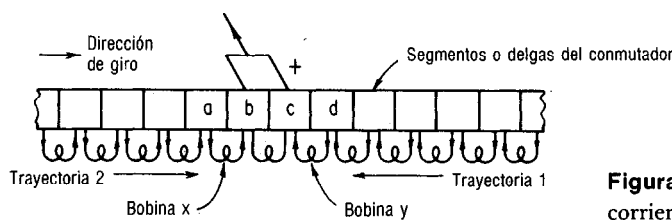
Desafortunadamente, mientras que el devanado de compensación neutraliza la fuerza magnetomotriz de la armadura que producen aquellos conductores que quedan directamente bajo los polos, *no* neutraliza la que producen los conductores que quedan en la región interpolar ( $x-x'$  y  $y-y'$  en la figura 5-7). Estos conductores siguen produciendo un flujo de armadura de magnetización cruzada que *no está compensado*. Aún se presentarían los efectos de chisporroteo y sobrecalentamiento de las escobillas en las máquinas grandes que sólo usaran devanados de compensación de cara polar. Estos efectos se deben a lo siguiente:

1. A los conductores de armadura sin compensación en la región interpolar.
2. Al proceso mismo de conmutación, que veremos ahora.

Como se muestra en la figura 5-7 para todas las máquinas, los conductores de armadura bajo un polo dado tendrán una cierta dirección de corriente; y cuando se mueven bajo un polo opuesto, se invierte la dirección de la corriente. Todas las máquinas de cd y algunas de ca están equipadas con *conmutadores*. El objeto del conmutador y sus escobillas asociadas es:

1. En el caso de un generador, cambiar la corriente alterna que se genera a corriente directa externa; o bien, en el caso de un motor, cambiar la corriente directa, que se aplica externamente, en corriente alterna cuando se mueven los conductores pasando alternativamente bajo polos opuestos, para producir la rotación en el mismo sentido.
2. Lograr una transferencia de corriente entre una armadura *móvil* y las escobillas *estacionarias*.

En la figura 5-8 se muestra el paso de la corriente entre las bobinas, los segmentos o barras del conmutador, y una escobilla, para el caso de un generador de cd. Este generador en especial tiene un devanado de armadura que produce dos trayectorias, es decir, un devanado imbricado *símplex* de dos polos, o uno *símplex ondulado* con



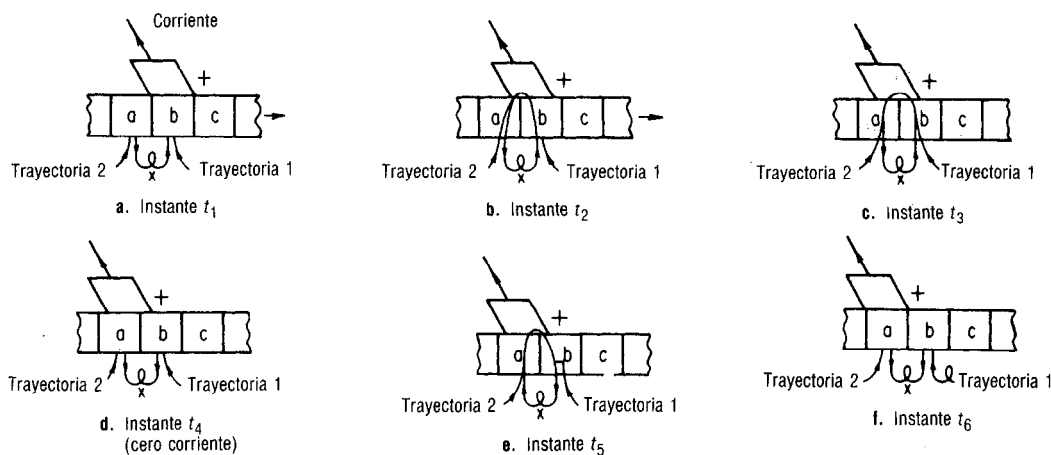
**Figura 5-8** Trayectorias de corriente en un generador de cd.

cualquier número par de polos, véanse ecuaciones (2-4) y (2-5). Las bobinas conectadas en serie de la trayectoria 1 y la 2 llevan la FEM inducida y la corriente que toma la carga hacia la escobilla positiva. Así, las bobinas de la trayectoria 2 conducen corriente que entra a la escobilla positiva en el segmento b del conmutador, y las bobinas de la trayectoria 1 conducen corriente en la dirección opuesta, que entra a la escobilla positiva en el segmento c del conmutador. Ya que el esquema de la figura 5-8 representa un proceso dinámico, es evidente que, durante un corto periodo, una bobina dada en la trayectoria 2, que conduzca corriente en una dirección, después de pasar por la conmutación y la escobilla, se transforma en una bobina conectada en serie en la trayectoria 1, conduciendo corriente en la dirección contraria.

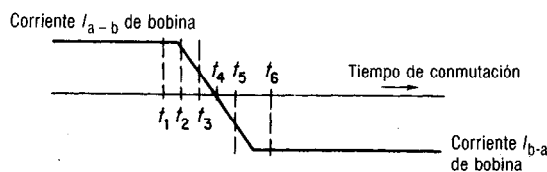
Veamos el proceso de conmutación y cómo afecta a una bobina determinada (bobina x, ubicada en la trayectoria 2 en la figura 5-8) que está a punto de experimentar este proceso. La bobina x en la figura 5-8 está conectada a los segmentos a y b del conmutador y, por tanto, conduce la FEM completa de la trayectoria, así como la corriente de a a b,  $I_{a-b}$ .

La figura 5-9 es una serie de esquemas sucesivos con la descripción de la bobina x que experimenta la conmutación; a continuación se describen los cambios en la FEM a cada instante:

1. El instante  $t_1$  (figura 5-9a): La bobina x es ahora la última de la serie que conduce la FEM de la trayectoria completa y la corriente de la trayectoria 2 a la escobilla positiva, y la dirección de su corriente sigue siendo  $I_{a-b}$ , como se acaba de indicar y como se muestra en la figura 5-10 en el tiempo  $t_1$ .



**Figura 5-9** Variaciones en la FEM y la corriente de una bobina que experimenta conmutación.



**Figura 5-10** Inversión de la dirección de corriente en cualquier bobina que experimenta conmutación.

2. **El instante  $t_2$  (figura 5-9b):** La bobina  $x$ , cuyos lados todavía están experimentando un cambio de eslabonamientos de flujo en las extremidades polares de entrada de un polo N y uno S, respectivamente, está en cortocircuito parcial por la escobilla positiva, que origina una corriente circulante a través de las escobillas, los segmentos o delgas  $a$  y  $b$ , y la bobina  $x$  en la dirección que se indica. La corriente de la trayectoria 2 comienza a entrar a la escobilla a través del segmento  $a$ , reduciendo la trayectoria de corriente en la bobina  $x$ , como se muestra en la figura 5-10.
3. **El instante  $t_3$  (figura 5-9c):** Ahora la bobina  $x$  está en cortocircuito completo por la escobilla positiva. Debido al cortocircuito del instante anterior, todavía conduce algo de corriente porque, de acuerdo con la ley de Lenz, se produce una FEM de autoinducción que se opone al decaimiento de la corriente en la bobina, conforme a una disminución exponencial de la corriente en un circuito con una resistencia y una inductancia. Por tanto, la corriente que pasa sigue estando en la misma dirección, sostenida por la FEM de autoinducción.
4. **El instante  $t_4$  (figura 5-9d):** La corriente de la trayectoria 2 pasa a la escobilla positiva a través de la delga o segmento  $a$ , y la corriente de la trayectoria 1 pasa a la escobilla positiva a través de la delga  $b$ . Las FEM de las trayectorias son iguales y opuestas en la bobina  $x$  y, por consiguiente, no pasa corriente en la bobina  $x$ . Sin embargo, nótese que hay menos resistencia entre el conmutador y la escobilla en la delga  $a$  que en la  $b$ , como se muestra en la figura 5-9d.
5. **El instante  $t_5$  (figura 5-9e):** La resistencia relativamente alta entre la delga  $b$  y la escobilla hará que la corriente de la trayectoria 1 pase por la bobina  $x$  y la delga  $a$  a la escobilla positiva. Como la escobilla todavía cortocircuita a las delgas  $a$  y  $b$ , se establecerá una pequeña circulación de corriente en la bobina  $x$  en la dirección contraria, como se muestra en la figura 5-9e y en la figura 5-10 en  $t_5$ . Adviértase que anteriormente la corriente en la bobina  $x$  era en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, y ahora la corriente de cortocircuito tiene el sentido contrario, es decir,  $I_{b-a}$ .
6. **El instante  $t_6$  (figura 5-9f):** Ahora la bobina  $x$  conduce toda la corriente de la trayectoria 1,  $I_{b-a}$ , en dirección contraria, como se muestra en la figura 5-9f y la figura 5-10, y seguirá así hasta que alcance una escobilla negativa. En ella se llevará a cabo el mismo proceso, salvo que la corriente entrará en el conmutador en lugar de salir de él.

## 5-7 VOLTAJE DE REACTANCIA

En el proceso de conmutación que acabamos de describir se han presentado dos condiciones que impiden una conmutación uniforme:

1. Se creó una FEM de autoinducción que se opone a la inversión súbita de la corriente en la bobina, que aparece en la figura 5-10. Como todas y cada una de las bobinas experimentan consecutiva y continuamente la conmutación, a este voltaje constante se le llama *voltaje de reactancia* porque "reacciona" contra la inversión de la corriente en cada bobina que experimenta conmutación.
2. Una corriente de cortocircuito, potencialmente grande, se desarrolla debido al voltaje que existe en los lados de la bobina que experimenta conmutación, duran-

te los periodos de  $t_2$  a  $t_5$ , cuando las resistencias de las trayectorias de cortocircuito son mínimas.

Para un generador de cd, ambas condiciones se pueden aminorar un tanto, si se corre el eje de las escobillas *en la dirección* del giro de la armadura, o, para un motor de cd, girando el eje de las escobillas *en dirección contraria* al giro de la armadura.

Con el generador de cd como ejemplo, al desplazar las escobillas en la dirección de rotación se provocará la conmutación en la bobina y como se muestra en la figura 5-8, es decir, en una bobina en la que se genere un voltaje en la dirección en que está a punto de pasar la corriente inversa. Con ello se invertirán las corrientes circulantes en sentido contrario al de las manecillas del reloj sostenidas por el voltaje de reactancia e indicadas en la figura 5-9, y se volverán más rápidamente al sentido de las manecillas del reloj.

Pero el corrimiento de las escobillas es, de hecho, equivalente a *mover el plano neutro*. Como se muestra en la figura 5-7, si se mueve el neutro de la carga en la dirección del giro traería los conductores  $x-x'$  bajo un polo S. Sin embargo, ya hemos observado que, como el corrimiento para el generador de cd es *opuesto* comparativamente al de la operación del motor de cd, y como el grado del desplazamiento depende de la corriente de *carga*, se necesita una técnica eléctrica semejante a la que se usó para compensar la reacción de armadura. En este caso, la solución es interponer un polo entre los polos principales, cuya fuerza magnetomotriz *varíe también con la carga*. A este polo se le llama *interpolo*, o *polo de conmutación*, y se muestra en la figura 5-7.

En la práctica, al igual que en teoría, el *devanado de interpolos* se diseña para tener *más amperes-vuelta* que los necesarios a fin de generar el voltaje suficiente en aquellos conductores que quedan en la región interpolar, hasta lograr una inversión continua de la corriente y eliminar los efectos del voltaje de reactancia. Hay dos razones para ello:

1. Producir neutralización de aquellos conductores de armadura que quedan en la región interpolar que *no* están neutralizados por el devanado de compensación (véanse secciones 5-5 y 5-6).
2. La naturaleza compleja de los estados transitorios implicados en el proceso de conmutación necesita de hipótesis en las ecuaciones y cálculos de diseño que no dan una determinación exacta del número de vueltas necesarias en los interpolos. Haciendo que el interpolo sea más potente de lo necesario, se pueden emplear calzas no magnéticas y magnéticas en forma experimental entre el bastidor de yugo, al cual se atornilla el interpolo, para dar la reluctancia exacta necesaria en la trayectoria magnética de los interpolos. Se llevan a cabo los ajustes hasta que se alcanza una conmutación uniforme y efectiva y una compensación de reacción de armadura interpolar, en un amplio margen de cargas.

Se debe señalar que cuando se emplean devanados tanto de compensación como de polos de conmutación en serie con la armadura y conectados con el circuito de armadura como se muestra en las figuras 3-1, 3-2 y 3-3, (1) *no* es necesario desplazar las escobillas con respecto al plano neutro sin carga, y (2) la *dínamo* de cd trabajará como

motor o como generador igualmente bien sin los efectos adversos de la reacción de armadura o las dificultades de la conmutación.

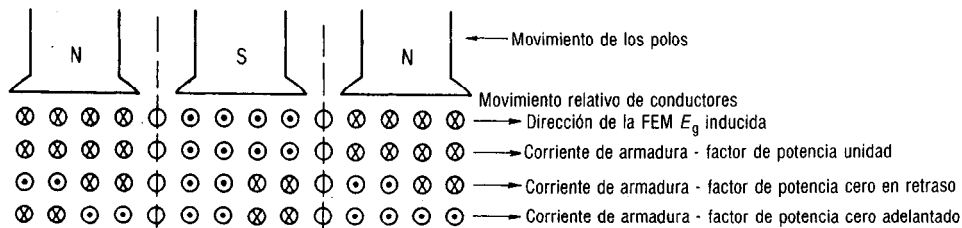
Finalmente, el uso de devanados de compensación y de conmutación es propio de las máquinas de cd, y de algunas de ca que emplean conmutadores.

Las máquinas de ca, síncronas y asíncronas, no necesitan conmutadores y, por tanto, no necesitan devanado de conmutación. Además, mientras que la reacción de armadura se presenta en todas las máquinas (puesto que lo dicho anteriormente de la reacción de armadura se basaba en la máquina universal), veremos que debido a la posibilidad del adelanto o retraso de la corriente con respecto al voltaje en una máquina de ca, esto puede producir efectos benéficos al igual que perjudiciales, como se verá en la sección 5-8. El resultado neto es que las máquinas de ca, síncronas y asíncronas, *nunca se compensan*, ni para reacción de armadura ni para conmutación.

## 5-8 REACCION DE ARMADURA EN LA DINAMO DE CA

La distribución del flujo de armadura debido a la corriente de los conductores de ésta y a la distorsión consiguiente del flujo de entrehierro que se muestran en la figura 5-3 se aplican a la máquina universal, pero con determinadas variaciones. En el caso de la máquina de ca, la corriente en los conductores individuales de armadura (1) no es uniforme, sino que varía senoidalmente, y (2) puede estar adelantada o retrasada con respecto al flujo de campo, según factores de potencia en adelanto o retraso. Como resultado de ello, la onda de la figura 5-3b puede desplazarse hacia la derecha o hacia la izquierda con respecto al flujo mutuo de entrehierro que se muestra en la figura 5-3a.

El modo en el que afectan las diversas condiciones de carga del factor de potencia a la máquina de ca se puede determinar a partir de la relación de fases entre la FEM inducida y la corriente que pasa por los conductores de armadura, como se ve en la figura 5-11. Los cuatro conjuntos de conductores que pasan bajo los polos de campo representan, de hecho, la gama de condiciones que se presenta en el conjunto sencillo de conductores de armadura (que se muestra en la figura 5-3) debido a la reacción de armadura. El primer conjunto de conductores de armadura que se muestra en la figura 5-11 representa la FEM inducida en ellos como resultado del movimiento relativo entre los polos y la armadura de una máquina de ca. Esta FEM puede ser la FEM inducida ( $E_g$ ) de un alternador de ca que produzca el voltaje de terminales, o la fuerza contra-electromotriz ( $E_c$ ) de un motor síncrono de ca que, en parte, sirve para limitar la



**Figura 5-11** Desplazamiento de la corriente de armadura con respecto al flujo de campo debido al factor de potencia en las máquinas de ca.

corriente de armadura que se toma de las líneas para producir acción de motor. Esta FEM inducida no es diferente de la que aparece en la figura 5-3 para la dínamo universal y en la figura 5-7 para la dínamo de cd.

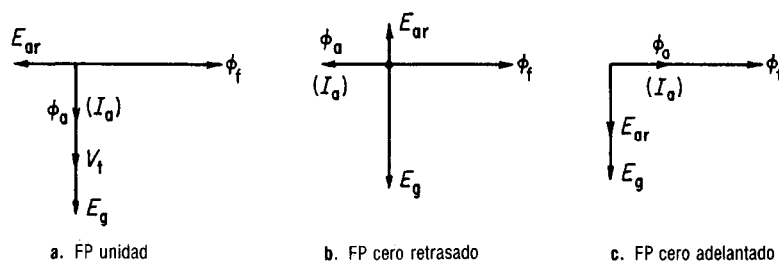
Para los fines de esta descripción, se definirá al factor de potencia (FP) como la relación entre fases de la FEM inducida en los conductores de la armadura,  $E_g$  por fase, y la corriente de armadura que pasa por ellos,  $I_a$  por fase, como resultado de la acción de generador o de motor. El efecto del factor de potencia sobre el flujo de campo y la FEM generada se describirá para las condiciones *extremas* de variación de factor de potencia, es decir, factor de potencia unidad, cero retrasado y cero adelantado.

### 5-8.1 Factor de potencia unidad

Cuando el factor de potencia es uno, la corriente alterna de fase en la armadura está en fase con el voltaje inducido de fase en la armadura, como en la dínamo de cd. Esto se indica en el segundo conjunto de conductores de la figura 5-11, donde las corrientes instantáneas conducidas por ellos coinciden con los voltajes instantáneos inducidos en la armadura. La fuerza magnetomotriz de armadura producida por estos conductores de armadura, por la regla del tirabuzón derecho, produce un flujo de magnetización cruzada. Este flujo es máximo en la región interpolar y está retrasado  $90^\circ$  con respecto al flujo primario del entrehierro.

Esta relación no es distinta de la que aparece en la figura 5-2 y es la misma que la reacción de magnetización cruzada de la armadura que se lleva a cabo en una dínamo de cd, porque en un circuito de cd la corriente siempre está en fase con el voltaje. El diagrama fasorial que muestra la relación entre el flujo de campo  $\phi_f$  tomado como referencia y la corriente de armadura de magnetización cruzada  $I_a$  y el flujo  $\phi_a$  se muestra en la figura 5-12a.

Adviértase que se necesitan 90 grados eléctricos para que el flujo primario de entrehierro  $\phi_f$  produzca el voltaje de ca generado en la armadura  $E_g$  y su consecuente corriente de armadura  $I_a$ , en fase. Además, el campo que rodea a un conductor de armadura portador de corriente, depende directamente de la corriente en ese conductor, y el flujo  $\phi_a$  de armadura, de magnetización cruzada, siempre está en fase con la corriente de armadura  $I_a$ . Así se establece un flujo de reacción  $\phi_a$  de armadura de ca (magnetización cruzada) retrasado con respecto al flujo  $\phi_f$  de campo debido a la corriente de armadura en la región interpolar. Este flujo de ca de armadura enlaza a los conductores de la armadura y crea un voltaje inducido en ellos. Como se dijo en es-



**Figura 5-12** Diagramas fasoriales que muestran el efecto de la reacción de armadura correspondientes a diversas condiciones de factor de potencia en las dínamos de ca.

te párrafo, se necesita de 90 grados eléctricos para que un flujo produzca un voltaje. Por tanto se produce un voltaje de reacción de armadura  $E_{ar}$  en la armadura, que está retrasado con respecto a  $E_g$ , el voltaje generado, 90° a factor de potencia unidad, como se ve en la figura 5-12a. Posteriormente se demostrará que esta caída de voltaje juega también un papel en la regulación de voltaje del alternador síncrono de ca (capítulo 6).

### 5-8.2 Factor de potencia cero en retraso

Cuando el factor de potencia es cero en retraso, la corriente alterna de fase de la armadura  $I_a$  está retrasada 90° con respecto al voltaje de fase  $E_g$  inducido en la armadura, como se acaba de decir. Como se ve en la figura 5-11, las corrientes instantáneas en los conductores que produce la corriente alterna de armadura crean una fuerza magnetomotriz y un flujo  $\phi_a$ , ambos de armadura, que se oponen al flujo primario de entrehierro  $\phi_f$  (regla del tirabuzón derecho). Este efecto se muestra en el diagrama fasorial de la figura 5-12b, en que el flujo de entrehierro induce al voltaje  $E_g$  a 90 grados eléctricos, la corriente de armadura está retrasada 90 grados eléctricos con respecto a  $E_g$ , y  $\phi_a$  se opone a  $\phi_f$ . El flujo de armadura a factor de potencia cero en retraso es ahora desmagnetizante, en lugar de magnetizante-cruzado como con el factor de potencia unidad.

El flujo de armadura  $\phi_a$  enlaza a los conductores de armadura para producir un voltaje de ca de reacción de armadura  $E_{ar}$  a 90 grados eléctricos. Nótese que como el flujo de armadura está desplazado 180° del flujo de campo, el voltaje de reacción de armadura  $E_{ar}$  está desplazado 180° con respecto al voltaje inducido  $E_g$ . El voltaje  $E_{ar}$  reduce el voltaje generado  $E_g$  a factor de potencia cero en retraso, tendiendo a producir *mala regulación de voltaje* al aplicar la carga.

### 5-8.3 Factor de potencia cero adelantado

En este caso la corriente  $I_a$  alterna de fase de armadura se adelanta al voltaje de fase inducido en la armadura  $E_g$  90 grados eléctricos, de acuerdo con la definición que dimos antes. Como se ve en la figura 5-11, las corrientes instantáneas en los conductores, producidas por la corriente alterna en la armadura, crean una fuerza magnetomotriz y un flujo en la armadura  $\phi_a$  que ayuda al flujo primario de entrehierro  $\phi_f$  (regla del tirabuzón derecho).

Este efecto se muestra en el diagrama fasorial de la figura 5-12c, en el cual el entrehierro induce el voltaje  $E_g$  en 90 grados eléctricos. La corriente de armadura  $I_a$  se adelanta a  $E_g$  en 90 grados eléctricos, y  $\phi_a$  ayuda a  $\phi_f$ . El flujo de armadura a cero factor de potencia adelantado es *magnetizante*, en lugar de *magnetizante cruzado* como en el caso de factor de potencia unidad. El flujo de ca de armadura  $\phi_a$  enlaza a los conductores de ésta para producir un voltaje  $E_{ar}$  de reacción de armadura en 90 grados eléctricos. Obsérvese que el voltaje de reacción de armadura  $E_{ar}$  que se produce está en fase con el voltaje  $E_g$  generado, y con ello tiende a *aumentar  $E_g$* , *mejorando* por tanto la regulación de voltaje del alternador síncrono de ca.

## 5-9 RESUMEN DE LA REACCION DE ARMADURA EN TODAS LAS DINAMOS

Se pueden resumir los efectos de la reacción de armadura que se describieron en este capítulo con los siguientes puntos:

1. En las dinamos de cd y en las monofásicas y polifásicas de ca con factor de potencia unidad, en las cuales la corriente de fase en la armadura está *en fase* con el voltaje inducido en la armadura por fase, la reacción de armadura es *de magnetización cruzada*, y el voltaje inducido de reacción de armadura está retrasado 90 grados eléctricos con respecto al voltaje generado.
2. En las dinamos monofásicas y polifásicas de ca a factor de potencia cero en retraso, en las cuales la corriente de fase en la armadura está *retrasada* 90 grados eléctricos con respecto al voltaje inducido por fase, la reacción de armadura es *de desmagnetización* y el voltaje de reacción inducido en la armadura está retrasado 180 grados eléctricos con respecto al voltaje generado.
3. En las dinamos monofásicas y polifásicas de ca, en las cuales la corriente de fase en la armadura está *retrasada* determinado ángulo entre 0 y 90 grados eléctricos con respecto al voltaje inducido en la armadura por fase, la reacción de la armadura es *en parte desmagnetizante y en parte de magnetización cruzada*. Si  $\theta$  representa el ángulo de retraso de la corriente de fase con respecto al voltaje de fase inducido en la armadura, el componente de desmagnetización es  $\sin \theta$  y el componente de magnetización cruzada es  $\cos \theta$ , por el flujo de reacción de armadura. Nótese que  $\theta$  es igual a  $0^\circ$  cuando el factor de potencia es uno y es igual a  $90^\circ$  para factor de potencia cero.
4. En las dinamos monofásicas y polifásicas con factor de potencia cero adelantado, en las cuales la corriente de fase en la armadura *se adelanta*  $90^\circ$  al voltaje inducido de armadura por fase, la reacción de armadura es *de magnetización*, y el voltaje de reacción de armadura inducido está en fase con el voltaje generado en la armadura debido al flujo de entrehierro.
5. En las dinamos monofásicas y polifásicas de ca, en las que la corriente de fase en la armadura *se adelanta* determinado ángulo entre cero y 90 grados eléctricos al voltaje inducido de armadura por fase, la reacción de armadura es *en parte de magnetización y en parte de magnetización cruzada*. Si  $\theta$  representa el ángulo en que la corriente de fase se adelanta al voltaje inducido de fase en la armadura, el componente de magnetización es  $\sin \theta$  y el de magnetización cruzada es  $\cos \theta$  multiplicados por el flujo de reacción de armadura. Nótese que  $\theta$  es igual a  $0^\circ$  cuando el factor de potencia es la unidad, y es igual a  $90^\circ$  cuando el factor de potencia es cero.
6. Estos enunciados resumidos están sujetos a las siguientes limitaciones:
  - a. La reacción de armadura en las dinamos monofásicas es pulsante, mientras que en las dinamos polifásicas y de cd el flujo de reacción de armadura es constante.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> En el apéndice A-4 aparece una demostración de que la reacción de armadura es constante, con una magnitud de  $1.5\phi_m$ .



- b. El flujo constante de armadura que resulta se produce debido a cargas trifásicas balanceadas cuyas corrientes son iguales y están desplazadas entre sí 120 grados eléctricos. Si las cargas están *desbalanceadas* el ángulo  $\theta$  no tiene significado, al igual que la distribución de los componentes de magnetización cruzada, desmagnetización y magnetización, del flujo de armadura.<sup>8</sup>
7. La reacción de armadura está compensada y sus efectos se neutralizan sólo en algunas máquinas de cd y rara vez en las máquinas de ca.

## 5-10 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Armónicas impares** Serie en la cual cada componente tiene un múltiplo entero impar de la frecuencia fundamental.

**Cara polar** Superficie de la zapata polar o del polo no saliente que forma uno de los límites del entrehierro.

**Conmutación** Proceso de generación de un voltaje o corriente unidireccional mediante cambio de conexiones.

**Devanado de compensación** Conductores embebidos en las zapatas polares y en sus conexiones extremas, conectados eléctricamente en serie con la armadura para reducir la reacción de armadura y producir buena conmutación.

**Devanado de interpolos** Devanado que se ubica en el interpolo que produce flujo en dirección y fase tales que ayuda a la inversión de la corriente en una bobina de armadura en cortocircuito.

**Eje de cuadratura** Eje que representa la dirección del plano radial a lo largo del cual el devanado de campo principal no produce magnetización y que normalmente coincide con el plano radial a media distancia entre polos adyacentes.

**Eje de escobillas** Línea de simetría de las escobillas con respecto al neutro de la carga en una máquina de cd.

**Eje magnético** Línea de simetría de la densidad de flujo magnético que produce la corriente en el devanado de campo que rodea a los polos magnéticos.

**Extremidad polar de entrada** La extremidad de un determinado polo que es encontrada por primera vez por un conductor de una armadura giratoria.

**Extremidad polar de salida** La última parte de un polo dado en ser encontrada por un conductor ubicado en una armadura giratoria.

**Factor de potencia** Relación entre la potencia activa y la aparente o la relación de watts totales a volt-amperes rms totales.

**Flujo de armadura** El flujo magnético neto que se produce debido a los conductores portadores de corriente en la armadura.

**Flujo de campo** Fuerza magnetomotriz que produce la corriente de campo en los polos de campo de una máquina.

**Flujo de desmagnetización** Cualquier fuerza magnetomotriz que tienda a reducir el campo magnético que producen los polos de campo de una máquina.

**Fuerza magnetomotriz (FMM)** Integral de línea de la fuerza de magnetización (intensidad de campo magnético) alrededor de un circuito magnético cerrado, es decir,

<sup>8</sup> Afortunadamente, las cargas del motor trifásico siempre están balanceadas porque el número de bobinas/fase es igual. Sin embargo, las cargas trifásicas de un alternador pueden estar desbalanceadas. Para tener una descripción más completa del efecto de las cargas desbalanceadas sobre los alternadores conectados en Y o en  $\Delta$  véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), Seccs. 21-9 y 21-10, págs. 699 a 708.

fuerza capaz de producir un campo magnético ya sea en el espacio o en un circuito magnético.

**Interpolo** Polo auxiliar que se coloca entre los polos principales de una dinamo con conmutación, cuyo devanado de excitación conduce una corriente proporcional a la corriente de armadura.

**Laminación** Hoja delgada de hierro u otro metal de baja reluctancia.

**Plano neutro** Línea de simetría que se produce entre los conductores de la armadura que conducen cero corriente.

**Polo de conmutación** (Véase *Interpolo*).

**Reacción de armadura** Fuerza magnetomotriz que se produce como resultado de, y debida a, la corriente del devanado de la armadura.

**Zapata polar** Parte de un polo de campo que da frente a la armadura y que sirve para conformar el entrehierro y controlar su reluctancia.

**Zona interpolar** Región entre las extremidades de los polos adyacentes.

## 5-11 PREGUNTAS

- 5-1 Mencionar dos motivos por los que el flujo resultante que entra a una armadura por cuyos conductores pasa la corriente de plena carga, es menor que el flujo sin carga.
- 5-2 Comparar, para la misma dirección de giro, el corrimiento en el plano neutro de la carga, perpendicular al flujo resultante, con respecto al neutro sin carga en
- Un generador.
  - Un motor.
- 5-3
- Con el diagrama que se desarrolló en la pregunta 5-2, explicar por qué es imposible que el fabricante ajuste las escobillas de una dinamo de cd.
  - ¿Es posible ajustar las escobillas a un neutro determinado de carga para un motor de cd que trabaje con carga fija? Explicar la respuesta.
  - Repetir la parte (b), para un generador.
- 5-4
- Mencionar tres técnicas de construcción, no eléctricas, que se usen para compensar automáticamente la reacción de armadura sin necesidad de desplazar las escobillas.
  - ¿Cuáles son las ventajas de esas técnicas?
  - ¿Qué desventajas tienen, en especial para las grandes dinamos?
- 5-5
- Mencionar dos funciones de un devanado de interpolo (polo de conmutación).
  - ¿En dónde se encuentra físicamente el interpolo en una dinamo y cómo se conecta eléctricamente?
  - Mencionar dos motivos por los que un interpolo se diseña para producir más FMM y tiene más amperes-vuelta que lo que se necesita normalmente para eliminar los efectos del voltaje de reactancia.
- 5-6 Cuando se conectan en serie con la armadura tanto los devanados de compensación como los de polos de conmutación, ¿es necesario desplazar las escobillas del plano neutro sin carga en una dinamo
- Que trabaje como motor, bajo carga? Explicar la respuesta.
  - Que trabaje como generador, bajo carga? Explicar la respuesta.
- 5-7
- ¿Por qué es necesario y deseable compensar la reacción de armadura en las dinamos de ca, en general, y en algunas dinamos de cd en particular?

- b. Mencionar dos tipos de dínamos en los que el flujo de reacción de armadura sea constante.
- c. Mencionar un tipo de dínamo en el que el flujo de reacción de armadura sea pulsante.

## 5-12 PROBLEMAS

- 5-1 Un generador de 50 kW, 250 V con excitación *separada* tiene una resistencia de armadura de  $0.05 \Omega$ , una caída de 6 V en escobillas, y una caída de voltaje por reacción de armadura igual a 20 V a la carga nominal. Suponer un efecto *lineal* de reacción de armadura y calcular
- a. Caída de voltaje en el circuito de armadura, a plena carga, a  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , y cero carga.
  - b. Caída de voltaje por reacción de armadura en las condiciones de carga mencionadas en la parte (a).
  - c. El voltaje generado en la armadura en los casos de carga mencionados en la parte (a).
  - d. Explicar por qué el voltaje generado en vacío es diferente del voltaje generado a plena carga.
- 5-2 Un generador de cd de 125 V, 5 kW, de dos polos tiene un total de 1800 conductores de armadura en la periferia de ésta. Los lados de bobina abarcan exactamente 180 grados eléctricos en cada bobina. No tomar en cuenta la corriente de campo y calcular
- a. Los amperes-vuelta de la armadura por polo cuando el generador suministra la corriente nominal.
  - b. Los amperes-vuelta de desmagnetización y de magnetización cruzada por polo cuando las escobillas se desplazan 5 grados eléctricos con respecto al plano neutro sin carga.
  - c. Los amperes-vuelta de desmagnetización y de magnetización cruzada, componente de distorsión, por polo cuando las escobillas se desplazan 10 grados eléctricos.
  - d. Si el flujo de campo es 10000 amperes-vuelta por polo y el voltaje generado sin carga es 140 V, calcular la caída de voltaje por reacción de armadura a la carga nominal, a la cual es necesario desplazar las escobillas 10 grados eléctricos. (Sugerencia: Ver la hipótesis del problema 5-3.)
- 5-3 Mediante la relación de los amperes-vuelta de magnetización con los de magnetización cruzada del problema 5-2, deducir una ecuación universal que exprese los amperes-vuelta por polo de desmagnetización y de magnetización cruzada para una armadura que tenga  $Z$  conductores activos,  $a$  trayectorias de armadura y  $P$  polos. Suponer que las escobillas se pueden desplazar  $\alpha$  grados eléctricos/polo y que los restantes grados eléctricos,  $\beta$ , son  $180 - 2\alpha$ .
- 5-4 Se desea compensar el componente de distorsión de la reacción de armadura en el generador del problema 5-2, mediante un devanado de compensación en los conductores de la cara polar. Calcular
- a. El número de conductores de la cara polar que se necesitan para neutralizar la FMM de magnetización cruzada.
  - b. ¿Neutralizarán estos conductores completamente los efectos degenerativos de la reacción de armadura? ¿Por qué no?
  - c. ¿Será necesario desplazar las escobillas debido a esa compensación? ¿Por qué?
- 5-5 En el generador del problema 5-2c, se desea compensar la reacción de armadura debida a los conductores en la zona interpolar, agregando vueltas a cada polo de conmutación. Calcular

- a. El número de vueltas de polos de conmutación que se deben agregar al devanado de conmutación para neutralizar la FMM producida por los conductores desmagnetizantes.
  - b. Si se emplean tanto devanados de compensación como de polos de conmutación, ¿será necesario desplazar las escobillas del generador del problema 5-2? ¿Por qué? Explicar la respuesta.
  - c. Si el generador gira en el sentido de las manecillas del reloj, ¿en qué dirección se deben desplazar las escobillas?
- 5-6 La autoinductancia de cada bobina en una armadura es 1.0 mH, y la rapidez de cambio de la corriente en cada una de ellas (las bobinas consisten de 5 espiras) es 20 000 A/s cuando pasan por la conmutación. Si la velocidad periférica de la armadura es 4000 pies/min y la dimensión *paralela* al eje de la armadura del polo de conmutación es 8 pulgadas, calcular
- a. La FEM de autoinducción en cada bobina que experimenta conmutación.
  - b. El voltaje por conductor que se induce en cada bobina bajo cada polo de conmutación. Suponer que hay tantos polos de conmutación como polos principales.
  - c. La densidad de flujo bajo el polo de conmutación.

# Relaciones de voltaje en dínamos de CA: alternadores

### 6-1 GENERALIDADES

Este capítulo está dedicado exclusivamente al generador de ca o alternador, tanto polifásico como monofásico. Los alternadores que se muestran en la figura 1-1 son casi exclusivamente trifásicos (o polifásicos). El empleo casi universal de alternadores polifásicos en comparación con los monofásicos se origina en determinadas ventajas específicas de los primeros. Estas ventajas son:

1. La potencia polifásica es constante, mientras que la monofásica ( $1\phi$ ) es pulsante. La potencia polifásica constante produce muchas ventajas en las máquinas eléctricas. En los motores, estas ventajas son mayores pares de arranque, funcionamiento más silencioso con menos vibración y mejor regulación de velocidad, en comparación con los motores monofásicos ( $1\phi$ ) de la misma potencia. Para los alternadores, las pulsaciones mecánicas que se producen en los monofásicos se reflejan en el primomotor, haciéndolo que oscile, lo cual origina inestabilidad del sistema al mismo tiempo que esfuerzos mecánicos. Para todas las dínamos y los transformadores, la potencia constante en ese equipo polifásico ocasiona *menores* pérdidas de histéresis y de corrientes parásitas, lo cual tiende a aumentar la eficiencia del equipo polifásico en comparación con el monofásico.
2. A causa de las ventajas que se acaban de mencionar, para el mismo tamaño de armazón de la dínamo, la capacidad en kVA de las dínamos trifásicas ( $3\phi$ ) es 1.5 veces mayor que la de las monofásicas. Visto de otro modo, para la misma capacidad en kVA, los costos y el peso del equipo polifásico son menores que los del monofásico de capacidad equivalente.
3. Suponiendo que existen los mismos voltajes (fijos) entre líneas y que se transmiten los mismos kVA a las mismas distancias, el sistema trifásico, por ejemplo, necesita aproximadamente el 75 por ciento del peso de cobre en comparación con un sistema monofásico. Menos cobre total significa que se usan menores conductores con

menos peso de las líneas de transmisión y menos torres o postes para soportar los cables aéreos para la misma distancia de transmisión. La menor resistencia originada por menos cobre ocasiona menos pérdidas de cobre y mejor eficiencia de transmisión.

4. El flujo de campo que produce la armadura del estator de una dinamo polifásica es giratorio en comparación con el campo pulsante de una dinamo monofásica. Para los motores, el campo giratorio se necesita para producir tanto el arranque como la rotación continua de los motores polifásicos de inducción y síncronos. Los motores monofásicos de inducción y síncronos no tienen arranque propio y necesitan de técnicas y dispositivos especiales adicionales de arranque, aumentando con ello su costo para la misma potencia. Es precisamente por ello que los motores monofásicos se limitan a las capacidades menores.
5. Cualquier sistema polifásico se puede transformar, mediante transformadores de interfase, en un sistema polifásico de un mayor o menor número de fases, o en uno monofásico. Las transformaciones polifásicas comunes de 3 a 6, 12, 18, 24 y aun 36 fases se alcanzan con transformadores de devanados múltiples. Ningún sistema monofásico se puede convertir, mediante transformadores, en un sistema verdaderamente polifásico.
6. Debido a que los transformadores polifásicos son tan eficientes, con 99% o más de eficiencia, la conversión a sistema de mayor número de fases (6, 12, 18, 24,  $36\phi$ , etc.) permite la producción de corriente directa en gran escala, mediante grandes diodos o rectificadores de silicio (SCRs), para soldadura, galvanoplastia, refinación de metales y transmisión de corriente directa. Además al aumentar el número de fases en el secundario, se *reduce* la necesidad de filtros aisladores, porque la salida contiene menos fluctuaciones, y el sistema de filtros es mucho menor que el correspondiente a rectificadores monofásicos que manejen la misma potencia (sección 14-21).

En el caso de sistemas trifásicos simétricos y balanceados, podemos usar una fase para representar los voltajes y corrientes de las tres fases. La clave de esta representación fasorial está en la comprensión de que un sistema trifásico se compone de tres sistemas monofásicos separados que trabajan en una secuencia predeterminada de fases, con una relación de fase fija entre ellas.

Al comparar la acción y funcionamiento del generador de cd con el motor de cd, al final de la sección 1-20 se presentó un resumen de las diferencias fundamentales entre ellos. Como el alternador es una fuente de voltaje de ca, nos interesan principalmente las relaciones del voltaje en la dinamo de ca y cómo éstas se ven afectadas por las cargas reactivas y resistivas. El resumen de la sección 1-20, algo modificado para poder aplicarlo al funcionamiento del alternador, específicamente, se puede enunciar como sigue:

1. El par electromagnético que se desarrolla en el conductor portador de corriente de la armadura, se *opone* a la rotación del campo magnético del rotor con respecto a la armadura, de acuerdo con la ley de Lenz.
2. El voltaje generado o inducido en la armadura produce la corriente de armadura. La *fase* de esta corriente, con respecto al voltaje generado por el alternador

depende de la naturaleza de la carga eléctrica que se conecte entre las terminales del alternador.

3. El voltaje generado por fase,  $E_{gp}$  de un alternador polifásico o monofásico puede definirse mediante la suma fasorial

$$E_{gp} = V_p + I_p Z_p \quad \text{volts (V)} \quad (6-1)$$

donde  $V_p$  es el voltaje de terminales por fase del alternador, y

$I_p Z_p$  es la caída de voltaje por impedancia interna síncrona del alternador.

## 6-2 CONSTRUCCION

Se describió la construcción general de la dínamo de ca en las secciones 2-3 y 2-4, y se muestra en las figuras 2-2b y 2-3. La sección 2-3 y la figura 2-2b describen una dínamo síncrona que tiene armadura giratoria y campo estacionario. La sección 2-4 y la figura 2-3 describen una dínamo síncrona que tiene un campo rotatorio y una armadura estacionaria. Aunque se pueden usar ambos tipos de construcción en un alternador, es el último tipo, o sea el de la *armadura estacionaria y campo rotatorio* el que se emplea casi universalmente para la generación de corriente eléctrica alterna, por las razones que se describen en la siguiente sección 6-3. El primer tipo, el de la armadura rotatoria, tiene su mayor aplicación como convertidor síncrono o rotatorio.

Los devanados que se emplean en la armadura estacionaria son, en general, devanados *ímbricos*, o *imbricados*, debido a que se necesitan *conexiones extremas más cortas*, o puentes, entre las bobinas. Tanto los devanados ondulados como los ímbricos producen el mismo voltaje para el mismo número de bobinas. Las secciones 2-13 a 2-17 describieron varios tipos de devanados de armadura de alternador. En base a esa presentación, en la sección 2-18 se dedujo el voltaje generado por fase y resulta ser

$$E_{gp} = 4.44 \phi N_p f k_p k_d \times 10^{-8} \quad \text{volts (V)} \quad (2-16a)$$

También se relacionó la frecuencia de un alternador síncrono de ca con su construcción, ya que la frecuencia varía con el número de polos salientes o no salientes. La frecuencia se expresó mediante la ecuación

$$f = \frac{PS}{120} = \frac{P\omega}{4\pi} \quad \text{hertz (Hz)} \quad (2-17)$$

El lector debe repasar las ecuaciones y las secciones que acabamos de citar porque son fundamentales para un mejor entendimiento del alternador síncrono de ca.

## 6-3 VENTAJAS DE LA CONSTRUCCION CON ARMADURA ESTACIONARIA Y CAMPO GIRATORIO

El lector, al estudiar los capítulos 2 y 3, podría reaccionar en forma adversa a la idea de hacer estacionaria la armadura. Después de todo, sería muy sencillo sacar la corriente alterna generada por una armadura en movimiento a anillos rozantes de un lado del eje, y la corriente generada por la misma armadura en movimiento, a segmentos o delgas de conmutación del otro lado del eje. De este modo, podríamos contar

con dinamos universales que pudieran suministrar tanto corriente directa como alterna, o ambas en forma simultánea. De hecho, esto *se hace* en un convertidor síncrono, pero hay varios motivos que obligan a abandonar la idea de una dinamo universal con armadura de ca giratoria. Una vez estacionaria la armadura, ni se alcanza ni se necesita el cambio automático de ca a cd mediante conmutación, y sólo se genera ca. Las ventajas más importantes de la construcción de armadura estacionaria y campo giratorio son:

- Mayor resistencia de los dientes de la armadura
- Menor reactancia de armadura
- Mejor aislamiento
- Construcción más rígida
- Menor número de anillos rozantes aislados
- Menor peso e inercia del rotor
- Ventilación y mejor disipación del calor

En las siguientes subsecciones se describe cada una de estas ventajas.

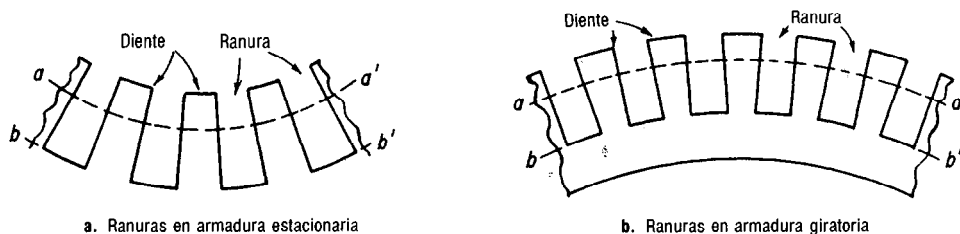
### 6-3.1 Mayor resistencia de los dientes de la armadura

Las máquinas de mayor capacidad necesitan de más cobre en la armadura y de ranuras más profundas en el hierro de la armadura de lo que se requiere en una máquina construida para trabajos menos pesados. En una armadura estacionaria, a medida que las ranuras se hacen *más profundas*, de  $a-a'$  a  $b-b'$  en la figura 6-1a, el diente de armadura se hace *más ancho y fuerte*. Sin embargo, en una armadura giratoria, al hacerse las ranuras más profundas de  $a-a'$  a  $b-b'$  en la figura 6-1b, el diente de armadura se hace *más angosto y por lo tanto más débil*. Se debe hacer notar que, en ambos casos, la parte superior de las ranuras debe ser más angosta que el fondo. Si se cortan de esta forma las ranuras se tiende a evitar que el devanado se "estire" y se salga de la ranura durante las vibraciones. Este estiramiento dañaría la máquina.

En una armadura rotatoria, los dientes podrían estar sujetos a grandes fuerzas centrífugas y en cualquier armadura, sea fija o rotatoria, los dientes podrían sufrir golpes tanto durante la construcción como en el funcionamiento. Con sus dientes más robustos, es menos probable que se dañe la armadura *estacionaria*.

### 6-3.2 Menor reactancia de armadura

El flujo *mutuo* en el entrehierro creado por la fuerza magnetomotriz del campo primario debe pasar a través del hierro y las ranuras de la armadura. Para la misma anchura de entrehierro en el fondo de la ranura de una cierta bobina de armadura, la armadu-



**Figura 6-1** Dientes debilitados producto de ranuras más profundas en la armadura rotatoria.



ra estacionaria da una *menor* reluctancia al flujo. Esto se debe a la *mayor* sección transversal y longitudinal del hierro, como se ve en la figura 6-1. La menor reluctancia reduce también la cantidad producida de flujo *de fuga* (sección 2-7) debido a que la trayectoria del flujo en la armadura ve incrementada su reluctancia, en especial en el caso de aquellos conductores de armadura que quedan al fondo de las ranuras.

### 6-3.3 Mejor aislamiento

Los alternadores comerciales de alta velocidad, alto voltaje y alta capacidad conducen corrientes considerables a voltajes considerables, y necesitan de aislamiento eficiente. Los ejes, a través de cojinetes metálicos, están conectados eléctricamente a tierra con el armazón estacionario de la dínamo. Es más fácil aislar un miembro estacionario que uno rotatorio porque el tamaño, peso y cantidad de aislamiento no son tan críticos como en el primer caso. Además, como el rotor está aterrizado, es menor el problema de aislar el bajo voltaje de campo de cd de un rotor que un alto voltaje de armadura de ca.

### 6-3.4 Construcción más rígida

En los grandes estatores polifásicos, el devanado de armadura es más complejo que el del campo. Las diversas interconexiones entre bobinas y fases se pueden hacer con más facilidad en una estructura rígida y estacionaria que sobre una giratoria, y el devanado de armadura es seguramente más reforzado cuando está en una armazón rígida.

### 6-3.5 Menor número de anillos rozantes aislados

Si se permite que gire la armadura de un alternador polifásico, uno trifásico necesitaría un mínimo de tres anillos rozantes; un alternador de seis fases necesitaría seis, etc. El problema de transferir el alto voltaje inducido, en algunos casos tan alto como 30000 V/fase, a grandes corrientes desde los anillos rozantes de la armadura hasta las escobillas estacionarias en contacto con estos anillos no se logra sin dificultad. El aislamiento de los anillos rozantes del eje es un problema. El espaciamiento de éstos a distancia suficiente para evitar el salto de chispa es otro. A medida que aumenta el número de fases, el problema del aislamiento se hace más complejo.

Una armadura estacionaria no presenta ninguno de esos problemas, y el voltaje por fase se aísla y se saca con mayor facilidad de una dínamo con armadura estacionaria. Sólo se necesitan dos anillos rozantes para excitar el devanado de campo, a voltajes relativamente bajos, quizá de 300 V, *cundo mucho*, de corriente directa.

### 6-3.6 Menor peso e inercia del rotor

De la descripción anterior, es bastante obvio que un devanado de campo, de bajo voltaje, que usa muchas vueltas de alambre delgado para producir la **fuerza magnetomotriz** de campo, apenas necesita el peso de cobre y el aislamiento equivalente que se requieren para un devanado de armadura de alto voltaje. Es más fácil construir rotores para funcionamiento eficiente a alta velocidad utilizando devanado de campo con bajo voltaje en el miembro giratorio. La inercia del rotor juega un factor importante en el alcance de la velocidad del alternador; y en los alternadores de capacidad extre-

madamente alta, aun con el campo de cd en el rotor, ¡se pueden necesitar varias horas para que la máquina alcance su velocidad y voltaje nominales, en especial cuando se usan turbinas de vapor como máquinas de impulsión!

### 6-3.7 Ventilación y mejor disipación del calor

La mayor parte del calor se produce en y se relaciona con el devanado de armadura y el hierro que lo rodea. Con una armadura estacionaria, el devanado se puede enfriar con más eficacia porque el núcleo del estator y su tamaño periférico tienen pocas limitaciones. Así, el núcleo del estator se puede hacer algo más grande para permitir conductos de aire y agujeros de ventilación con circulación forzada de aire, hidrógeno u otras formas de enfriamiento.

Además de las que se han dicho, para la misma capacidad, la dinamos de campo rotatorio tienen ventajas en el tamaño y el peso total, con respecto a las dinamos de armadura rotatoria. Las razones que se citaron aquí han impulsado a los diseñadores de dinamos de ca a abandonar el sueño de la "dynamo universal" que tiene un diseño y construcción básicos, excepto en el caso de los convertidores rotatorios relativamente pequeños. Sin excepción, los alternadores síncronos de ca tienen campos *rotatorios* construidos bien sea con *polos salientes* o con *polos no salientes*, como se mostró antes en la figura 2-3.

## 6-4 PRIMOMOTORES (MAQUINAS DE IMPULSION)

La construcción del rotor con *polos salientes* se presta para los alternadores de velocidad media y baja con *muchos* polos. El rotor del tipo de *polos no salientes*, o *cilíndrico* se emplea casi universalmente en los alternadores de *alta velocidad*, de dos polos, y a veces de cuatro polos. Como el número de polos y la velocidad también se relacionan con la frecuencia [ecuación (2-17), en la que  $f = PS/120$ ], sería interesante comparar las frecuencias de mayor uso comercial con los polos y velocidades necesarias. Esta comparación aparece en la tabla 6-1.

**Tabla 6-1 Relación de velocidad y frecuencia para varios números de polos en dinamos síncronas de CA**

Número de polos	Frecuencia deseada		
	25 Hz*	50 Hz*	60 Hz*
2	1500 rpm†	3000 rpm†	3600 rpm†
4	750	1500	1800
6	500	1000	1200
8	375	750	900
10	300	600	720
12	250	500	600
14	$214\frac{2}{7}$	$428\frac{4}{7}$	$514\frac{2}{7}$

\* La frecuencia está en hertz (ciclos por segundo)

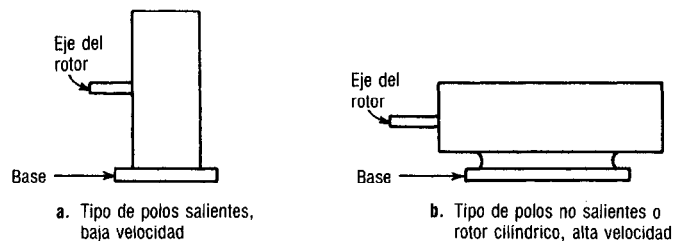
† La velocidad está en revoluciones por minuto

La tabla 6-1 indica que cuando la máquina impulsora es esencialmente de *baja velocidad*, como en el caso de una turbina hidráulica utilizada en las estaciones hidroeléctricas, se necesita un *gran* número de polos. Puesto que a bajas velocidades no es problema la fricción con el aire, se puede emplear un rotor de polos *salientes*. Igualmente, si el impulsor primario es un motor de gasolina, diesel, gas o vapor, que son esencialmente de velocidad *moderada*, se deben emplear entre cuatro y doce polos salientes. En el caso de un impulsor esencialmente de *alta velocidad*, tal como la *turbina* de gas o de vapor, en general se usan dos polos *no salientes*. El vapor se puede obtener de una caldera con combustible convencional o de un reactor nuclear. En gran parte, la determinación del tipo de construcción del campo del alternador que se use está definida por el tipo de combustible o la fuente de energía disponible en el lugar gráfico en que se ha de generar la electricidad. Los combustibles como carbón o petróleo se pueden embarcar por ferrocarril o en barcas; o bien el gas o el petróleo se pueden conducir en ductos hasta el sitio de generación, en caso de no ser éste demasiado remoto o inaccesible. El costo del transporte es un factor del costo de generación por kilowatt-hora.

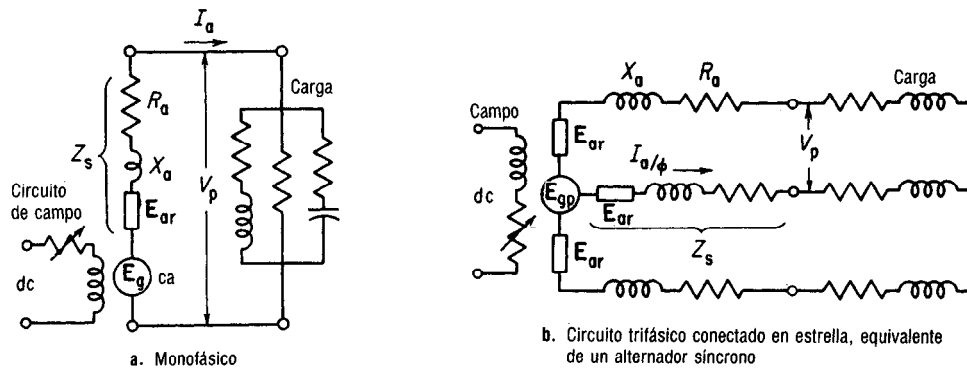
Los alternadores de *baja velocidad* y *polos salientes* necesitan de armaduras de estator con *gran* circunferencia en las que se puedan insertar muchos conductores. Esos estatores necesitan de conductores de polos de campo o de armadura de *corta longitud axial*. Por otro lado, los rotores de *alta velocidad*, *cilíndricos* o de *polos no salientes*, poseen una circunferencia *pequeña* necesitando conductores de polos de campo y de armadura de *gran longitud axial*. Así, debido a la gran diferencia en la apariencia externa, se puede distinguir fácilmente entre las dinamos síncronas de polos salientes y las de polos no salientes, sin aún examinar el rotor, tal como se muestra en la *figura 6-2*.

## 6-5 CIRCUITO EQUIVALENTE PARA LA DINAMO SINCRONA MONOFASICA Y/O POLIFASICA

La relación entre el voltaje de terminales y el generado por la dinamo síncrona se presentó en la sección 6-1, mediante la ecuación (6-1), y el circuito se representa en la *figura 6.3*. Para un alternador síncrono monofásico o polifásico se puede ampliar la ecuación (6-1), y reformularla como la suma fasorial:



**Figura 6-2** Aspecto general de la dinamo síncrona.



**Figura 6-3** Circuito equivalente de un alternador síncrono.

$$\dot{V}_p = \dot{E}_{gp} - \dot{I}_a R_a - \dot{I}_a (jX_a) \pm \dot{E}_{ar} \quad (6-2)$$

en donde  $V_p$  es el voltaje de terminales por fase

$E_{gp}$  es el voltaje generado por fase [de acuerdo con la ecuación (2-15) y la sección 6-2]

$I_a R_a$  es la caída de voltaje a través del devanado de armadura, teniendo una resistencia efectiva (ca) por fase de  $R_a$

$I_a (jX_a)$  es la caída de voltaje a través de la reactancia del devanado de armadura, debida a la reactancia de fuga (secciones 2-7 y 6-3) por fase

$E_{ar}$  es el efecto de la reacción de armadura por fase: de magnetización, magnetización cruzada o desmagnetización, como se resume en la sección 5-9

y todas las cantidades fasoriales, que tienen tanto magnitud como dirección, están representadas mediante negritas.

Se debe notar que esencialmente existe poca diferencia entre el circuito equivalente de un alternador monofásico síncrono de ca y de uno trifásico, que se muestran en las figuras 6-3a y b, respectivamente. Cada devanado de fase de un alternador trifásico se supone que tiene una resistencia efectiva de armadura por fase igual a  $R_a$ , una reactancia de armadura por fase igual a  $X_a$ , y un voltaje generado por fase igual a  $E_{gp}$ . Además, si la carga está balanceada, como hemos visto en la sección 5-9, se puede suponer que la caída de voltaje debida al efecto de la reacción de armadura es la misma en cada fase; por ejemplo,  $E_{ar}$ , o sea la caída de voltaje por reacción de armadura por fase.

Los componentes de la ecuación (6-2) se aplican igualmente bien a los alternadores polifásicos y a los monofásicos síncronos. Dado que los puntos sobre los diversos componentes de la ecuación (6-2) implican adición o sustracción fasorial, deben considerarse, a su vez, los diagramas de las diversas condiciones del factor de potencia para predecir las relaciones de voltaje y formular ecuaciones para la regulación de voltaje de un alternador síncrono de ca.

Sin embargo, antes de hacerlo, será mejor tener en cuenta los factores que pueden explicar las diferencias entre el voltaje generado por fase, sin carga ( $E_{gp}$ ), y el

voltaje entre terminales por fase ( $V_p$ ). El circuito equivalente que se muestra en la figura 6-3 emplea excitación separada de cd para los devanados de campo rotatorio en alternadores síncronos, tanto monofásicos como polifásicos. En consecuencia, cualquier cambio en voltaje de terminales motivado por la carga *no* afecta la excitación de la FEM de campo. En este aspecto, el alternador es semejante al generador de cd con excitación separada, y si se comparan los dos se encontrarán semejanzas y también diferencias.

## 6-6 COMPARACIONES ENTRE EL GENERADOR DE CD CON EXCITACION SEPARADA Y EL ALTERNADOR SINCRONO DE CA CON EXCITACION SEPARADA

Existen dos causas para la caída de voltaje desde el funcionamiento sin carga o en vacío hasta el funcionamiento a plena carga, en los generadores de cd con excitación separada: (1) la caída de voltaje en el circuito de armadura y (2) la reacción de armadura. La ecuación (6-2) indica que para el alternador síncrono con excitación separada existen *tres* causas de "caída" de voltaje: (1) caída de voltaje en el circuito de armadura, (2) reactancia de armadura, y (3) reacción de armadura. Además, parecería que para un alternador, si bien los primeros dos factores siempre tienden a reducir el voltaje generado, el tercero, o sea la reacción de armadura, puede tender a disminuir o a aumentar este voltaje generado [ecuación (6-2)].

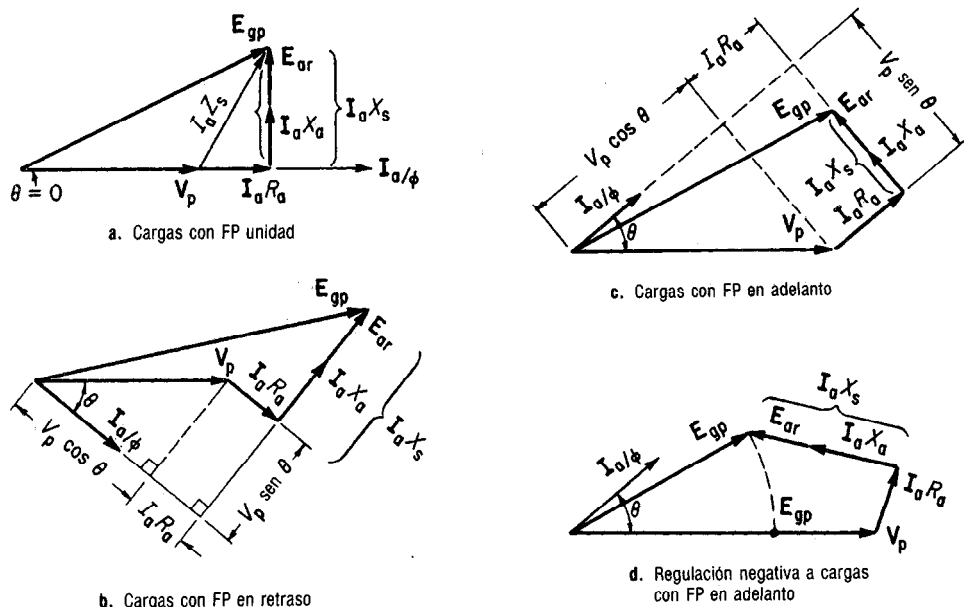
De este modo, la regulación de voltaje del alternador síncrono difiere de la del generador de cd con excitación separada en dos aspectos importantes:

1. Existe una caída de voltaje debida a la reactancia de armadura.
2. El efecto de reacción de armadura, dependiendo del factor de potencia de la carga, puede producir un voltaje que ayude o se oponga al voltaje generado y que tienda a aumentar o a disminuir el voltaje entre terminales [Ec. (6-2)].

Puesto que la naturaleza de la carga afecta la regulación de voltaje del alternador síncrono de ca, además de la corriente de carga  $I_a$ , consideremos la relación entre el voltaje generado y el de terminales de la antes mencionada máquina.

## 6-7 RELACION ENTRE VOLTAGE GENERADO Y VOLTAGE DE TERMINALES DE UN ALTERNADOR PARA VARIOS FACTORES DE POTENCIA DE CARGA

Como en el generador de cd, si *no hay carga* en el alternador síncrono con excitación separada, el voltaje entre las terminales y el voltaje generado son *iguales*, tal como lo indica la ecuación (6-2). La magnitud de las tres causas de caída de voltaje en el alternador síncrono, que se mencionaron en la sección 6-6, dependen tan sólo de la corriente de carga  $I_a$ . A continuación se muestra la influencia de esas magnitudes sobre las características de voltaje del alternador.



**Figura 6-4** Relación entre los voltajes generado (sin carga) y entre terminales (a plena carga) de un alternador síncrono para tres tipos de condiciones de carga.

### 6-7.1 Cargas con factor de potencia unidad

En la figura 6-4a se muestran las relaciones entre las diversas caídas de voltaje que producen una diferencia entre el voltaje generado y el de terminales. Con factor de potencia uno, la corriente de fase en la armadura,  $I_a$ , está en fase con el voltaje de fase entre terminales,  $V_p$ , por definición. La caída de voltaje por fase a través de la resistencia efectiva de la armadura,  $I_a R_a$ , también siempre se encuentra en fase con la corriente de armadura  $I_a$ . La caída de voltaje inductiva debida a la reactancia,  $I_a X_a$ , siempre está adelantada  $90^\circ$  con respecto a la corriente que pasa por la armadura, porque la corriente está retrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje en un circuito que tiene sólo reactancia inductiva. De la sección 5-9 y figura 5-12a, con factor de potencia *unidad*, la caída de voltaje por reacción en la armadura,  $E_{ar}$ , precede<sup>1</sup> a la corriente de armadura  $I_a$  que la produjo, y por tanto está siempre en fase con la caída de voltaje  $I_a X_a$  por reactancia de armadura. Se puede formular ahora la ecuación básica del ge-

<sup>1</sup> Este es un punto que normalmente causa cierta confusión en la mente del estudiante. El voltaje generado debido a la reacción de armadura, como se muestra en la Fig. 5-12a, está retrasado  $90^\circ$  con respecto a la corriente en la armadura con factor de potencia uno. El componente del voltaje total generado, necesario para superar el efecto del voltaje generado debido a la reacción de la armadura debe estar en la dirección contraria. Esta distinción está entre un voltaje *generado* y una *caída* de voltaje necesaria para superarlo. Además, el voltaje generado por la reacción de armadura siempre está retrasado  $90^\circ$  con respecto a la corriente de armadura y al flujo que la produce. La componente de caída de voltaje, necesaria para superar este voltaje generado debe preceder siempre  $90^\circ$  a la corriente de armadura, así como el componente del voltaje aplicado necesario para superar la FEM de autoinducción.

nerador, la ecuación (6-1), en forma compleja para cargas de factor de potencia unidad como la suma fasorial siguiente:

$$\mathbf{E}_{gp} = (\mathbf{V}_p + \mathbf{I}_a R_a) + j(\mathbf{I}_a X_s + \mathbf{E}_{ar}) \quad \text{volts (V)} \quad (6-3)$$

de la cual se han definido todos los términos en la ecuación (6-2).

En el diagrama de la figura 6-4a y en la ecuación (6-3) se puede ver que, con factor de potencia unidad, el voltaje por fase entre terminales  $\mathbf{V}_p$  siempre es menor que el voltaje generado por fase, en una caída total por impedancia igual a  $\mathbf{I}_a(R_a + jX_s)$ , siendo  $j\mathbf{I}_a X_s$  la caída de voltaje por *reactancia síncrona de cuadratura*, o caída de voltaje *combinada* debida a la *reactancia* y a la *reacción* de armadura.

### 6-7.2 Cargas con factor de potencia en retraso

Si la corriente de fase de armadura  $\mathbf{I}_a$  (por definición) *está retrasada* con respecto al voltaje de fase entre terminales  $\mathbf{V}_p$  un determinado ángulo  $\theta$ , como resultado de una carga externa, principalmente inductiva, a través del alternador síncrono de ca, se pueden representar los voltajes mediante el diagrama de la figura 6-4b. La caída  $\mathbf{I}_a R_a$  está todavía en fase con la corriente de fase en la armadura, y las caídas de voltaje por reactancia de cuadratura y por reacción de armadura preceden  $90^\circ$  a la corriente de armadura. Se siguen aplicando las relaciones de la ecuación (6-1) a esta condición, pero es más sencillo indicar el valor de  $\mathbf{E}_{gp}$  en términos de sus *componentes horizontal y vertical*:

$$\mathbf{E}_{gp} = (\mathbf{V}_p \cos \theta + \mathbf{I}_a R_a) + j(\mathbf{V}_p \sin \theta + \mathbf{I}_a X_s) \quad \text{volts (V)} \quad (6-4)$$

De acuerdo con el diagrama de la figura 6-4b y las ecuaciones (6-3) y (6-4), parecería que para obtener el mismo voltaje nominal de terminales por fase ( $\mathbf{V}_p$ ), se necesita un voltaje inducido *mayor* por fase ( $\mathbf{E}_{gp}$ ) con factores de potencia *en retraso*, que a factor de potencia unidad. Esto se muestra en el ejemplo 6-1.

#### EJEMPLO 6-1

Un alternador de 1000 kVA, 4600 V, 3  $\phi$ , conectado en Y tiene una resistencia de armadura igual a  $2 \Omega$  por fase y una reactancia síncrona de armadura  $X_s$  igual a  $20 \Omega$  por fase. Calcular el voltaje generado a plena carga por fase a

- Factor de potencia unidad
- Factor de potencia 0.75 en retraso.

#### Solución<sup>2</sup>

$$\mathbf{V}_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{4600 \text{ V}}{1.73} = 2660 \text{ V}$$

$$\mathbf{I}_p = \frac{\text{kVA} \times 1000}{3 \mathbf{V}_p} = \frac{1000 \times 1000}{3 \times 2660} = 125 \text{ A}$$

$$\text{Caída } \mathbf{I}_a R_a / \text{fase} = 125 \text{ A} \times 2 \Omega = 250 \text{ V}$$

$$\text{Caída } \mathbf{I}_a X_s / \text{fase} = 125 \text{ A} \times 20 \Omega = 2500 \text{ V}$$

- Con factor de potencia unidad,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_g &= (\mathbf{V}_p + \mathbf{I}_a R_a) + j\mathbf{I}_a X_s \\ &= (2660 + 250) + j2500 \\ &= 2910 + j2500 = \mathbf{3836 \text{ V/fase}} \end{aligned} \quad (6-3)$$

- Con FP 0.75 en retraso,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_g &= (\mathbf{V}_p \cos \theta + \mathbf{I}_a R_a) \\ &\quad + j(\mathbf{V}_p \sin \theta + \mathbf{I}_a X_s) \quad (6-4) \\ &= [(2660 \times 0.75) + 250] \\ &\quad + j[(2660 \times 0.661) + 2500] \\ &= 2245 + j4259 \\ &= \mathbf{4814 \text{ V/fase}} \end{aligned}$$

<sup>2</sup> Nótese que la solución se lleva a cabo en una modalidad por fase, debido a que la definición básica del factor de potencia está en esos términos.

Vale la pena repetir que el ejemplo 6-1 muestra que, bien sea con un factor de potencia unidad, o con un factor de potencia en retraso, en todo momento, el voltaje generado por fase es *mayor* que el voltaje de terminales por fase, y que la regulación de voltaje *siempre es positiva* (véase ejemplo 6-3).

### 6-7.3 Factores de potencia en adelanto

Si la corriente de fase de armadura  $I_a$  (por definición) *está adelantada* determinado ángulo  $\theta$  con respecto al voltaje de fase  $V_p$  entre terminales, como resultado de una carga externa que contenga un componente capacitivo, a través del alternador síncrono de ca, se pueden representar los voltajes como en la figura 6-4c. La caída  $I_a R_a$  siempre está en fase con la corriente de fase en la armadura, y la caída por reactancia síncrona de cuadratura,  $I_a X_s$ , antecede  $90^\circ$  a la corriente de armadura. Si representamos a  $E_{gp}$  en términos de los componentes horizontal y vertical se obtiene

$$E_{gp} = (V_p \cos \theta + I_a R_a) + j(V_p \sin \theta - I_a X_s) \quad \text{volts (V)} \quad (6-5)$$

De acuerdo con el diagrama de la figura 6-4c y la ecuación 6-5, parecería que para el mismo voltaje nominal de terminales, se necesita generar *menos* voltaje para un factor de potencia en *adelanto* que para uno en retraso. Esto se muestra en el ejemplo 6-2.

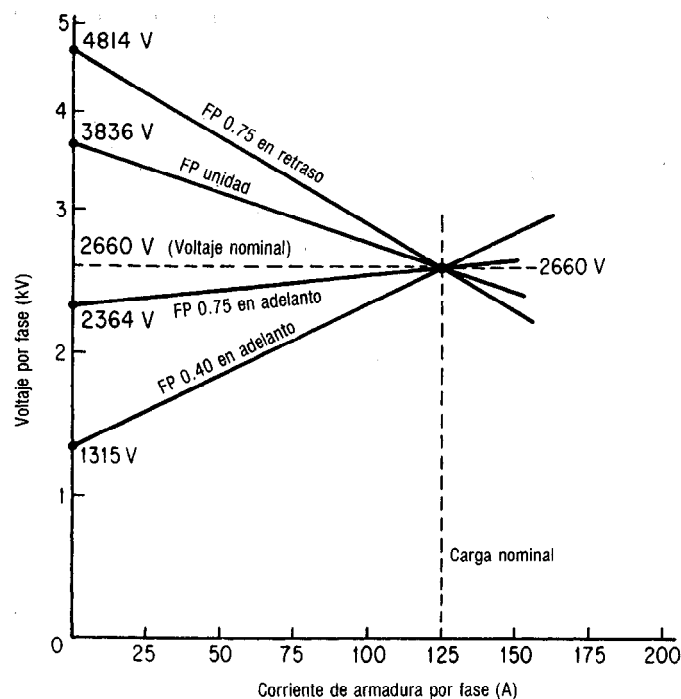
<b>EJEMPLO 6-2</b>	<b>Solución</b>
Repetir el ejemplo 6-1 para calcular el voltaje	Del ejemplo 6-1,
generado por fase a plena carga con	$V_p = 2660 \text{ V}$
a. Una carga de FP 0.75 adelantado	$I_a R_a / \text{fase} = 250 \text{ V}$
b. Una carga de FP 0.40 adelantado	$I_a X_s / \text{fase} = 2500 \text{ V}$
	a. Con FP 0.75 en adelanto,
	$E_g = (V_p \cos \theta + I_a R_a)$
	$+ j(V_p \sin \theta - I_a X_s) \quad (6-5)$
	$= [(2660 \times 0.75) + 250]$
	$+ j[(2660 \times 0.661) - 2500]$
	$= 2245 - j742 = \mathbf{2364 \text{ V/fase}}$
	b. Con FP 0.40 en adelanto,
	$E_g = [(2660 \times 0.4) + 250]$
	$+ j[(2660 \times 0.9165) - 2500] \quad (6-5)$
	$= 1314 - j62 = \mathbf{1315 \text{ V/fase}}$

El ejemplo 6-2 muestra que con los dos factores de potencia en adelanto, el voltaje generado por fase es *menor* que el voltaje de terminales por fase, y que la regulación de voltaje es *negativa*. (Véase también el ejemplo 6-3.)

## 6-8 REGULACION DE VOLTAJE DE UN ALTERNADOR SINCRONO DE CA CON VARIOS FACTORES DE POTENCIA

Los ejemplos 6-1 y 6-2 sirven para mostrar dos facetas del efecto de las cargas con factor de potencia en adelanto o atraso en el voltaje generado y, a su vez, en la regulación del voltaje, que son:





**Figura 6-5** Regulación de voltaje de un alternador a diversos factores de potencia, habiendo ajustado la corriente de campo para dar voltaje nominal a carga nominal.

1. Mientras menor sea el factor de potencia en adelante, mayor es el *aumento* de voltaje entre el funcionamiento sin carga ( $E_{gp}$ ) y el funcionamiento a plena carga ( $V_p$ ).
2. Mientras menor sea el factor de potencia en atraso, mayor es la *disminución* de voltaje desde el funcionamiento sin carga ( $E_{gp}$ ) hasta el funcionamiento a plena carga ( $V_p$ ).

Esto se puede ver también en la representación gráfica que toma los datos de estos ejemplos y se muestran en la **figura 6-5**.

La figura 6-5 indica también que si se eleva el factor de potencia desde un valor en retraso hasta factor de potencia uno esto aún no es suficiente para producir regulación de voltaje de cero por ciento y que el voltaje de terminales seguirá decreciendo en tanto que se aplique carga puramente resistiva al alternador. La figura muestra también los efectos de la reacción de armadura (sección 5-9).

Con cargas *en adelante*, la reacción de armadura es *de magnetización* y tiende a producir *más* voltaje generado cuando se aplica la carga, produciendo una regulación *negativa*, como se muestra en la figura 6-4d. Este alto voltaje generado es más que suficiente para compensar la caída de voltaje resistivo interno en la armadura. A determinado factor de potencia en adelante, como se muestra en la Fig. 6-5, la magnetización adicional producida por la reacción de armadura se compensa exactamente por las caídas internas de voltaje, y la regulación de voltaje es cero.

Con cargas en retraso, la reacción de armadura es de *desmagnetización* (sección 5-9), y su efecto de reducir el voltaje generado, aunado con las caídas de voltaje inter-

### EJEMPLO 6-3

Calcular la regulación de voltaje con los cuatro factores de potencia que se calcularon en los ejemplos 6-1 y 6-2, y que se muestran, respectivamente, en la figura 6-5.

#### Solución

a. Con FP 0.75 en retraso,

$$RV = \frac{4814 - 2660}{2660} \times 100 = 81.0 \text{ por ciento}$$

b. Con factor de potencia unidad,

$$RV = \frac{3836 - 2660}{2660} \times 100 = 44.2 \text{ por ciento}$$

c. Con FP 0.75 en adelanto,

$$RV = \frac{2364 - 2660}{2660} \times 100 = -11.13 \text{ por ciento}$$

d. Con FP 0.40 en adelanto,

$$RV = \frac{1315 - 2660}{2660} \times 100 = -50.6 \text{ por ciento}$$

nas de armadura reactiva y resistiva tiene por consecuencia una disminución rápida del voltaje de terminales al aplicar la carga, como se muestra en la figura 6-5.

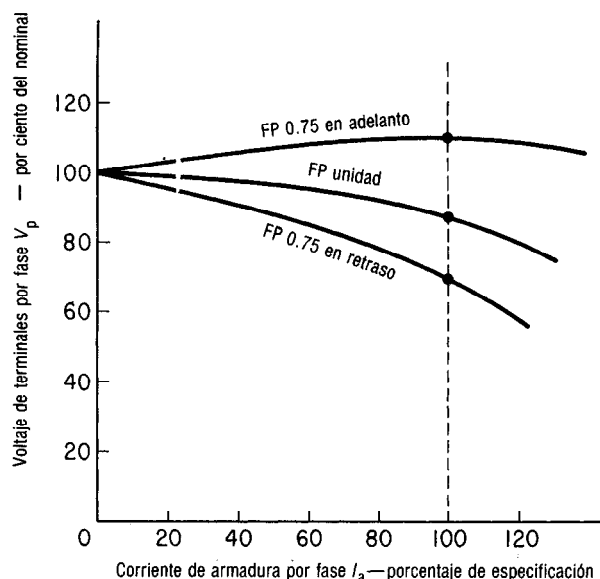
La regulación de voltaje de un alternador es la misma que la de un generador de cd, o sea

$$RV (\text{porcentaje de regulación de voltaje}) = \frac{V_{nl} - V_n}{V_n} \times 100 \quad (3-9)$$

y se calcula normalmente en la modalidad por fase, aunque se pueden usar los valores de voltaje de línea, con los mismos resultados.

Se debe subrayar que la regulación de un generador de cd con excitación separada (cuyo voltaje baja con la aplicación de carga debido a la resistencia de armadura y a la reacción de armadura) es intrínsecamente mejor que la de un alternador síncrono con excitación separada. Como las cargas eléctricas *comerciales* en general son de naturaleza *en retraso*, el voltaje de un alternador con excitación separada bajará debido a la resistencia, reactancia y reacción de armadura. El efecto de la reacción de armadura en un generador de cd es, principalmente, de magnetización cruzada y ligeramente de desmagnetización, mientras que en un alternador su componente de desmagnetización es el flujo de armadura,  $\phi_a \sin \theta$  (sección 5-9).

Los efectos de la reacción de armadura generalmente son *compensados* en un dínamo de cd; pero, aunque se han hecho muchos intentos de producir una acción compuesta con alternadores para compensar la reacción de armadura a varios factores de potencia, ninguno ha tenido éxito. Por tanto, en la práctica se ignora la mala regulación inherente al alternador y su salida se mantiene a voltaje constante entre terminales mediante *reguladores de voltaje* externos. Esos reguladores aumentan o disminuyen en forma automática la excitación del campo, de un generador de cd (excitador o excitatriz) con cambios en la carga eléctrica y el factor de potencia. La excitatriz está generalmente sobre el mismo eje del primomotor y el alternador. Sus características en general están estrechamente relacionadas con la regulación del alternador, es decir, si el excitador o excitatriz debe mantener un voltaje constante dentro de un amplio rango de cargas, los límites de corriente de campo, potencia y capacidad del excitador dependen de la cantidad de corriente de campo que necesita el alternador para mantener una buena regulación.



**Figura 6-6** Regulación de voltaje para diversos factores de potencia de la carga con corriente de campo constante, para funcionamiento en vacío y con todos los valores de carga.

Las regulaciones de voltaje se obtuvieron en la figura 5-5 ajustando la corriente de campo para dar voltaje nominal a carga *nominal*. Si se ajusta la corriente de campo al voltaje nominal *sin carga*, o *en vacío*, y se mantiene constante, el efecto del factor de potencia de la carga es tal como se muestra en la **figura 6-6**. Un factor de potencia con el suficiente *adelanto* produce un *aumento* de voltaje. Los factores de potencia *uno* y *en retraso* siempre producen una *caída* en el voltaje de terminales al aplicar la carga.

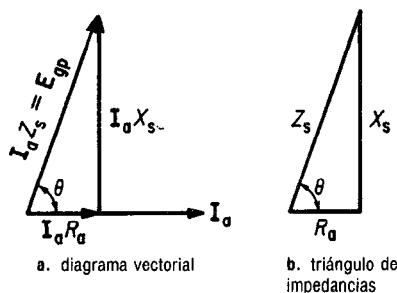
## 6-9 IMPEDANCIA SINCRONA

La diferencia entre el voltaje generado,  $E_{gp}$  y el voltaje de terminales,  $V_p$  por fase de un alternador, como indica la ecuación (6-1) y aparece en la figura 6-4a, es la caída de voltaje por impedancia síncrona  $I_a Z_s$ . Esta misma diferencia, de hecho, existe entre  $V_p$  y  $E_{gp}$  para cualquier factor de potencia y para cualquier carga, como se ve en los diversos diagramas de la figura 6-4.

La caída de voltaje por impedancia síncrona es, siempre, la suma fasorial de la caída de voltaje por resistencia efectiva de armadura por fase y las caídas de voltaje de cuadratura equivalentes que se deben a la reactancia y reacción de armadura por fase para la misma carga. Todas las caídas de voltaje que implican impedancia síncrona, por definición, se toman a la  $I_a$  de plena carga.

El diagrama fasorial se muestra en la **figura 6-7a**, usando como referencia a la corriente de armadura  $I_a$ . Si cada una de las caídas de voltaje en el diagrama fasorial se divide entre la corriente de armadura (común), se obtiene un *triángulo de impedancia* en el cual se representan la resistencia efectiva de armadura, la reactancia síncrona en cuadratura y la impedancia síncrona, por fase, como se muestra en la figura 6-7b.

El concepto de la impedancia síncrona interna equivalente poseída por un alternador es semejante al de la resistencia interna del circuito equivalente de armadura que tiene una dínamo de cd (Fig. 3-1). Si se conoce la resistencia de circuito de arma-



**Figura 6-7** Diagrama fasorial y triángulo de impedancia para la impedancia síncrona de un alternador.

dura de una dínamo de cd, es posible calcular el voltaje entre terminales de un generador de cd o la fuerza contraelectromotriz de un motor de cd para cualquier valor de carga. De igual modo, si se conocen la resistencia efectiva de armadura por fase y la reactancia síncrona por fase, también es posible calcular la FEM generada de un alternador o motor síncronos.

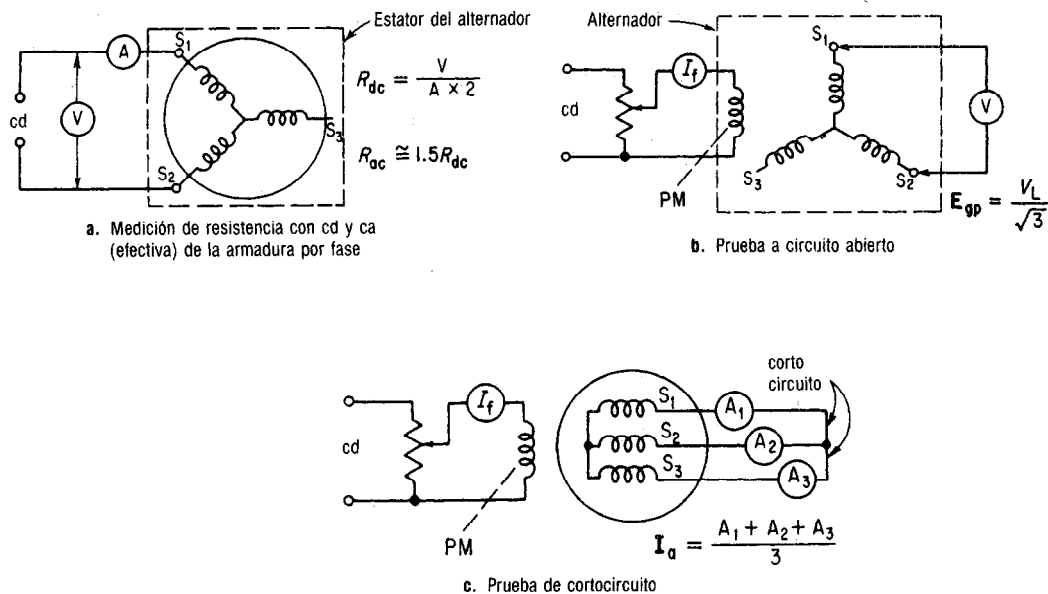
La ventaja del concepto de impedancia síncrona es que permite considerar la caída de voltaje de cuadratura necesaria para compensar el voltaje debido a la reacción de armadura, como un componente de la impedancia reactiva. Lo anterior es posible ya que este voltaje siempre está en cuadratura con la corriente de armadura, como se indicó anteriormente.

La impedancia síncrona y la resistencia efectiva por fase se determinan mediante pruebas específicas de acuerdo con una técnica llamada *método de impedancia síncrona*. Los resultados dan un valor de la reactancia síncrona que, cuando se usa en las diversas ecuaciones de voltaje, produce una regulación de voltaje para el alternador algo *mayor* que la que realmente se obtiene con *carga directa*. Por este motivo, se ha dicho que el método de impedancia síncrona es un "método pesimístico." Pero su simplicidad, aunada con la seguridad de que la máquina podrá, en el trabajo real, producir mejor regulación, ha conducido a su uso casi universal.<sup>3</sup>

## 6-10 METODO DE LA IMPEDANCIA SINCRONA (O FEM) PARA PREDICCIÓN DE LA REGULACIÓN DE VOLTAJE

Un solo alternador comercial puede tener una capacidad tan alta como 500 000 kVA, o sea 500 millones de W a factor de potencia unidad. Es difícil cargar eléctricamente un alternador de éstos para determinar sus características de voltaje y eficiencia; y para obtener esta carga habría que "pedir prestada" una ciudad de gran tamaño. Además, si se construye el alternador en una planta eléctrica y se le quiere emplear con determinadas turbinas de vapor o hidroeléctricas, no está garantizada la disponibilidad de primomotores en las cercanías de la planta que sean lo suficientemente grandes para dar movimiento al alternador a su potencia nominal.

<sup>3</sup> Otros métodos, como el de la fuerza magnetomotriz (método optimista), el de Potier, el de reactancia síncrona ajustada y el de ASA, que se emplea principalmente para cálculos de la corriente de campo necesaria para determinadas condiciones de operación de carga y factor de potencia, están fuera del alcance de este libro. Véase sección 6-11.



**Figura 6-8** Conexiones de circuito de prueba para impedancia síncrona.

Por tanto, se acostumbra probar las dinamos de gran capacidad mediante una técnica "convencional" sin carga que reproduzca o *simule* las condiciones de carga. Esta técnica emplea sólo una *fracción* de la potencia en comparación con la carga directa que necesitaría. El método que se emplea para determinar la *resistencia efectiva de armadura por fase* se muestra en la **figura 6-8a**. El método de la *impedancia síncrona*, que consiste en pruebas a *circuito abierto* y en *cortocircuito* se muestra en las figuras 6-8 b y c. Son necesarias las *tres* mediciones para el cálculo de la regulación.

La resistencia efectiva de armadura por fase se puede calcular a partir de la *prueba con cd* que se muestra en la figura 6-8a. Se *supone* que la armadura está conectada en estrella. Aun si está conectada en delta, la hipótesis de la conexión en estrella conduce a los mismos resultados; véanse ejemplos 6-4 y 6-5. Se acostumbra emplear una fuente de cd de bajo voltaje y el método del voltímetro-amperímetro, y no una fuente de ca y un wáttmetro (o vatímetro). Se usa corriente directa debido a que el método con corriente alterna comprendería las pérdidas acopladas en la estructura de los polos de campo y su hierro vecino, produciendo valores erróneos. La resistencia de cd por fase es

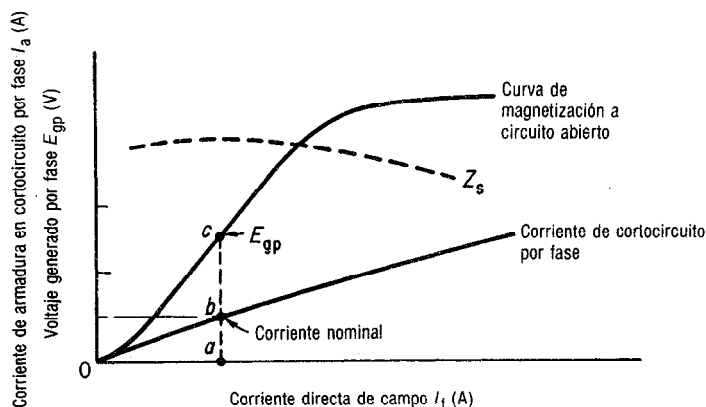
$$R_{dc} = \left( \frac{1}{2} \right) \frac{\text{Indicación del voltímetro}}{\text{Indicación del amperímetro}} = \frac{V}{A \times 2}$$

Se obtiene la resistencia de ca por fase multiplicando la de cd por un factor que varía desde 1.2 hasta aproximadamente 1.8, dependiendo de la frecuencia, calidad del aislamiento, tamaño, capacidad, etc. Para nuestros fines, usaremos un factor igual a 1.5 al calcular la resistencia efectiva (ca) de armadura por fase.

Como se dijo, la prueba de impedancia síncrona consiste de dos partes más:

1. **La prueba a circuito abierto.** Se obtiene una curva de magnetización con excitación separada y sin carga para el alternador, trabajando a la *velocidad síncrona*. Se conecta un amperímetro de cd en el circuito de campo para registrar la corriente de campo, y un voltímetro de cd se conecta entre las dos terminales del estator para indicar el voltaje de línea  $V_L$ . Se toman las lecturas suficientes, comenzando con cero corriente de campo, tanto abajo como arriba de la rodilla de la curva. En cada caso, se registran la corriente de campo  $I_f$  y el voltaje generado de fase  $E_{gp}$  (es decir,  $V_L/\sqrt{3}$ ), y se grafica una *curva de saturación* como se muestra en la figura 6-9. Como en el caso de la curva de magnetización, se deben tomar los resultados en una dirección para evitar los pequeños ciclos de histéresis.
2. **La prueba de cortocircuito.** Se construye la curva característica de cortocircuito conectando amperímetros en la línea para conocer la corriente de línea, aun cuando el alternador esté conectado en delta. Se ajusta a cero la corriente de campo y se lleva el alternador a su velocidad. Se anotan los resultados de la corriente de campo de cd contra una corriente alterna de armadura en cortocircuito. Se grafican los resultados como se muestra en la figura 6-9. Se debe hacer nota que esta curva es completamente lineal; esto es evidente tanto por la ecuación (6-1) como por la figura 6-7a.

El cortocircuito, el voltaje de terminales del alternador es cero. El voltaje de fase total generado  $E_{gp}$  es necesario para vencer la caída interna por impedancia síncrona ( $I_a Z_s$ ) por fase. Dado que  $Z_s$  es casi constante para una máquina determinada, la corriente de cortocircuito varía directamente con el voltaje generado y la corriente de campo necesaria para producirla, abajo de la saturación. Como la impedancia interna es una carga bastante retrazada y de bajo factor de potencia, el efecto desmagnetizante es tal que reduce mucho el flujo de campo y el voltaje generado. Así, se pueden usar corrientes de campo bastante grandes sin producir corrientes de cortocircuito demasiado altas.



**Figura 6-9** Curvas características de circuito abierto y cortocircuito para un alternador síncrono.

Se acostumbra promediar las indicaciones de los tres amperímetros en la figura 6-8c, aunque se puede usar uno solo.

Cuando la corriente de armadura en cortocircuito por fase es igual a la corriente de plena carga, o corriente nominal, y cuando la velocidad y frecuencia del alternador corresponden a sus valores nominales respectivos, si se eliminara el cortocircuito manteniéndose constante la corriente de campo, se podría medir el voltaje generado entre las terminales de la armadura a circuito abierto. El empleo de las curvas permite esta técnica con menos peligro para el personal y la máquina, la cual puede tener un voltaje nominal tan alto como 13 200 V/fase o aun mayor.

Como se muestra en la figura 6-9, el punto *b* representa la corriente nominal de armadura y la corriente de campo por fase; y *a*, la excitación necesaria para producir corriente de cortocircuito. Pero esta *misma* excitación producirá un voltaje generado a circuito abierto igual a  $E_{gp}$ , que corresponde al punto *c*. Puesto que el voltaje de terminales es cero en la ecuación (6-1), se puede escribir

$$E_{gp} = I_a Z_p \quad \text{o} \quad Z_p = |E_{gp}/I_a| \quad I_f = k \quad (6-6)$$

siendo  $I_a$  la corriente nominal o de plena carga por fase

$E_{gp}$  el voltaje a circuito abierto producido por la *misma corriente de campo* que originó la corriente nominal de cortocircuito por fase

$Z_p$  la impedancia síncrona por fase

Las diversas ecuaciones para regulación de voltaje se presentan en términos de las caídas de voltaje producidas por la resistencia efectiva de armadura por fase y por la reactancia síncrona por fase; por tanto, la diferencia fasorial para  $X_s$  es

$$X_s = \sqrt{Z_p^2 - R_a^2} \quad (6-7)$$

en la cual  $X_s$  es la reactancia síncrona por fase

$Z_p$  es la impedancia síncrona por fase, determinada mediante la prueba de cortocircuito y la ecuación (6-6).

$R_a$  es la resistencia efectiva de armadura por fase, determinada por la prueba de resistencia a cd.

También es posible combinar las ecuaciones (6-1) a (6-5) en una ecuación general que funciona igualmente bien para todas las condiciones de factor de potencia y de carga, esto es,

$$E_{gp} = (V_p \cos \theta + I_a R_a) + j(V_p \sin \theta \pm I_a X_s) \quad (6-8)$$

todos los términos de la cual son los mismos que los de la ecuación (6-5), y se usa el signo más (+) para cargas con factor de potencia unidad y *en retraso*, y el signo menos (−) sólo para cargas *en adelanto*.

Un examen de la ecuación (6-5) muestra que se usa el menos en el término imaginario, o de las *j*, sólo para cargas en adelanto. Igualmente, el examen de la ecuación

(6-4) muestra que el signo más se usa en el término imaginario para cargas en retraso. Con factor de potencia *unidad*, el término  $\cos \theta$  es uno y el término  $\sin \theta$  es cero. En consecuencia, el término real es  $V_p + I_a R_a$ , mientras que el término imaginario tan sólo se reduce a  $j I_a X_s$ . Esto es esencialmente lo mismo que la ecuación (6-3). A continuación presentamos unos ejemplos que ayudarán a aclarar todo lo anterior.

#### EJEMPLO 6-4

Un alternador trifásico de 100 kVA, 1100 V, se prueba de acuerdo con el procedimiento descrito en la sección 6-10 para determinar su regulación bajo diversas condiciones de carga y factor de potencia. Los datos obtenidos son los siguientes:

Prueba de resistencia a cd	Prueba a circuito abierto	Prueba en cortocircuito
$E$ entre líneas = 6V cd	Corriente de campo = 12.5A cd	Corriente de campo = 12.5 A cd
$I$ en líneas = 10 A cd	$E$ entre líneas = 420 V ac	Corriente de valor Nomin.

De los datos de arriba, suponiendo que el alternador está conectado en estrella, calcular  
a. La resistencia efectiva, impedancia síncrona y reactancia por fase  
b. La regulación de voltaje del alternador a FP 0.8 en retraso y 0.8 en adelanto.

#### Solución

Suponiendo que el alternador está conectado en estrella,

$$\begin{aligned}
 \text{a. } I_a \text{ nom} &= \frac{\text{kVA} \times 1000}{V_L \sqrt{3}} = \frac{100\,000}{1100 \times 1.73} \\
 &= 52.5 \text{ A} \\
 R_{dc} &= \frac{V_L}{2I_a} = \frac{6 \text{ V}}{2 \times 10} = 0.3 \text{ } \Omega / \text{devanado} \\
 R_{ac} &= 0.3 \times 1.5 = 0.45 \text{ } \Omega / \text{fase} \\
 Z_p &= \frac{E_{gp}}{I_a \sqrt{3}} = \frac{420}{\sqrt{3} \times 52.5} \\
 &= 4.62 \text{ } \Omega / \text{fase} \quad (6-6) \\
 X_s &= \sqrt{Z_p^2 - R_a^2} \\
 &= \sqrt{(4.62)^2 - (0.45)^2} \\
 &= 4.6 \text{ } \Omega / \text{fase} \quad (6-7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } V_p &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{1100}{\sqrt{3}} = 635 \text{ V/fase} \\
 I_a R_a &= 52.5 \text{ A} \times 0.45 \text{ } \Omega = 23.6 \text{ V/fase} \\
 I_a X_s &= 52.5 \text{ A} \times 4.61 \text{ } \Omega = 242 \text{ V/fase} \\
 \text{A FP 0.8 en retraso,} \\
 E_{gp} &= (V_p \cos \theta + I_a R_a) \\
 &\quad + j(V_p \sin \theta + I_a X_s) \quad (6-8) \\
 &= [(635 \times 0.8) + 23.6] \\
 &\quad + j[(635 \times 0.6) + 242] \\
 &= 532 + j623 = 819 \text{ V/fase}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Regulación porcentual de voltaje} &= \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \\
 &\quad \times 100 \quad (3-9) \\
 &= \frac{819 - 635}{635} \times 100 \\
 &= 29 \text{ por ciento}
 \end{aligned}$$

A FP 0.8 en adelanto,

$$\begin{aligned}
 E_{gp} &= (V_p \cos \theta + I_a R_a) \\
 &\quad + j(V_p \sin \theta - I_a X_s) \quad (6-8) \\
 &= [(635 \times 0.8) + 23.6] \\
 &\quad + j[(635 \times 0.6) - 242] \\
 &= 532 + j139 = 550 \text{ V/fase}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Regulación porcentual de voltaje} &= \frac{550 - 635}{635} \\
 &\quad \times 100 \quad (3-9) \\
 &= -13.4 \text{ por ciento}
 \end{aligned}$$



### EJEMPLO 6-5

Repetir todas las partes del ejemplo 6-4 suponiendo que el alternador está conectada internamente en delta y que se obtuvieron las mismas mediciones.

#### Solución

Suponiendo que el alternador está conectado en delta,

$$V_L = V_p = 420 \text{ V} \quad (\text{de la prueba en cortocircuito})$$

$$I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{52.5 \text{ A}}{1.73} = 30.31 \text{ A}$$

$$Z_s = \frac{420 \text{ V}}{30.31 \text{ A}} = 13.86 \Omega / \text{fase}$$

$$R_{\text{eff}} \text{ en } \Delta = 3 \times R_{\text{eff}} \text{ en } Y = 3 \times 0.45 \Omega / \text{fase} = 1.35 \Omega / \text{fase}$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_{\text{eff}}^2} = \sqrt{(13.86)^2 - (1.35)^2} = 13.8 \Omega / \text{fase} \quad (6-7)$$

Nótese que en cada caso la resistencia equivalente, reactancia e impedancia por fase conectadas en delta es 3 veces el valor que tienen cuando se conectan en estrella (véase ejemplo 6-4).

$$\begin{aligned} \text{Voltaje nominal } V_L = V_p &= 1100 \text{ V e } I_p \\ &= 30.31 \text{ A/fase} \\ I_a R_a &= 30.31 \times 1.35 \\ &= 40.9 \text{ V/fase} \\ I_a X_s &= 30.31 \times 13.8 \\ &= 418 \text{ V/fase} \end{aligned}$$

Con FP 0.8 en retraso,

$$\begin{aligned} E_{gp} &= (V_p \cos \theta + I_a R_a) \\ &\quad + j(V_p \sin \theta + I_a X_s) \quad (6-8) \\ &= [(1100 \times 0.8) + 40.9] \\ &\quad + j[(1100 \times 0.6) + 418] \\ &= 920.9 + j1078 \\ &= 1418 \text{ V/fase} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Regulación porcentual de voltaje} &= \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \\ &\quad \times 100 \quad (3-9) \\ &= \frac{1418 - 1100}{1100} \times 100 \\ &= 29 \text{ por ciento} \\ &\quad (\text{como en el ejemplo 6-4}) \end{aligned}$$

Con FP 0.8 en adelanto,

$$\begin{aligned} E_{gp} &= (V_p \cos \theta + I_a R_a) \\ &\quad + j(V_p \sin \theta - I_a X_s) \quad (6-8) \\ &= [(1100 \times 0.8) + 40.9] \\ &\quad + j[(1100 \times 0.6) - 418] \\ &= 920.9 + j242 \\ &= 952 \text{ V/fase} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Regulación porcentual de voltaje} &= \frac{952 - 1100}{1100} \\ &\quad \times 100 \quad (3-9) \\ &= -13.4 \text{ por ciento} \\ &\quad (\text{como en el ejemplo 6-4}) \end{aligned}$$

Los ejemplos 6-4 y 6-5 demuestran de manera concluyente que, *independientemente* de cuál adopción (delta o estrella) se haga para el alternador, cuando los cálculos se llevan a cabo *en forma consistente y por completo*, se obtienen *los mismos* resultados. Se *recomienda* la hipótesis en estrella debido a la simplicidad relativa de la cd y la resistencia efectiva entre las líneas. Además, la mayor parte de los alternadores están conectados realmente en estrella, porque se puede sacar una conexión neutra para dar un circuito de protección a tierra. Además, la conexión en estrella produce en forma automática un mayor voltaje de línea para un voltaje dado de fases y, por tanto, se le prefiere cuando se transmite corriente alterna a grandes distancias.

### 6-11 HIPOTESIS INHERENTES AL METODO DE LA IMPEDANCIA SINCRONA

El examen de la figura 6-9 y la ecuación (6-6) revela que la impedancia síncrona es, siempre, la relación entre el voltaje de la curva a circuito abierto y la corriente de la

curva de cortocircuito. Cuando las dos curvas son *rectas*, o *lineales*, la impedancia síncrona es *constante*, es decir, la relación de dos puntos de líneas rectas. Sin embargo, arriba de la joroba de la curva de saturación, disminuye la impedancia síncrona medida que las curvas se aproximan entre sí. Como se muestra en la figura 6-8, la impedancia síncrona se obtiene muy *abajo* de la saturación y por lo tanto es *mayor* que la correspondiente a las condiciones normales de funcionamiento.

Sin embargo, lo que es peor, como se puede ver en los ejemplos 6-4 y 6-5, es que la *resistencia de la armadura es despreciable* en comparación con la reactancia síncrona por fase. Por tanto, bajo condiciones de cortocircuito, la corriente en la armadura está retrasada casi  $90^\circ$  con respecto al voltaje generado, y la reacción de armadura es casi totalmente *desmagnetizante*, mucho mayor que bajo condiciones normales. Este efecto desmagnetizante reduce todavía más el grado de saturación. Por tanto, el efecto debido a la reacción de armadura es *demasiado* pronunciado, y los valores correspondientes de la impedancia y reactancia síncrona, calculados con este método, son *demasiado grandes*. A veces se hace el intento de compensar lo anterior reduciendo la *reactancia síncrona* mediante un factor igual a 0.75 del valor calculado.

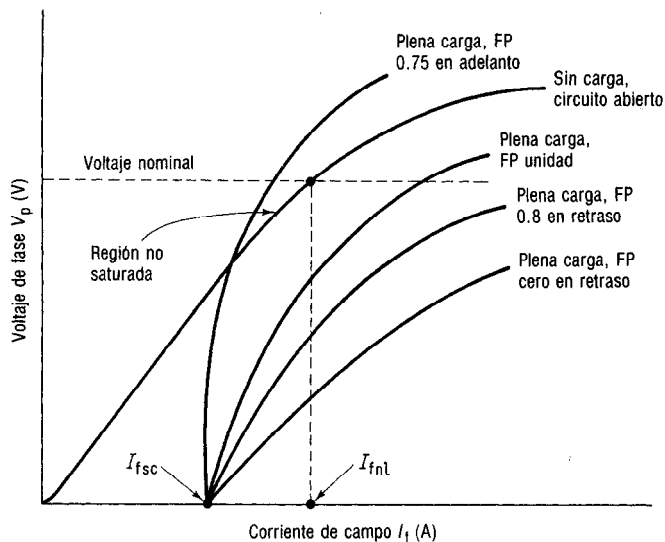
Otra hipótesis nos regresa a las figuras 6-3 y 6-4, cuando supusimos que los efectos del flujo de reacción de armadura inducen un voltaje que se puede sumar a la caída de voltaje por reactancia de armadura, y que este voltaje es función de la corriente de carga. Ninguna de esas hipótesis es completamente correcta, porque el desplazamiento del flujo de armadura varía con el factor de potencia y también con la corriente de carga, y se produce una distorsión del flujo principal de campo, como se ve en la figura 5-3. Así, el *flujo de armadura* y su FEM resultante (el motivo por el que al método se le llame método de FEM) *no siempre* se puede suponer que estén *en fase* con la reactancia de armadura.

Otra hipótesis más es que la trayectoria del flujo de armadura, que se produce por la fuerza magnetomotriz de la armadura, es constante en el hierro de ésta, el entrehierro y los polos de campo. Sin embargo, cuando varía el flujo de armadura con el factor de potencia, la reluctancia del circuito magnético varía, especialmente en máquinas de polos salientes que tienen grandes espacios interpolares. Esta variación en reluctancia y flujo de armadura con el factor de potencia, más que con la corriente de carga, origina algunas diferencias entre los valores reales, de carga directa, y los calculados de la regulación, mediante el método de impedancia síncrona.

Las tres hipótesis que acabamos de mencionar conducen al lector a la conclusión de que el punto débil fundamental del método de impedancia síncrona es que supone que la impedancia síncrona de la dinamo es constante. En realidad, la figura 6-9 muestra que es una cantidad ¡que puede variar dentro de márgenes muy amplios!

Finalmente, se tiene el simple hecho de que, aunque la corriente de campo es la misma, el voltaje de circuito abierto  $E_{gp}$  se mide cuando la dinamo está magnéticamente *saturada*, mientras que la corriente de cortocircuito  $I_{asc}$  se mide bajo condiciones *no saturadas*, ¡a factores de potencia *extremadamente bajos*!

Al examinar la **figura 6-10** se encuentra un indicio de esta última complicación. En esa figura se muestran las curvas de magnetización a varios factores de potencia tomados bajo condiciones de carga nula y a carga nominal. Se obtiene el voltaje nominal de fase bajo condiciones de circuito abierto, o sin carga, a una corriente de campo  $I_{fsc}$ . Si se ponen en corto las terminales de salida del alternador (Fig. 6-8c), la corriente de campo a la carga nominal es  $I_{fcc}$ , es decir, la corriente de campo que se mide durante



**Figura 6-10** Curvas de magnetización a varios factores de potencia, sin carga y a plena carga.

la prueba de cortocircuito. Si entonces se quita el corto y se aplican varias cargas con varios factores de potencia, la corriente de campo que se necesita para mantener la carga nominal varía ampliamente con el factor de potencia, como indica la figura 6-10. En efecto, esa figura muestra que se obtiene el voltaje *nominal* con menores corrientes de campo cuando se mejora el factor de potencia desde cargas con mucho retraso a cargas con mucho adelanto.

La figura 6-10 explica muy bien el significado de la *relación de cortocircuito*, que se define como la relación entre la corriente de campo que se necesita para producir el voltaje nominal sin carga y la corriente de campo necesaria para producir la corriente de armadura nominal en la prueba de cortocircuito. Como la corriente de cortocircuito se produce a un factor de potencia bajo en retraso, es obvio que esta relación debe ser menor que la unidad. Se puede demostrar que la relación de cortocircuito también es aproximadamente igual al *recíproco* de la **impedancia por unidad** del alternador, tal como se describe al final de la sección 13-10.4.

Por todas las razones que se han mencionado arriba, se dice que el método de la impedancia síncrona produce un valor denominado la *reactancia síncrona aproximada*, o  $X_s$ .

A pesar de la debilidad teórica del método de la impedancia síncrona o método de la FEM para determinar la regulación del alternador, *es* el que se lleva a cabo, se calcula y se comprende con mayor facilidad. El valor "pesimista" de la reactancia síncrona<sup>4</sup> no es una desventaja si uno tiene esto en cuenta y puede compensarlo.

<sup>4</sup> Un método más exacto que a veces se usa para determinar la reactancia síncrona es el llamado método del "deslizamiento," que usa los componentes de la reactancia síncrona:  $X_d$ , la reactancia síncrona directa, y  $X_q$ , la reactancia síncrona en cuadratura. Se trazan diagramas vectoriales empleando las variaciones en esas reactancias con la posición de los polos con respecto al estator, y se determina el  $E_{gp}$  en esos diagramas. Los detalles de este método quedan más allá del alcance de este volumen. Se puede tener más información remitiéndose a B. L. Robertson y L. J. Blakc, *Electric Circuits and Machines*, segunda edición (Princeton, N. J.: D. Van Nostrand Company, Inc. 1957), páginas 221-227.

Hay otros métodos, inclusive el de Potier, que se pueden encontrar en G. McPherson, *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*, (New York: John Wiley & Sons, Inc. 1981), páginas 124-144.

## 6-12 CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO Y EMPLEO DE REACTORES LIMITADORES DE CORRIENTE

Aunque los alternadores están protegidos por disyuntores y otros dispositivos de protección contra las sobrecargas, pueden necesitar de algunos ciclos antes de reaccionar a la sobrecarga. En el instante del cortocircuito, lo único que limita la corriente es la resistencia casi despreciable del alternador, porque necesita la reacción de armadura de varios ciclos para debilitar apreciablemente al campo, desmagnetizándolo. Esta irrupción de corriente momentánea máxima de cortocircuito puede ser tan excesiva que pueda aún dañar los interruptores, las barras de distribución y los devanados de la máquina. Por tanto, se acostumbra colocar *reactores limitadores de corriente*, que consisten en *vuellos* de cable grueso o barra, en serie con cada fase del estator del alternador, externas a la máquina. Si esos reactores en serie, la corriente de cortocircuito puede ser hasta de 10 veces la corriente a plena carga. Con los reactores en serie, por lo general se limita a aproximadamente el doble de la corriente de plena carga, porque los reactores crean una caída por impedancia (que es casi reactancia pura) tan alta como el 20 por ciento del voltaje nominal del alternador. En cuestión de pocos ciclos después del golpe de corriente, la reacción de armadura reduce la corriente de cortocircuito desde el máximo hasta su valor sostenido o estable de cortocircuito, en el cual se puede interrumpir simultáneamente mediante el equipo de sobrecarga.

Es principalmente para protección contra cortocircuito que *no* se hace el intento de compensar la reacción de armadura en los grandes alternadores (véase la última frase en la sección 5-7). En lugar de ello, los alternadores se acostumbran diseñar con una *alta* relación de reactancia síncrona de armadura a la resistencia para reducir la corriente sostenida de cortocircuito a aproximadamente el valor nominal, como se muestra en el ejemplo 6-6.

### EJEMPLO 6-6

Un alternador trifásico conectado en estrella, de 11 000 V, 165 000 kVA tiene una reactancia síncrona igual a  $1.0 \Omega$  y una resistencia de armadura igual a  $0.1 \Omega$ /fase. Calcular

- La corriente máxima de cortocircuito en el instante del cortocircuito y sobrecarga
- La corriente y la sobrecarga sostenidas de cortocircuito
- La corriente máxima de cortocircuito con reactores que tienen  $0.8 \Omega$  de reactancia/fase (y resistencia despreciable), así como la sobrecarga.

#### Solución

$$E_p \text{ nominal} = \frac{E_L}{\sqrt{3}} = \frac{11\,000}{1.73} = 6351 \text{ V}$$

$$I_p \text{ nominal} = \frac{\text{kVA} \times 1000}{3E_p} = \frac{165\,000 \times 1000}{3 \times 6351} = 8660 \text{ A}$$

$$\text{a. } I_{\max} = \frac{E_p}{R_p} = \frac{6351 \text{ V}}{0.1 \Omega} = 63\,510 \text{ A}$$

$$\text{Sobrecarga} = \frac{63\,510 \text{ A}}{8660 \text{ A}} = 7.3 \times \text{corriente nom.}$$

$$\text{b. } I_{\text{estable}} = \frac{E_p}{Z_p} = \frac{6351 \text{ V}}{1 \Omega} = 6351 \text{ A}$$

$$\text{Sobrecarga} = \frac{6351 \text{ A}}{8660 \text{ A}} = 0.73 \times \text{corriente nom.}$$

$$\text{c. } I_{\max} = \frac{E_p}{Z_t} = \frac{6351 \text{ V}}{0.1 + j0.8} = \frac{6351 \text{ V}}{0.806 \Omega} = 7877 \text{ A}$$

$$\text{Sobrecarga} = \frac{7877 \text{ A}}{8660 \text{ A}} = 0.906 \times \text{corriente nom.}$$

El ejemplo 6-6 muestra en forma dramática que sin el empleo de reactores limitadores de corriente, la corriente inicial de cortocircuito es una sobrecarga de 733 por ciento. Esta sobrecarga es intolerable debido al tiempo relativamente largo durante el cual actúan la reactancia síncrona de estado transitorio, debido a la reacción de armadura. Se debe hacer notar que una vez que se acumula la reactancia de estado transitorio, a lo largo de varios ciclos de voltaje generado de ca, ya se puede tolerar la sobrecarga, como se muestra en el ejemplo 6-6b. Sin embargo, la presencia de reactores limitadores de corriente reduce instantáneamente la corriente inicial de cortocircuito en el caso de que se presente un cortocircuito sostenido o momentáneo entre las terminales de salida del alternador.

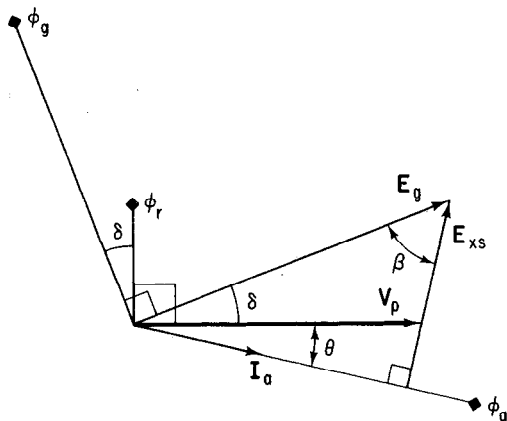
### 6-13 RELACIONES DE POTENCIA Y PAR

La potencia que genera una dínamo de cd se expresa como  $E_g I_a$ . La potencia desarrollada en la armadura de un motor de cd era la misma, pero se expresaba como  $E_c I_a$ . La potencia de salida, o potencia entregada por un generador de cd se expresaba como  $V_L I_L$ , es decir, el producto de voltaje de línea por corriente de línea, respectivamente.

Al desarrollar las relaciones para la potencia y el par de salida de un alternador síncrono trifásico, debemos tomar en cuenta los factores de la reactancia de armadura y el factor de potencia. La figura 6-11 representa una fase del alternador que entrega la corriente  $I_a$  de fase con determinado ángulo de fase  $\phi$  en retraso, con respecto a su voltaje de fase  $V_p$ , como se mostró originalmente en la figura 6-4b. En alternadores relativamente grandes, podemos suponer que la resistencia de la armadura es despreciable en comparación con su reactancia de armadura. Bajo esta hipótesis, podemos considerar la reactancia síncrona  $X_a$  como equivalente a la impedancia síncrona  $Z_s$ . Con ello se simplifica la figura 6-11 y se puede hacer una simple deducción de las relaciones de potencia y par, por fase, de un alternador síncrono.

A la figura 6-4b se le han agregado tres flujos, como se ve en la figura 6-11. Son:

- $\phi_g$ , el flujo que produce al voltaje generado  $E_g$
- $\phi_a$ , el flujo que producen los conductores del devanado de armadura, que también producen el voltaje  $E_{xs}$  de reactancia síncrona de armadura



**Figura 6-11** Voltajes, flujos y ángulo de par de un alternador síncrono, representados en la modalidad por fase bajo condiciones de factor de potencia en retraso.

$\phi_R$ , la suma fasorial de  $\phi_g$  y  $\phi_a$ , que es el flujo resultante que produce el voltaje  $V_p$  entre terminales de fase

El lector debe examinar detenidamente la figura 6-11, y notar que en todos los casos el voltaje correspondiente está retrasado al flujo que lo produce en  $90^\circ$ , es decir, que se necesitan  $90^\circ$  para que el flujo produzca voltaje. (Véase nota 1 a la sección 6-7).

De acuerdo con la figura 6-11, es posible decir que la potencia de salida *por fase*, tal como se deduce en el apéndice A-5, se puede escribir en la siguiente forma:

$$P_p = V_p I_a \cos \theta = E_g I_a \cos (\theta + \delta) \quad \text{watts/fase (W/}\phi\text{)} \quad (6-9)$$

siendo  $\theta$  el ángulo entre el voltaje de fase y la corriente de fase de armadura

$\delta$  el llamado par entre  $E_g$  y  $V_p$  y/o entre  $\phi_g$  y  $\phi_r$

Además en el apéndice A-5 se deduce la potencia de salida por fase con el siguiente resultado:

$$P_p = E_g I_a \sin \beta = \left( \frac{E_g}{X_s} \right) V_p \sin \delta \quad \text{watts/fase (W/}\phi\text{)} \quad (6-10)$$

para la cual ya se han definido todos los términos.

Nótese que *todos* los términos en las ecuaciones (6-9) y (6-10) definen la potencia por fase en términos de un producto de voltaje y corriente por el seno o coseno del ángulo adecuado. ¡Aún la relación de  $E_g/X_s$  es una corriente!

Las ecuaciones (6-9) y (6-10) se aplican también a los generadores monofásicos de corriente alterna. En caso de que se desee la potencia trifásica disponible en las terminales de un alternador trifásico, se pueden multiplicar las ecuaciones (6-9) y (6-10) por un factor de 3, como se demuestra en los ejercicios 6-7 y 6.8.

#### EJEMPLO 6-7

A partir de los datos y resultados del ejemplo 6-4 para FP 0.8 en retraso, calcular

- La potencia trifásica total de salida, con la relación  $\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$
- La potencia de salida por fase, de acuerdo con la parte (a)
- La magnitud y la fase del voltaje generado  $E_g$  con FP 0.8 en retraso
- El ángulo  $\delta$  del par [Sugerencia: el ángulo de fase de  $E_g$  es  $(\theta + \delta)$ ]
- La potencia aproximada de salida por fase empleando la ecuación (6-10)
- La potencia aproximada de salida por fase empleando la ecuación (6-9).

#### Solución

- $P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$   
 $= \sqrt{3} \times 1100 \times 52.5 \times 0.8 = 80\,021 \text{ W}$
- $P_p = \frac{P_T}{3} = \frac{80\,021}{3} = 26.67 \text{ kW}$
- Por Ex. 6-4b,  
 $E_{gp} = 532 + j623 = 819.2 \angle 49.5^\circ \text{ V}$
- $\theta = \cos^{-1}(0.8) = 36.87^\circ$   
 $\delta = (\theta + \delta) - \theta = 49.5^\circ - 36.87^\circ = 12.63^\circ$
- $P_p = \left( \frac{E_g}{X_s} \right) V_p \sin \delta \quad (6-10)$   
 $= \frac{819.2}{4.6} \times 635 \sin 12.63^\circ \approx 25 \text{ kW}$
- $P_p = E_g I_a \cos (\theta + \delta) \quad (6-9)$   
 $= 819.2 \times 52.5 \times \cos 49.5^\circ \approx 28 \text{ kW}$

**EJEMPLO 6-8**

A partir de los datos y resultados del ejemplo 6-7, a velocidad síncrona igual a 1200 rpm, calcular el par de salida por fase y el par total empleando

- La ecuación 6-11a, en unidades inglesas
- La ecuación 6-11b, en unidades SI convirtiendo la velocidad dada en rad/s
- El factor de conversión de 1.356 N·m/lb·pie para comprobar la parte (b).

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } T_p &= \frac{7.04 \times E_g V_p \times \sin \delta}{SX_s} & (6-11a) \\ &= \frac{7.04 \times 819 \times 635 \sin 12.63^\circ}{1200 \times 4.6} = 145 \text{ pie-lb} \\ T_{3\phi} &= 3 \times 145 \text{ lb} \cdot \text{ft} = 435 \text{ pie-lb} \\ \text{b. } \omega &= 1200 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 125.6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ T_p &= \frac{E_g V_p \sin \delta}{\omega X_s} & (6-11b) \\ &= \frac{819 \times 635 \times \sin 12.63^\circ}{125.6 \times 4.6} = 197 \text{ N} \cdot \text{m} \\ T_{3\phi} &= T_p \times 3 = 197 \text{ N} \cdot \text{m} \times 3 = 591 \text{ N} \cdot \text{m} \\ \text{c. } T_p &= 145 \text{ lb} \cdot \text{ft} \times 1.356 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{lb} \cdot \text{ft}} = 197 \text{ N} \cdot \text{m} \\ T_{3\phi} &= 3T_p = 197 \text{ N} \cdot \text{m} \times 3 = 591 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

En el apéndice A-5 también se deduce el par a la salida del alternador en base por fase, tanto para el sistema inglés como para el SI:<sup>5</sup>

$$(\text{unidades inglesas}) \quad T_p = \frac{7.04 E_g V_p \sin \delta}{SX_s} \quad \text{pie-lb (lb-pie/fase)} \quad (6-11a)$$

$$(\text{unidades SI}) \quad T_p = \frac{E_g V_p \sin \delta}{\omega X_s} \quad \text{newton-metros (N} \cdot \text{m/fase)} \quad (6-11b)$$

En caso de que se necesite el par total trifásico, se deben multiplicar las ecuaciones (6-11a) y (6-11b) por un factor de 3, tal como se indicó también en los ejemplos 6-7 y 6-8.

Las partes (e) y (f) del ejemplo 6-7 comprueban la naturaleza aproximada de las ecuaciones (6-9) y (6-10), y los comentarios de la nota 5.

**6-14 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS**

**Caída de voltaje por reactancia de armadura** La parte de la FEM aplicada o generada que debe compensar al voltaje producido por la reactancia de la armadura.

**Carga en adelanto** Carga eléctrica en un alternador que hace que la fase de la corriente de línea se adelante con respecto al voltaje de línea, o voltaje entre conductores.

<sup>5</sup> La importancia y el valor de las ecuaciones (6-9) y (6-10) residen en el desarrollo de la deducción del par de salida del alternador síncrono, más que en el cálculo de la potencia por fase y la potencia total de una dinamo síncrona. La potencia de salida se calcula con más facilidad y exactitud partiendo de la relación  $3 V_p I_p \cos \theta$  y/o  $\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$ . Debido a la variabilidad de la reactancia e impedancia síncronas, en la práctica real las ecuaciones (6-9) y (6-10) raramente coinciden en sus resultados para la potencia de salida de una dinamo síncrona dada. Se pueden encontrar los factores de corrección para esas últimas ecuaciones en McPherson, *op. cit.*, Págs. 518-521.

**Carga en retraso** Carga eléctrica en un alternador que hace que la fase de la corriente de línea se retrase con respecto al voltaje de línea, o voltaje entre conductores.

**Factor de potencia** Relación de watts totales a volt-amperes (rms) totales.

**Filtro, suavizador** Transductor para eliminar los componentes de corriente alterna de la onda de entrada.

**Impedancia síncrona** Relación entre el voltaje a circuito abierto por fase y la corriente nominal de cortocircuito por fase, al mismo valor de la corriente de campo, en un estado estable balanceado.

**Máquina polifásica** Dínamo que genera o usa corriente alterna polifásica. Para un sistema trifásico, representa tres voltajes aislados desplazados  $120^\circ$  entre sí.

**Polo no saliente** Polo del campo del rotor que no se proyecta de la superficie del rotor.

**Polo saliente** Polo de campo que se proyecta del yugo o cubo hacia el núcleo del devanado de armadura.

**Potencia de salida** La potencia que entrega una dínamo a su carga, expresada ya sea en watts o en caballos de fuerza (hp).

**Primomotor** Es la fuente de energía mecánica que impulsa a un generador o alternador.

**Prueba con circuito abierto** Es una prueba en la cual una dínamo se trabaja como generador con sus terminales de salida en circuito abierto.

**Prueba en cortocircuito** Prueba en la cual se trabaja una dínamo como generador con sus terminales de salida en cortocircuito.

**Reacción de armadura** La fuerza magnetomotriz debida a la corriente en el devanado de la armadura.

**Reactancia de armadura** La propiedad que tienen los conductores portadores de corriente en la armadura de producir una FEM autoinducida siempre que varía la corriente.

**Reactancia síncrona** El componente de reactancia de la impedancia síncrona.

**Regulación de voltaje** Variación de voltaje desde sin carga hasta la carga nominal, expresada como porcentaje de la carga nominal.

**Relación de cortocircuito** Relación entre la corriente de campo para un voltaje de circuito abierto y frecuencia nominales de armadura.

## 6-15 PREGUNTAS

6-1 Para un alternador, definir

- La relación entre el par electromagnético desarrollado en los conductores de armadura y el par aplicado por el primomotor que impulsa al alternador.
- La relación entre el voltaje de armadura, corriente de armadura y voltaje de terminales generados por fase.
- Las relaciones expresadas en la parte (b), en forma de ecuaciones.
- La ecuación para el voltaje generado por fase en términos del número de vueltas por fase.

6-2 a. Describir los dos tipos de construcción del campo rotatorio que se usan en los alternadores.

- ¿Qué factores determinan la selección del tipo de construcción?
- ¿Cómo es posible distinguir entre los dos tipos de construcción en base al aspecto general?



- 6-3 Trazar diagramas fasoriales que muestren la relación entre  $V_p$  y  $E_{gp}$  para cargas con
- Factor de potencia unidad.
  - Factores de potencia en retraso.
  - Factores de potencia en adelanto.
- 6-4 a. En la modalidad por fase, representar la curva característica voltaje-carga para un alternador, para cada una de las tres condiciones de la pregunta 6-3.
- b. ¿Bajo qué condiciones de carga es posible que un alternador tenga regulación de voltaje igual a cero por ciento?
- 6-5 a. Comparar la regulación inherente de voltaje de un generador de excitación separada de cd con un alternador de excitación separada y explicar las ventajas del anterior.
- b. Explicar por qué la reacción de armadura siempre se compensa en el generador de cd, pero nunca en el alternador de ca.
- 6-6 Para el método de impedancia síncrona, explicar
- Por qué se le llama "método pesimista."
  - Por qué no es constante la  $Z_s$  que se calcula a partir de las curvas de la figura 6-9, sino que disminuye a mayores valores de la corriente de campo.
  - Al menos cuatro hipótesis del método que no sean equivalentes a la carga directa y ocasionen diferencias en la regulación calculada.
  - Por qué se le usa no obstante sus desventajas.
- 6-7 a. Explicar por qué se diseñan intencionalmente los alternadores para dar una alta relación de reactancia a resistencia de armadura.
- b. ¿Bajo qué condiciones se usan los reactores limitadores de corriente?
- 6-8 Con la figura 6-10, explicar
- Por qué hay un valor medido de la corriente de campo cuando el voltaje de fase es cero.
  - Por qué se necesita menos corriente de campo para alcanzar el voltaje nominal cuando el factor de potencia es en adelanto, en comparación con factor de potencia en atraso. (Sugerencia: véase la Fig. 6-4.)
  - Por qué se obtiene el voltaje nominal durante la prueba a circuito abierto con la magnetización del circuito de campo en estado no saturado.
- 6-9 a. En las pruebas comerciales reales de alternadores, ¿por qué la potencia por fase se calcula con mayor exactitud a partir de  $V_p I_p \cos \theta$  que a partir de las ecuaciones (6-9) y (6-10)?
- b. En base a la respuesta de la parte (a), explicar por qué hay diferencias en las potencias por fase de las soluciones al ejemplo 6-7, partes (b), (e) y (f).
- c. ¿Cuál de las potencias de fase en la parte (b) es exacta y cuál aproximada?

## 6-16 PROBLEMAS

- 6-1 a. Calcular el número de polos necesarios para que un alternador impulsado a 720 rpm genere ca a una frecuencia de 60 Hz.
- b. Desde 2 polos hasta 10 polos, calcular las diversas velocidades, en rpm y rad/s, que necesita tener el primomotor de un alternador para generar corriente de 60 Hz.
- c. Calcular la frecuencia producida por un primomotor que hace girar a un alternador de 10 polos a 800 rpm.

- 6-2 Se tiene un alternador síncrono de 60 Hz y cuatro polos, impulsado a 1000 rpm. Calcular
- El efecto sobre el voltaje que genera.
  - El efecto sobre su reactancia de fuga de armadura.
  - El efecto sobre su reacción de armadura.
- 6-3 Un alternador de 600 kVA y 125 V que estaba conectado en delta, se reconecta en estrella. Calcular la nueva capacidad nominal en
- Volts
  - Amperes
  - Kilovolt-amperes
- 6-4 Una carga trifásica de 10  $\Omega$ /fase se puede conectar mediante interruptores ya sea en estrella o en delta. Si se conecta a un alternador trifásico de 220 V, calcular
- La potencia que se disipa, total y por fase, cuando se conecta en estrella.
  - La potencia que se disipa, total y por fase, cuando se conecta en delta.
  - La relación de la potencia en la parte (b) con la potencia en la parte (a).
- 6-5 Un alternador trifásico conectado en estrella, de 1500 kVA y 13 kV, tiene una resistencia de armadura igual a 0.9  $\Omega$  y una reactancia síncrona igual a 8.0  $\Omega$ . Cuando soporta la carga nominal al voltaje nominal, calcular el voltaje generado por fase si las cargas tienen un factor de potencia igual a
- Uno
  - 0.8 en retraso
  - 0.8 en adelanto
  - Calcular la regulación de voltaje para cada una de esas cargas y determinar la mejor regulación.
- 6-6 Un alternador trifásico de 220 V, 100 kVA conectado en estrella tiene una resistencia de armadura igual a 0.1  $\Omega$  por fase y una reactancia por fase igual a 0.5  $\Omega$ . Suponiendo que cuando se conecta a una carga con factor de potencia 0.4 en retraso suministra la corriente nominal, y que la reacción de armadura tiene un efecto igual al doble de la reactancia de armadura, y el efecto de saturación es despreciable, calcular
- El voltaje sin carga cuando se desconecta la carga y son iguales la velocidad y la corriente de campo.
  - El voltaje sin carga necesario para producir la corriente nominal suponiendo que se pusiera el alternador en cortocircuito.
- 6-7 Se determina la regulación de voltaje de un alternador monofásico de 550 V, con capacidad nominal igual a 100 kVA, mediante los siguientes datos de prueba, empleando el método de impedancia síncrona. Cuando la armadura del alternador se pone en cortocircuito a través de un amperímetro, el alternador suministra 350 A con corriente directa de excitación de campo igual a 12 A. A la misma corriente de excitación, cuando se quitó el cortocircuito, se registró un voltaje a circuito abierto igual a 350 V entre las terminales de armadura. Una medición de la resistencia de armadura con puente de Wheatstone indicó 0.1  $\Omega$ . Suponiendo que este alternador tiene una relación de resistencias efectiva o óhmica igual a 1.25, calcular
- La impedancia y la reactancia síncronas.
  - La regulación de voltaje con factor de potencia 0.8 en adelanto y en retraso.
- De acuerdo con los siguientes datos para los problemas 6-8 a 6-11, y suponiendo una relación de resistencia efectiva a  $\cos \phi$  igual a 1.3, calcular la regulación de voltaje a
- Factor de potencia unidad.
  - Factores de potencia igual a 0.8 en retraso y en adelanto

Nominal				Prueba de resistencia de CD		Prueba de circuito abierto		Prueba de cortocircuito
Conexión	kVA	Volts entre líneas (rms)	Volts entre líneas (cd)	Corriente de línea (cd)	Volts entre líneas (rms)	Corriente de campo (cd)	Corriente de línea (rms)	
6-8	Y	2000	2300 V	1.5 V	10A	950 V	10 A	nominal
6-9	Δ	1000	600	10.0	nominal	275	25	nominal
6-10	Y	25	220	25.0	75	200	5	nominal
6-11	Y	500	2300	20.0	40	800	10	nominal

- 6-12 a. Tabular la regulación de voltaje a factores de potencia unidad, 0.8 en retraso y 0.8 en adelanto, que se calculó en los problemas 6-8 a 6-11.
- b. De acuerdo con la tabla, trazar inferencias para magnitudes de factores de potencia en adelanto y en retraso a partir de la magnitud de la regulación de voltaje con factor de potencia unidad.
- 6-13 A partir de los valores dados y calculados a factores de potencia unidad, 0.8 en retraso y 0.8 en adelanto del problema 6-5, calcular y hacer una tabla de
- El ángulo  $\theta$  de fase respectivo.
  - La suma de los ángulos de fase ( $\theta + \delta$ ) respectivos. (Sugerencia: usar los componentes  $E_{gp}$ ).
  - El ángulo  $\delta$  de fase respectivo.
  - La salida aproximada de potencia por fase de acuerdo con la ecuación (6-10).
  - La salida aproximada de potencia por fase de acuerdo con la ecuación (6-9).
  - La potencia exacta de salida por fase empleando los datos proporcionados, para cada factor de potencia.
- 6-14 Si el alternador del problema 6-13 se impulsa a una velocidad de 1200 rpm, calcular el par por fase y total, respectivamente, cuando el factor de potencia es
- Unidad
  - 0.8 en retraso.
  - 0.8 en adelanto.
- (Sugerencia: Emplear los datos exactos de potencia de salida por fase, para cada factor de potencia.)

# Funcionamiento en paralelo

### 7-1 VENTAJAS DEL FUNCIONAMIENTO EN PARALELO

El principio fundamental que gobierna al funcionamiento en paralelo es el viejo proverbio de “no poner todos los huevos en la misma canasta”. Un sistema de energía eléctrica consiste en general de varias estaciones de generación, como se muestra en la figura 1-1, trabajando todas ellas en paralelo. En *cada una* de ellas, puede haber varios alternadores y/o generadores de cd trabajando en paralelo. Son numerosas las ventajas de la subdivisión de un sistema de generación en varias estaciones más pequeñas, tanto desde el punto de vista económico como estratégico. Estas ventajas se aplican también al empleo de varias unidades generadoras más bien que a una sola dinamo grande, aunque esta última sea más eficiente cuando se carga a toda capacidad. Las ventajas principales del funcionamiento en paralelo, tanto desde el punto de vista del sistema como de la estación de generación, son las siguientes:

1. Si se descompone una unidad grande única por cualquier motivo, no trabaja la estación generadora; mientras que si se necesita reparar una de varias unidades más pequeñas, las demás, también pequeñas, quedan disponibles todavía para dar el servicio necesario.
2. Una unidad única grande, para que trabaje con eficiencia, se debe cargar su capacidad. No es económico trabajar una unidad grande con cargas pequeñas. Si se tienen varias unidades más pequeñas trabajando en paralelo, se pueden quitar o agregar a medida que fluctúan las demandas de servicio; y cada unidad puede hacerse trabajar cerca de su capacidad nominal, dando así la máxima eficiencia en la estación generadora y en el sistema.
3. En caso de reparaciones o interrupciones para fines de mantenimiento, las unidades más pequeñas lo facilitan desde el punto de vista de las piezas de repuesto, las piezas de reserva y el servicio a las unidades.

4. Cuando se eleva la demanda promedio del sistema y estaciones generadoras, se pueden adquirir unidades adicionales para agregarlas y mantener el mismo paso de esta demanda. De esta manera es menor el costo inicial del capital y el crecimiento corresponde al aumento de la demanda promedio.
5. Hay un límite físico y económico de la capacidad posible de cualquier unidad única. Por ejemplo, en una estación dada de generación, la carga puede ser de 10 millones de kVA. Aunque se ha hecho trabajar unidades de hasta varios cientos de miles de kVA, ninguna unidad única se puede construir con la capacidad suficiente para abastecer demanda tan alta del sistema o la estación.

Por las razones que acabamos de mencionar, se aconseja el funcionamiento en paralelo. Se acostumbra en una estación generadora determinada emplear una unidad *grande* que maneje la demanda *mínima* y agregar unidades más pequeñas a medida que la demanda aumenta en un periodo de 24 horas. Cuando el crecimiento de la estación generadora necesita que se empleen *en forma continua* varias unidades más pequeñas para manejar la demanda mínima, se agrega una segunda unidad grande de capacidad equivalente, y así sucesivamente.

## 7-2 RELACIONES DE VOLTAJE Y CORRIENTE PARA FUENTES DE FEM EN PARALELO

### 7-2.1 Fuentes de voltaje alterno o directo en paralelo

Un *circuito en paralelo* se define como aquel en el que existe el *mismo* voltaje de terminales en todas las unidades (en paralelo). Cuando se conectan varias fuentes de FEM en paralelo, como se muestra en la figura 7-1, es el *mismo* voltaje  $V_L$  en los buses o barras de distribución el que está en paralelo con las diversas fuentes, al igual que la carga  $Z_L$ , despreciando cualquier caída en los conductores que interconectan a los diversos generadores. Las siguientes ecuaciones son válidas, independientemente de si las fuentes de FEM son baterías, generadores de cd, alternadores, celdas solares o suministros de energía.<sup>1</sup>

$$V_L = I_L Z_L = \dot{E}_{g1} - I_1 \dot{Z}_1 = \dot{E}_{g2} - I_2 \dot{Z}_2 = \dot{E}_{g3} - I_3 \dot{Z}_3 \quad (7-1)$$

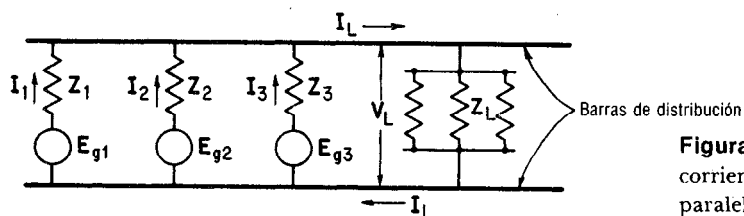
siendo  $E_g$  el voltaje generado por la(s) fuente(s)

$V_L$  el voltaje de terminales en el bus barra o de distribución

<sup>1</sup> La ecuación 7-1 procede del teorema de Millman de acuerdo con el cual la solución para  $V_L$  se obtiene a partir de la ley de corriente de Kirchhoff alrededor de un nodo único:

$$V_L = \frac{\pm \frac{E_{g1}}{Z_1} \pm \frac{E_{g2}}{Z_2} \pm \frac{E_{g3}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} = \frac{\pm E_{g1} Y_1 \pm E_{g2} Y_2 \pm E_{g3} Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Para tener una descripción completa del teorema de Millman aplicado a los circuitos de cd y ca, véase Kosow, *Circuit Analysis* (Análisis de circuitos) (New York: John Wiley & Sons, 1988), Págs. 158-160 y 516-517.



**Figura 7-1** Relaciones de voltaje y corriente para fuentes de FEM en paralelo.

$I_L$  la corriente total entregada por las diversas fuentes a la carga

$Z_L$  la impedancia equivalente (o resistencia) de la carga

$Z_1, Z_2, Z_3$  las impedancias (o resistencias) equivalentes internas de la fuente de FEM

$I_1, I_2, I_3$  las respectivas corrientes entregadas por cada una de las fuentes de FEM

En la ecuación (7-1) no es necesario que cada una de las fuentes produzca la misma generación de FEM o que entregue la misma corriente para abastecer a la carga. Pero para que una unidad sirva como *fuentes* de FEM, como lo indica la ecuación (7-1), *sí es necesario* que la FEM generada por esa unidad *sea mayor* que el voltaje  $V_L$  en las barras de distribución para poder suministrar corriente a las barras.

## 7-2.2 Comparación de funcionamiento en paralelo en modos motor y generador de ca o cd

Si una fuente de FEM produce un voltaje  $E_g$  exactamente igual al voltaje  $V_L$  en buses o las barras de las terminales, se dice que esa fuente está *flotando* a través de la línea, es decir, que ni entrega ni toma corriente de la barra. Por ejemplo, si  $E_{g3} = V_L$  en la figura 7-1,  $I_3$  es igual a cero; no hay caída interna de voltaje creada en la fuente  $E_{g3}$  porque no entrega ni toma corriente de la barra.

Si una fuente de FEM produce un voltaje  $E_g$  que sea *menor* que el voltaje de las barras, por las barras se entregará corriente a la fuente, es decir, de las demás fuentes en paralelo a la fuente de que se trate. Ya que la corriente está fluyendo *hacia dentro* de la fuente cuando el voltaje de terminales es mayor que el voltaje de la fuente, la relación entre ellas se expresa mediante la ecuación

$$\dot{V}_L = \dot{E}_g + I_g \dot{Z}_g \quad \text{o} \quad \dot{E}_g = \dot{V}_L - I_g \dot{Z}_g \quad (1-8)$$

en la que  $I_g$  es la corriente en la fuente generadora

$Z_g$  es la impedancia (o resistencia) interna de la fuente generadora

Cuando la fuente de FEM es una dínamo giratoria cuya FEM,  $E_g$ , es *mayor que el voltaje de terminales en las barras*, al funcionamiento de la dínamo se le llama acción de generador [ecuación (1-9)] y la dínamo trabaja en el *modo generador*.

Cuando la FEM generada por la dínamo es menor que el voltaje que se imprime a su armadura, y la dínamo *recibe* corriente de la barra de distribución [ecuación (1-8)], al funcionamiento de la dínamo se le llama acción de motor, y la dínamo está trabajando en el *modo motor*. En consecuencia, cualquier generador en paralelo con

una barra de distribución, cuya excitación se reduce de tal forma que el voltaje generado es *menor* que el voltaje de terminales en las barras, trabaja como motor, y se dice que ese “generador” está *motorizado o en modo motor*.

Cuando una dinamo trabaja ya sea en modo generador o en modo motor, la potencia total *generada* por la dinamo, en base por fase, es

$$P_{g1} = E_{g1} I_{a1} \cos \theta_1 \quad (7-2a)$$

en la cual  $E_{g1}$  es el voltaje generado por fase

$I_{a1}$  es la corriente de fase

$\theta_1$  es el ángulo de fase entre  $E_{g1}$  e  $I_{a1}$

La potencia *entregada a o recibida de* la barra de distribución en base por fase es

$$P_{L1} = V_{L1} I_{L1} \cos \theta_1 \quad (7-2b)$$

en la cual  $V_{L1}$  es el voltaje de terminales (de fase) en las barras o en los conductores

$I_{L1}$  es la corriente (de fase) que entra o sale de las barras o conductores

### EJEMPLO 7-1

Se conectan tres dinamos derivación cd, impulsadas por una primomotor, a una barra de 120 V. Las tres tienen una resistencia de campo igual a  $120 \Omega$  y una resistencia de armadura de  $0.1 \Omega$ . Las dinamos A, B y C tienen voltajes de generación igual a 125, 120 y 114 V respectivamente. Calcular, para *cada dinamo*,

- La corriente de línea que se toma de o se entrega a la barra y la corriente de armadura
- La potencia tomada de o entregada a la barra y la potencia generada.

#### Solución

$$\text{a. 1. } I_{gA} = \frac{E_g - V_L}{R_a} = \frac{125 - 120}{0.1} = 50 \text{ A} \quad (7-1)$$

$$I_f = \frac{120 \text{ V}}{120 \Omega} = 1 \text{ A}$$

De este modo, la dinamo A entrega 50 A a la barra y tiene una corriente de armadura igual a  $50 \text{ A} + 1 \text{ A} = 51 \text{ A}$ .

$$2. \quad I_{gB} = \frac{120 - 120}{0.1} = 0 \text{ A}$$

En este caso, la dinamo *flota* y tiene una corriente de armadura y campo igual a 1 A.

$$3. \quad I_{gC} = \frac{V_L - E_g}{R_a} = \frac{120 - 114}{0.1} = 60 \text{ A}$$

La dinamo C recibe 61 A de la barra y tiene una corriente de armadura igual a 60 A.

- La corriente entregada por la dinamo A a la barra es

$$P_{LA} = V_L I_L = 120 \times 50 = \mathbf{6000 \text{ W}} \quad (7-2b)$$

La potencia generada por la dinamo A es  $P_{gA} = E_g I_a = 125 \times 51 = \mathbf{6375 \text{ W}} \quad (7-2a)$

- Dado que la dinamo B ni entrega ni recibe corriente de la barra,

$$P_B = 0$$

La potencia generada por la dinamo B, para excitar su campo es

$$P_{gB} = E_g I_a = 120 \times 1 = \mathbf{120 \text{ W}}$$

- La potencia entregada por la barra a la dinamo C es

$$P_{LC} = V_L I_L = 120 \times 61 = \mathbf{7320 \text{ W}}$$

mientras que la potencia interna entregada por su primomotor en la dirección de rotación es

$$P_{gC} = E_g I_a = 114 \times 60 = \mathbf{6840 \text{ W}}$$

**EJEMPLO 7-2**

Un generador derivación que tiene una resistencia de armadura igual a  $0.1 \Omega$  y una resistencia de circuito de campo de  $100 \Omega$  se va a conectar a una barra de distribución de  $120 \text{ V}$  que tiene varios generadores en paralelo. Si el voltaje producido por el generador es  $140 \text{ V}$ , calcular todas las corrientes que se generan y la potencia del generador

- a. Antes de conectarlo a la barra  
b. Después de conectarlo a la barra

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } I_a &= I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{140 \text{ V}}{100 \Omega} = 1.4 \text{ A} \\ E_g &= V_L + I_a R_a = 140 + (1.4 \times 0.1) \\ &= 140.14 \text{ V} \\ P_g &= E_g I_a = (140.14 \text{ V}) \times (1.4 \text{ A}) \\ &= 196.2 \text{ W} \\ \text{b. } I_a &= \frac{E_g - V_L}{R_a} = \frac{(140.14 - 120) \text{ V}}{0.1 \Omega} \\ &= 201.4 \text{ A} \\ I_f &= \frac{V_L}{R_f} = \frac{120 \text{ V}}{100 \Omega} = 1.2 \text{ A} \\ I_{Lg} &= I_a - I_f = (201.4 - 1.2) \text{ A} = 200.2 \text{ A} \\ P_L &= V_L I_{Lg} = (120 \text{ V})(200.2 \text{ A}) = 24\,024 \text{ W} \\ P_g &= E_g I_a = (140 \text{ V})(201.4 \text{ A}) = 28\,196 \text{ W} \end{aligned} \quad (1-8)$$

En el modo *generador*, cuando una fuente está entregando potencia a la barra,  $P_g$  es mayor que  $P_L$  por lo que la potencia es consumida dentro de la misma fuente.

En el modo *motor*, cuando una "fuente" recibe potencia de la barra y está "motorizada",  $P_L$  es mayor que  $P_g$  por lo que la potencia es consumida dentro de la misma fuente.  $P_g$  es la *potencia interna desarrollada* por la armadura de la dínamo en su dirección de giro, como se hizo notar en la ecuación (4-7), para el motor de cd.

**EJEMPLO 7-3**

Tres generadores derivación, cada uno con una resistencia de armadura igual a  $0.1 \Omega$ , se conectan con una barra de distribución común que alimenta a una carga de  $2 \Omega$ . Los voltajes generados en cada uno son  $127 \text{ V}$ ,  $120 \text{ V}$  y  $119 \text{ V}$ . Despreciar las corrientes de campo y calcular

- a. El voltaje  $V_L$  de la barra en terminales  
b. La corriente suministrada o recibida por cada generador y la carga de  $2 \Omega$   
c. La potencia producida por cada generador  
d. La potencia entregada o recibida de la barra para cada generador y la carga  
[Sugerencia: Emplear el teorema de Millman para calcular el voltaje de la barra en terminales para la parte (a).] Para la solución completa véase la figura 7-2.

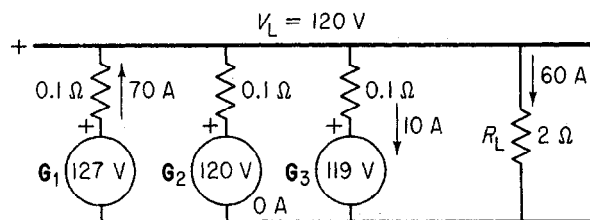
**Solución**

- a. Convirtiendo cada fuente de voltaje a fuente de corriente y aplicando el teorema de Millman se tiene que

$$\begin{aligned} V_L &= \frac{(127/0.1) + (120/0.1) + (119/0.1)}{(1/0.1) + (1/0.1) + (1/0.1) + (1/2)} \\ &= \frac{(1270 + 1200 + 1190) \text{ A}}{30.5 \text{ S}} = 120 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } I_{L1} &= \frac{E_{g1} - V_L}{R_{a1}} = \frac{(127 - 120) \text{ V}}{0.1 \Omega} \\ &= 70 \text{ A (a la barra)} \\ I_{L2} &= \frac{E_{g2} - V_L}{R_{a2}} = \frac{(120 - 120) \text{ V}}{0.1 \Omega} = 0 \text{ A} \\ I_{L3} &= \frac{E_{g3} - V_L}{R_{a3}} = \frac{(119 - 120) \text{ V}}{0.1 \Omega} \\ &= -10 \text{ A (de la barra)} \\ I_{L2\Omega} &= \frac{V_L}{R_L} = \frac{120 \text{ V}}{2 \Omega} = 60 \text{ A (de la barra)} \\ \text{c. } P_{g1} &= E_{g1} I_{a1} = 127 \times 70 = 8890 \text{ W} \\ P_{g2} &= E_{g2} I_{a2} = 120 \times 0 = 0 \text{ W (flotante)} \\ P_{g3} &= E_{g3} I_{a3} = 119 \times (-10 \text{ A}) = -1190 \text{ W} \\ \text{d. } P_{L1} &= V_L I_{L1} = (120 \text{ V})(70 \text{ A}) = 8400 \text{ W} \\ P_{L2} &= V_L I_{L2} = (120)(0) = 0 \text{ W} \\ P_{L3} &= V_L I_{L3} = (120)(-10) = -1200 \text{ W} \\ P_L &= V_L I_{L2\Omega} = (120)(60) = 7200 \text{ W} \end{aligned}$$





**Figura 7-2** Solución completa del ejemplo 7-3.

Los ejemplos 7-1 y 7-3 tratan de las diferencias entre las ecuaciones (7-2a) y (7-2b) para tres dinamos en paralelo, de las cuales una está en el modo *generador*, otra está *flotando* y otra más está en el modo *motor*. En los ejemplos 7-1 y 7-3 se usan dinamos de cd para simplificar los cálculos.

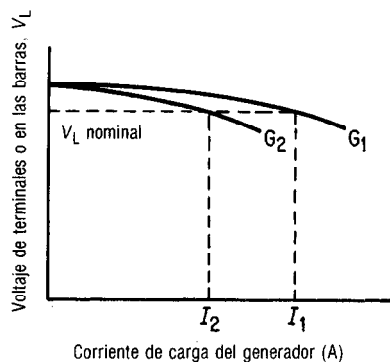
Advierta que en el ejemplo 7-2a el generador sólo suministra la potencia para excitar su propio campo (autoexcitación). En el ejemplo 7-2b, la excitación del campo del generador derivación y sus pérdidas de cobre en armadura, al igual que la potencia suministrada a la barra de distribución, las suministra el generador derivación. Esta es la razón de que la potencia suministrada a la barra,  $P_L$ , debe ser menor que la potencia generada,  $P_g$ .

El ejemplo 7-3 revela lo siguiente:

1. El generador 1 suministra la potencia a todo el sistema (8890 W).
2. La diferencia entre la potencia generada (8890 W) y la potencia suministrada a la barra (8400 W) es la potencia que se disipa en la armadura del generador 1 (490 W), lo que se comprueba con  $I_{a1}^2 R_{a1}$ , o sea  $70^2 \times 0.1$ .
3. La potencia positiva es la potencia suministrada por una fuente a la barra de distribución.
4. La potencia negativa es la potencia suministrada por la barra al generador 3 y a la carga.
5. El generador 3 está trabajando como motor.  $P_{L3}$  es mayor que  $P_{g3}$  en cantidad igual a la potencia disipada en la armadura del "generador" 3, lo que se comprueba con  $I_{a3}^2 R_{a3}$ , o sea  $10^2 \times 0.1 = 10$  W.

### 7-3 FUNCIONAMIENTO EN PARALELO DE GENERADORES DERIVACION

Los generadores derivación se adecúan bien al funcionamiento en paralelo, en especial debido a su curva característica de voltaje, que disminuye con la carga. Esto se puede ver al examinar la figura 7-3, que muestra a dos generadores derivación de capacidad o curva característica externa diferentes. Están en paralelo y entregan corriente a una barra y a una carga externa. Puesto que están en paralelo, existe el mismo voltaje  $V_L$  en la barra. El generador 2 entrega una corriente  $I_2$  y el 1 una corriente  $I_1$  a la barra y a la carga.



**Figura 7-3** División de la carga entre dos generadores derivación en paralelo.

Supongamos ahora que el primomotor o impulsor del generador 1 aumenta momentáneamente su velocidad. Ello originará un aumento de su voltaje generado y también un aumento con respecto al voltaje de terminales en la barra de distribución, haciéndolo entregar más corriente a la carga. Suponiendo que permanece constante la resistencia de la carga, entran dos condiciones en juego: (1) el otro generador (o generadores) tienen entonces menos carga y aumenta su voltaje de terminales, originando que regrese algo de la distribución de la carga; y (2) el aumento repentino de la carga sobre el generador 1 hace que baje su voltaje, de acuerdo con lo indicado por la curva característica de la figura 7-3.

Así, esas dos condiciones tienden a *oponerse* y a *reducir* la tendencia de cualquier generador derivación en paralelo que entregue corriente a una barra de distribución a tomar más que su parte de la carga. Por este motivo, *cualquier* fuente de voltaje que tenga una curva característica de voltaje *hacia abajo* tendrá un equilibrio estable en paralelo con otras fuentes de características *semejantes*.

Suponiendo que la carga en *ambos* generadores de la figura 7-3 aumenta o disminuye en forma lineal, el voltaje de terminales en la barra, o voltaje de la carga  $V_L$ ,

#### EJEMPLO 7-4

El generador 1 de la figura 7-3 tiene capacidad nominal de 300 kW y el generador 2 de 600 kW, a voltaje nominal para ambos igual a 220 V cd. Si el voltaje sin carga para ambos generadores es 250 V, suponiendo características lineales, calcular la carga total y la producción de kW de cada generador

- Cuando el voltaje de terminales es 230 V
- Cuando el voltaje de terminales es 240 V
- La fracción de los kW nominales que tiene cada generador a cada voltaje de los anteriores.

#### Solución

- A 230 V, empleando la ecuación (7-3) abajo:

$$\begin{aligned} \text{El generador 1 tiene } & \frac{250 - 230}{250 - 220} \times 300 \text{ kW} \\ & = \frac{2}{3} \times 300 \text{ kW} = \mathbf{200 \text{ kW}} \end{aligned}$$

- A 240 V,

$$\begin{aligned} \text{El generador 1 tiene } & \frac{250 - 240}{250 - 220} \times 300 \text{ kW} \\ & = \frac{1}{3} \times 300 \text{ kW} = \mathbf{100 \text{ kW}} \end{aligned}$$

- Ambos generadores no tienen carga a 250 V;  $\frac{1}{3}$  de la carga nominal a 240 V;  $\frac{2}{3}$  de la carga nominal a 230 V y la carga nominal a 220 V.

bajará o subirá, respectivamente, y cada generador tendrá una parte proporcional de la carga.

De acuerdo con las relaciones que se obtuvieron en el ejemplo 7-4, para cualquier voltaje de terminales dado  $V_L$  podemos inferir que el porcentaje de la potencia nominal de la carga (PPNC) de cualquier generador en paralelo es

$$\text{PPNC (porcentaje de la potencia nominal de carga)} = \frac{V_{n1} - V_L}{V_{n1} - V_{\text{nomin}}} \times P_{\text{nomin}} \quad (7-3)$$

Vale la pena repetir que la ecuación (7-3) supone una característica *lineal* para el generador derivación y no la característica curva real que se muestra en la figura 7-3.

## 7-4 CONDICIONES NECESARIAS PARA EL FUNCIONAMIENTO EN PARALELO DE LOS GENERADORES DERIVACION<sup>2</sup>

De la ecuación (7-3) y el ejemplo 7-4 es evidente que, si dos generadores derivación van a compartir y se va a dividir la carga total **por igual** en proporción directa a sus *capacidades nominales* de kilowatts de salida, son necesarias las siguientes condiciones:

1. Cada generador debe tener el *mismo voltaje* nominal y la *misma regulación* de voltaje (caída de voltaje desde sin carga hasta plena carga).
2. Las polaridades de todos los generadores conectados en paralelo se deben *oponer* entre sí, es decir, más contra más, menos contra menos, y los voltajes generados deben ser mayores que el voltaje en la barra de distribución.

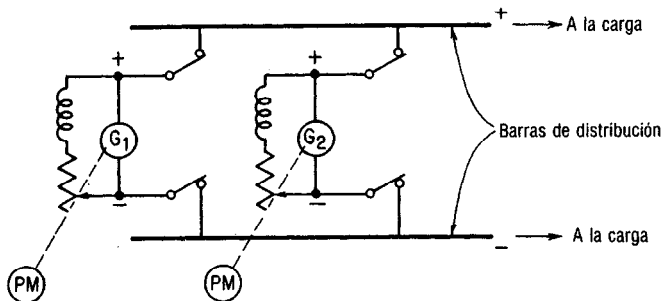
En lo que respecta a la primera condición, los factores que afectan a la regulación de voltaje de un generador derivación autoexcitado (sección 3-13) son tres: la caída interna  $I_a R_a$ , la reacción de armadura y la disminución que la caída del voltaje de armadura produce en la corriente de campo. No es esencial que cada uno de esos efectos sea semejante en las dos máquinas, pero las curvas características externas de cada uno deben tener una forma semejante.

En lo que respecta a la segunda condición, se debe notar en la **figura 7-4** que, sin una carga entre las barras de distribución, los dos generadores están conectados a esa barra de tal modo que sus FEM tienden a oponerse y a impulsar la corriente hacia la barra, y entre ellos mismos.

## 7-5 FUNCIONAMIENTO EN PARALELO DE GENERADORES COMPUESTOS

Al principio podría parecer que hubiera pocas dificultades al conectar en paralelo generadores compuestos, de modo semejante al caso de los generadores derivación.

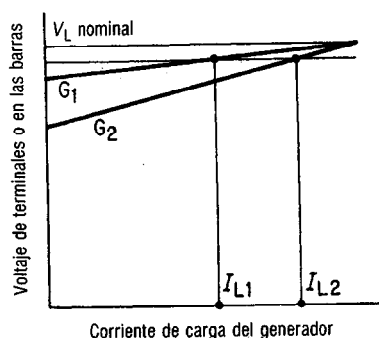
<sup>2</sup> En toda esta descripción se supone que las características de velocidad de los primomotores o impulsores que hacen girar a los generadores son constantes, o bien que la velocidad disminuye con la carga. Como nos ocupamos con máquinas eléctricas, no se hace mención de las características de las máquinas de impulsión o primomotoras o de los diversos tipos que se pueden emplear.



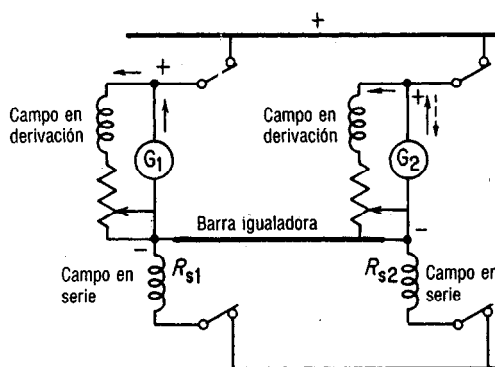
**Figura 7-4** Dos generadores derivación conectados en paralelo.

Desde luego que esto es cierto, siempre que los generadores sean diferencial compuestos o subcompuestos acumulados. Pero los generadores acumulados planos o sobrecompuestos *no* trabajarán bien en paralelo sin una compensación adicional. La curva característica de voltaje externo que *aumenta* en los generadores compuestos planos y sobrecompuestos origina *inestabilidad*, como se muestra en la **figura 7-5a**. Como en el caso de los generadores derivación que se describió antes, si el primomotor del generador 1 aumenta momentáneamente de velocidad, el efecto sobre el funcionamiento del generador sobrecompuesto es el siguiente:

1. El generador 1 desarrolla una FEM generada mayor, por lo cual toma más carga. Pero una mayor carga del generador 1 hace que aumente su voltaje. El generador 1 toma más carga, aumenta su voltaje, toma todavía más carga, etc., hasta que toma *toda* la carga.
2. Al mismo tiempo, el generador 2 pierde carga, haciendo que su voltaje disminuya, con lo cual va a tomar menos carga que provoca una disminución de su voltaje, etc., hasta que no toma carga e incluso funciona como motor debido a la diferencia en el voltaje generado de los generadores 2 y 1.



a. Características externas



b. Conexión con un igualador

**Figura 7-5** Dos generadores sobrecompuestos dividen la carga en paralelo.

El equilibrio *estable* entre generadores acumulados compuestos se logra mediante un *igualador*, que es un cable o barra de distribución con baja resistencia, conectado al *lado de la armadura* del campo de serie de la *misma polaridad para cada* máquina. De hecho, el igualador pone en paralelo *todos* los campos de serie, como se muestra en la figura 7-5b, de todos los generadores compuestos conectados en paralelos.

## 7-6 CONDICIONES NECESARIAS PARA EL FUNCIONAMIENTO EN PARALELO DE GENERADORES COMPUESTOS

Si se conectan en paralelo los campos en serie de todos los generadores compuestos, el igualador mantiene el *mismo* voltaje a través de *todos* esos campos en serie. Esta relación eléctrica determina un equilibrio estable y tiene el mismo efecto que el producido por una curva característica de voltaje decreciente para igualar o distribuir la carga. La acción del igualador es como sigue:

1. Supongamos que el generador 1 aumenta de voltaje debido a un aumento en la velocidad de su primomotor, como antes. El aumento de voltaje, debido a una curva característica de voltaje en aumento, produce un aumento en la carga. La mayor corriente de armadura y del campo en serie del generador 1 origina un aumento del voltaje a través de los campos en serie de todos los generadores, conectados en paralelo mediante el igualador.
2. El generador 2, y todos los demás conectados a la barra, produce un mayor voltaje generado, debido a la mayor corriente en su campo en serie, haciéndolo tomar una parte mayor de la carga, lo cual, a su vez, hace que su voltaje se eleve correspondientemente.

Así, el aumento de voltaje de los otros generadores tiende a oponerse y a reducir la tendencia del generador 1 a tomar toda la carga, de modo muy semejante a la forma en que el aumento de voltaje (debido a la menor carga) de los generadores derivación se opone a la tendencia de un generador a tomar toda la carga.

Aun si se redujera deliberadamente la excitación del generador 2 para hacerlo motorizar la dirección inversa de su corriente de armadura, la acción de los dos generadores sigue siendo estabilizada por el igualador. Como se muestra en la figura 7-5b, sólo se invierte la corriente de armadura; la corriente tanto en el campo en serie como en el derivación permanece la misma. Puesto que la trayectoria a través de los campos en serie es de mayor resistencia que a través del igualador, la mayor parte de la corriente de armadura para el generador 2 se regresa por el igualador y el generador 2 trabaja como motor derivación.

Además de las condiciones 1 y 2 de la sección 7-4 para los generadores derivación, se necesitan las siguientes condiciones *adicionales* para los generadores *compuestos*:

3. Se debe conectar un *igualador* en el *lado de la armadura* del campo en serie, del lado de la *misma polaridad en cada una* de las máquinas.
4. La resistencia de todos los campos en serie debe ser, en forma aproximada, *inversamente* proporcional a las *capacidades* (en kW o hp) de los generadores conectados en paralelo.

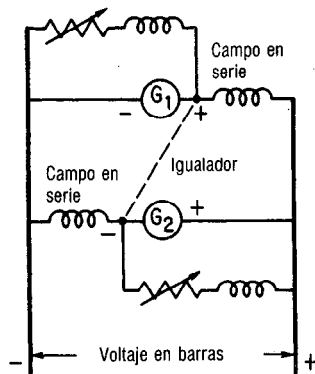
En lo que se refiere a la tercera condición, la **figura 7-6** muestra el efecto de conectar un igualador en el lado de la armadura de cada máquina, pero en los extremos de polaridad opuesta. Esto sucede con bastante frecuencia en el laboratorio, cuando los estudiantes no pueden conectar el campo en serie de sus generadores compuestos al lado de la misma polaridad. Aunque cada generador trabaja *independientemente* como generador compuesto acumulativo, es imposible conectar correctamente un igualador entre ellos sin producir un cortocircuito entre las armaduras de ambas máquinas *cuando se conectan en paralelo*. Como se ve en la figura 7-6, las caídas a través de los campos en serie son pequeñas y el igualador está poniendo en corto los lados positivo y negativo de la línea.

Respecto a la cuarta condición, ya que es el mismo voltaje a través de los campos en serie conectados en paralelo lo que produce la acción igualadora, la caída  $I_s R_s$  a plena carga debe ser la misma para cada campo en serie de cada generador compuesto. Para máquinas de diferentes valores de corriente de armadura, y los correspondientes valores distintos de corriente de campo en serie, mientras mayor sea la capacidad menor será su resistencia de campo en serie.

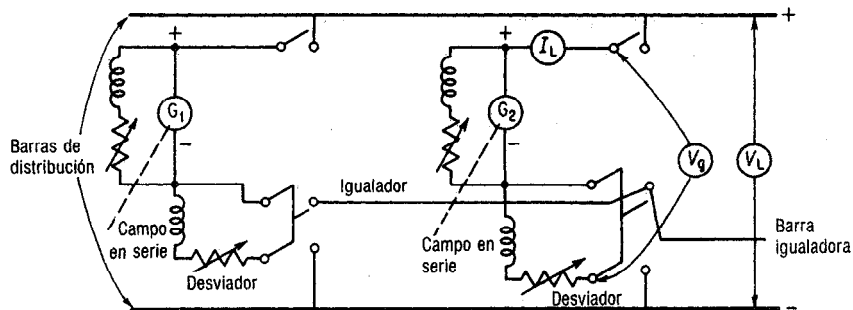
Es precisamente por este motivo que, cuando se usa un *diversor* o *desviador* para ajustar la curva característica de un generador compuesto acumulado, no puede ponerse ya en paralelo con el campo en serie de una máquina dada, porque desvía a *todos* los generadores por igual debido a la acción "paralelizante" de la conexión del igualador. Los generadores compuestos conectados en paralelo se desvían mediante *diversores en serie*, como se muestra en la **figura 7-7**.

## 7-7 PROCEDIMIENTO PARA CONECTAR EN PARALELO LOS GENERADORES DE CD

El procedimiento que se usa para conectar en paralelo los generadores que entran a una barra o conectar en paralelo un generador a otro es básicamente el mismo, sean generadores derivación o compuestos los que se usen. Consiste en los siguientes pasos (véase la figura 7-7):



**Figura 7-6** Conexión errónea de los campos en serie y el igualador, que es posible hacer en el laboratorio, produce un cortocircuito.



**Figura 7-7** Empleo del desviador e interruptores para conectar en paralelo los campos en serie de generadores compuestos.

1. Supongamos que el generador 1 está ya en línea entregando corriente a una carga. Para fines del laboratorio, el generador 1 está conectado a la barra de distribución.
2. El generador 2 se lleva a su velocidad nominal y se le ajusta su voltaje al valor nominal. Se supone que previamente se ha verificado el grado de composición conectando una carga pequeña a sus terminales y poniendo en corto el campo en serie. Si el voltaje disminuye, es compuesto acumulado; si el voltaje aumenta, es compuesto diferencial. También se supone que la polaridad de las conexiones del interruptor y del campo en serie se han comprobado con un voltímetro.
3. Se cierra el interruptor de dos polos del generador 2 para conectar en paralelo a los campos en serie. El reóstato de campo se debe ajustar para dar el voltaje nominal en la barra,  $V_g = V_L$ . El interruptor de un polo puede cerrarse ahora, y el generador 2 queda flotando en la línea.
4. Se debe reducir la resistencia del reóstato del campo para aumentar la corriente del campo del generador 2, de modo que tome algo de la corriente de carga de la barra.
5. Para sacar un generador de la barra, se disminuye la corriente del campo hasta que esté flotando ese generador. Se abren los interruptores, desconectando al generador de la barra. Se reduce la velocidad del primomotor hasta que ya no gire el generador.

## 7-8 CONDICIONES NECESARIAS PARA CONECTAR LOS ALTERNADORES EN PARALELO

Las condiciones que se citaron para el generador en derivación de la sección 7-4 representan, en esencia, los requisitos básicos para el funcionamiento en paralelo de todas las fuentes de voltaje que son (1) que las curvas características del voltaje de carga de las fuentes sean las mismas o muy parecidas y (2) que las polaridades de las fuentes sean iguales y opuestas entre sí en todo momento. Los requisitos básicos, ampliados un tanto para aplicarlos a las máquinas de ca, son los siguientes:

1. Los valores efectivos (ca) del voltaje son los mismos, es decir, todas las máquinas deben tener *el mismo* voltaje nominal *efectivo*.

2. Los voltajes de todos los alternadores conectados en paralelo deben tener *la misma forma de onda*.
3. Los voltajes deben ser exactamente opuestos en fase, con respecto a dos alternadores o a un alternador dado y la barra.
4. Las frecuencias de todos los alternadores que se vayan a conectar en paralelo deben ser las mismas, es decir, los productos de sus polos y sus velocidades deben ser los mismos.
5. Las curvas características combinadas de voltaje general del alternador y velocidad del primomotor deben bajar con aplicación de la carga.
6. Sólo para las máquinas polifásicas, la *secuencia de fases* de los voltajes polifásicos del alternador que entra debe ser *la misma* que la de la barra de distribución (véase sección 7-15).

De hecho, *todos* los requisitos salvo el quinto se cumplen con el simple enunciado de que "*las polaridades de las fuentes siempre deben ser iguales y opuestas*". El quinto requisito se cumple con el enunciado de que "*las curvas características carga-voltaje de las fuentes deben ser las mismas o semejantes*". Se introducen las especificaciones adicionales debido a que estamos tratando con un voltaje alterno que tiene una determinada forma de onda, que generalmente se supone senoidal, como resultado del empleo de devanados distribuidos de armadura (figura 2-17c).

Primero describiremos la sincronización o funcionamiento en paralelo de los alternadores monofásicos antes de seguir con la de los polifásicos, porque la primera es menos compleja y sólo implica las primeras cinco condiciones de esta sección.

## 7-9 SINCRONIZACION DE ALTERNADORES MONOFASICOS

Las condiciones de polaridad que se describieron en la sección 7-8 se muestran en la figura 7-8a para dos alternadores monofásicos trabajando en paralelo y conectados como se muestra en la figura 7-8b. Las polaridades instantáneas que genera cada alternador se oponen entre sí a cada instante, como muestran las ondas de la figura 7-8 y las direcciones de la corriente de la figura 7-8b. Si se toma como referencia al alternador 1, el voltaje  $E_1$  se opone en todo momento al voltaje  $E_2$ , como se muestra en las figuras.

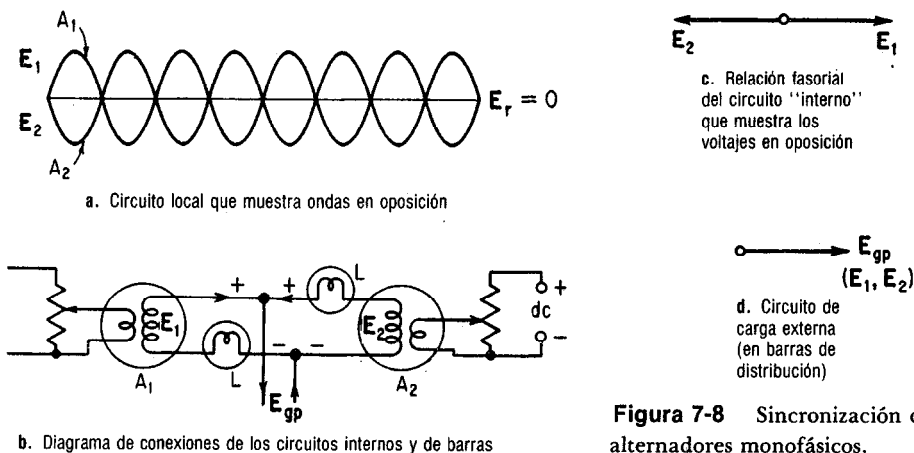


Figura 7-8 Sincronización de alternadores monofásicos.



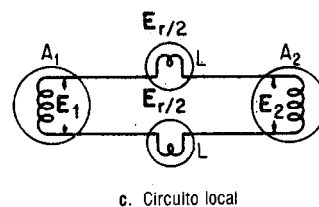
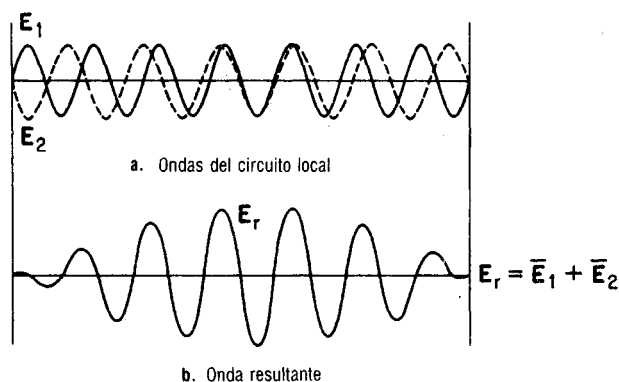
En la figura 7-8c se muestra un diagrama fasorial de esta oposición "interna o local" creada entre los dos alternadores, en donde se ve que son iguales y opuestos. Pero si son iguales y opuestos, el voltaje de la barra  $E_{gp}$  debe ser cero. Sin embargo, nos damos bien cuenta de que *no* es cero. Entonces, es bastante obvio que, al considerar diagramas fasoriales para el funcionamiento en paralelo, debemos distinguir entre aquellos diagramas fasoriales que se usan para representar voltajes en un circuito local, como los generados entre dos máquinas o dentro de una máquina única, y en el circuito externo, es decir, la relación entre el voltaje de la barra y la corriente de carga que suministra.

El diagrama de la figura 7-8a representa una sincronización perfecta porque ambos voltajes monofásicos del alternador son iguales y opuestos a cada instante, y tienen la misma frecuencia, forma de onda y valor efectivo de voltaje alterno. Veamos qué sucedería si cambiara ligeramente la frecuencia de  $E_2$  con respecto a la de  $E_1$ .

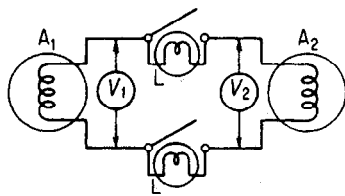
Supongamos que el primomotor de  $E_2$  sufre una reducción de velocidad que haga descender su frecuencia. Antes, el voltaje resultante de la figura 7-8a era cero, ya que la suma gráfica de voltajes iguales y opuestos era cero. Sin embargo, en la figura 7-9a, los voltajes tienen los mismos valores efectivos pero diferente frecuencia. La forma de la onda resultante se muestra en la figura 7-9b. Obsérvese que, cuando  $E_1$  y  $E_2$  están exactamente fuera de fase entre sí y alternando, la FEM resultante es cero; pero, cuando están en fase y alternando, la onda resultante es una onda máxima alterna.

Los focos o bombillas en el circuito local de la figura 7-8b siempre permanecerán apagados si las dos ondas son de la misma frecuencia, forma, y valor efectivo, porque el voltaje resultante  $E_r$ , que se produce en el circuito local es cero. Sin embargo, en el caso de la figura 7-9c, los focos en el circuito local parpadearán cuando el valor efectivo de  $E_r/2$  sea suficiente para encenderlos, es decir, siempre que el voltaje resultante sea máximo. Un examen cuidadoso de las formas de onda revelará que la diferencia en frecuencia entre  $E_1$  y  $E_2$  es un ciclo. Los focos en la figura 7-9c pasarán de un periodo apagado a uno brillante y de nuevo al periodo apagado, completando un ciclo de pulsación y representando la diferencia de frecuencia entre las dos ondas.

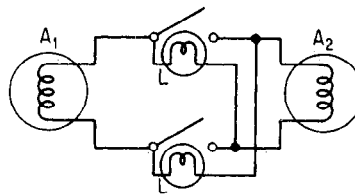
Ya que es posible usar focos como medio de detectar *diferencia de frecuencia* entre dos alternadores, consideremos la sincronización con focos de dos alternadores monofásicos como se muestra en la figura 7-10a. En este método de sincronización, al que se conoce como método *del foco o bombilla negro o apagado*, se conectan los focos como estaban en la figura 7-9c.



**Figura 7-9** Efecto de la diferencia de frecuencias entre dos alternadores.



a. Método del foco apagado para sincronización



b. Método del foco encendido para sincronización

**Figura 7-10** Sincronización de alternadores monofásicos mediante los métodos del foco encendido y del foco apagado.

Se alcanza la sincronización cuando los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  son iguales y los focos permanecen apagados. En este instante, el interruptor se puede cerrar para conectar en paralelo los alternadores. Sin embargo, este método de sincronización del foco negro tiene dos desventajas:

1. Podría haber una diferencia apreciable de voltaje entre los dos alternadores, pero insuficiente para hacer que enciendan los focos, que están en serie.
2. El operador que debe cerrar el interruptor no tiene manera de conocer el instante exacto, durante pulsaciones sucesivas del foco, en que la diferencia de voltaje es realmente cero.

Estas desventajas se superan mediante el método *del foco brillante*, o encendido, que se muestra en la figura 7-10b, en donde *se invierten* las conexiones de los focos. Ahora el brillo máximo se tiene cuando las formas de onda son exactamente iguales y opuestas (cero voltaje resultante), y los focos están apagados cuando el voltaje resultante es máximo, como se muestra en los ejemplos 7-5 y 7-6.

#### EJEMPLO 7-5

En la figura 7-10 el alternador 1 tiene un voltaje de terminales igual a 220 V y una frecuencia de 60 Hz, mientras que el alternador 2 tiene un voltaje de terminales igual a 222 V y una frecuencia de  $59\frac{1}{2}$  Hz. Estando abierto el interruptor, calcular

- a. El voltaje máximo y mínimo a través de cada foco o bombilla
- b. La frecuencia del voltaje a través de los focos
- c. El valor pico del voltaje a través de cada foco
- d. El número de pulsaciones máximas de luz por minuto.

#### Solución

$$\text{a. } E_{\max}/\text{foco} = E_1 + E_2 = \frac{220 + 222}{2} = 221 \text{ V (rms)}$$

$$E_{\min}/\text{foco} = \frac{E_2 - E_1}{2} = \frac{222 - 220}{2} = 1 \text{ V}$$

$$\text{b. } f = 60 - 59\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

$$\text{c. } E_{\text{pico}} = \frac{221 \text{ V}}{0.7071} = 313 \text{ V}$$

$$\text{d. } n = \frac{1}{2} \text{ ciclo/s} \times 60 \text{ s/min} = 30 \text{ puls/min}$$

### EJEMPLO 7-6

Cada alternador de la figura 7-10b genera un voltaje igual a 220 V ca. El alternador 1 tiene una frecuencia de 60 Hz y el alternador de 2 de 58 Hz. Estando abierto el interruptor, calcular

- El voltaje efectivo máximo a través de cada foco y su frecuencia
- La relación de fases en el instante en que se presenta el máximo voltaje
- El voltaje efectivo mínimo a través de cada foco y su frecuencia
- La relación de fases en el instante en que se presenta el mínimo voltaje.

### Solución

- $E_{\max}/\text{foco} = \frac{220 + 220}{2} = 220 \text{ V}$   
 $f = 60 - 58 = 2 \text{ Hz}$
- Los voltajes son iguales y opuestos en el circuito local.
- $E_{\min}/\text{foco} = \frac{220 - 220}{2} = 0 \text{ a frecuencia cero}$
- Los voltajes están en fase en el circuito local.

Los ejemplos 7-5 y 7-6 indican las ventajas obvias del método de sincronización del foco brillante, porque la diferencia en la intensidad de luz en el valor pico es percibida inmediatamente por el ojo, que es bastante sensible a las diferencias de intensidad. Como resultado de ello, el interruptor de conexión en paralelo se puede cerrar en el instante preciso en que los voltajes son iguales y opuestos. Suponiendo que los alternadores monofásicos se hayan conectado ya en paralelo, describiremos las condiciones bajo las cuales dividirán la carga.

## 7-10 EFECTOS DE LA CORRIENTE DE SINCRONIZACION (CIRCULACION) ENTRE ALTERNADORES MONOFASICOS

Supongamos que los alternadores de la figura 7-8b o 7-10b se conectan a una barra de distribución de carga que alimenta una carga en retraso. Supongamos también que, en el instante de conectar estos alternadores en paralelo, las frecuencias y las excitaciones eran idénticas, como se muestra en la figura 7-8a. Si los alternadores son de diseño idéntico, es decir, si tienen la misma resistencia de armadura y reactancia síncrona, el diagrama fasorial de la figura 7-11 mostrará la relación entre los dos alternadores bajo varias condiciones de carga. Usando el alternador 1 de la figura 7-8c como referencia, la relación de todas las caídas de voltaje en ambos alternadores se puede representar como se indica en la figura 7-11. Adviértase que todos los voltajes y corrientes de las máquinas están en oposición entre sí. Esto está en completa concordancia con las representaciones de las figuras 7-8a, b y c, en las que los voltajes y corrientes están en oposición en el circuito cerrado que se crea por las dos máquinas. Obsérvese que en este diagrama fasorial "ideal" los voltajes de terminales son iguales y opuestos y que los voltajes generados son iguales y opuestos, es decir, que están apartados  $180^\circ$ .

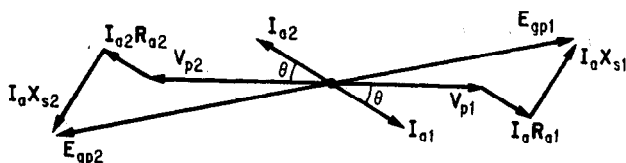
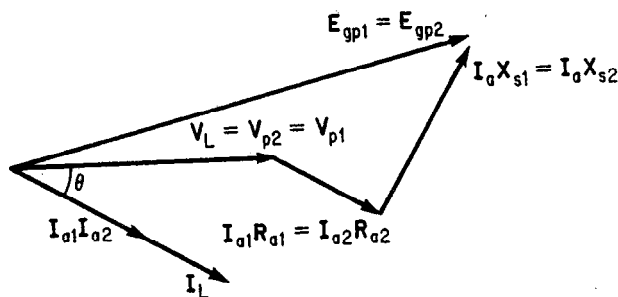


Figura 7-11 Diagrama fasorial interno "ideal" que muestra los voltajes opuestos en paralelo.



**Figura 7-12** Diagrama fasorial externo con respecto a la condición (ideal) del circuito de carga.

El diagrama fasorial se representa también en la figura 7-12 con respecto al circuito de carga, usando al alternador 1 como referencia. En este circuito de carga común, la suma de  $I_{a1}$  e  $I_{a2}$  produce la corriente de carga  $I_L$ , mientras que el voltaje de carga  $V_L$  es el mismo que el voltaje de terminales o voltaje de fase  $V_p$  del alternador. Puesto que las dos máquinas son idénticas, se puede sobreponer todas las caídas internas de voltaje, y los voltajes generados son iguales y mantienen la misma relación de fases con el voltaje de terminales y la corriente de carga.

Los alternadores de las figuras 7-11 y 7-12 están perfectamente sincronizados porque no hay diferencia de voltaje entre ellos en el instante de sincronización o como resultado de un cambio de la FEM inducida por caídas internas de voltaje debidas a la carga. En cualquier caso, por lo tanto, no hay corriente de sincronización o circulación entre los alternadores, como se demuestra en el ejemplo 7-7.

### EJEMPLO 7-7

Si los alternadores de los ejemplos 7-5 y 7-6 tienen cada uno una resistencia de armadura igual a  $0.1 \Omega$  y una reactancia de  $0.9 \Omega$ , calcular la corriente de sincronización en las armaduras de ambos alternadores si se cierra el interruptor entre ellos en el instante adecuado para dejarlos conectados en paralelo.

### Solución

En el ejemplo 7-5,

$$E_r = 222 - 220 = 2 \text{ V}$$

$$I_s = \frac{E_r}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \text{ V}}{0.2 + j1.8} = \frac{2 \angle 0^\circ \text{ V}}{1.81 \angle 83.66^\circ \Omega} = 1.105 \angle -83.66^\circ \text{ A}$$

En el ejemplo 7-6,

$$E_r = 220 - 220 = 0 \text{ V}$$

$$I_s = 0$$

Es necesario señalar que la diferencia en corriente circulante de sincronización no se debe a los métodos del foco o bombilla, sino más bien a la diferencia en la FEM generada por fase de los dos alternadores.

El ejemplo 7-7 y el diagrama de la figura 7-11 nos permiten formular una ecuación para la corriente de sincronización, que circula entre dos armaduras de alternador o de un alternador determinado y su barra de distribución:

$$I_s = \frac{E_{gp1} - E_{gp2}}{Z_{p1} + Z_{p2}} + \frac{E_r}{(R_{a1} + R_{a2}) + j(X_{s1} + X_{s2})} \quad (7-4)$$

donde  $I_s$  es la corriente de sincronización, que circula en la armadura del alternador del circuito local entre los dos alternadores (o entre el alternador y la barra), por fase

$E_r$  la diferencia fasorial entre los voltajes generados por los dos alternadores, o en un alternador dado y el voltaje equivalente generado que producen los restantes alternadores que alimentan a la barra, por fase,  $E_{gp1} = E_{gp2}$   
 $R_a$  y  $X_s$  la resistencia de armadura y la reactancia síncrona, respectivamente, por fase para cada alternador

Se debe hacer notar también, de la ecuación (7-4) y el ejemplo 7-7, que, ya que la reactancia síncrona de los alternadores es en general alta con respecto a la resistencia de armadura, la corriente de sincronización estará retrasada con respecto al voltaje resultante  $E_r$  en casi  $90^\circ$ . Pero la corriente de sincronización circula en las armaduras de *ambas* máquinas. ¿Qué efecto produce en las máquinas y cuál es su efecto en la distribución de la carga?

Supongamos que la excitación del alternador 2, representada en el diagrama fasorial de la figura 7-11, se incrementara de tal modo que  $E_{gp2}$  sea mayor que  $E_{gp1}$ . En el circuito interno o local de los dos alternadores, se producirá una FEM resultante,  $E_r$ , como se muestra en la figura 7-13, y pasará una corriente de sincronización  $I_s$ . Como los voltajes inducidos son de fases exactamente opuestas, el voltaje resultante  $E_r$  está en fase con el mayor voltaje inducido,  $E_{gp2}$ . La corriente de sincronización  $I_s$  está retrasada casi  $90^\circ$  con respecto a  $E_{gp2}$  y  $E_r$ , y está adelantada con respecto a  $E_{gp1}$  en más de  $90^\circ$  ( $180 - \theta$ ), como se muestra en la figura 7-13.

La corriente de sincronización, tal como se definió en la ecuación (7-4), circula *sólo en el circuito local* y está limitada únicamente por la impedancia síncrona de los dos alternadores en paralelo, despreciando las puntas, barras de distribución, etc.

La potencia de sincronización generada por el alternador 2, como resultado de su mayor excitación y flujo de corriente de armadura  $I_s$ , es

$$P_2 = E_{gp2} I_s \cos \theta \quad (7-5)$$

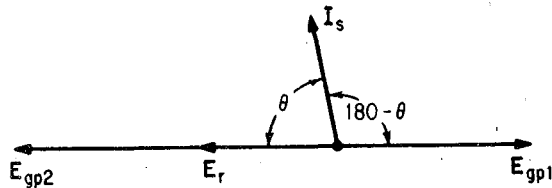
en la cual  $\theta$  es el ángulo entre  $E_r$  (o  $E_{gp2}$ ) e  $I_s$ .

La potencia de sincronización que produce la corriente respectiva en el generador 1 es

$$P_1 = E_{gp1} I_s \cos (180 - \theta) = -E_{gp1} I_s \cos \theta \quad (7-6)$$

en la cual  $(180^\circ - \theta)$  es el ángulo entre  $E_{gp1}$  e  $I_s$ .

Como la expresión  $\cos (180^\circ - \theta)$  en la ecuación (7-6) es mayor que  $90^\circ$ , la potencia de sincronización  $P_1$  en el alternador 1 es *negativa*, mientras que la potencia



**Figura 7-13** Corriente interna de sincronización que se produce como resultado del incremento de excitación del alternador 2.

generada por el alternador 2 es *positiva*. Así, se produce acción de *generador* en el alternador 2, pero en el alternador 1 se produce acción de *motor*. En el caso del último, la potencia negativa, o sea la potencia recibida por un generador, indica la acción de motor.

Sin embargo, el numerador de la ecuación (7-4) indicaba que  $E_r$  es la diferencia de los voltajes generados y [ya que  $I_s \cos \theta$  es igual en las ecuaciones (7-5) y (7-6)] podemos por lo tanto formular una ecuación para la pérdida verdadera de potencia (transformada en calor) que debe ser suministrada en forma mecánica por el primomotor del alternador 2 como

$$E_r I_s \cos \theta = P_2 - P_1 = I_s^2 (R_{a1} + R_{a2}) \quad (7-7)$$

Las relaciones de potencia de las ecuaciones (7-5), (7-6 y 7-7) se pueden resumir cuantitativamente en una ecuación única como sigue:

$$\begin{array}{ccc} (7-5) & (7-6) & (7-7) \\ E_{gp2} I_s \cos \theta = E_{gp1} I_s \cos (180 - \theta) + E_r I_s \cos \theta & & \end{array} \quad (7-8)$$

o bien, en forma cualitativa:

Potencia generada = potencia del motor + pérdidas de potencia		
Esto es,	Potencia total entregada por el alternador 2 (que tiende a resistir el movimiento de ese alternador)	Potencia de sincronización del alternador 1 = (que tiende a impulsar hacia adelante a ese alternador) + Pérdidas de potencia

Si se omite la carga externa a los dos alternadores, entonces podemos considerar los efectos de la corriente de sincronización y la distribución de la potencia correspondiente en el ejemplo siguiente ilustrativo.

Obsérvese que el voltaje de terminal en la barra de los voltajes generados en el ejemplo 7-8 es

$$\frac{E_{gp1} + E_{gp2}}{2} = \frac{220 + 200}{2} = 210 \text{ V}$$

Sin embargo, esto sólo se aplica cuando los dos generadores tienen la *misma* resistencia interna de armadura y la misma reactancia síncrona.

El ejemplo 7-8 hace resaltar, una vez más, las relaciones importantes relacionadas con las diferencias entre las acciones de motor y generador que se presentaron primero en la sección 1-20, así como algunos conceptos nuevos, a saber:

**EJEMPLO 7-8**

Se sincronizan dos alternadores monofásicos de tal modo que sus FEM se oponen exactamente  $180^\circ$  como se muestra en la figura 7-13. Pero la FEM del alternador 1 se ajusta a 200 V y la del alternador 2 a 220 V. Cada alternador tiene una resistencia de armadura igual a  $0.2 \Omega$  y una reactancia síncrona de  $2 \Omega$ . En el instante de cerrar el interruptor para conectar en paralelo a las dos máquinas, calcular

- La acción de generador que desarrolla el alternador 2
- La acción de motor, o potencia de sincronización, entregada al alternador 2
- La pérdida de potencia en ambas armaduras
- El voltaje de terminales de cada alternador
- Un diagrama fasorial que muestre las relaciones de voltaje y todas las caídas de voltaje.

**Solución**

a.  $E_r = E_2 - E_1 = 220 - 200 = 20 \text{ V}$

$$I_s = \frac{E_r}{Z_{p1} + Z_{p2}} \quad (7-4)$$

$$= \frac{20 \text{ V}}{0.2 + 0.2 + j(2.0 + 2.0)}$$

$$= \frac{20 \angle 0^\circ \text{ V}}{4.02 \angle 84.3^\circ \Omega} = 4.98 \angle -84.3^\circ \text{ A}$$

$$P_2 = E_{gp2} I_s \cos \theta \quad (7-5)$$

$$= 220 \times 4.98 \cos 84.3^\circ$$

$$= \mathbf{108.9 \text{ W}} \quad (\text{potencia total suministrada por el alternador 2})$$

b.  $P_1 = E_{gp1} I_s \cos (180^\circ - \theta) \quad (7-6)$

$$= -200 \times 4.98 \cos 84.3^\circ$$

$$= \mathbf{-98.9 \text{ W}} \quad (\text{potencia de sincronización recibida por el alternador 1})$$

c. Pérdidas:  $P_2 - P_1 = 108.9 - 98.9 = 10 \text{ W} \quad (7-7)$

Comprobación:  $E_r I_s \cos \theta = 20 \times 4.98 \cos 84.3^\circ$

$$= 9.9 \text{ W} \quad (7-7)$$

2a. comprob:  $I_s^2 (R_{a1} + R_{a2}) = (4.98)^2 \times 0.4$

$$= 9.9 \text{ W, de acuerdo con la ecuación (7-6)}$$

- d. De la figura 7.14,  $V_{p2}$ , el voltaje de fase entre las terminales del alternador 2 es, según la ecuación (7-1),

$$V_{p2} = E_{gp2} - I_s Z_{p1}$$

$$= 220 - [4.98 \times 2.01 \angle 84.3^\circ] \quad (1-9)$$

$$= 220 - 10 = \mathbf{210 \text{ V}} \quad (\text{acción de gener.})$$

De la sección 7-21,

$$V_{p1} = E_{gp1} + I_s Z_{p1}$$

$$= 200 + [4.98 \times 2.01 \angle 84.3^\circ] \quad (1-8)$$

$$= 200 + 10 = \mathbf{210 \text{ V}} \quad (\text{acción de motor})$$

- e. El diagrama fasorial se muestra en la figura 7-14.

1. En el modo *motor*, la energía eléctrica de alguna fuente externa se entrega a la máquina. El voltaje generado por el motor es menor que el voltaje aplicado a sus terminales debido a la caída por impedancia interna.
2. En el modo *generador*, el voltaje generado que se produce como resultado de la potencia mecánica suministrada por un primomotor es mayor que el voltaje de terminales debido a su caída de voltaje por impedancia interna.
3. La única *pérdida* de potencia continua [ecuación (7-7), omitiendo la fricción mecánica y con el aire, etc.] es la pérdida en el cobre de las dos armaduras. La potencia de *sincronización* es una potencia que se ha transferido (en el ejemplo 7-8 fueron 99 W) del alternador 2 al alternador 1, haciendo que éste último tienda a

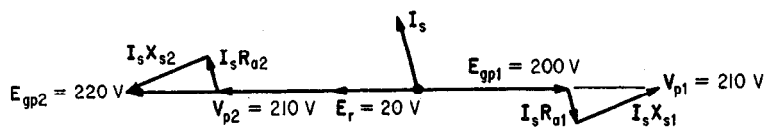


Figura 7-14 Diagrama fasorial del ejemplo 7-8, parte (e)

trabajar como motor en la misma dirección en la que lo impulsa su primomotor. Ya que la potencia *sólo* se puede disipar por la resistencia, está disponible en la barra de distribución para su empleo por la carga, además de la que generan ambos alternadores, impulsados por sus propios primomotores.

4. Cada vez que un motor se conecta a un suministro, está en paralelo con él. La corriente que se entrega al motor o que éste toma del suministro indica la acción de motor. Si por cualquier medio el motor es impulsado en la misma dirección por su carga acoplada de tal modo que manda corriente *hacia* el suministro, está funcionando en el modo generador cuando su voltaje generado es mayor que el voltaje en las barras.

Además de la producción de una pequeña pérdida de potencia, el *efecto primario de la corriente de sincronización es la producción de potencia de sincronización*. Los diagramas fasoriales representados en las figuras 7-13 y 7-14 son sólo diagramas *instantáneos* de un cambio instantáneo que se produce en la FEM generada de uno o más alternadores en paralelo con una barra de distribución. Al producirse esta diferencia, se produce inmediatamente una potencia de sincronización que origina los dos cambios siguientes:

1. El alternador que genera la potencia de sincronización *se retarda en su fase* como resultado de la mayor carga y par electromagnético contrario.
2. El alternador que recibe la potencia de sincronización *avanza en su fase* debido a la acción de motor que produce su máquina impulsora en la misma dirección.

El efecto de la corriente de sincronización cuando la FEM de un alternador aumenta, por aumento de su corriente de campo, se muestra en la **figura 7-15**, que se basa en los dos cambios instantáneos antes mencionados que se producen debido a la potencia de sincronización. Recuerdese que todos los fasores giran en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Hay que ver que el alternador 2 *ha regresado* de su posición original, mientras que el alternador 1 *ha avanzado* de su posición original, *acercando* entre sí las FEM inducidas.

Como la FEM resultante  $E_r$  es la suma fasorial de las 2 FEM inducidas, ya no está en fase con  $E_{gp2}$ , sino que está retrasada en un ángulo pequeño. La corriente de sincronización, de acuerdo con la ecuación (7-4), sigue estando retrasada con respecto

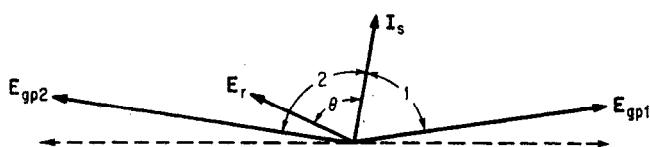


Figura 7-15 Posiciones ajustadas de fase como resultado de transferir la potencia de sincronización entre dos alternadores.



a esta resultante en el ángulo  $\theta$ . El ángulo por el que el alternador 2 regresará en su fase y el alternador 1 avanzará en su fase depende de

1. Las magnitudes relativas de  $E_{gp1}$  y  $E_{gp2}$ , que determinan la magnitud de  $E_r$ .
2. La magnitud de la corriente de sincronización resultante que circule en ambas armaduras.

Se establece un equilibrio cuando no se produce potencia de sincronización o acción de motor en cualquiera de los alternadores, ya que el ángulo 1 es menor que  $90^\circ$ , para el alternador 1, y el ángulo 2 es menor que  $90^\circ$  para el alternador 2, de acuerdo con la relación  $E_{gp} I_s \cos$  (ángulo entre ellas). La única potencia que se produce es, entonces,  $E_r I_s \cos \theta$ , y esta pérdida de potencia en el cobre de la armadura está definida por la relación

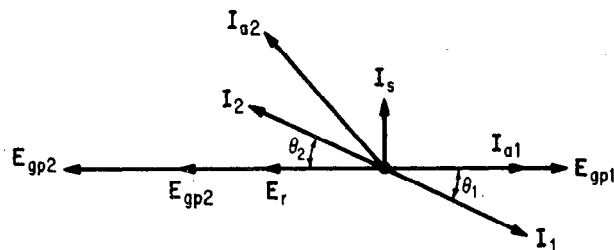
$$E_{gp2} I_s \cos (\text{ángulo } 2) + E_{gp1} I_s \cos (\text{ángulo } 1) = E_r I_s \cos \theta \quad (7-9)$$

Se debe notar que ya que los valores del voltaje que genera cada alternador son los mismos en la figura 7-15 que en la figura 7-13, pero que ahora están más cercanos en su fase, *tanto* el voltaje resultante  $E_r$  *como* la corriente de sincronización  $I_s$  son mayores y no son las mismas en la ecuación (7-9) que en la (7-8). Este pequeño incremento adicional de la pérdida de potencia,  $I_s^2 (R_{a1} + R_{a2})$  que se produce por el aumento en la corriente de sincronización lo suministran ambos alternadores de acuerdo con la ecuación (7-8).

Del mismo modo, si la corriente del campo del alternador 1 aumenta repentinamente de tal modo que su voltaje generado sea mayor que el del alternador 2, este último alternador suministra una potencia de sincronización. En ambos casos, el voltaje entre terminales de ambas máquinas es el *mismo* por la simple razón de que están conectadas en paralelo. Puesto que la corriente de sincronización es toda *interna*, y lo que ocurra internamente produce el mismo voltaje con respecto al circuito externo, si se cambia la resistencia del reóstato de campo y la corriente de campo de *cualquiera* de los alternadores en paralelo entre sí, *no se afecta a la repartición de carga entre ellos*. Esto es una diferencia de los generadores de cd que se estudiaron antes, en los que *no* se puede alcanzar una transferencia de carga cambiando el voltaje generado del alternador 1.

La corriente de circulación en la armadura del alternador, sobrepuesta a la corriente de carga que se entrega a la carga externa, puede cambiar el factor de potencia del alternador dado y posiblemente reduzca la potencia que entrega a las cargas. Esto se muestra en la figura 7-12, y en la figura 7-13 se muestra la mayor excitación del alternador 2.

Se debe hacer notar que el efecto de la posición ajustada en la fase que se muestra en la figura 7-15 no se refleja en la figura 7-16. El motivo es que los ángulos son muy pequeños, como lo indican la ecuación (7-9) y el ejemplo 7-8, en los que la pérdida total de potencia es comparativamente pequeña. En principio,  $I_1$  e  $I_2$  son las corrientes iguales de carga que se muestran en la figura 7-12, cada una retrasada el mismo ángulo  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , respectivamente, en cuanto al voltaje generado. Cuando se sobreexcita el campo del alternador 2 para producir un valor mayor de  $E_{gp2}$  y  $E_r$ , respectivamente, la corriente circulante de sincronización  $I_s$  que se produce pasa a través



**Figura 7-16** Cambio en el factor de potencia de la carga de ambos alternadores como resultado de la corriente de sincronización.

de las armaduras de ambos alternadores además de la corriente de carga. Se reduce la corriente resultante de carga del generador 1, y mejora el factor de potencia de ese generador. Al mismo tiempo, aumenta la corriente resultante de armadura del generador 2, y su factor de potencia tiene más retraso (empeora). El factor de potencia más disminuido del alternador 2 reduce su capacidad para suministrar corriente útil a la carga.

## 7-11 EFECTO ESTABILIZADOR DE LA CORRIENTE DE SINCRONIZACION

La figura 7-16 también permite percibir el efecto de *estabilización* de la corriente de sincronización. Ya que esta corriente,  $I_s$ , está retrasada con respecto al voltaje generado en el alternador 2, pero adelantada con respecto al voltaje generado en el alternador 1, produce una acción *desmagnetizante* en el *primero*, y una acción *magnetizante* en el *último* (secciones 5-9 y 6-7).

Así, la corriente de sincronización que se produce como resultado de sobreexcitar un alternador determinado tiende a:

Hacer que el alternador entregue más potencia de sincronización a los demás alternadores en paralelo.

Hacer que el voltaje del alternador tenga menor factor de potencia con la consecuente desmagnetización de su flujo de entrehierro.

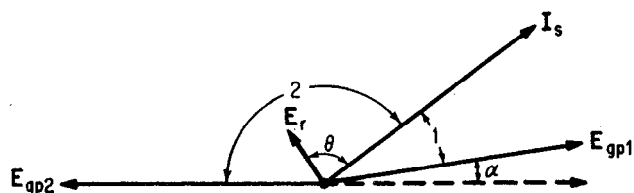
Hacer que los demás alternadores mejoren o eleven su factor de potencia, con la consecuente magnetización de su flujo de entrehierro.

De este modo, cualquier tendencia de un alternador dado a tomar carga adicional como resultado de mayor voltaje generado se estabiliza en forma automática sin ninguna transferencia apreciable de carga.

Lo anterior hace que surjan dos preguntas:

1. ¿Cómo se puede aumentar o disminuir el voltaje en las barras de distribución?
2. ¿Cómo se logra la transferencia de carga entre los alternadores?

El único modo de elevar o bajar el voltaje de las barras sin afectar a la potencia y a los factores de potencia de los alternadores individuales que entregan carga en paralelo es aumentar o disminuir el voltaje de *todos* esos alternadores en *forma simultánea*. Esto responde a la primera de las preguntas anteriores. La segunda se contesta a continuación.



**Figura 7-17** Cambio en la posición de la fase como resultado de un aumento de velocidad del alternador 1.

Supongamos que los dos alternadores, como se muestra en las figuras 7-11 y 7-12, están trabajando en paralelo bajo condiciones ideales, es decir, que sus FEM generadas son iguales, que están tomando cargas iguales y que tienen caídas internas de impedancia síncrona idénticas. Supongamos también que el primomotor del alternador 1 tiende a aumentar su velocidad, haciendo que su FEM generada  $E_{gp1}$  avance en fase como se indica en la figura 7-17. Trabajando inicialmente como generadores ideales en paralelo, sus FEM inducidas eran siempre iguales y opuestas, y no se producía FEM resultante. Pero ahora, el primomotor 1 aumenta su velocidad y se produce una FEM resultante,  $E_r$ , por la diferencia de frecuencia entre las dos máquinas, como lo indica el avance del voltaje generado  $E_{gp1}$  en la figura 7-17. Al igual que en el caso de la sección precedente, el voltaje  $E_r$  resultante origina que se produzca una corriente de circulación  $I_s$  en la armadura de ambos generadores, de acuerdo con la ecuación (7-4).

Esta corriente de sincronización origina una potencia de sincronización en el generador 1, o sea  $P_1 = E_{gp1} \cos(\text{ángulo } 1)$ . Esta potencia de sincronización contiene un componente de pérdida de potencia en armadura ( $E_r I_r \cos \theta$ ) y un componente de transferencia de potencia de sincronización, que es la potencia que se transfiere al alternador 2 para producir la acción de motor.

El alternador 1 está suministrando potencia por acción de generador y el alternador 2 está recibiendo potencia por acción de motor. La potencia que recibe el alternador 2 es  $E_{gp2} I_s \cos(\text{ángulo } 2)$ , que es una potencia negativa igual a la diferencia entre la potencia que genera el alternador 1 y las pérdidas en el cobre de las armaduras de los dos alternadores [ecuación (7-9)]. Dado que el primomotor del alternador 1 tiene más carga como resultado de la potencia adicional generada, tenderá a “sentarse” o regresar en su fase y en su velocidad. Por otro lado, el alternador 2, como resultado de recibir potencia de sincronización y acción de motor, tenderá a avanzar en su fase. De este modo, una vez más, la corriente de sincronización actúa de tal modo que los alternadores se mantienen continuamente en sincronismo.<sup>3</sup>

Obsérvese en la figura 7-17 que la potencia de sincronización que recibe el alternador 2 depende en realidad del ángulo  $\theta$ . Para un ángulo dado  $\alpha$  de avance del alternador 1 con respecto a su posición anterior, el ángulo 1 entre la FEM inducida,  $E_{gp1}$ , del alternador 1 y la corriente de sincronización  $I_s$  depende de  $\theta$ . Pero  $\theta$  depende de la impedancia síncrona interna de los alternadores. Si  $\theta$  es pequeña, el ángulo 1 es grande y el coseno de un ángulo grande tiene valor pequeño.

Para desarrollar la misma potencia de sincronización en el alternador 1, se necesitaría más corriente de sincronización para un valor pequeño de  $\theta$ . Sin embargo,

<sup>3</sup> Por esta razón, los primomotores deben tener curvas características planas o que bajen para que una mayor carga tienda a reducir la velocidad y una carga menor tienda a aumentar la velocidad, ayudando con ello al efecto descrito de la corriente de sincronización.

un valor extremadamente alto de la impedancia síncrona del alternador podría también reducir la corriente de sincronización con mayor rapidez que la disminución del ángulo  $\delta$  entre la corriente de sincronización y el voltaje generado.

Por lo tanto, es obvio que una *relación razonablemente alta* de reactancia síncrona con la resistencia de armadura producirá una potencia de sincronización *rápida y suficiente* para asegurar el buen funcionamiento en paralelo, aunque pueda dar lugar a un control o regulación deficiente (secciones 6-7, 6-8 y 6-9). Debido a eso, se puede afirmar en general, que aquellos alternadores que trabajan mejor en paralelo son los que tienden a tener regulaciones menos buenas, debido a una alta relación de reactancia a resistencia.

Con respecto a los cambios en la velocidad del primomotor o a las aplicaciones o retiros súbitos de carga, para una *estabilidad máxima en paralelo*, los alternadores deberían tener lo siguiente:

Una alta relación de reactancia síncrona a resistencia de armadura.

Una impedancia total lo suficientemente baja como para que los cambios pequeños en su ángulo de avance de fase ( $\alpha$ ) produzcan grandes valores de potencia y corriente de sincronización.

Para comprobación, veamos los ejemplos 7-9 y 7-10.

### EJEMPLO 7-9

Los alternadores del ejemplo 7-8 tienen cada uno un voltaje generado igual a 230 V y una impedancia igual a  $2.01 \angle 84.3^\circ \Omega$ . El primomotor del alternador 1 lo mueve  $20^\circ$  adelante de su posición correcta. Calcular

- La corriente de sincronización
- La potencia de sincronización que desarrolla el alternador 1
- La potencia de sincronización que recibe el alternador 2
- Las pérdidas en la armadura.

#### Solución

$$E_2 = 230 \angle +180^\circ = -230 + j0$$

$$E_1 = 230 \angle 20^\circ = 216 + j78.6$$

$$E_r = E_2 + E_1 = -14 + j78.6 = 79.9 \angle 100.1^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } I_s &= \frac{E_r}{Z_1 + Z_2} = \frac{79.9 \angle 100.1^\circ \text{ V}}{2(2.01 \angle 84.3^\circ \Omega)} \\ &= \frac{79.9 \angle 100.1^\circ \text{ V}}{4.02 \angle 84.3^\circ \Omega} \\ &= 19.88 \angle 15.8^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } P_1 &= E_{gp1} I_s \cos(E_{gp1}, I_s) \\ &= 230 \times 19.88 \cos 4.2^\circ \\ &= 4560 \text{ W} \quad (\text{potencia entregada a la barra de distribución}) \end{aligned} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P_2 &= E_{gp2} I_s \cos(E_{gp2}, I_s) \\ &= 230 \times 19.88 \cos 164.2^\circ \\ &= -4400 \text{ W} \quad (\text{potencia recibida de la barra de distribución}) \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\begin{aligned} \text{d. Pérdidas: } P_1 - P_2 &= 4560 - 4400 \\ &= 160 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} \text{Comprob. } E_r I_s \cos \theta &= 79.9 \times 19.88 \cos 84.3^\circ \\ &= 160 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} \text{Segunda comprobación: } I_s^2 R_{aT} &= (19.88)^2 \times 0.4 \\ &= 160 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-7)$$

### EJEMPLO 7-10

Repetir el ejemplo 7-9 cuando cada alternador tiene una impedancia de  $6 \angle 50^\circ \Omega$ .

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } I_s &= \frac{E_r}{Z_1 + Z_2} = \frac{79.9 \angle 100.1^\circ \text{ V}}{12 \angle 50^\circ \Omega} \\ &= 6.66 \angle 50.1^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } P_1 &= E_{gp1} I_s \cos(E_{gp1}, I_s) \\ &= 230 \times 6.66 \cos 30.1^\circ = 1325 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P_2 &= E_{gp2} I_s \cos(E_{gp2}, I_s) \\ &= 230 \times 6.66 \cos 129.9^\circ = -983 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\text{d. Pérdidas: } P_1 - P_2 = 1325 - 983 = 342 \text{ W} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} \text{Comprob. } E_r I_s \cos \theta &= 79.9 \times 6.66 \cos 50^\circ \\ &= 342 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} \text{Segunda comprobación: } I_s^2 R_{aT} &= (6.66)^2 (12 \cos 50^\circ) \\ &= 342 \text{ W} \end{aligned} \quad (7-7)$$

Adviértase que el empleo de una impedancia mayor a menor  $Q$ , o sea  $X_s/R_a$ , ha tenido por efecto:

Una *reducción* en la potencia de sincronización, lo cual es una desventaja.

Un *aumento* en las *pérdidas*, a pesar de la reducción de la corriente de sincronización.

Es por este motivo, además de otros, que se prefiere una alta relación de reactancia a resistencia en la armadura, a *pesar* de su efecto sobre la regulación. Finalmente, como se hizo notar en la sección 6-8, una mala regulación de voltaje se puede compensar con el empleo de reguladores de voltaje, los cuales varían la excitación del campo para mantener voltaje constante a la salida, independientemente de los cambios de carga.

## 7-12 FLUCTUACION U OSCILACION DE LOS ALTERNADORES

Las secciones anteriores (secciones 7-10 y 7-11) demostraron que se produce una corriente instantánea de sincronización siempre que la corriente del campo de un alternador aumente o su primomotor aumente su velocidad. El efecto de la corriente de sincronización es producir una potencia instantánea de sincronización que hace que el alternador *que genera* la potencia *regrese* al sincronismo y que los alternadores que *reciben* la potencia *avancen* al sincronismo. Parecería que esas tendencias, aunadas con las características de disminución de la velocidad de los primomotores del alternador, debieran ocasionar una situación extrema de estabilidad y equilibrio. Esto bien podría ser así si la velocidad del primomotor fuera constante durante todo un ciclo completo de revolución.

Desafortunadamente, un primomotor de naturaleza recíprocante, como los motores de vapor, diesel y gasolina, puede tener una velocidad media constante en rpm, pero no tiene una velocidad constante en un giro o ciclo completo. Durante el golpe o tiempo de *potencia* de un motor recíprocante de vapor, por ejemplo, el alternador se impulsa *adelantándose* al sincronismo, mientras que en el tiempo de *regreso* el alternador *se retrasa* del sincronismo. Un alternador de 30 polos que trabaje a 60 Hz tendrá una velocidad media de su primomotor de 240 rpm, o sea, 4 revoluciones por segundo. En una revolución, o sea, en  $\frac{1}{4}$  de segundo, el alternador habrá efectuado 15 ciclos de alternar la corriente! La respuesta eléctrica del alternador, aun a cambios pequeños que se producen en el primomotor, es casi instantánea. Sin embargo y desafortunadamente, los rotores de los alternadores son bastante pesados y tienen gran cantidad de inercia.

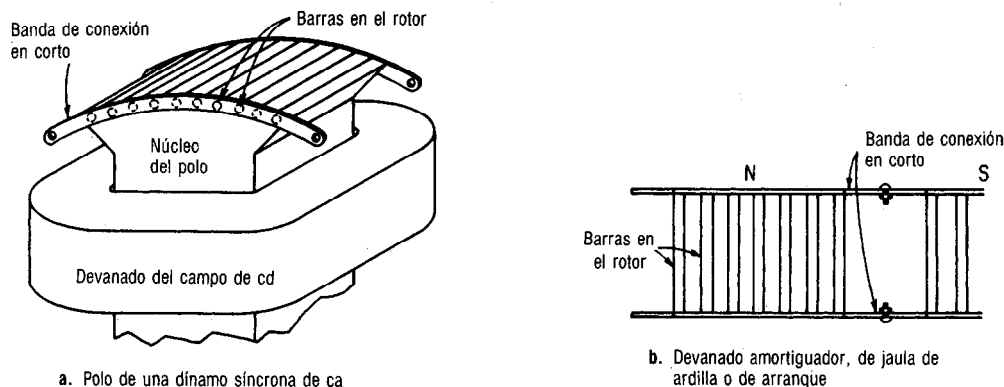
Si, durante el tiempo de potencia, al alternador se le impulsa ligeramente adelante del sincronismo, entregará al instante potencia de sincronización a los demás alternadores. Estos reciben esta potencia instantánea pero, debido a su inercia, su respuesta es lenta. El alternador en adelanto produce entonces más y más corriente de sincronización para tratar de llevar a sincronismo a los demás alternadores, y al mismo tiempo se "sienta". La potencia que se transmite puede ser tan grande y la demanda de par contrario del alternador que se acelera puede ser tan alta que, en lugar de regresar al sincronismo, en realidad se queda *atrás* de los otros alternadores. Al retrasarse, su primomotor puede estar en el tiempo de *retroceso*, lo cual no ayuda en nada; y

al retrasarse recibe instantáneamente potencia *procedente* de la barra de distribución y actúa como *motor*.

La potencia de sincronización que recibe, más el refuerzo adicional del primomotor en su tiempo de potencia dan lugar una vez más a que el alternador original se impulse todavía más adelante que la primera vez. La inercia de los demás alternadores, no respondiendo inmediatamente a la potencia instantánea que recibieron, hace que el alternador en adelanto produzca aún más corriente de sincronización que antes. De hecho, el alternador está "fluctuando" para la velocidad síncrona estable sin poder encontrarla.

Esta oscilación periódica que se repite, o *fluctuación de penduleo*, por arriba y abajo de la velocidad síncrona del alternador que está impulsado por un motor reciprocante, continúa amplificándose en cada oscilación con respecto a la anterior. Si se conectan instrumentos tales como amperímetros y vatímetros, se puede observar la oscilación en el amperímetro a medida que aumenta y disminuye la corriente, y la potencia se invierte periódicamente en el vatímetro, en respuesta a la recepción y generación de la potencia de sincronización. Ya que estas condiciones, por las razones antes expuestas, no cesan por sí solas y no se autolimitan, es necesario tomar medidas en el diseño combinado del alternador y su impulsor para eliminarlas. A continuación presentamos algunas de las técnicas que se emplean para reducir la fluctuación de penduleo.

1. Los devanados *amortiguadores* (literalmente "eliminadores"), que se muestran en la **figura 7-18**, consisten en barras en forma de barrotos de jaula de ardilla, y se colocan en las caras polares del rotor para "matar" el efecto de penduleo. Cuando los polos de campo están girando frente a la armadura a velocidad síncrona, no se induce voltaje en el devanado amortiguador en cortocircuito. Si la velocidad del rotor aumenta o se reduce, apartándose de la velocidad síncrona, se produce un voltaje y una gran corriente de cortocircuito en el devanado amortiguador. Debido a la ley de Lenz, esta corriente induce un flujo que se opone a la fuerza que la produjo, es decir, al cambio de velocidad.



**Figura 7-18** Polo de una dinamo síncrona de ca en el que se ve el devanado amortiguador.

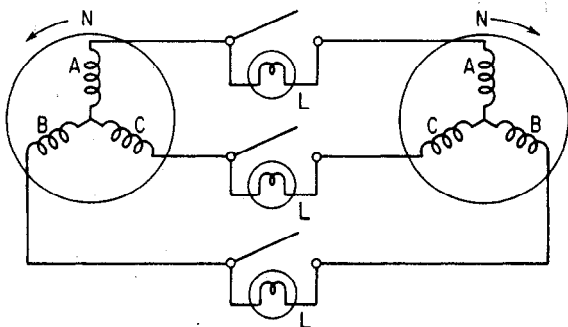
2. El eje del primomotor puede contar con un volante grande y pesado. Con ello se aumenta la inercia de esa máquina y se la ayuda a producir una velocidad más constante durante una revolución.
3. Se usan amortiguadores fluidos en los aceleradores o gobernadores de los primomotores para evitar su respuesta inmediata a cambios secundarios y repentinos de la demanda del alternador, de más o menos potencia.
4. Se emplean primomotores que tienen un ciclo uniforme de potencia en una revolución completa. Por ejemplo, las turbinas de gas o vapor tienen esta característica.

## 7-13 SINCRONIZACION DE ALTERNADORES POLIFASICOS

Toda la descripción anterior, si bien está desarrollada en términos de alternadores monofásicos, se aplica por igual al alternador polifásico porque todas las consideraciones y cálculos se han hecho sobre la base por fase para un alternador trifásico o de otro número de fases. Las únicas diferencias se presentan en el método de sincronización y en los criterios de secuencia de fases (el sexto requisito de la sección 7-8). Este requisito establece que la *secuencia de fases* del alternador que entra a la conexión en paralelo debe ser la misma que la de la barra de distribución, es decir, de los alternadores existentes que estén ya en paralelo.

Como se dijo en la sección 2-13, para un alternador trifásico sólo son posibles *dos* secuencias de fases, por la simple razón de que sólo hay dos direcciones posibles de giro en las cuales los polos pasan por delante de los devanados de armadura. La **figura 7-19** muestra un alternador a la izquierda, que se va a conectar en paralelo a un alternador o barra de distribución a la derecha. El rotor del alternador de la izquierda gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj, mientras que el de la derecha gira con las manecillas del reloj. Sin embargo, la secuencia de fase de ambas máquinas es la misma (ABCABCA), lo cual se indica mediante las fases que encuentra un polo norte de la unidad que gira alrededor de la armadura y de los voltajes que induce.

La secuencia de fase se puede comprobar en forma muy sencilla conectando un motor de inducción pequeño con la barra de distribución y observando su dirección de giro. A continuación, el motor de inducción se conecta con el alternador que se vaya a conectar en paralelo y, si la dirección de giro es la misma, la secuencia de fases de la máquina que va a entrar es la misma que la de la barra. Si el motor de inducción gira



**Figura 7-19** Secuencia de fases de alternadores y método de sincronización con el foco o bombilla apagado.

en dirección opuesta, se pueden invertir dos cualesquiera de los tres conductores del alternador que entra (conductores de los interruptores en la figura 7-19) y con ello se asegura la secuencia correcta de fases. Esta secuencia también se puede comprobar mediante un *indicador de secuencia de fases* (véase sección 7-15).

Se puede alcanzar la sincronización empleando métodos de focos, similares en principio a los que se usaron con el alternador monofásico que se muestra en la figura 7-10. El método que se emplea en la figura 7-19 es el *método del foco o bombilla apagado*. Aun si los voltajes efectivo de fase y de línea de las máquinas que entran y que están en línea son idénticos, y aunque las frecuencias de los alternadores sean idénticas, los focos o bombillas de la figura 7-19 pueden no estar apagados. Hay una posibilidad muy pequeña de que los voltajes tiendan a "amarrarse" en oposición exacta, fase a fase. Así, los focos permanecen constantemente a determinada luminosidad, ello indica que tanto la máquina que entra como las que ya están trabajando tienen la *misma frecuencia*, pero que se produce una diferencia de voltaje ya sea debido a un desplazamiento fijo de fases entre las FEM inducidas de los alternadores, o a una diferencia en sus voltajes efectivos de fase.

Después de eliminar la segunda posibilidad mediante un voltímetro, será necesario acelerar o frenar ligeramente al alternador que va a entrar para encontrar el momento exacto de cerrar el interruptor de sincronización, es decir, cuando los focos o bombillas están apagados, ya que parpadean al unísono. Si los focos *no* parpadean al unísono, las fases no están conectadas en forma correcta a los interruptores, o bien la secuencia de fases es incorrecta. Si se invierten dos conductores cualesquiera se corregirá esta dificultad.

La desventaja de emplear el método del foco apagado con los alternadores polifásicos es la misma que con los monofásicos. Como se indicó en la sección 7-9, es difícil determinar, aun a baja velocidad de parpadeo, el punto medio del periodo apagado, que es cuando los alternadores están exactamente en sincronismo, y las FEM están exactamente a  $180^\circ$  entre sí.

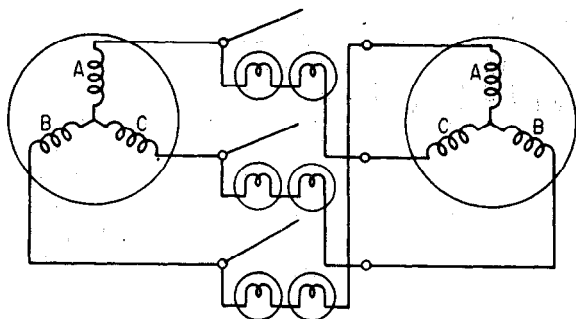
Como en el caso de los alternadores monofásicos (figura 7-10b), se puede emplear el *método del foco o bombilla encendido* para indicar el instante de la sincronización mediante el brillo máximo de los focos. La **figura 7-20a** muestra las conexiones de este método para conectar en paralelo los alternadores trifásicos. En este caso se han invertido las tres conexiones de los focos con respecto a las que se muestran en la figura 7-19.

La figura 7-20b muestra un tercer método, que se llama el *método del foco o bombilla giratorio*, en el cual los focos parpadean y hay dos encendidos y uno apagado, después dos apagados y uno encendido, y así sucesivamente. Se cierra el interruptor de sincronización cuando los dos focos de los extremos en la figura 7-20b están encendidos y el foco del centro está apagado. La ventaja de este método reside en que permite la sincronización en términos tanto de brillo máximo como mínimo. También la figura muestra el empleo de focos en serie para evitar que se fundan cuando los voltajes son máximos. Con alternadores de alto voltaje se usan transformadores de potencial, ya sea con los focos o con un *sincronoscopio*, que se describe a continuación.

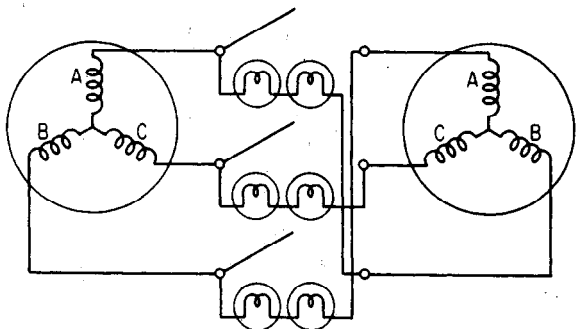
## 7-14 SINCRONOSCOPIOS

Bajo las condiciones comerciales de funcionamiento sería difícil a veces, sólo con los focos, decir si el alternador que entra está girando rápida o lentamente. En el laboratorio es fácil aumentar la velocidad del primomotor que, en general, es un motor de





a. Método del foco o bombilla encendido



b. Método del foco o bombilla giratorio (dos encendidos, uno apagado)

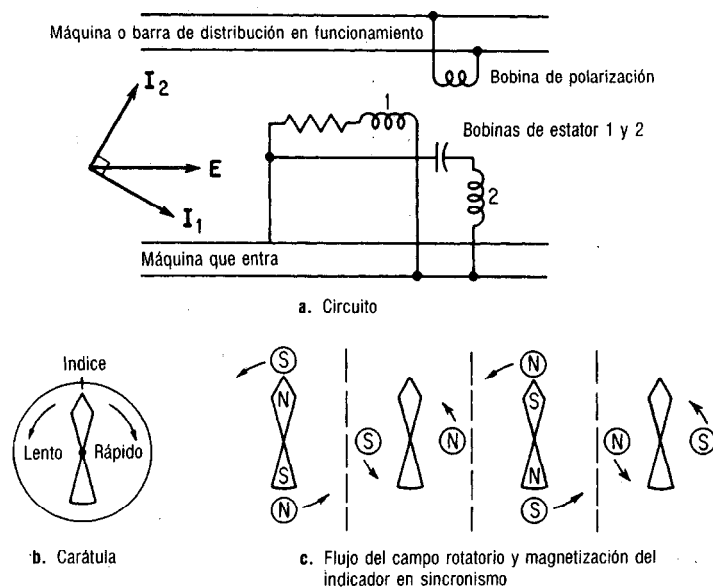
**Figura 7-20** Métodos de sincronización con focos o bombillas.

velocidad variable, y observar el parpadeo o destello de los focos o bombillas. Si el destello se *desacelera* al *aumentar* la velocidad, quiere decir que la frecuencia del alternador que va a entrar es menor que la del alternador en funcionamiento o la de la barra de distribución.

Se ha inventado un instrumento llamado *sincroscopio*, o *sincronoscopio*, con una aguja giratoria para indicar si la máquina que entra gira más lenta o rápidamente, y un índice fijo para indicar el instante preciso de sincronización en que se debe cerrar el interruptor de conexión en paralelo. Estos sincronoscopios se fabrican en varios diseños, que son el tipo de *aspa polarizada*, el de *hierro móvil* y el de *bobina cruzada*.

El sincronoscopio está diseñado para funcionar en circuitos monofásicos y por lo tanto se puede usar para alternadores tanto monofásicos como polifásicos. Debido a que es básicamente un dispositivo monofásico, *no puede* detectar la secuencia de fases; ésta se debe comprobar ya sea con un motor de inducción o con un indicador de secuencia de fase. Tampoco puede detectar diferencias de voltaje; esto se debe hacer con un voltímetro.

El circuito y la carátula del sincronoscopio del tipo de *aspa polarizada* se muestran en la **figura 7-21**. El aspa (o puntero) está polarizada a la frecuencia de la máquina que esté trabajando mediante una bobina en el rotor. El devanado del estator consiste de dos bobinas o fases distribuidas en la circunferencia del instrumento del mismo modo que en un motor monofásico de inducción, de fase partida, y se conecta a la máquina que va a entrar. El campo rotatorio del estator gira a la frecuencia de la



**Figura 7-21** Circuito, carátula y principio de funcionamiento del sincronoscopio, del tipo de aspa polarizada.

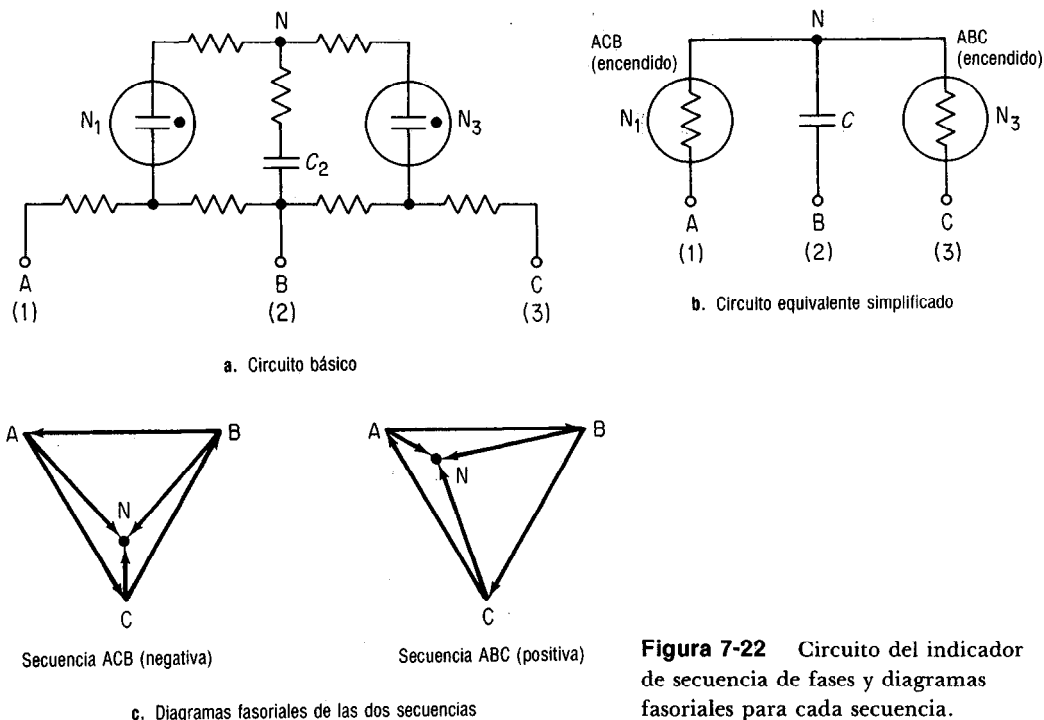
máquina que entra, mientras que el aspa de hierro está polarizada (magnetizada) a la frecuencia de la barra de distribución o de la máquina que esté funcionando.

Cuando las frecuencias están exactamente en sincronismo, el indicador se alineará en posición vertical fija, como se muestra en las figuras 7-21 b y c. En esta última, obsérvese que cuando el campo giratorio está en ángulo recto con el puntero, este puntero o indicador no está magnetizado. Si el indicador se magnetizara ligeramente debido a una diferencia de frecuencias, se movería lentamente a izquierda o derecha. Si el campo gira a 61 Hz y el aspa está magnetizada a 60 Hz, girará en el sentido de las manecillas del reloj a una velocidad de 1 rps (revolución por segundo). A la inversa, si el campo gira a 58 Hz, el aspa girará en el sentido contrario al de las manecillas del reloj a una velocidad de 2 rps. Cuando las frecuencias son idénticas, el indicador "se amarra" a una posición fija, que indica la *diferencia de fases* entre los dos voltajes de los alternadores.

## 7-15 INDICADOR DE SECUENCIA DE FASES

Aunque el sincronoscopio da indicaciones con mucha exactitud, mejor que los métodos de los focos o bombillas, del instante exacto en el que se debe tener la sincronización, o de si el alternador que se va a conectar está girando más rápido o más lento, *no puede* indicar la secuencia de fases, lo que el método de los focos *sí puede*. Antes se hizo notar (véase sección 7-13) que los motores polifásicos de inducción pueden emplearse con este fin. Pero tal vez esos motores no se puedan conseguir con facilidad, ni sean portátiles o tan cómodos de usar como el *indicador de secuencia de fases*.

El circuito básico de este indicador se muestra en la **figura 7-22a**. Consta de dos focos, lámparas o tubos idénticos de neón con un capacitor, en la línea 2, conectados todos en estrella. La figura 7-22b muestra el circuito equivalente simplificado del indica-



**Figura 7-22** Circuito del indicador de secuencia de fases y diagramas fasoriales para cada secuencia.

dor de secuencia de fases. Los resistores del circuito básico (figura 7-22a) se seleccionan y diseñan de tal modo que el voltaje de fase en un caso sea *mayor* que el potencial de ignición y en el segundo caso sea *menor* que este potencial para los focos o tubos de neón.

Con respecto al circuito simplificado (figura 7-22b), cuando se enciende el foco de neón  $N_1$ , la secuencia de las fases es BACBA, etc., lo cual sucede cuando el voltaje de la fase A al neutro (N) es mucho mayor que el voltaje de la fase C al neutro. Esta secuencia ACB, que se llama secuencia *negativa*, se muestra en la figura 7-22c.

Igualmente, cuando se enciende el foco de neón  $N_3$ , la secuencia de fases es BCABC, etc., lo cual sucede cuando el voltaje de la fase C al neutro (N) es mayor que el voltaje de la fase A al neutro. Esta secuencia ABC, o secuencia *positiva*, también se muestra en la Fig. 7-22c.

La **tabla 7-1** resume la secuencia de fases en términos de las terminales de línea del indicador: A, B, C (o 1, 2, 3, respectivamente),<sup>4</sup> en las que se puede ubicar al capacitor ya sea en los conductores A, B o C, respectivamente. De la tabla se puede llegar a la conclusión de que la secuencia de los conductores siempre es la siguiente: ¡capacitor-foco que se enciende-foco que no se enciende!

<sup>4</sup> Con frecuencia, las terminales del equipo eléctrico industrial que se van a conectar a conductores trifásicos tienen las marcas  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ , y no A, B y C. La secuencia positiva de fases puede ser 1, 2 y 3, o A, B, C. La secuencia de fases es de extrema importancia en algunos casos en los que el equipo es sensible a ella. Un ejemplo es una bomba impulsada por un motor trifásico que se puede dañar si la rotación de su motor es incorrecta. Otro caso es el de un soplador para impulsar aire en dirección adecuada (deseada).

**Tabla 7-1 Funcionamiento del indicador de secuencia de fases**

Capacitor en la línea	Foco que enciende en la línea	Secuencia positiva de fases	Foco que enciende en la línea	Secuencia negativa de fases
B	C	BCABC	A	BACBA
A	B	ABCAB	C	ACBAC
C	A	CABCA	B	CBACB

El ejemplo 7-11 muestra una comprobación parcial de la tabla 7-1 para el caso en el que el capacitor está conectado en el conductor C.

### EJEMPLO 7-11

Para el circuito de la figura 7-23a, que indica una carga trifásica de tres conductores conectada en estrella, use el análisis de mallas para calcular

- Las corrientes de malla  $I_1$  e  $I_2$  en forma polar y rectangular<sup>5</sup>
- Las corrientes de línea  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  en forma polar y rectangular
- Los voltajes de fase  $V_{AO}$ ,  $V_{BO}$  y  $V_{CO}$  en forma polar
- Trazar un diagrama fasorial que muestre todos los voltajes de línea y de fase.

#### Solución

Al escribir las dos ecuaciones de malla para  $I_1$  e  $I_2$  en la figura 7-23a se obtiene el siguiente ordenamiento:

$I_1$	$I_2$	V
$6 + j0$	$-3 + j0$	$100 + j0$
$-3 + j0$	$3 - j4$	$-50 - j86.6$

$$\text{Determinante, } \Delta = \begin{vmatrix} 6 + j0 & -3 + j0 \\ -3 + j0 & 3 - j4 \end{vmatrix} = 9 - j24$$

$$\text{a. } I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 100 + j0 & -3 + j0 \\ -50 - j86.6 & -3 - j4 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{150 - j659.8}{9 - j24} = 26.157 - j3.5589 = 26.4 \angle -7.75^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 + j0 & 100 + j0 \\ -3 + j0 & -50 - j86.6 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{0 - j519.6}{9 - j24} = 18.98 - j7.118 = 20.27 \angle -20.56^\circ \text{ A}$$

$$\text{b. } I_A = I_1 = 26.16 - j3.559 = 26.4 \angle -7.75^\circ \text{ A}$$

$$I_B = I_2 - I_1 = (18.98 - j7.118) - (26.16 - j3.559) = -7.177 - j3.559$$

$$= 8.011 \angle -153.62^\circ \text{ A}$$

$$I_C = -I_2 = -18.98 + j7.118$$

$$= 20.27 \angle 159.44^\circ \text{ A}$$

$$\text{c. } V_{AO} = I_A Z_A = (26.4 \angle -7.75^\circ)(3 \angle 0^\circ)$$

$$= 79.2 \angle -7.75^\circ \text{ V}$$

$$V_{BO} = I_B Z_B = (8.011 \angle -153.62^\circ)(3 \angle 0^\circ)$$

$$= 24.03 \angle -153.6^\circ \text{ V}$$

$$V_{CO} = I_C Z_C = (20.27 \angle 159.44^\circ)(4 \angle -90^\circ)$$

$$= 81.08 \angle 69.44^\circ \text{ V}$$

- El diagrama fasorial se muestra en la figura 7-23b con los voltajes de fase inscritos dentro del triángulo (equilátero) de los voltajes de línea dados.

Con respecto a la solución del ejemplo 7-11, adviértase lo siguiente:

- Si los resistores de  $3\Omega$  fueran focos o tubos de neón y el capacitor estuviera en la línea c, el foco o tubo en la línea A SE ENCENDERIA y el foco o tubo de la línea B SE APAGARIA.

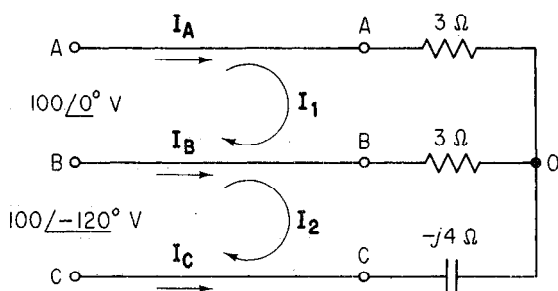
<sup>5</sup> Para una presentación completa de la técnica, véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), Págs. 543-547, 561-563 y 661-668.

- De la figura 7-23a, la secuencia dada de fases es ABC, basada en los voltajes de línea dados. Esto se comprueba también en el último renglón de la tabla 7-1. Con un capacitor en la línea C y estando encendido el foco o tubo de neón A, ¡la secuencia de fases es ABC y positiva!
- El diagrama fasorial de la figura 7-23b muestra también que el punto neutro (O) se ha desplazado del centro geométrico del triángulo hacia un punto más cercano al nodo B de voltaje, reduciendo así el voltaje a través de la carga de la línea B y aumentando el voltaje a través del foco o tubo de neón en la línea A y el capacitor en la línea C.
- El ejemplo 7-11 valida, en parte, la tabla 7-1. El lector debe comprobar el renglón 1 de esa tabla para las dos secuencias de fase que aparecen en la figura 7-22c.

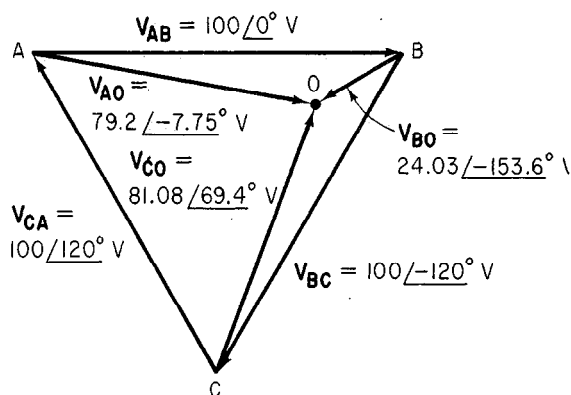
## 7-16 RESUMEN DEL PROCEDIMIENTO CORRECTO PARA CONECTAR EN PARALELO ALTERNADORES POLIFASICOS

Lo siguiente es un resumen de los pasos necesarios para conectar un alternador polifásico en paralelo con otros alternadores por medio de una barra de distribución:

- El alternador que se va a incorporar se lleva a la velocidad nominal y se ajustan sus voltajes efectivos de línea con los voltajes de la barra mediante un voltímetro.



a. Carga 3  $\phi$  de tres conductores y desbalanceada



b. Solución al ejemplo 7-11 d

**Figura 7-23** Ejemplo 7-11: Circuito desbalanceado trifásico, de tres conductores, y su diagrama fasorial que muestra la secuencia de fases ABC.

2. Se comprueba la secuencia de fases mediante un indicador de secuencia o de focos o bombillas de sincronización.
3. Se compara la frecuencia del alternador que va entrar con la de la barra mediante un sincronoscopio o algún método de focos o bombillas. Si la frecuencia de la máquina entrante es baja, se aumenta la velocidad de su primomotor; si es alta, se disminuye. (Véase sección 7-17.)
4. Se cierra el interruptor de conexión en paralelo en el instante en que los focos o bombillas o el sincronoscopio indican que los voltajes de fase a fase son exactamente iguales y opuestos. El alternador que entra queda entonces flotando en la línea.
5. Se hace que el alternador tome carga aumentando la velocidad de su primomotor.
6. Mediante su reóstato de campo, se ajusta el factor de potencia al cual conduce potencia reactiva el alternador que entra.
7. Se ajusta el voltaje de las barras de distribución ajustando simultáneamente los reóstatos de campo de *todos* los alternadores.
8. Se ajusta la frecuencia de la barra ajustando en forma simultánea las velocidades de *todos* los alternadores. (Véase sección 7-17.)

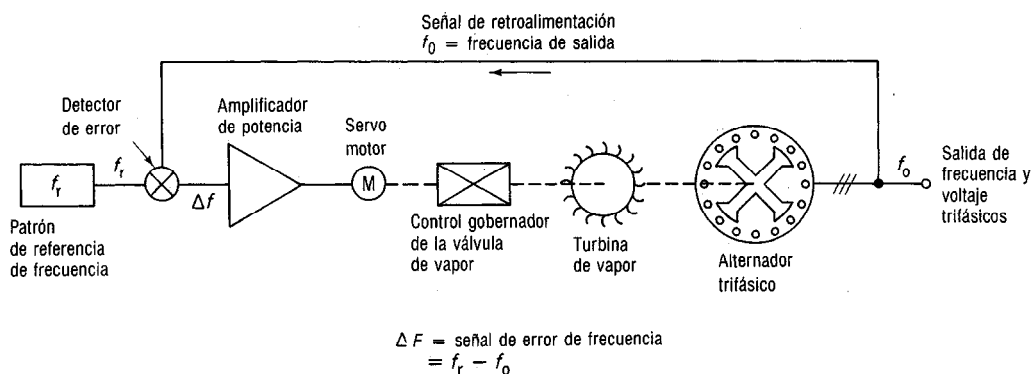
## 7-17 CONTROL DE FRECUENCIA DEL VOLTAJE DE BARRAS EN UNA ESTACION GENERADORA

Cada uno de los alternadores que aparecen en sus respectivas estaciones generadoras de energía (figura 1-1) consta de varias unidades que trabajan en paralelo, independientemente del sistema primario de combustible que se use para impulsarlas. La frecuencia a la cual los alternadores funcionan (teniendo un número fijo de polos) es únicamente función de la velocidad de estos alternadores, como se indica en la ecuación (2-17).

Cada estación generadora tiene la obligación de mantener su voltaje y frecuencia iguales a las de un sistema interconectado, o *red de potencia*, para dar continuidad de servicio y mejor estabilidad en el caso de sobrecargas y/o salidas de otras estaciones.

Cuando la carga del sistema varía en las diversas horas, es necesario que los primomotores de *todos* los alternadores se aceleren o desaceleren. En consecuencia, se necesita algún método de control automático para hacer regresar la frecuencia del sistema a 60 Hz, o a la que se tenga como básica en el sistema (digamos 50 Hz o 25 Hz). En vista de que tanto los alternadores como sus primomotores tienen una masa relativamente alta, y dado que los primomotores a base de combustible fósil tienen también gran inercia térmica, las fluctuaciones de carga ocasionan una respuesta relativamente lenta en un sistema de control automático.

La figura 7-24 muestra un sistema cerrado típico de control automático para la corrección de frecuencia. La frecuencia de salida del voltaje de la barra de distribución ( $f_0$ ) se detecta mediante un comparador de frecuencia, que también recibe una entrada de un patrón de referencia de frecuencia ( $f_r$ ). En el caso de diferencia de frecuencias, se transmite una señal de error ( $\Delta f$ ) a un amplificador de potencia que impulsa a un servomotor (M). Este servomotor abre o cierra una válvula de vapor, con lo cual se aumenta o disminuye la entrada de vapor a la turbina. Si la frecuencia de salida en la barra de distribución es demasiado alta, la señal de error reduce la entrada



**Figura 7-24** Control automático de la frecuencia de un sistema de potencia.

de vapor y la velocidad del alternador. Si la frecuencia de salida es demasiado baja, el sistema de control aumenta la velocidad (y frecuencia) del alternador en forma automática.

Debido a la respuesta del sistema, que es de relativa lentitud, el sistema de control de los generadores se diseña para corregir *todos* los alternadores en paralelo simultáneamente, después de que el error de frecuencia se ha acumulado a una ganancia o pérdida de hasta 100 ciclos. En un periodo de 24 horas, los alternadores deben generar un total de 5 184 000 ciclos para mantener una frecuencia de 60 Hz promedio durante el día. De este modo, los programadores y demás dispositivos eléctricos de reloj mantienen diariamente su exactitud, a pesar de las fluctuaciones (necesarias) por arriba y por debajo de la frecuencia del sistema de potencia. El sistema que se muestra en la figura 7-24, por lo tanto, se puede emplear para controlar uno o más de los alternadores en forma simultánea, y así mantener una frecuencia relativamente constante hacia la parte de utilización que se muestra en la figura 1-1.

## 7-18 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Corriente de circulación** La corriente que circula entre dos o más alternadores en paralelo, pero que no se distribuye al circuito de carga externa. (Véase *potencia de sincronización*.)

**Devanados amortiguadores** Conductores en cortocircuito permanente embebidos en las zapatas polares de una dínamo síncrona.

**Fluctuación de penduleo** Fluctuaciones indeseables en la potencia de sincronización entre un alternador y la barra de distribución a la cual está conectado, que provocan la inestabilidad del sistema.

**Funcionamiento en paralelo** Conexión de dos o más dínamos de tal modo que sus corrientes individuales de salida se suman y pasan a una carga común.

**Igualador** Cualquier dispositivo diseñado para compensar características no deseadas en un sistema. En un sistema de generadores sobrecompuestos, es una barra o cable que sirve para conectar en paralelo los campos en serie.

**Indicador de secuencia de fases** Dispositivo diseñado para indicar la secuencia en la que un conjunto polifásico de voltajes alcanza sus valores máximos (positivos) respectivos.

**Modo generador** Condición del funcionamiento de una dinamo en la que el voltaje generado por ésta es mayor que el voltaje de la barra de distribución a la que está conectada y en la que se entrega potencia a la barra.

**Modo motor** Caso del funcionamiento de la dinamo en el que se transmite la potencia desde la barra hasta la dinamo, produciendo rotación de ésta y convirtiendo energía eléctrica en energía mecánica.

**Potencia de sincronización** La potencia que se produce por la corriente de circulación que tiende a motorizar un alternador e impulsarlo adelante de la fase con respecto a otros alternadores en paralelo.

**Secuencia de fases** El orden en el cual los voltajes sucesivos alcanzan su valor máximo. Un sistema trifásico sólo tiene dos secuencias posibles de fases.

**Servomotor** Actuador mecánico en cualquier sistema de servomecanismo que tiene por objeto llevar al sistema a una lectura cero reduciendo a cero la señal de error.

**Sincronismo** El estado en el que dos o más máquinas trabajan a la misma frecuencia y en el que los desplazamientos de los ángulos de fase entre los voltajes en ellas son constantes, o varían respecto a un valor promedio estable y permanente.

**Sincronización** Proceso de llevar a dos o más máquinas al sincronismo entre ellas.

**Sincronoscopio** Instrumento que indica si dos cantidades periódicas están en sincronismo.

**Teorema de Millman** Técnica de análisis de circuitos en la cual todas las fuentes de voltaje se convierten en fuentes de corriente para calcular el voltaje de terminales y otras variables en un circuito en paralelo.

## 7-19 PREGUNTAS

- 7-1 Para los generadores de cd derivación que trabajan en paralelo, explicar
- Por qué existe una condición de equilibrio estable entre esos generadores para aumentos o disminuciones súbitas de carga.
  - Dos condiciones que causen división proporcional de la carga entre ellas.
  - Por qué los primomotores que impulsan a los generadores deben tener también características constantes de disminución de velocidad
- 7-2 Para los generadores de cd compuestos que trabajan en paralelo, explicar
- Dos condiciones adicionales para mantener una división proporcional de la carga cuando cambia dicha carga.
  - Por qué un desviador para un generador compuesto dado no se puede conectar en paralelo con el campo en serie de esa máquina.
  - La manera en que se ajustan las características de los generadores compuestos, mediante desviadores o diversores.
  - Por qué se debe conectar el igualador con el campo en serie del lado de la armadura y también del lado de la misma polaridad de cada máquina.
- 7-3 Describir los pasos para conectar un generador de cd en paralelo con un grupo de otros generadores de cd conectados a una barra de distribución.
- 7-4
- Mencionar las condiciones necesarias para el buen funcionamiento de los alternadores.
  - Resumir esas condiciones en un solo enunciado.
- 7-5 Trazar un diagrama que muestre el método del foco o bombilla apagado para sincronizar dos alternadores monofásicos y explicar las condiciones en las cuales



- a. Los focos siempre permanezcan apagados.
  - b. Los focos siempre permanezcan encendidos.
  - c. Los focos parpadean al unísono.
- 7-6 ¿Cuál es el significado de
- a. Una potencia positiva de sincronización y cómo afecta a un alternador en paralelo?
  - b. Repetir la parte (a) para una potencia negativa de sincronización.
  - c. El hecho de que la potencia positiva de sincronización no sea igual a la negativa?
- 7-7 a. Mencionar tres efectos de sobreexcitar un alternador determinado que trabaje en paralelo, tales que ocasionen una estabilidad de todos los alternadores en sincronismo.
- b. ¿Cuál es el efecto de sobreexcitar un alternador determinado sobre la distribución de la carga entre alternadores en paralelo?
- 7-8 Con respecto a los alternadores en paralelo, explicar
- a. Cómo se eleva o disminuye el voltaje de barras.
  - b. Cómo se ~~puede eliminar~~ la carga de un alternador determinado.
  - c. Cómo se ~~puede agregar~~ carga a un alternador determinado.
- 7-9 Los alternadores se diseñan para tener una baja impedancia general, pero una relación alta de reactancia síncrona a resistencia de armadura.
- a. ¿Qué ventaja tiene una baja impedancia con respecto a la sincronización?
  - b. ¿Qué ventaja tiene una relación alta de  $X_s/R_a$ ?
- 7-10 a. ¿Cuál es la causa de fluctuación u oscilación de un alternador en paralelo arriba y abajo de la velocidad síncrona?
- b. Describir cuatro técnicas que tienden a eliminar la fluctuación u oscilación.
- 7-11 Resumir los ocho pasos necesarios para poner un alternador que entra, en paralelo con otros alternadores, para llevar su parte de la carga.
- 7-12 Con ayuda de la tabla 7-1 y las figuras 7-22b y c, trazar diagramas fasoriales semejantes a la figura 7-22c para las secuencias de fase ABC y CBA
- a. Cuando el capacitor está en el conductor A.
  - b. Cuando el capacitor está en el conductor C.
- 7-13 Con ayuda de la figura 7-24, explicar el funcionamiento del sistema de ciclo cerrado cuando la frecuencia de salida de las barras es
- a. Menor que la frecuencia normal de referencia de 60 Hz.
  - b. Mayor que la frecuencia normal de referencia de 60 Hz.

## 7-20 PROBLEMAS

- 7-1 Se conectan dos generadores en paralelo con una carga de  $\frac{6}{7} \Omega$ . El generador A se ajusta a un voltaje generado igual a 124 V y tiene una resistencia de armadura de  $0.1 \Omega$ . El generador B se ajusta a un voltaje generado igual a 125 V y tiene una resistencia de armadura igual a  $0.05 \Omega$ . Sin tomar en cuenta la corriente de campo que toma cada generador, la caída de voltaje en escobillas y la caída de voltaje debida a la reacción de armadura, calcular
- a. La corriente entregada por cada generador a las barras de distribución. (Sugerencia: emplear primero el teorema de Millman para calcular  $V_L$ .)

- b. La corriente entregada por la barra a la carga.
  - c. El voltaje de terminales o entre las barras de distribución.
- 7-2 Repetir el problema 7-1 disminuyendo la excitación del generador A de modo que su voltaje generado sea de 120 V y la del generador B se eleve de tal modo que su voltaje generado sea 127 V.
- 7-3 Repetir el problema 7-1 bajando la excitación del generador A de modo que su voltaje generado sea de 118 V y aumentando la excitación del generador B para que su voltaje generado sea de 128 V.
- 7-4 a. En el problema 7-2, ¿cuál es el efecto sobre el generador B si se desconecta el generador A de la barra? ¿Por qué?
- b. En el problema 7-2, ¿cuál es el efecto sobre el generador B si la resistencia interna de armadura del generador A aumenta? ¿Por qué?
- 7-5 a. En el problema 7-3, ¿cuál es la naturaleza del funcionamiento del generador A? ¿Por qué?
- b. ¿Cuál es el término que normalmente se da al voltaje generado por la dinamo A?
- c. ¿Qué efecto tiene disminuir la excitación de la dinamo A sobre
1. La corriente que toma la dinamo A de la barra?
  2. El par que produce la dinamo A?
  3. La dirección del par que produce la dinamo A en comparación con el par de su primomotor?
- d. ¿Cuál es el voltaje de terminal de la dinamo A? Formule la ecuación que caracteriza el funcionamiento de la dinamo A.
- e. Formular la ecuación que caracteriza el funcionamiento de la dinamo B.
- 7-6 Dos generadores derivación idénticos de 50 kW, 250 V y 1200 rpm tienen una regulación de voltaje igual a 10 por ciento. Un generador está entregando la mitad de su carga nominal a un voltaje de terminales igual a 262.5 V, cuando el segundo generador está flotando en la línea y en paralelo con el primero. Suponiendo velocidad y excitación constantes de ambos generadores, calcular
- a. La potencia total suministrada a un voltaje de barras igual a 262.5 V.
  - b. La potencia máxima entregada sin rebasar la capacidad del generador original.
  - c. La potencia entregada por cada generador en la parte (b).
- 7-7 Se van a sincronizar dos alternadores monofásicos mediante el método de sincronización del foco apagado que aparece en la figura 7-10a. El alternador A tiene un voltaje de terminales igual a 220 V y una frecuencia de 60 Hz. El alternador B tiene un voltaje de terminales igual a 222 V y una frecuencia de 61 Hz. Calcular
- a. El voltaje efectivo máximo a través de cada foco o bombilla.
  - b. La frecuencia del centelleo del foco o bombilla.
  - c. El voltaje efectivo mínimo a través de cada foco o bombilla.
- 7-8 Cada uno de los alternadores del problema 7-7 tiene una frecuencia igual a 60 Hz. Calcular el voltaje efectivo a través de cada foco o bombilla cuando
- a. La diferencia de fases entre los alternadores sea  $0^\circ$ .
  - b. La diferencia de fases entre los alternadores sea de  $180^\circ$ .
  - c. Calcular la frecuencia del parpadeo del foco o bombilla en las partes (a) y (b).

- 7-9 En los problemas anteriores, los dos alternadores monofásicos, A y B, tienen cada cual una resistencia efectiva igual a  $0.1 \Omega$  y una reactancia síncrona de  $1.0 \Omega$  respectivamente. Se sincronizan correctamente, es decir, sus FEM están a  $180^\circ$  entre sí en el circuito local, pero al instante de sincronizarlas la FEM del alternador A es de 220 V y la del alternador B es de 210 V (rms). En el instante de cerrar el interruptor de sincronización y antes de que los alternadores ajusten las posiciones de sus fases, calcular
- El voltaje resultante entre los alternadores.
  - La corriente de sincronización.
  - El ángulo del factor de potencia entre las partes (a) y (b).
  - La potencia que desarrolla el alternador A y el modo de funcionamiento de éste.
  - La potencia que desarrolla el alternador B y el modo de funcionamiento de éste.
  - Las pérdidas de potencia en ambas armaduras y en la potencia de sincronización.
  - El voltaje entre las terminales de cada alternador (o sea, el voltaje de barras) con tres métodos.
- (Sugerencia: Emplear  $V_a = (E_A \cos \theta - I_a R_A) + j(E_A \sin \theta - I_a X_{SA})$  y  $V_B = E_B \cos \theta + I_a R_B + j(E_B \sin \theta + I_a X_{SB})$ . Véanse ecuaciones (6-8) y (8-11).
- 7-10 Se van a conectar en paralelo dos alternadores trifásicos (conectados en estrella) a un conjunto de barras comunes de distribución. Las resistencias de armadura y las reactancias síncronas por fase son iguales a  $0.1 \Omega$  y  $1.0 \Omega$  para los alternadores A y B, respectivamente. Se ajusta el voltaje de línea del alternador A a 2500 V y el del alternador B a 2300 V. Están exactamente en oposición de fases en el instante de conectarse en paralelo. Calcular
- El voltaje resultante por fase entre los alternadores.
  - La corriente de sincronización por fase.
  - El ángulo del factor de potencia en las partes (a) y (b).
  - La potencia desarrollada por fase por el alternador A y el modo de funcionamiento.
  - La potencia desarrollada por fase por el alternador B y el modo de funcionamiento.
  - Las pérdidas de potencia por fase.
  - El voltaje entre terminales de barras de distribución por fase y conductor.
- 7-11 Dos alternadores monofásicos en paralelo, con las polaridades positivas instantáneas en oposición entre sí, se conectan a barras de distribución comunes. El alternador 1 tiene un voltaje generado igual a  $100 \angle 0^\circ$  V y una impedancia síncrona igual a  $10 \angle 90^\circ \Omega$ . El voltaje generado por el alternador 2 es de  $100 \angle -90^\circ$  V y la impedancia síncrona igual a  $5 \angle 90^\circ \Omega$ . También se conecta una carga de impedancia capacitiva con  $20 \angle -90^\circ \Omega$  entre las barras. Trazar un diagrama de este circuito en paralelo y emplear el teorema de Millman para calcular
- El voltaje de terminales de las barras (magnitud y fase).
  - La corriente de carga ( $I_L$ ) en la impedancia de carga ( $Z_L$ ) que se toma de la barra.
  - La corriente que el alternador 1 entrega a la barra ( $I_{Z1}$ ).
  - La corriente que el alternador 2 entrega a la barra ( $I_{Z2}$ ).
  - La potencia que se disipa internamente en el alternador 1.
  - La potencia que se disipa internamente en el alternador 2.
  - La potencia que se disipa en la impedancia de carga ( $Z_L$ ).
  - Explicar por qué no se disipa potencia alguna en todo el sistema, a pesar de que hay corriente en los tres ramales.

# Relaciones de par en la dínamo de ca: motores síncronos

### 8-1 GENERALIDADES

Vale la pena repetir que todos los motores eléctricos, sean de cd o de ca, actúan como generadores mientras tiene lugar la acción de motor. En el capítulo anterior sobre funcionamiento en paralelo, se afirmó que, cuando se conecta una dínamo de ca o cd en paralelo con un bus o barra de distribución u otra fuente de FEM, puede funcionar como 1) un generador, si su FEM inducida *es mayor* que el voltaje en las barras, y genera corriente que va a las barras, o bien como 2) motor, si su FEM inducida es *menor que* el voltaje en las barras, en cuyo caso *recibe* corriente de éstas.

También se dijo que una armadura de motor que se conecta con las barras se puede considerar *en paralelo* con esas barras. Al describir el funcionamiento del alternador monofásico y polifásico en paralelo se demostró que *dos factores* podrían originar que un alternador “se motorice” y reciba potencia de sincronización de la barra de distribución o de otros alternadores conectados en paralelo:

Una disminución de la corriente de campo y FEM generada, a un valor menor que el voltaje en barras.

Una disminución en la *velocidad instantánea* de la dínamo de ca.

Cuando se dan esas condiciones, la dínamo síncrona de ca trabaja como motor síncrono de ca.

Adviértase que se usó el término “velocidad instantánea”. La velocidad de un motor síncrono de ca está determinada [ecuación (2-17)] por el número de polos y por la frecuencia, es decir,  $S = 120f/P$ . Ya que es constante la frecuencia de la barra que suministra al motor y que también es constante el número de polos, es evidente que el motor síncrono de ca es un *motor de velocidad constante*. El modo en que su velocidad cambia *en forma instantánea*, o sea de un momento a otro, como resultado de la carga y de la magnitud de la corriente que su estator recibe de la barra, se describe detalladamente en este capítulo.

Una armadura de motor síncrono no sólo necesita y recibe corriente alterna de la barra de distribución, sino también, como cualquier dínamo de ca (con excitación

doble) necesita una excitación de cd para su campo. En los motores síncronos grandes, el *excitador*, que es un generador derivación de cd, se coloca en el mismo eje que el motor y se necesita una pequeña parte del par del motor para generar la cd necesaria para la excitación de su campo. Debido a la posibilidad de variación de la excitación de campo, el motor síncrono de ca posee una característica que ningún otro motor síncrono de ca tiene: que el factor de potencia al cual funciona se puede hacer *variar* a voluntad.

Una segunda característica, un tanto extraña, de los motores polifásicos y monofásicos síncronos es que, al igual que algunos motores monofásicos, *no tienen arranque propio inherente*. Como el alternador de ca, se los debe acelerar hasta su velocidad mediante algún método auxiliar y conectar entonces a la línea.

Otra peculiaridad de los motores síncronos es su susceptibilidad a la fluctuación de penduleo u oscilación (sección 7-12), en especial cuando las cargas están sujetas a cambios repentinos o no son uniformes en un ciclo de giro, como es el caso de prensas de troquelado, cizallas, compresoras o bombas reciprocantes. El empleo de *devanados amortiguadores* en la fabricación de los rotores ha puesto término a este problema y, al mismo tiempo, ha hecho posible que el motor síncrono tenga arranque propio como un motor de inducción, durante el periodo de arranque.

En la actualidad se emplea ampliamente el motor síncrono y su popularidad nunca ha sido mayor. En algunos tamaños de potencia y límites de velocidad se vende más que el motor polifásico de inducción.<sup>1</sup>

Los motores polifásicos síncronos tienen las siguientes ventajas específicas sobre los polifásicos de inducción:

1. Los motores síncronos se pueden emplear para corrección del factor de potencia, además de suministrar el par necesario para impulsar sus cargas.
2. Son más eficientes, cuando se trabajan a factor de potencia unidad, que los motores de inducción de potencia y voltaje nominales correspondientes.
3. Los rotores de polos de campo de los motores síncronos pueden permitir el empleo de entrehierros más anchos que los diseños de jaula de ardilla que se usan en los motores de inducción y, por lo tanto, necesitan tolerancias menos estrechas en sus cojinetes, y permiten un uso más prolongado de ellos.
4. Pueden ser más baratos para la misma potencia, velocidad y voltaje nominales.

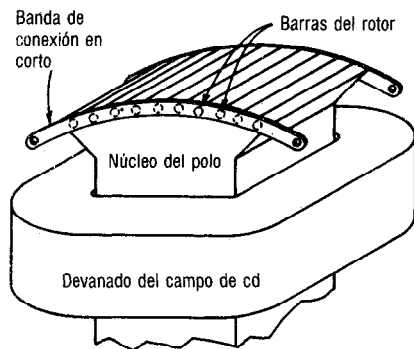
## 8-2 CONSTRUCCION DEL MOTOR SINCRONO

Básicamente, la construcción de un motor síncrono de ca es la misma que la del alternador (sección 6-2). El estator tiene un devanado monofásico o polifásico idéntico al

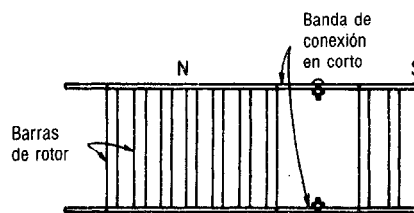
---

<sup>1</sup> Las diferencias de costo entre los motores de inducción y los síncronos del mismo caballaje, velocidad y voltaje nominales varían debido a las técnicas de fabricación del estator y del rotor para ambos tipos de motores. En tamaños medianos, entre 50 hp y hasta unos 500 hp y a bajas velocidades, es menos caro el motor síncrono. En tamaños grandes a altas velocidades, el motor síncrono también es menos caro. A medida que se desarrollan nuevas técnicas, se pueden eliminar o, a la inversa, acentuar esas diferencias de costos iniciales.

A bajas velocidades, en especial a menos de 450 rpm, el tamaño, peso y costo de los motores síncronos es mucho menor que el de los motores de inducción de características semejantes, de igual velocidad y caballaje. En consecuencia, tienden a predominar sobre los motores de inducción en los tamaños que van de 50 hasta 3000 hp o más, a esas bajas velocidades.



a. Polo de una dinamo síncrona de ca



b. Devanado amortiguador, de jaula de ardilla o de arranque

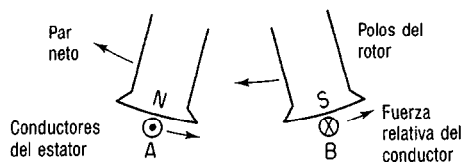
**Figura 8-1** Polo de una dinamo síncrona de ca que muestra el devanado amortiguador.

del alternador. En general, el rotor es del tipo de polos salientes, *excepto* en los motores de *muy alta velocidad*.

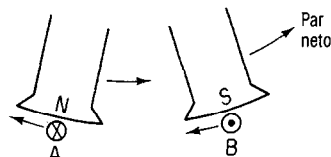
Para eliminar la oscilación y desarrollar el par necesario de arranque cuando se aplica un voltaje de ca al estator, los polos del rotor contienen conductores de caras polares que se conectan en cortocircuito en sus extremos, como se muestra en la **figura 8-1**. Este *devanado amortiguador* consiste en barras macizas de cobre embebidas en la superficie de la cara polar y conectadas en cortocircuito mediante una banda, como se indica en la figura 8-1b.

### 8-3 FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR SINCRONO

Como se dijo en la sección 8-1, el motor síncrono *no tiene* arranque propio inherente, es decir, no arranca por sí mismo *sin* un devanado amortiguador. Esto se muestra en la **figura 8-2**, en la que se aplica una corriente alterna al devanado del estator y en donde se muestra la dirección instantánea de la corriente en los lados A y B de una bobina dada de la armadura.



a. Par en un instante en el sentido de las manecillas del reloj; rotor inmóvil



b. Par en el instante siguiente, en sentido contrario al de las manecillas del reloj; rotor inmóvil

**Figura 8-2** Par resultante cero desarrollado por los conductores de estator de un motor síncrono cuando el rotor está inmóvil.

Los polos norte y sur estarán sujetos a un par electromagnético (la regla de la mano izquierda para motor) que mueve los polos hacia la izquierda (o los conductores a la derecha). Al siguiente instante,  $\frac{1}{120}$  de segundo después, la frecuencia invierte la dirección de la corriente en la bobina y los polos reciben un par en la dirección opuesta, como se indica en la figura.

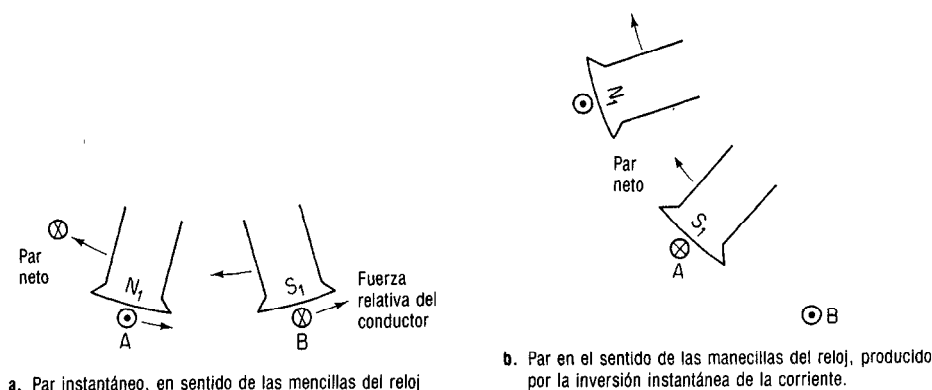
A causa de la gran inercia del rotor, el par resultante producido en un segundo es cero porque el rotor, de hecho, ha sido *impulsado alternativamente* en la dirección de las agujas del reloj y a la inversa 60 veces en ese segundo, si se supone una frecuencia de 60 Hz.

Sin embargo, si mediante algún método se hace mover al rotor en dirección de las manecillas del reloj a una velocidad cercana o igual a la velocidad síncrona, como se muestra en la **figura 8-3**, los lados de bobina A y B desarrollarán par que hace que el rotor continúe moviéndose en la dirección de las manecillas del reloj. El *movimiento espacial* del polo en grados eléctricos a la velocidad síncrona *corresponde* a la inversión de dirección en  $180^\circ$  de la corriente en la bobina de armadura, y el par resultante tiene la *misma* dirección.

El devanado de armadura consiste en muchas bobinas en serie en cada fase de una dinamo síncrona polifásica de ca. La corriente trifásica en los conductores de armadura del estator produce un campo magnético uniforme giratorio (sección 9-3, figura 9-1), cuya velocidad de rotación es  $S = 120f/P$ .

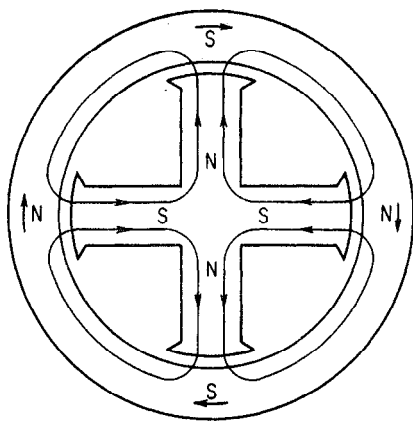
La relación entre el campo rotatorio del estator y los polos del rotor se muestra en la **figura 8-4a**. Los polos norte y sur, respectivamente, del rotor, que giran a una velocidad síncrona, están *asegurados en sincronismo* con el campo giratorio síncrono resultante en la armadura del rotor. Así, un polo N del rotor está asegurado en sincronismo con un polo S del estator y viceversa, girando ambos en sincronismo, en el sentido de las manecillas del reloj a la velocidad síncrona.

Si se coloca una carga en el eje de un motor síncrono, el par de resistencia creado por dicha carga hará que el rotor se desacelere o "se siente" *momentáneamente*, pero continuará girando a la misma velocidad con respecto al campo rotatorio del estator.<sup>2</sup>

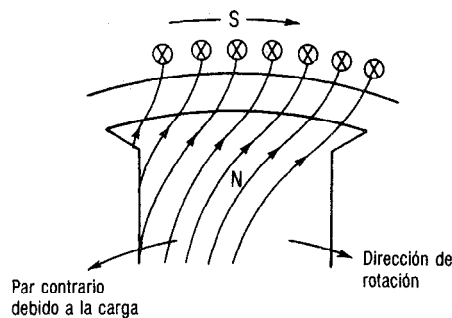


**Figura 8-3** Par del rotor en la misma dirección de giro cuando el rotor gira a velocidad síncrona.

<sup>2</sup> No es lo mismo que la velocidad de deslizamiento de un motor de inducción, en el cual el flujo del estator gira a la velocidad síncrona, pero en el que la velocidad del rotor siempre debe ser menor que la velocidad síncrona.



a. Campo rotatorio del estator con respecto al rotor



b. Efecto de la carga sobre la distribución del flujo

**Figura 8-4** Campo magnético rotatorio de flujo constante producido por los conductores de armadura de un estator polifásico.

La velocidad del rotor, sin embargo, sigue siendo la velocidad síncrona con respecto al campo rotatorio, pero el flujo del rotor o el flujo mutuo en el entrehierro se reduce un poco, como se indica en la figura 8-4b, debido a la mayor reluctancia del entrehierro.

Si el par contrario es tan grande que es mayor que el par máximo que se puede desarrollar y si el rotor "se desliza" fuera de sincronismo, se detendrá el motor. Por lo anterior, *un motor síncrono trabaja a la velocidad síncrona o no trabaja.*

En realidad, cuando se desacelera el rotor, los campos rotatorios del estator se deslizan junto a los polos de campo del rotor tan rápidamente que no puede aprisionar en forma sincrónica o "engranar" con el campo rotatorio del estator. En determinado instante, un polo N unitario del rotor es atraído a un polo S del estator que se acerca, produciendo un par en dirección contraria a la de las manecillas del reloj en la figura 8-4b, y en el siguiente instante el mismo polo N es atraído en dirección contraria por un polo S que pasa, produciendo par en la dirección de las manecillas del reloj, o sea, un par neto igual a cero.

## 8-4 ARRANQUE DE MOTORES SINCRONOS

Entonces, es evidente que el motor síncrono se debe acelerar a una velocidad suficientemente cercana a la síncrona para asegurar su sincronismo con el campo rotatorio. Los medios por los cuales se acelera a la velocidad necesaria son:

1. Un motor de cd acoplado al eje del motor síncrono.
2. Mediante el generador de excitación del campo como motor de cd.
3. Con un motor pequeño de inducción que tenga al menos un par de polos menos que el motor síncrono.
4. Por medio de devanados de amortiguación, como los del motor de inducción de jaula de ardilla.

El primero de los métodos se usa a veces en los laboratorios con motores síncronos que *no estén* equipados con devanados amortiguadores. En general, se supone que



el motor síncrono es el primomotor de velocidad constante para el generador de cd. Pero para llevar a sincronismo al motor, se hace trabajar el generador de cd como motor y la dínamo síncrona de ca se sincroniza con el suministro de ca (sección 7-16) como alternador. Una vez en paralelo con el suministro, la dínamo síncrona trabaja como motor. El "motor" de cd funcionará entonces como generador si se aumenta su corriente de campo para que su FEM generada sea mayor que la de las barras de distribución de cd.

En realidad, el segundo método es igual al primero, excepto que el motor excitador síncrono, que es un generador derivación cd, se hace trabajar como motor y la dínamo síncrona de ca se sincroniza con el suministro de ca (sección 7-16).

El tercer método, empleando un motor auxiliar de inducción con menos polos, implica el mismo procedimiento de sincronización para el motor síncrono de ca que para un alternador. Se necesita que el motor de inducción tenga como mínimo un par de polos menos para compensar la pérdida de velocidad que tiene ese motor debido al deslizamiento.

En los tres métodos que acabamos de describir, es necesario 1) que haya *poca o ninguna carga* en el motor síncrono y 2) que la capacidad del motor de arranque, de cd o de ca, sea de entre el 5 y el 10 por ciento de la capacidad nominal del motor síncrono acoplado con él.

Sin embargo, el método que con mucho se emplea más para arrancar un motor síncrono es como un motor de inducción usando los devanados amortiguadores. Este método es el más sencillo y no se requieren máquinas auxiliares especiales.

## 8-5 ARRANQUE DE UN MOTOR SINCRONO COMO MOTOR DE INDUCCION MEDIANTE SUS DEVANADOS AMORTIGUADORES

Los devanados *amortiguadores* se muestran en las figuras 8-1a y b. Se debe observar que la banda que conecta en cortocircuito a las barras del rotor tiene agujeros para atornillarse al conjunto vecino de devanados amortiguadores en el polo siguiente. De este modo, se forma un motor completo de jaula de ardilla; y aunque las barras no tienen la capacidad para conducir continuamente la carga nominal del motor síncrono, bastan para arrancar el motor síncrono como motor de inducción, con poca o ninguna carga.

Cuando se hace arrancar motores síncronos extremadamente grandes como motores de inducción, se emplean varios métodos para reducir la corriente de arranque que se toma de la barra de distribución. Puesto que estos métodos son los mismos que los necesarios para arrancar motores grandes de inducción, se describirán en el capítulo 9 (secciones 9-14 y siguientes). Los métodos que se describen en esas secciones comprenden los arranques en estrella-delta, con resistencia en la línea, a voltaje reducido con transformador, etc.

Es *prácticamente imposible* poner en marcha un motor síncrono estando excitado su campo de cd. Aun cuando se lo deje desenergizado, el campo magnético del estator, que gira con gran rapidez, induce voltajes extremadamente altos en las muchas vueltas o espiras del devanado de campo. Por lo tanto, se acostumbra *conectar en cortocircuito* el devanado del campo de cd durante el periodo de arranque; entonces,

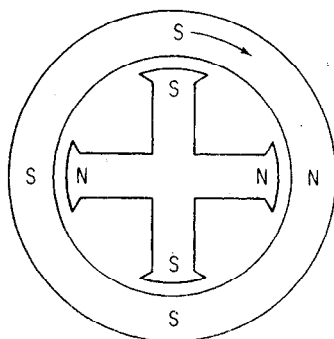
cualquier voltaje y corriente que se induzcan en él, pueden ayudar a que el devanado amortiguador produzca acción de motor. En los motores síncronos extremadamente grandes se usan interruptores de seccionalización de campo, o de división de campo, para conectar en cortocircuito los devanados individuales de campo y evitar la suma acumulativa de los voltajes inducidos de polo a polo. (Estos altos voltajes inducidos pueden perforar al aislamiento del campo.)

Entre las ventajas que tienen los motores síncronos sobre los de inducción está el hecho de que el entrehierro de un motor síncrono es mayor (sección 8-1). Por esta razón, el devanado de inducción del rotor crea en el arranque una relación bastante alta de la reactancia con la resistencia del rotor. Aunque esto puede ocasionar que se desarrollen mayores corrientes de arranque y menores factores de potencia para alcanzar el mismo par, o aun un par menor, se mejora la velocidad de deslizamiento sin carga del motor síncrono. Así, cuando se quita el cortocircuito del campo y se aplica cd al devanado de campo en el rotor, a velocidad igual o cercana a la síncrona, el rotor entra fácilmente en sincronismo con el campo rotatorio del estator.

A veces, cuando se usa una luz estroboscópica para medir la velocidad del motor síncrono, los estudiantes observan en el laboratorio que no se produce cambio instantáneo en la velocidad al conectar la corriente directa, lo cual indica que el rotor ya ha alcanzado "por sí mismo" el sincronismo. Este es el principio según el cual trabajan el motor de histéresis y el motor síncrono de inducción (sección 8-26): el hierro del rotor se *magnetiza* debido al flujo del estator, y el rotor llega al sincronismo sin necesidad de excitación de campo de cd, mediante el par *de reluctancia* (secciones 1-2 y 8-17.2).

Otro fenómeno que a veces se presenta en los laboratorios, cuando se energiza el circuito de campo, es un golpe repentino de corriente alterna y el "chasquido sordo" que indica que hay una perturbación repentina en la línea. Se presenta cuando la fuerza magnetomotriz del campo produce polos en el rotor que quedan directamente bajo el campo rotatorio de la *misma* polaridad, como se muestra en la **figura 8-5**. Esto provoca una reducción repentina en el flujo de entrehierro, con lo cual se reduce la FEM generada y *repentinamente* aumenta la corriente de armadura. La reducción consiguiente en flujo y par hace que el motor se deslice hacia atrás un polo, a 180 grados eléctricos, en donde ahora sí trabaja en sincronismo, y la corriente de línea regresa a su valor normal.

En resumen, cuando se arranca un motor síncrono sin carga, con sus devanados amortiguadores,



**Figura 8-5** Magnetización del campo que ocasiona el deslizamiento de un polo.

1. Se pone en corto el devanado de campo de cd, y se aplica ca al estator, con lo cual el motor alcanza la velocidad sin carga o en vacío como motor de inducción.
2. Se aplica corriente directa al devanado de campo y la corriente de campo se ajusta para dar una corriente mínima alterna de línea.
3. Se acopla la carga con el eje del motor.

## 8-6 ARRANQUE DE UN MOTOR SINCRONO CON CARGA

El motor síncrono arranca y trabaja a la velocidad síncrona, o cerca de ella, como motor de inducción, mediante sus devanados amortiguadores tipo inducción. En la descripción de la sección 8-5, se hizo la suposición de que 1) el motor tiene poca carga, y de que 2) para desarrollar una velocidad cercana a la síncrona, el devanado de jaula del motor de inducción necesitaba tener baja resistencia y alta reactancia.

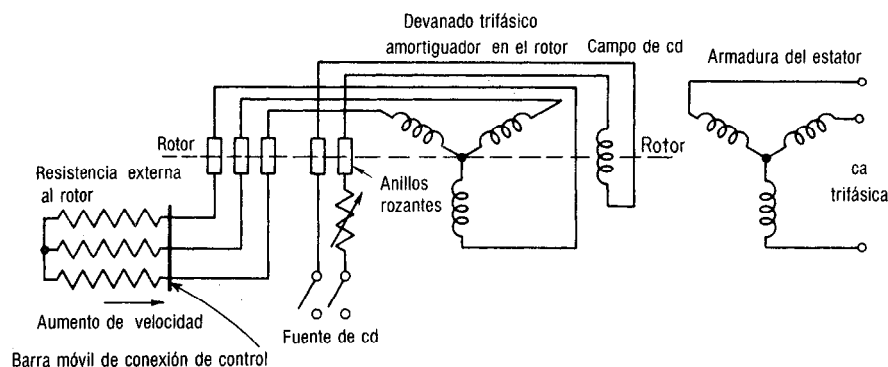
Sin embargo, estas últimas características producen un *bajo par de arranque* en un motor de inducción para la misma corriente de armadura (sección 9-10). En general, esos pares son aproximadamente del 30 al 50 por ciento del par de plena carga. Para determinados tipos de cargas, como por ejemplo en ventiladores o compresores de aire, cuyas cargas están en función de su velocidad, se pueden tolerar estos bajos pares aplicados, y el motor síncrono llegará a su velocidad y se asegurará en sincronismo con esas cargas. Pero la popularidad creciente del motor síncrono creó una demanda para que pueda desarrollar pares de arranque más altos, que vayan desde el de plena carga hasta 300 por ciento de plena carga y sean capaces de arrancar bajo cargas pesadas.

Se puede mejorar el *par de arranque* de las barras de jaula de ardilla del rotor síncrono mediante el empleo de aleaciones de *alta resistividad* en las barras. Con ello, sin embargo, no se lleva al rotor a una velocidad tan cercana a la síncrona como con rotores de baja resistividad, debido a que aumenta el deslizamiento a causa de la alta resistencia. Si se abre el campo durante un instante y se le pone en corto inmediatamente antes de conectar la corriente directa, se hará que el rotor se impulse hacia adelante lo suficiente para asegurarse en sincronismo.

Sin embargo, la mejor técnica es emplear un *devanado de rotor devanado*, en lugar de un devanado de jaula de ardilla, en la cara polar, como el llamado devanado del *amortiguador devanado de fase*. Este rotor se reconoce inmediatamente debido a que emplea *cinco* anillos rozantes: dos para el devanado de campo con cd y tres para el devanado del rotor devanado de ca conectado en estrella. El rendimiento de arranque del devanado del *amortiguador devanado de fase*, o rotor *simplex*, es semejante al de un motor de inducción con rotor devanado (sección 9-10), porque se emplea una resistencia externa de arranque para mejorar el par de arranque.

El motor se pone en marcha con toda la resistencia externa por fase, como se muestra en la **figura 8-6**, y se pone en corto el circuito de cd del campo. El motor se acerca a la velocidad síncrona a medida que se reduce la resistencia de arranque y, cuando se aplica el voltaje de cd del campo, el motor se asegura en sincronismo.

Combinando el alto par de arranque del motor de inducción de rotor devanado (que es hasta el triple del par normal a plena carga) con las características de velocidad constante y de corrección de factor de potencia del motor síncrono, el motor síncrono de rotor tipo *simplex* ha encontrado muchos usos en los que se necesita arran-



**Figura 8-6** Diagrama esquemático del motor síncrono de amortiguador devanado de fase (rotor símplex).

que con carga además de velocidad constante. Véase en la sección 8-24 una descripción del motor *supersíncrono* que también es motor síncrono de arranque propio.

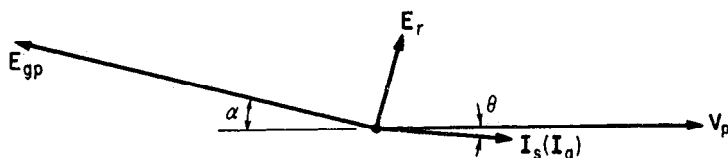
## 8-7 FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR SINCRONO DESPUES DEL PERIODO DE ARRANQUE

Como se dijo en la sección 8-1, todos los motores producen voltaje generado mientras se lleva a cabo la acción de motor. Durante el periodo transitorio, cuando el motor está alcanzando su velocidad como motor de inducción, una corriente de armadura fluye en su devanado de estator. Esa corriente está limitada esencialmente por el voltaje que se induce y por la corriente que pasa en las barras del devanado amortiguador en el rotor por acción de transformador, que se describirá en detalle en el siguiente capítulo. Sin embargo, una vez energizado el campo con cd y estando el rotor asegurado en su sincronismo, el flujo en el rotor induce un voltaje de ca en los conductores del estator, de acuerdo con la ecuación (2-16).

Ya que el motor síncrono está en paralelo con la barra de distribución, la corriente que toma el motor como resultado de la acción de motor es una corriente de sincronización, y se necesita potencia de sincronización para mantener a su rotor en sincronismo con la frecuencia de rotación del flujo en el estator. En realidad, se mostró en la sección 8-4 que, en algunos métodos de arranque sin devanados amortiguadores, el motor se debe sincronizar con la barra mediante una técnica idéntica a la necesaria para poner a trabajar alternadores en paralelo.

La relación fasorial para un alternador síncrono de ca que suministra corriente y potencia de sincronización a otra "dínamo" de ca se describió en la sección 7-11, y se muestra en las figuras 7-15 y 7-17. En ambos diagramas se hizo notar que las posiciones de fase de los voltajes generados están a menos de  $180^\circ$  entre sí, como resultado de la potencia de sincronización.

Esas figuras se resumen en la figura 8-7 con un cambio pequeño, es decir, que el voltaje de terminales en la barra que suministra la corriente de sincronización se toma como voltaje de referencia y se representa como el voltaje de terminales por fase,  $V_p$  en lugar de  $E_{gp}$ . Se debe advertir en la figura que el voltaje generado  $E_{gp}$  [ecuación



**Figura 8-7** Relación entre el voltaje generado en un motor síncrono y el voltaje de barras después de sincronizar con éstas sin carga.

(2-16)] aparece igual al voltaje de barras, tal como se ajustaría en el momento de la sincronización con la barra, pero está desplazado de la posición de  $180^\circ$  un ángulo  $\alpha$  [véase ecuación (8-2)] como resultado de la potencia de sincronización *que se recibe*.

A pesar del hecho de que el voltaje generado  $E_{gp}$  es igual al voltaje de barras, se debe notar que la corriente de armadura en el motor y la corriente de sincronización  $I_s$  o  $I_a$  es producto del voltaje resultante  $E_r$ . Suponiendo que el suministro de la barra de distribución de ca, que consiste de uno o más alternadores en paralelo, tenga impedancia interna insignificante (es una hipótesis justificable, en la mayor parte de los casos), la ecuación (7-4), que expresa el valor de la corriente de sincronización en la armadura (del motor), se puede simplificar y escribir como sigue:

$$I_a = \frac{V_p - E_{gp}}{R_a + jX_{sa}} = \frac{E_r}{Z_p} \quad (8-1)$$

en la que  $I_a$  es la corriente de armadura por fase, atraída por el motor síncrono de la barra de distribución

$V_p$  el voltaje de fase aplicado a la armadura del estator del motor síncrono

$E_{gp}$  el voltaje que se genera en los conductores de la armadura, por fase, de acuerdo con la ecuación (2-16)

$E_g$  es la diferencia fasorial entre el voltaje aplicado a la armadura y el voltaje generado [véase ecuación (8-3)], por fase

$Z_p$  es la impedancia del motor síncrono por fase, que consta de  $R_a$  y  $X_{sa}$

$R_a$  es la resistencia efectiva de armadura por fase, del estator del motor

$X_{sa}$  es la reactancia síncrona de armadura por fase, del devanado de la armadura del estator del motor

Puede observarse la semejanza entre la ecuación (8-1) y la ecuación genérica de un motor, ecuación (1-8). Por lo tanto, se puede decir que la corriente de armadura que toma un motor síncrono de ca se limita por su impedancia y su fuerza contraelectromotriz generada, de modo muy semejante a aquel en que la corriente de armadura que toma un motor de cd es limitada por su resistencia y su fuerza contraelectromotriz.

Sin embargo, una diferencia importante es notable entre un motor síncrono de ca y un motor derivación de cd. En el caso del motor derivación cd, al aplicarle la carga, el par contrario produce una disminución de su velocidad; la reducción de la velocidad tiene el efecto de aminorar, a su vez, la fuerza contraelectromotriz que se genera, y con ello se permite que pase más corriente por la armadura [ecuación (1-8)]. La mayor corriente de armadura suministra más par de impulsión [ecuación (4-4)] y desarrolla más potencia en la armadura [ecuación (4-7)]. Para producir acción de motor y permitir que el motor de cd reciba corriente de la barra, la fuerza contraelectromotriz que se genera nunca puede ser igual al voltaje en las barras de un motor de cd.

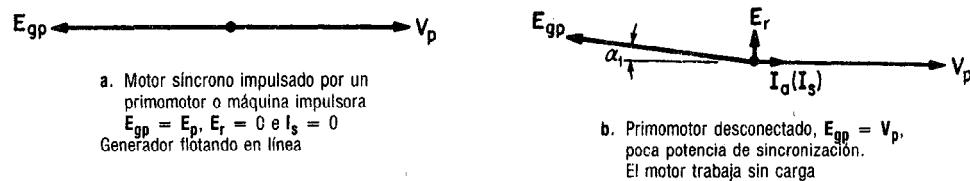
Sin embargo, en un motor síncrono de ca, la velocidad es *constante*, y la FEM generada por fase,  $E_{gp}$ , es función ( $E_g = K\theta S$ ) sólo de la excitación del campo de cd. Por lo tanto, el motor síncrono no puede tomar más corriente del suministro como resultado de la menor fuerza contraelectromotriz  $E_{gp}$ . Si se *sobreexcita* el motor mediante una corriente directa grande en el campo, la FEM generada por fase puede *rebasar* al voltaje de terminales. Como el flujo de campo de un motor síncrono es *independiente* de la velocidad, ¿cómo se ajusta en un motor síncrono su corriente de armadura en la ecuación (8-1) para desarrollar más potencia cuando se aplica la carga a su eje?

Se ha establecido que cuando un motor síncrono, impulsado por un primomotor, se sincroniza con sus barras de distribución, su voltaje de fase generado es igual y opuesto al voltaje de la barra por fase. En este instante está cerrado el interruptor de conexión en paralelo. Si el primomotor continúa impulsando al motor síncrono, su voltaje de fase generado será igual al voltaje de las barras, como se indica en la **figura 8-8a**; y, como dínamo, queda *flotando en la línea* (sección 7-2).

Supongamos que la máquina impulsora se desacopla súbitamente del motor síncrono, lo cual es exactamente el caso cuando un motor síncrono sin carga se asegura en sincronía al excitar su campo con cd. Puesto que ya no lo impulsa nada, se regresa un ángulo  $\alpha$  en su fase, desarrollando un voltaje resultante  $E_r$  de acuerdo con la ecuación (8-1) y según se muestra en la figura 8-8b. Pero puede ser que resulte insuficiente el ángulo  $\alpha$  para mantener la rotación del motor síncrono, porque se desarrolla muy poca potencia de sincronización cuando la corriente de armadura es muy pequeña. Por lo tanto, es necesario que el polo del campo del rotor giratorio se retrase algunos grados eléctricos más (con respecto al campo rotatorio producido en la armadura del estator) para sostener la rotación, aumentando así el llamado *ángulo de par*, que se representa mediante  $\alpha$ .

Al regresar el polo del rotor en fase, 1) la diferencia de voltaje resultante  $E_r$  aumenta y 2) la corriente de armadura  $I_a$  también aumenta [ya que se puede suponer que  $Z_p$  en la ecuación (8-1) es constante].

La figura 8-7 muestra este caso, en el cual se entrega potencia *positiva* de sincronización, de magnitud  $V_p I_a \cos \theta$  por fase, al motor síncrono. Dado que al motor ya no lo impulsa primomotor alguno, esta potencia positiva de sincronización, como en el caso de los alternadores en paralelo, *no tira* del motor síncrono hacia delante de manera que su FEM generada se desplace  $180^\circ$  con respecto a la de la barra. En lugar de ello, la potencia positiva que se produce es suficiente para contrarrestar el par opuesto del motor síncrono que producen la fricción mecánica y con el aire, y otras pérdidas



**Figura 8-8** Etapas en el desarrollo del par debidas a la potencia de sincronización que toma un motor síncrono sin carga de las barras de distribución.

rotacionales del motor. El rotor gira, por lo tanto, a una velocidad síncrona constante con un retraso fijo de posición de fase,  $\alpha$ , entre el centro de un polo N del rotor y el centro del polo S opuesto en el campo rotatorio del estator.

Se debe hacer notar que el ángulo  $\alpha$  de retraso del par *sin carga* entre el campo rotatorio y los polos del rotor representa unos pocos *grados eléctricos*. El número de grados *mecánicos*,  $\beta$ , es igual o aun menor que  $\alpha$  y la relación entre ellos es

$$\beta = \frac{2\alpha}{P} \quad (8-2)$$

en la cual  $P$  es el número de polos

$\alpha$  es el ángulo del par en grados eléctricos.

Se ha observado que, en el motor síncrono de muchos polos, la diferencia entre la posición de sincronización de la figura 8-8a y la posición en la figura 8-7 o la figura 8-8b apenas si se distingue por medios estroboscópicos; nótese el ángulo  $\beta$  de desplazamiento que se da en el ejemplo 8-1. También es necesario señalar que cuando  $E_{gp}$  es igual a  $V_p$ , el voltaje y la corriente se modifican como sigue:

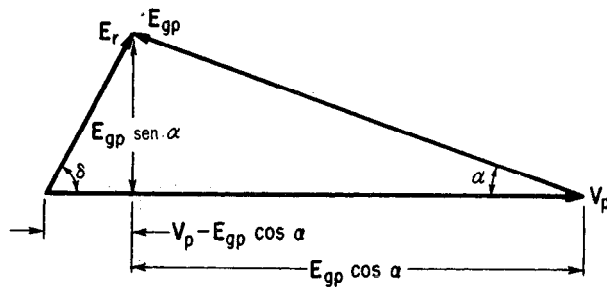
1. El voltaje resultante  $E_r$ , no obstante lo pequeño que pueda ser el ángulo  $\alpha$  del par, precede a  $V_p$  en menos de  $90^\circ$ , ya que es la diferencia fasorial entre dos fasores iguales como se ve en las figuras 8-7 a 8-9, respectivamente.
2. La corriente de armadura sin carga  $I_a$  puede estar ligeramente en adelanto (véase el ejemplo 8-1), o en fase con  $V_p$ , o incluso tener un pequeño retraso (como se ve en la figura 8-7), dependiendo de la magnitud de la excitación del campo.

El cálculo de  $E_r$  para determinados valores del ángulo  $\alpha$ , del voltaje de excitación y del voltaje aplicado de fase de una dinamo síncrona de ca dada se puede hacer mediante la figura 8-9 y la siguiente ecuación:

$$E_r = (V_p - E_{gp} \cos \alpha) + j(E_{gp} \sin \alpha) \quad \text{volts (V)} \quad (8-3)$$

en la cual  $\alpha$  es el ángulo del par y todos los demás términos son los definidos en la ecuación (8-1).

La deducción de la ecuación (8-3) casi no necesita explicación. Procede directamente de la figura 8-9, en la que se muestran con claridad los componentes horizontal y vertical de  $E_r$ . Sin embargo, vale la pena repetir que  $E_r$  también es igual al producto de  $I_a Z_p$ , como se muestra en la ecuación (8-1). El ejemplo 8-1 muestra cuánta información se puede obtener como resultado de la aplicación de la ecuación (8-3).



**Figura 8-9** Determinación del voltaje resultante, generado de armadura, por fase ( $E_{gp}$ ).

En el ejemplo 8-1, el voltaje generado de excitación,  $E_{gp}$ , es igual al voltaje de barras por fase, y la corriente de armadura está prácticamente *en fase* con el voltaje aplicado a la armadura por fase  $V_p$ . Estas dos condiciones constituyen, para un motor síncrono, un estado de factor de potencia de unidad al que se conoce como excitación *normal*. Este estado se usa como *referencia* para efectos de 1) la aplicación de la carga al eje del motor y 2) cambiar la excitación a cualquier carga determinada. (Véase figura 8-11.)

### EJEMPLO 8-1

Un motor síncrono trifásico conectado en estrella, de 20 polos, 40 hp, 660 V, 60 Hz, está trabajando sin carga y su voltaje generado por fase es exactamente igual al voltaje de fase que se aplica a su armadura. Sin carga, el rotor está retrasado 0.5 grados mecánicos con respecto a su posición síncrona. La reactancia síncrona es de  $10 \Omega$ , y la resistencia efectiva de armadura es  $1 \Omega$  por fase. Calcular

- El desplazamiento del rotor con respecto a la posición síncrona en grados eléctricos
- La FEM resultante a través de la armadura por fase
- La corriente de armadura por fase
- La potencia por fase y la potencia total que toma el motor de la barra
- La pérdida de potencia en la armadura y los hp internos que se desarrollan sin carga.

### Solución

$$a. \alpha = P \left( \frac{\beta}{2} \right) = 20 \left( \frac{0.5}{2} \right) = 5^\circ \quad (8-2)$$

$$b. V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{600}{1.732} = 381 \text{ V}$$

$E_{gp} = 381 \text{ V}$  también, como se dijo

$$E_r = (V_p - E_{gp} \cos \alpha) + j(E_{gp} \sin \alpha) \quad (8-3)$$

$$= (381 - 381 \cos 5^\circ) + j(381 \sin 5^\circ)$$

$$= 1.45 + j33.2 = 33.2 \angle 87.5^\circ \text{ V/fase}$$

$$c. Z_s = R_a + jX_s = 1.0 + j10$$

$$= 10.05 \angle 84.3^\circ \Omega/\text{fase}$$

$$I_a = \frac{E_r}{Z_s} = \frac{33.2 \angle 87.5^\circ \text{ V}}{10.05 \angle 84.3^\circ \Omega}$$

$$= 3.31 \angle 3.2^\circ \text{ A/fase} \quad (8-1)$$

$$d. P_p = V_p I_a \cos \theta = (381 \times 3.31) \cos 3.2^\circ$$

$$= 1259 \text{ W/fase}$$

$$P_t = 3P_p = 3 \times 1259 \text{ W} = 3777 \text{ W}$$

$$e. 3 \times I_a^2 R_a = 3 \times (3.31)^2 \times 1.0 = 33 \text{ W}$$

$$P_d = \frac{3777 - 33 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = 5.0 \text{ hp}$$

## 8-8 EFECTO DEL AUMENTO DE CARGA A EXCITACION NORMAL EN UN MOTOR SINCRONO

Suponiendo que la excitación del campo de un motor síncrono sea *normal* y no varíe ( $E_{gp} \cong V_p$ ), ¿cuál es el efecto de aplicar una carga (o por contrario) al eje del motor sobre la corriente de armadura y el factor de potencia?

La velocidad de un motor síncrono no puede disminuir debido a la mayor carga; pero el ángulo  $\alpha$  del par [ecuación (8-2)] puede *aumentar* y *lo hace*, como se muestra en la figura 8-10a y b. Se debe advertir que el ángulo que se muestra en la figura es  $\beta$ , el desplazamiento mecánico del rotor con respecto al estator. Así, sin carga, hay un ángulo pequeño de desplazamiento entre el centro de un conductor en el estator, en donde el campo rotatorio es máximo, y el centro del núcleo polar. A plena carga, el desplazamiento *mecánico* nunca es mayor de  $4^\circ$  o  $5^\circ$  en los motores síncronos polifásicos de varios polos. En el ejemplo 8-2 se muestra el efecto sobre el factor de potencia, la corriente de la armadura y la potencia que se toma del suministro.



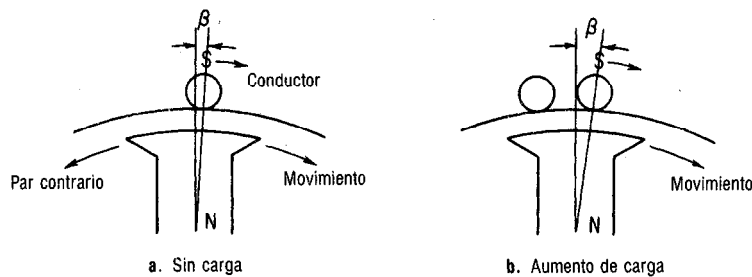


Figura 8-10 Efecto de la carga sobre la posición del rotor

### EJEMPLO 8-2

Repetir el ejemplo 8-1 con un ángulo de desplazamiento mecánico de  $5^\circ$  entre el rotor y su posición síncrona cero.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } \alpha &= P \left( \frac{\beta}{2} \right) = 20 \left( \frac{5}{2} \right) \\ &= 50^\circ \text{ (grados eléctricos)} \quad (8-2) \\ \text{b. } \mathbf{E}_r &= (V_p - E_{gp} \cos \alpha) + j(E_{gp} \sin \alpha) \quad (8-3) \\ &= (381 - 381 \cos 50^\circ) + j(381 \sin 50^\circ) \\ &= 136.1 + j291.9 = 322 \angle 65^\circ \text{ V/fase} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \mathbf{I}_a &= \frac{\mathbf{E}_r}{\mathbf{Z}_a} = \frac{322 \angle 65^\circ \text{ V}}{10.05 \angle 84.3^\circ \Omega} \\ &= 32.0 \angle -19.3^\circ \text{ A/fase} \quad (8-1) \\ \text{d. } P_p &= V_p I_a \cos \theta = (381 \times 32) \cos 19.3^\circ \\ &= 11\,507 \text{ W/fase} \\ P_t &= 3P_p = 3 \times 11\,507 \text{ W} = 34\,520 \text{ W} \\ \text{e. } P_L &= 3I_a^2 R_a = 3 \times (32^2) \times 1.0 = 3072 \text{ W} \\ P_a &= \frac{34\,520 - 3072}{746 \text{ W/hp}} = 42.2 \text{ hp} \end{aligned}$$

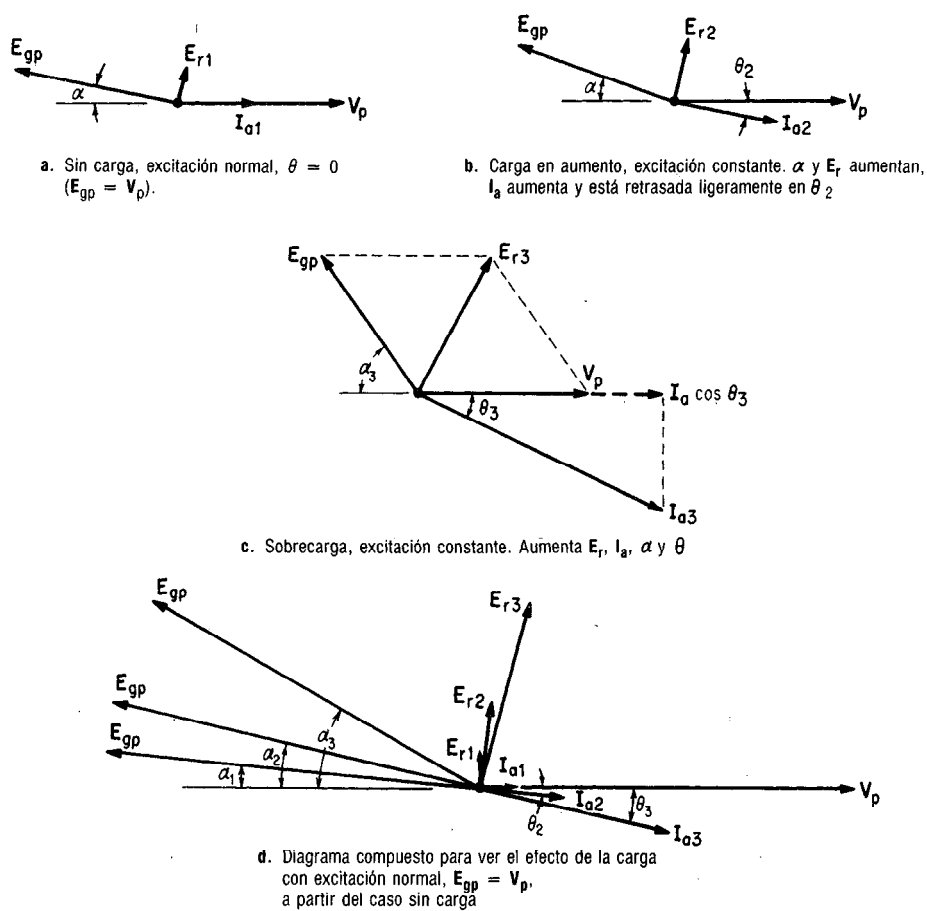
El ejemplo 8-2 muestra en forma cuantitativa el aumento tanto en el voltaje resultante  $\mathbf{E}_r$  como en la corriente de armadura  $\mathbf{I}_a$ , al igual que la mayor potencia que se toma del suministro y la que desarrolla el motor síncrono, todo ello como resultado del efecto de mayor carga. Advértase que fue el aumento en el ángulo  $\alpha$  del par lo que produjo el aumento en la corriente de armadura, y que también provocó el aumento en  $\mathbf{E}_r$  y en las pérdidas en el cobre de la armadura.

Todo lo anterior se muestra en forma gráfica en la figura 8-11. Sin carga, figura 8-11a, con  $\mathbf{E}_{gp} = V_p$ , tenemos la condición del factor de potencia uno, cuando  $\alpha$  es pequeño y  $\theta$  es igual a cero.

Si se mantiene constante la excitación, pero se aplica mayor carga al motor, a pesar de la igualdad entre  $\mathbf{E}_{gp}$  y  $V_p$ , entonces aumentan  $\mathbf{E}_r$  e  $\mathbf{I}_a$  a medida que aumentan los ángulos  $\alpha$  y  $\theta$ . El ángulo del factor de potencia  $\theta$  ya no es cero, como se muestra en la figura 8-11b.

La figura 8-11c muestra el caso en que el motor trabaja con sobrecarga mayor que su carga nominal. A excepción de  $V_p$  y  $\mathbf{E}_{gp}$ , que son constantes, todos los factores han crecido mucho. Sabemos también, del ejemplo 8-2, que la entrada de potencia, las pérdidas en el cobre de la armadura, la potencia desarrollada y la potencia de salida del motor han aumentado en forma correspondiente.

En la figura 8-11d se presenta un resumen fasorial del efecto de aumento de carga a excitación normal. Obsérvese que, a medida que aumentan la carga y  $\alpha$ , la diferencia de voltaje que resulta,  $\mathbf{E}_r$ , entre el voltaje generado y el aplicado a la armadura ( $V_p - \mathbf{E}_{gp}$ ) tiende a aumentar con rapidez, y que el ángulo  $\theta$  del factor de potencia



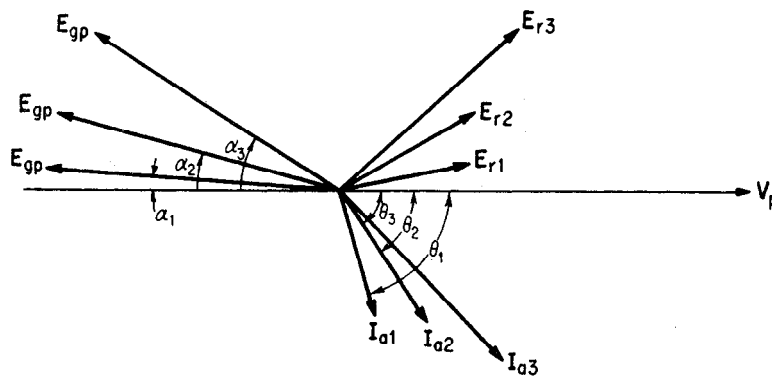
**Figura 8-11** Efecto de aumentos de carga con excitación normal.

aumenta lentamente. Aun bajo condiciones de sobrecarga, que se muestran en la figura 8-11c, el ángulo  $\theta$  del factor de potencia no se retrasa en forma apreciable.

Lo anterior se ve con claridad en el diagrama compuesto de la figura 8-11d. La corriente de armadura aumenta, con la aplicación de la carga, a una *proporción mayor* que el ángulo del factor de potencia y con ello se ajusta en forma automática a los aumentos de carga, *esencialmente mediante aumento de corriente*.

## 8-9 EFECTO DEL AUMENTO DE CARGA EN CONDICIONES DE SUBEXCITACION

No se puede generalizar acerca del efecto de la carga sobre un motor síncrono, a menos que la carga se estudie en condiciones de subexcitación o bajoexcitación, excitación normal y sobreexcitación. En la **figura 8-12** se muestra un diagrama compuesto para el motor síncrono bajo tres condiciones de carga, cuando deliberadamente se *subexcita* o *bajoexcita*,  $E_{gp} < V_p$ . Con una carga pequeña y un ángulo de par igual a



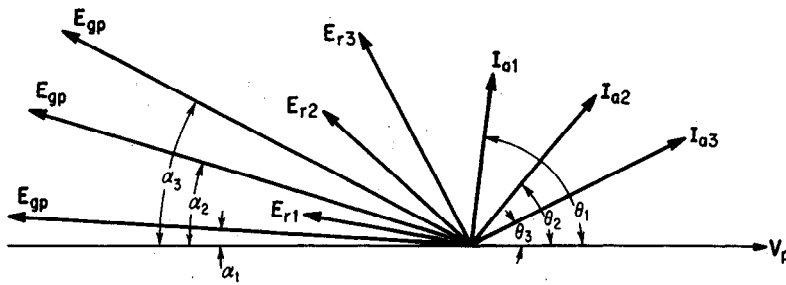
**Figura 8-12** Efecto del aumento de carga en condiciones de subexcitación ( $E_{gp} < V_p$ ).

$\alpha_1$ , la corriente de armadura  $I_{a1}$  se retrasa casi  $90^\circ$  con respecto al voltaje aplicado de armadura por fase. Bajo excitación normal, debe pasar una cantidad bastante apreciable de corriente de armadura para desarrollar la misma potencia  $V_p I_{a1}$  que aparece en la figura 8-11d debido al deficiente factor de potencia.

Sin embargo, cuando se aumenta la carga, el factor de potencia ¡mejora! Debido al mayor voltaje resultante, pasa más corriente; y dado que aumenta el factor de potencia, la potencia total generada por la armadura aumenta para cumplir con la carga. Con cargas muy pesadas el efecto de la bajoexcitación produce un factor de potencia *más deficiente* que con excitación *normal* y debe pasar una *corriente de armadura mucho mayor* para desarrollar la misma potencia con la misma carga en comparación con la excitación normal.

## 8-10 EFECTO DEL AUMENTO DE CARGA EN CONDICIONES DE SOBREEXCITACION

Cuando está sobreexcitado,  $E_{gp}$  es mayor que  $V_p$  en un motor síncrono. A diferencia del motor derivación, *es posible* que un motor síncrono genere un voltaje mayor que su voltaje de barras y siga *tomando corriente y potencia* de la barra. Esto sucede debido a que la FEM generada y el voltaje de la barra no están  $180^\circ$  fuera de fase, y que  $E_r$ , el voltaje resultante, sigue representando la diferencia fasorial de los dos voltajes. Cuando la carga es *pequeña*, como se muestra en la **figura 8-13**, el voltaje resultante  $E_{r1}$  casi está en fase con  $E_{gp}$ , porque este último es mayor que el voltaje de barras por fase. La corriente de armadura que pasa, en cuadratura,  $I_{a1}$ , precede en casi  $90^\circ$  al voltaje aplicado. Al igual que el motor síncrono bajoexcitado, a medida que se aplica la carga, el factor de potencia mejora, se aproxima al factor de potencia unidad. El ángulo del factor de potencia *disminuye a una proporción mayor* que aquella a la cual aumenta la corriente, y con ello produce la mayor potencia necesaria para satisfacer al aumento de carga aplicada que origina los aumentos en el ángulo  $\alpha$  de par.



**Figura 8-13** Efecto de aumento de carga en condiciones de sobreexcitación ( $E_{gp} > V_p$ ).

### 8-11 RESUMEN DEL EFECTO DEL AUMENTO DE CARGA (SIN TOMAR EN CUENTA LOS EFECTOS DE LA REACCION DE ARMADURA) EN CONDICIONES DE EXCITACION CONSTANTE

En general, se puede llegar a las siguientes conclusiones respecto al aumento de carga en condiciones de excitación constante, sin tomar en cuenta los efectos de la reacción de armadura según la sección 8-12:

1. A medida que *aumenta* la carga mecánica, la corriente de armadura  $I_a$  *aumenta*, *independientemente* de la excitación.
2. Cuando el motor síncrono está sobre o subexcitado, su factor de potencia tiende a alcanzar a la unidad *con un aumento de carga*.
3. Cuando el motor está sobre o subexcitado, el cambio en el factor de potencia es *mayor* que el cambio en la corriente al aplicar la carga.
4. Sin embargo, cuando el motor está excitado normalmente, el cambio en la corriente es mayor que el cambio en el factor de potencia *a medida que aumenta la carga*, y el factor de potencia tiende a retrasarse cada vez más.

### 8-12 EFECTOS DE LA REACCION DE ARMADURA

Se demostró en la sección 7-10 y en la figura 7-16 que un factor que aumenta la estabilidad de los alternadores síncronos que trabajan en paralelo era que un alternador síncrono *sobreexcitado* tendería a tomar una corriente con mayor retraso, la cual, debido a su acción desmagnetizante, *reduciría* la FEM generada del alternador. Sin embargo, en la descripción anterior hemos visto que un motor síncrono *sobreexcitado* tiende a tomar una corriente *en adelanto*, lo cual también produce una mayor acción *desmagnetizante*.

Ya sea que esté actuando como alternador o como motor, la dínamo síncrona está en paralelo con la barra de distribución y sincronizada a ésta. Por lo tanto, se puede decir que

1. Un alternador síncrono *sobreexcitado* dará a la barra una *corriente en retraso*, produciéndose un *efecto desmagnetizante* como resultado de la reacción de armadura.

2. Igualmente, un motor síncrono *sobreexcitado* tomará una corriente en adelante de la barra de distribución, produciéndose un efecto *desmagnetizante* como resultado de la reacción de armadura (figura 7-16).
3. A la inversa, un alternador síncrono *bajoexcitado* o *subexcitado* suministrará a la barra una corriente en adelante y de magnetización.
4. Igualmente, un motor síncrono *bajoexcitado* tomará de la barra una corriente en retraso y de magnetización.

Por lo tanto, una dínamo síncrona de ca, sea que esté funcionando como generador o como motor, tendrá un efecto *desmagnetizante* de reacción de armadura cuando esté *sobreexcitado*, y una reacción de armadura *de magnetización* cuando esté *bajoexcitado*. Este efecto obviamente tiende hacia una excitación normal y hacia una *estabilidad extrema del motor* (véase figura 8-17), exactamente como en el alternador síncrono de ca.

Hemos visto ya (capítulo 5) que la reacción de armadura es un efecto que se produce debido a la corriente de armadura y es directamente proporcional a ésta. El efecto de estabilización es un motivo adicional para no compensar la reacción de armadura en las *dínamos síncronas de ca*, como se hace con las *dínamos de cd* (véanse figura 8-17 y sección 8-13).

El efecto de la reacción de armadura sobre el motor síncrono (cuya excitación se mantiene constante), cuando aumenta la carga, se resume para diversas condiciones de excitación en los párrafos que siguen:

### 8-12.1 Excitación normal

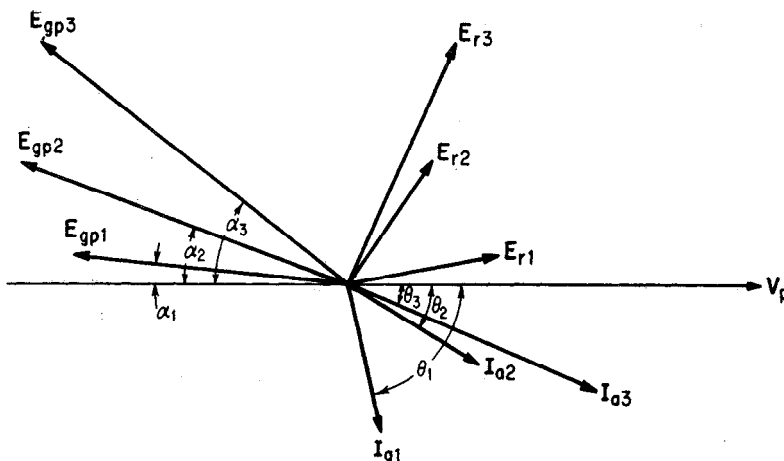
El aumento de carga tenderá a aumentar a  $E_{gp}$ , el voltaje generado por fase, como resultado de la acción *ligera de magnetización* que se produce debido a las cargas *ligera-mente en retraso*. El efecto neto es mantener la corriente de armadura en fase con el voltaje de las barras de distribución desde sin carga, a excitación normal, hasta plena carga (véase figura 8-11d).

### 8-12.2 Subexcitación o bajoexcitación

La *subexcitación* o *bajoexcitación* (véanse figuras 8-12 y 8-14) produce un efecto de reacción de armadura *de magnetización*. El efecto de la mayor carga y la mayor magnetización consecuente es mejorar el factor de potencia cuando aumenta la carga. Como se muestra en la figura 8-14, el componente de la corriente de armadura que produce potencia mecánica útil siempre es  $I_a \cos \theta$ . Con una carga pequeña,  $\alpha_1$ , en realidad sólo se toma una pequeña parte de la corriente total de la barra,  $I_{a1}$ , para impulsar la carga mecánica. Con una gran carga,  $\alpha_3$ , una parte mayor de  $I_{a3}$  está en fase con  $V_p$ , desarrollando la potencia necesaria por fase,  $V_p I_{a3} \cos \theta_3$  para impulsar a la carga mecánica aplicada a su eje.

### 8-12.3 Sobreexcitación

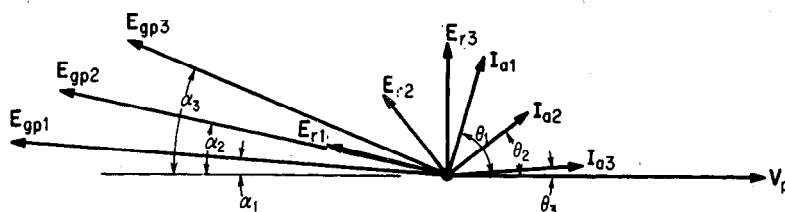
La *sobreexcitación* (véanse figuras 8-13 y 8-15) produce un efecto *desmagnetizante* debido a la mayor reacción de armadura cuando aumenta la carga. El efecto neto de esa



**Figura 8-14** Efecto del aumento de carga y de reacción de armadura en condiciones de bajoexcitación, produciendo aumentos en  $E_{gp}$  al aumentar la carga y mejorando el factor de potencia.

desmagnetización es también *mejorar* el factor de potencia cuando aumenta la carga. Como se ve en la **figura 8-15**, sólo un pequeño componente de la corriente total  $I_{a1}$  es el que produce potencia mecánica útil para impulsar a la carga con un ángulo  $\alpha_1$  de par; mientras que con una carga grande, *prácticamente toda* la corriente que produce  $I_{a3}$  está produciendo potencia mecánica útil.

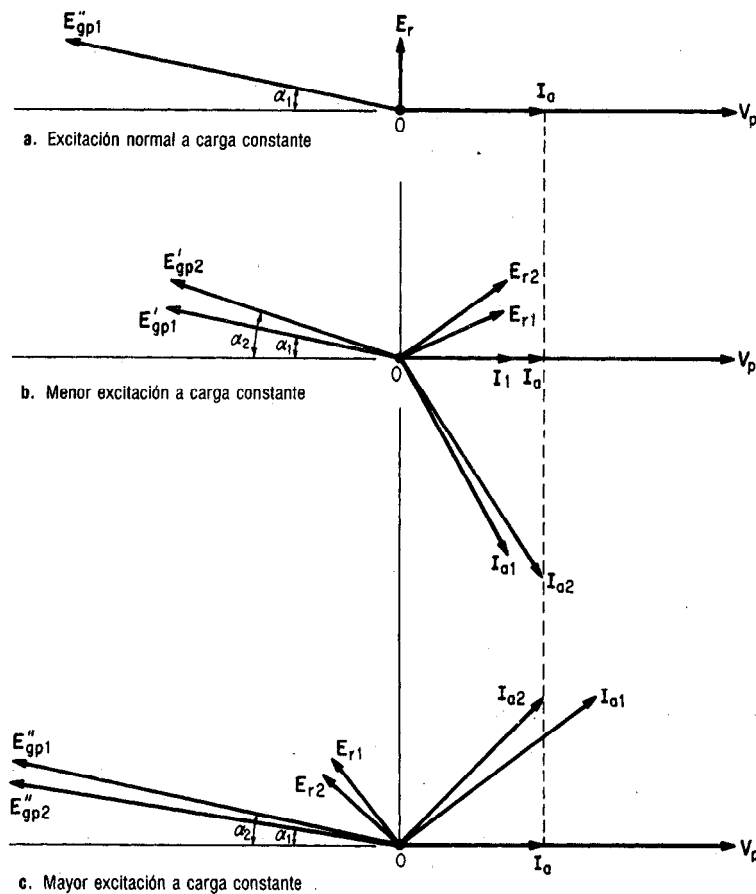
Por lo tanto, se puede concluir que *la reacción de armadura produce una tendencia a conducir la corriente de armadura hacia una relación con factor de potencia unidad* (en fase con el voltaje de fase de la barra) *al aplicar más carga*, independientemente del estado de excitación de la dinamo. Es debido a ello que la reacción de armadura no se compensa en los motores síncronos.



**Figura 8-15** Efecto de aumento de carga y de reacción de armadura en condiciones de sobreexcitación, que producen disminuciones de  $E_{gp}$  al aumentar la carga, y con mejoramiento del factor de potencia

### 8-13 AJUSTE DEL FACTOR DE POTENCIA DE UN MOTOR SINCRONO CON CARGA CONSTANTE

Supongamos que un motor síncrono trabaja con excitación normal (factor de potencia unidad) con una carga mecánica *determinada*. Esa situación se muestra en la **figura 8-16a**, en la cual la excitación del campo con  $c_d$  se ha ajustado para corriente mínima



**Figura 8-16** Efecto de la variación del factor de potencia (excitación) a carga constante.

(o factor de potencia uno) para la carga dada que se aplica al eje del motor. La diferencia fasorial entre el voltaje de fase  $V_p$  aplicado y la FEM generada por fase  $E_{gp1}$  es el voltaje resultante  $E_r$  que produce la corriente de armadura  $I_a$  en fase de acuerdo con la ecuación (8-1),  $I_a = E_r/Z_p$ . Se supone que la impedancia por fase es constante y está retrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje  $E_r$  en toda esta descripción. La corriente de armadura  $I_a$  depende sólo de la magnitud y el ángulo de fase de  $E_r$  para desarrollar la potencia mecánica  $V_p I_a$  necesaria para la carga en el eje. ¿Cuál será el efecto de *disminuir* o *aumentar* la excitación a una carga *determinada*?

### 8-13.1 Efecto de excitación disminuida o subexcitación

La figura 8-16b muestra el efecto de *disminuir* la excitación desde  $E_{gp1}$  hasta  $E'_{gp1}$  con el mismo ángulo  $\alpha_1$  de la carga. El voltaje resultante  $E_{r1}$  hace que pase una corriente  $I_{a1}$  en retraso. Aunque  $I_{a1}$  en la figura 8-16b es mayor que  $I_a$  en la figura 8-16a, todavía es insuficiente para dar la potencia mecánica necesaria,  $V_p I_a$ , para la carga en el eje. Obsérvese que en la figura 8-16b,  $I_{a1} \cos \theta$  es igual a  $I_1$ , que es *menor* que  $I_a$ .

Por lo tanto, es necesario que se retarde el rotor desde  $\alpha_1$  hasta  $\alpha_2$  para desarrollar la potencia necesaria. En realidad, como el efecto de la reacción de armadura a cargas en retraso tiende a aumentar el voltaje que se genera, el ángulo  $\alpha_2$  debe ser menor que el que se muestra, debido a un aumento de  $E'_{gp2}$  con respecto a  $E'_{gp1}$ .

En el ángulo  $\alpha_2$ , el voltaje generado  $E'_{gp2}$  produce un voltaje resultante mayor,  $E_{r2}$ , el cual a su vez produce la corriente  $I_{a2}$ . El componente de  $I_{a2}$  en fase es exactamente el suficiente para producir la potencia mecánica necesaria,  $V_p I_a$ , para la carga en su eje, como se muestra en la figura 8-16b.<sup>3</sup>

### 8-13.2 Efecto del aumento de excitación o sobreexcitación

La figura 8-16c muestra el efecto de aumentar la excitación desde  $E_{gp1}$  en la figura 8-16a, hasta  $E'_{gp1}$ , con el mismo ángulo  $\alpha$  de carga. El voltaje  $E_{r1}$  resultante origina el flujo de una corriente en adelanto,  $I_{a1}$ . En la figura 8-16c,  $I_{a1}$  es *mayor* que la que se necesita para producir la corriente necesaria  $I_a$  en fase. Por lo tanto, el ángulo de la carga disminuye de  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$ , como se muestra en la figura 8-16c. Esta disminución del ángulo de carga hace que disminuyan  $E_{r2}$  e  $I_{a2}$ , en forma proporcional, hasta un valor requerido para satisfacer a la potencia mecánica necesaria  $V_p I_a$  por fase.

### 8-13.3 Resumen

La potencia total que entrega la barra al motor es tres veces la potencia por fase, o sea  $3V_p I_{a2} \cos \theta$ . Como se ve en la figura 8-16, esta potencia es relativamente constante, si se ignoran los efectos de la reacción de armadura y las pérdidas debidas al cambio de corriente de armadura. El único cambio apreciable que se produce a consecuencia de un cambio de excitación, con respecto a la excitación normal, es 1) un cambio en la corriente de armadura y 2) un *cambio* correspondiente en el *factor de potencia* del motor.

La figura 8-16 muestra también que, a cualquier carga, se puede obtener la *excitación normal* (es decir, el caso con factor de potencia unidad en el que  $E_{gp}$  es prácticamente igual a  $V_p$  y en el que la corriente de armadura  $I_a$  está en fase con el voltaje de barras por fase) ajustando simplemente el reóstato de campo de cd para hacer que la corriente de campo sea *mínima*. Además, sin tomar en cuenta el pequeño aumento debido a la pérdida de potencia en el cobre de la armadura, cuando las corrientes de armadura están en adelanto, el componente de cuadratura de corriente que precede  $90^\circ$  al voltaje aplicado puede usarse para una *corrección del factor de potencia del sistema*, y para mejorar el funcionamiento del sistema del alternador suministrando a otras cargas en retraso.

Por lo tanto, el motor síncrono es un motor en *extremo adaptable o polifacético*, en primer lugar debido a su posibilidad de mantener una *excitación constante*, indepen-

<sup>3</sup> La construcción de la figura 8-16 no toma en cuenta 1) el efecto de la reacción de armadura en el cambio del voltaje generado ni 2) el efecto de las mayores pérdidas en el cobre de la armadura que produce la mayor corriente de armadura, que necesita de una entrada más de potencia procedente de la barra hacia el motor, para compensar las pérdidas adicionales, lo que representa un componente adicional en fase. En el caso de un factor de potencia en retraso, el componente adicional de magnetización que produce la reacción de armadura estaría compensado por las mayores pérdidas y el ángulo del par seguiría aumentando. En el caso de un factor de potencia en adelanto, el cambio en el ángulo del par sería pequeño, debido a que una corriente como la  $I_{a1}$  sería necesaria para mantener las pérdidas adicionales (figura 8-16c).



dientemente del factor de potencia cuando se trabaja con una barra de distribución de potencial constante. Esta última afirmación necesita explicación, la que también nos ayudará a comprender las características mencionadas del factor de potencia.

El motor síncrono, como cualquier otra dinamo con doble excitación, tiene dos fuentes de excitación: 1) la de excitación del estator de ca que procede de la barra que suministra a su armadura y 2) el campo de cd que excita sus devanados en los polos del rotor.

Siempre que sean constantes los voltajes de línea tanto de cd como de ca que excitan a un motor síncrono dado, que funciona con determinada carga, sus requerimientos de excitación son constantes, por la ley de la conservación de la energía. Sin embargo, supongamos que *se reduce* el campo de cd, con lo cual se tiende a *desmagnetizar* el flujo de entrehierro. El motor toma un componente en retraso de corriente de armadura de la barra para magnetizar el entrehierro y restaurar el flujo mutuo.

Si se abre súbitamente el circuito de campo, aun trabajando el motor en vacío o con baja carga, el motor síncrono continuaría trabajando en sincronismo, porque ahora su corriente de armadura está retrasada casi  $90^\circ$  con respecto al voltaje en las barras, produciendo mucha magnetización debido a la reacción de armadura, como se muestra en la figura 8-17a. Suponiendo que el motor funcionara a factor de potencia unidad en la figura 8-17a, tomaría una corriente  $I_{a1}$ . Sin embargo, al abrir súbitamente el campo, la corriente de armadura aumenta con rapidez, produciendo flujo muy grande de reacción de armadura  $\phi_{a-r}$  y en fase con la corriente de armadura. Esto produce un voltaje de reacción de armadura,  $E_{a-r}$ , en cuadratura, cuyo componente de magnetización  $E_m$  está en fase con  $E_{gp}$  y un pequeño voltaje de magnetización cruzada,  $E_c$ , que se señala en la figura 8-17a. La reacción de armadura ayuda a mantener constante la magnetización.

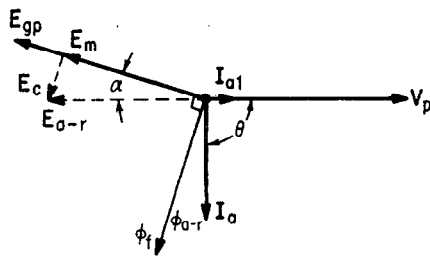
A factor de potencia unidad, estando la corriente de armadura en fase con el voltaje de barras por fase, la excitación de cd es normal y el motor síncrono no necesita otra excitación, ya sea de la fuente de ca o de cd. El voltaje  $E_c$ , que es consecuencia de la reacción de armadura, es de magnetización cruzada y no tiene un componente que pueda afectar al voltaje generado  $E_{gp}$ .

Si ahora se sobreexcita al motor síncrono aumentando la corriente o el voltaje directos del campo, el motor síncrono toma una corriente en adelanto, desmagnetizante, que trata de producir un flujo de reacción de armadura  $\phi_{a-r}$ , casi completamente fuera de fase con respecto al flujo de entrehierro  $\phi_f$ . El flujo de reacción de armadura  $\phi_{a-r}$  produce un voltaje de reacción de armadura  $E_{a-r}$  en los conductores de ésta, que tiene un gran componente de voltaje desmagnetizante,  $E_a$ , como se muestra en la figura 8-17c, y que se opone a  $E_{gp}$ .

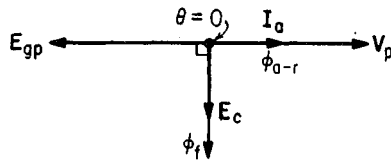
En resumen, con suministro de potencial constante, la capacidad del motor síncrono para mantener tanto un flujo mutuo de entrehierro constante ( $\phi_f$  en la figura 8-17) como una FEM inducida constante dentro de una amplia gama de carga y factores de potencia lo coloca en la misma clase que el transformador (capítulo 14) y el motor de inducción (capítulo 9), que a este respecto poseen características semejantes.

## 8-14 CURVAS V PARA UN MOTOR SINCRONO

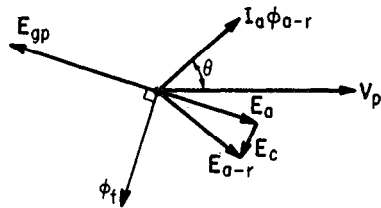
Las relaciones fasoriales anteriores se pueden resumir en *forma gráfica*, como se muestra en la figura 8-18, y se determinan en forma experimental en el laboratorio,



a. Reacción magnetizante de armadura a cargas en retraso



b. Reacción de magnetización cruzada de armadura, con factor de potencia unidad

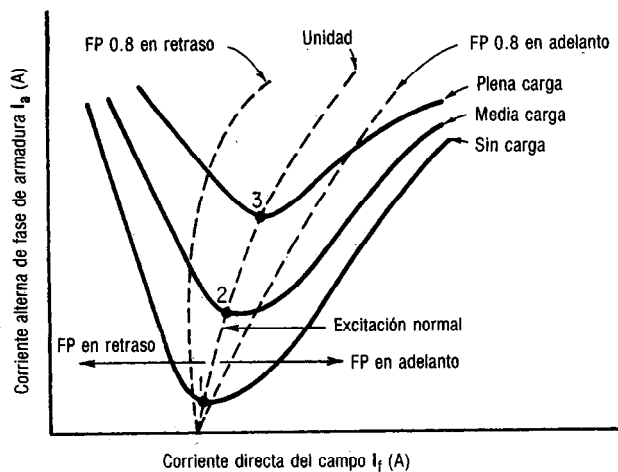


c. Reacción desmagnetizante de armadura  
Reacción desmagnetizante de armadura a cargas en adelanto

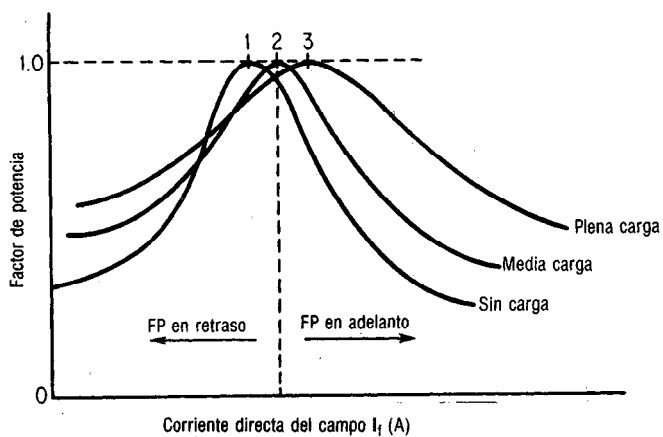
**Figura 8-17** Tendencia de un motor síncrono a mantener excitación constante independientemente del factor de potencia a causa del efecto de la reacción de armadura.

con el dispositivo que se muestra en la **figura 8-19**. Se ha afirmado que, cuando la corriente del campo de un motor síncrono se reduce, se produce una corriente de armadura  $I_{a1}$  en retraso (**figura 8-16**), que es mayor que la corriente mínima a potencia unidad o a excitación normal. Igualmente, cuando el motor está sobreexcitado, la corriente de armadura también aumenta (**figura 8-16**) y supera a la corriente necesaria a excitación normal para desarrollar el par requerido a cualquier carga dada.

Aplicando una carga constante determinada al eje de un motor síncrono haciendo variar la corriente de campo de subexcitación sobreexcitación y registrando a cada etapa la corriente de armadura se obtienen las curvas de la figura 8-18a. La corriente de fase de armadura de ca se grafica contra la corriente directa de campo para trabajo sin carga, a media carga y a plena carga, respectivamente.

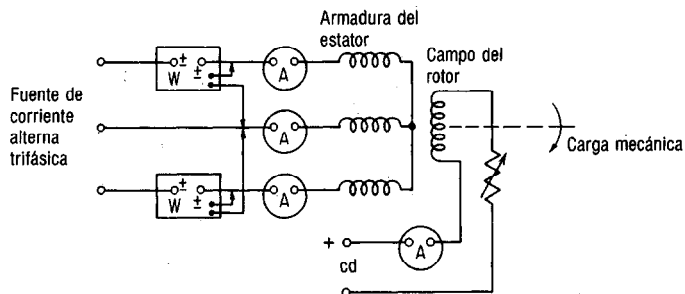


a. Relación entre corriente de armadura y corriente de campo para varias cargas



b. Relación entre el factor de potencia y la corriente de campo para varias cargas

**Figura 8-18** Familias de curvas V para un motor síncrono.



**Figura 8-19** Conexiones para obtener las curvas V en el laboratorio.

Las conexiones de los vatímetros que se muestran en la figura 8-19 también darán el factor de potencia para cada valor de corriente de armadura y de campo en cualquier condición dada de carga.<sup>4</sup> Así, como se muestra en la figura 8-18b, el factor de potencia, determinado con las indicaciones de las mediciones de los vatímetros o wáttmetros, se grafica contra la corriente directa de campo para las diversas cargas dadas. Adviértase que ambos conjuntos de curvas muestran que se necesita una corriente de campo un poco mayor para producir excitación normal a medida que aumenta la carga (puntos 1, 2 y 3). Nótese también que, sin carga, la corriente de armadura a factor de potencia unidad (es decir, con excitación normal) no es cero (figura 8-11a), sino un valor pequeño de ca de armadura, por fase, necesario para producir el par que contrarreste las pérdidas rotacionales. Al aplicar la carga, sin tomar en cuenta la reacción de armadura, no sólo aumenta la corriente de armadura (figura 8-11d), sino también es necesario aumentar la excitación para llevar de nuevo a la corriente de armadura en fase con el voltaje de fase de las barras,  $V_p$ . Esto también se muestra en los puntos 1, 2 y 3 de la figura 8-18a y b.

Por lo tanto, cada una de las curvas de la familia tendrá un desplazamiento a la derecha a medida que se *aumente* la carga, como se muestra en las figuras 8-18 a y b, para dar la excitación que se requiere y obtener el mismo factor de potencia (0.8 en retraso, unidad, 0.8 en adelante) a una carga mayor. Así, las curvas V representan los diagramas fasoriales y viceversa, para distintas condiciones de carga y factor de potencia.

Las curvas V también verifican un punto básico que se muestra en la figura 8-16, en la cual se demostró que, si se hace variar la excitación a cualquier valor determinado de la carga mecánica aplicada, debe cambiar el ángulo del par de tal modo que  $V_p I_a \cos \theta$ , la potencia desarrollada por fase, permanezca igual. Así, en el punto 2 de la figura 8-18a, si se aumenta la excitación, la carga aumenta y se desarrolla más potencia; la figura 8-16c comprueba también lo anterior. Igualmente, si disminuye la excitación desde el punto 2 de la figura 8-18a, la carga disminuye y se desarrolla menos potencia; la figura 8-16a también comprueba esto. El ejemplo siguiente

<sup>4</sup> El método que se emplea en la figura 8-19 es el método con dos vatímetros. Puesto que el motor síncrono es una carga trifásica balanceada, los métodos con un vatímetro, tres vatímetros, analizador industrial o vatímetro polifásico también se podrían emplear para obtener el factor de potencia de la carga. Para tener una descripción de esos métodos, véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), secciones 21-12 a 21-14 y 23-8.

muestra que, si se supone constante el ángulo del par, el aumento en la excitación ocasiona una potencia desarrollada mayor, a un factor de potencia más adelantado. Véanse tabla 8-1 y ejemplo 8-3.

### EJEMPLO 8-3

Un motor trifásico de 6 polos, 50 hp, 440 V, 60 Hz, conectado en estrella Y, tiene una resistencia efectiva de armadura igual a  $0.1 \Omega$  y una reactancia síncrona de  $2.4 \Omega$ /fase. Cuando el motor trabaja con un ángulo  $\alpha$  de par igual a 20 grados eléctricos y está subexcitado produce un voltaje generado por fase igual a 240 V. Calcular

- La corriente de armadura, el factor de potencia y la potencia desarrollada por la armadura.
- Lo mismo que se pregunta en la parte a cuando el voltaje de fase generado es 265 V.
- Lo mismo que se pregunta en la parte a) cuando el voltaje de fase generado es 290 V.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } V_p &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{440}{\sqrt{3}} = 254 \angle 0^\circ \text{ V} \\ E_r &= (V_p - E_{gp} \cos \alpha) + j(E_{gp} \sin \alpha) \quad (8-3) \\ &= (254 - 240 \cos 20^\circ) + j(240 \sin 20^\circ) \\ &= 28.47 + j82.08 = 86.88 \angle 70.87^\circ \text{ V} \\ I_{ap} &= \frac{E_r}{Z_s} = \frac{28.47 + j82.08}{0.1 + j2.4} = 34.63 - j10.42 \\ &= 36.17 \angle -16.74^\circ \text{ A} \\ \cos \theta &= \cos 16.74^\circ = 0.9576 \text{ en retraso} \\ P_d &= 3(E_{gp} I_a) \cos(E_{gp}, I_a) \\ &= 3(240 \times 36.17) \cos(160^\circ + 16.74^\circ) \\ &= -26 \text{ kW tomados de la barra} \\ &\quad (\text{operación como motor}) \\ \text{hp} &= \frac{P_d}{0.746} = \frac{26}{0.746} = 34.9 \text{ hp} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } E_r &= (254 - 265 \cos 20^\circ) + j(265 \sin 20^\circ) \\ &= 4.98 + j90.635 = 90.77 \angle 86.86^\circ \text{ V} \quad (8-3) \\ I_{ap} &= \frac{E_r}{Z_p} = \frac{4.98 + j90.635}{0.1 + j2.4} \\ &= 37.785 - j0.5 = 37.79 \angle -0.76^\circ \text{ A} \\ \cos \theta &= \cos -0.76^\circ = 0.9999 \approx 1.0 \text{ (FP unidad)} \\ P_d &= 3(E_{gp} I_a) \cos(E_{gp}, I_a) \\ &= 3(265 \times 37.79) \cos(160^\circ + 0.76^\circ) \\ &= -28.365 \text{ kW tomados de la barra} \\ &\quad (\text{operación como motor}) \\ \text{hp} &= \frac{P_d}{0.746} = \frac{28.365}{0.746} = 38.0 \text{ hp} \\ \text{c. } E_r &= (254 - 290 \cos 20^\circ) + j(290 \sin 20^\circ) \quad (8-3) \\ &= -18.51 + j99.186 = 100.9 \angle 100.6^\circ \text{ V} \\ I_{ap} &= \frac{E_r}{Z_p} = \frac{-18.51 + j99.186}{0.1 + j2.4} \\ &= 40.935 + j9.418 = 42 \angle 12.96^\circ \text{ A} \\ \cos \theta &= \cos 12.96^\circ = 0.9745 \text{ en adelante} \\ P_d &= 3(E_{gp} I_a) \cos(E_{gp}, I_a) \\ &= 3(290 \times 42) \cos(160^\circ - 12.96^\circ) \\ &= -30.659 \text{ kW tomados en la barra} \\ &\quad (\text{operación como motor}) \\ \text{hp} &= \frac{P_d}{0.746} = \frac{30.659}{0.746} = 41.1 \text{ hp} \end{aligned}$$

En la tabla 8-1 se han resumido las soluciones a las diversas partes del ejemplo 8-3.

Los resultados de la tabla 8-1 y el ejemplo 8-3 muestran en forma concluyente que, si la carga aplicada al eje del motor es constante (a un ángulo determinado del par) y si se aumenta la excitación, el ángulo del par *debe disminuir necesariamente* para desarrollar la misma potencia en el eje del motor.

Así, en la tabla 8-1, si se aumenta la excitación a FP 1, la mayor potencia y par que se desarrollan tenderían a reducir el ángulo del par a menos de los  $20^\circ$  específica-

**Tabla 8-1 Soluciones del ejemplo 8-3**

Parte del ejemplo	Voltaje generado	Potencia tomada de la barra	Potencia desarrollada	Factor de potencia
	(V)	(kW)	(hp)	
a.	240	26.00	34.9	0.958 en retraso
b.	265	28.37	38.0	1.0 (unidad)
c.	290	30.66	41.1	0.975 en adelanto

dos en el ejemplo 8-3. Igualmente, en el FP en adelanto, el ángulo del par se reduciría todavía más.

## 8-15 CALCULO DEL ANGULO DEL PAR Y DEL VOLTAJE GENERADO POR FASE PARA UN MOTOR SINCRONO POLIFASICO

En el caso del ejemplo 8-3, tanto el ángulo  $\alpha$  del par como el voltaje generado por fase  $E_{gp}$  eran cantidades determinadas. Pero, en realidad, normalmente ninguna de esas cantidades se mide. Se acostumbra medir el voltaje de línea, la corriente de línea y la potencia total.<sup>5</sup> Surge la pregunta: "¿Es posible determinar la FEM generada y el ángulo del par a partir de la medición normal de potencia, voltaje y corriente de las barras?"

En primer lugar se debe hacer notar que, al igual que con cualquier dínamo polifásica (o monofásica), la resistencia efectiva de armadura por fase,  $R_a$ , y la reactancia síncrona de cuadratura por fase,  $X_s$ , se determinan fácilmente a partir de la resistencia del estator a la corriente directa y de las mediciones de las pruebas a circuito abierto y en cortocircuito (sección 6-10). Para cualquier valor dado de corriente de armadura,  $I_a$ , por lo tanto, la caída por impedancia síncrona  $I_a Z_p$  y su ángulo de fase son cantidades conocidas. Pero esta caída de voltaje es la misma que el voltaje resultante  $E_r$ , que representa la diferencia entre el voltaje de fase que se aplica a la armadura  $V_p$  y el voltaje generado de armadura por fase  $E_{gp}$ , como se indica en la figura 8-9 y se expresa en la ecuación (8-1).

### 8-15.1 Cálculo del voltaje generado por fase mediante la ley del coseno

Se desarrolló originalmente la figura 8-9 para determinar  $E_r$  cuando se conocen tanto  $V_p$  como  $E_{gp}$  y  $\alpha$ . Pero en este caso nos gustaría usar la construcción de la figura 8-9 para determinar a  $E_{gp}$  cuando sólo se conocen  $V_p$  y  $E_r$ . En el apéndice A-6.1 se deduce esta ecuación mediante la ley del coseno y el resultado es:

$$E_{gp} = \sqrt{E_r^2 + V_p^2 - 2E_r V_p \cos \alpha} \quad (8-4)$$

en la cual  $\alpha$  es el ángulo entre  $E_{gp}$  y  $V_p$  en todo momento y a todos los factores de potencia

$V_p$  es el voltaje aplicado por fase

$E_r$  es la caída de voltaje por impedancia síncrona a cualquier corriente de armadura dada y es igual en magnitud a  $I_a Z_p$

<sup>5</sup> Algunos instrumentos, como un analizador industrial y comercial, también indican, por medición directa, el factor de potencia y si está en adelanto o en retraso.

La ecuación (8-4) se puede usar también para deducir el ángulo del par del motor síncrono como se demostrará después en la ecuación (8-12), cuando se conoce  $E_{gp}$  o es dado.

### 8-15.2 Cálculo del voltaje generado por fase empleando como referencia a $V_p$

También es posible representar el voltaje generado por fase en términos de sus componentes horizontales y verticales empleando como referencia al voltaje de fase  $V_p$ . Estas relaciones se deducen en el apéndice A-6.2 y los resultados son los siguientes:

A FP Unidad,  $E_{gp} = (V_p - I_a R_a) + j (I_a X_a)$  (8-8)

A FP en adelanto,

$$E_{gp} = [V_p + I_a Z_p \cos (180 - \delta)] + j [I_a Z_p \sin (180 - \delta)] \quad (8-9)$$

A FP en retraso,  $E_{gp} = (V_p - I_a Z_p \cos \delta) + j (I_a Z_p \sin \delta)$  (8-10)

En el apéndice A-6.2 se define el ángulo  $\delta$ , que es la diferencia angular, para varios casos de factor de potencia, como sigue:

A FP unidad,  $\delta = \beta$  (8-5)

A FP en adelanto,  $\delta = \beta + \theta$  (8-6)

A FP en retraso  $\delta = \beta - \theta$  (8-7)

en las cuales  $\beta$  es la  $\tan^{-1} (X_{sp}/R_p)$  que se obtiene a partir de mediciones de impedancia síncrona (sección 6-10) empleando pruebas a circuito abierto y en cortocircuito.

$\phi$  es el ángulo del factor de potencia entre  $V_p$  e  $I_{ap}$  que se obtiene a partir de mediciones de voltaje, corriente y potencia en la línea.

### 8-15.3 Cálculo del voltaje generado por fase empleando $I_a$ como referencia

También es posible representar al voltaje generado por fase en términos de sus componentes horizontal y vertical empleando a  $I_a$  como referencia. En el apéndice A-6.3 se deduce una ecuación única para estas relaciones como sigue:<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Comparando la ecuación 8-11 con la (6-8) se notará la semejanza en la forma para la determinación de la FEM generada en la dinamo síncrona de ca, al igual que en un transformador. Como *alternador*.

$$E_{gp} = (V_p \cos \theta + I_a R_a) + j (V_p \sin \theta \pm I_a X_s); \text{ Eq. (6-8).}$$

Como *motor síncrono*,

$$E_{gp} = (V_p \cos \theta - I_a R_a) + j (V_p \sin \theta \pm I_a X_s); \text{ Eq. (8-11).}$$

En el término real, la caída de voltaje a través de la resistencia de armadura se suma al componente real del voltaje entre terminales para la acción de generador, y se resta para la acción de motor.

En el término en cuadratura, para acción de generador, la caída de voltaje de cuadratura a través de la reactancia se suma al componente en cuadratura del voltaje aplicado para cargas en retraso y se resta para cargas en adelanto, para compensar la reacción desmagnetizante de armadura de las cargas en retraso y la magnetizante de cargas en adelanto. Para la acción de motor, por otro lado, ocurre lo contrario: las cargas en retraso son magnetizantes y las cargas en adelanto son de desmagnetización.

$$\mathbf{E}_{gp} = (V_p \cos \theta - I_a R_a) + j (V_p \sin \theta + I_a X_s) \quad (8-11)$$

en la cual, en la expresión de cuadratura, se usa el signo más (+) para factores de potencia *en adelanto* y *unidad*, y el signo menos (-) para factores de potencia *en retraso*.

El ejemplo 8-4 muestra el cálculo de  $\mathbf{E}_{gp}$  por los tres métodos que se acaban de describir, empleando los valores que normalmente se miden en un motor síncrono trifásico conectado en estrella.

#### EJEMPLO 8-4

Una dinamo de dos polos, 1000 hp, 6000 V, 60 Hz, síncrona y conectada en estrella, tiene una resistencia de armadura por fase igual a  $0.52 \Omega$  y una reactancia síncrona por fase igual a  $4.2 \Omega$ . La potencia de entrada es 811 kW a un factor de potencia igual a 0.8 en adelanto. Calcular

- La corriente de línea y de armadura por fase
- La impedancia por fase,  $\mathbf{Z}_p \angle \beta$
- La magnitud de  $I_a \mathbf{Z}_p$  o  $E_r$
- El ángulo  $\theta$  del factor de potencia
- La diferencia de ángulos  $\delta$  a FP 0.8
- $\mathbf{E}_{gp}$ , empleando la ecuación (8-4)
- $\mathbf{E}_{gp}$ , empleando la ecuación (8-9)
- $\mathbf{E}_{gp}$ , empleando la ecuación (8-11)

#### Solución

- $I_L = I_{ap} = \frac{P_t}{\sqrt{3} V_L \cos \theta} = \frac{811 \times 1000}{\sqrt{3} \times 6000 \times 0.8} = 97.55 \text{ A}$
- $\mathbf{Z}_p = 0.52 + j4.2 = 4.232 \angle 82.94^\circ \Omega$
- $I_a \mathbf{Z}_p = E_r = 97.55 \times 4.232 = 412.8 \text{ V}$
- $\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$  en adelanto
- $\delta = \beta + \theta = 82.94^\circ + 36.87^\circ = 119.81^\circ$  (8-6)

$$\begin{aligned} \text{f. } \mathbf{E}_{gp} &= \sqrt{E_r^2 + V_p^2 - 2E_r V_p \cos \delta} \quad (8-4) \\ &= \sqrt{412.8^2 + 3464^2} \\ &\quad \sqrt{-2(412.8 \times 3464 \times \cos 119.81^\circ)} \\ &= 3687 \text{ V} \\ \text{g. } \mathbf{E}_{gp} &= [V_p + I_a \mathbf{Z}_p \cos (180 - \delta)] \\ &\quad + j [I_a \mathbf{Z}_p \sin (180 - \delta)] \\ &= [3464 + 412.8 \cos (180 - 119.81^\circ)] \\ &\quad + j [412.8 \sin (60.19^\circ)] \\ &= 3669 + j358.2 = 3686 \text{ V} \quad (8-9) \\ \text{h. } I_a \mathbf{Z}_p \angle \beta &= 412.8 \angle 82.94^\circ \\ &= 50.74 + j409.7 \\ \mathbf{E}_{gp} &= (V_p \cos \theta - I_a R_a) + j(V_p \sin \theta + I_a X_s) \\ &= (3464 \times 0.8 - 50.74) \\ &\quad + j(3464 \times 0.6 + 409.7) \\ &= 2720.5 + j2488.1 \\ &= 3687 \angle 42.45^\circ \text{ V} \quad (8-11) \end{aligned}$$

El ejemplo 8-4 muestra que *los tres métodos dan el mismo valor de la magnitud de  $\mathbf{E}_{gp}$* , comprobando en consecuencia la validez de las ecuaciones que se presentaron. De las tres ecuaciones, la más útil es la ecuación (8-11) por las siguientes razones:

- Sólo emplea el ángulo del factor de potencia, el cual se calcula fácilmente a partir de mediciones en la toma de potencia, voltaje y corriente.
- Usa como referencia a la corriente de fase. Esto tiene ciertas ventajas, ya que tanto los ángulos del factor de potencia como la potencia compleja emplean como referencia a la corriente de fase.
- Se necesitan menos cálculos y con ello se tienen menos posibilidades de error.



4. Es la que se recuerda con mayor facilidad, debido a su semejanza con la ecuación (6-8).
5. Sólo se necesita una ecuación y no se requiere calcular diferencias de ángulos.

En vista de esas cinco ventajas se usará de aquí en adelante sólo la ecuación (8-11) en la solución de los ejemplos en el texto y en las soluciones a los problemas del final de este capítulo.

A continuación veremos el cálculo del ángulo  $\alpha$  del par, que también se puede calcular a partir de mediciones de potencia, voltaje y corriente en las líneas, como se muestra en las siguientes subsecciones.

#### 8-15.4 Cálculo del ángulo $\alpha$ del par mediante la ley del coseno

Una vez que se ha calculado el voltaje generado por fase,  $E_{gp}$  [mediante la ecuación (8-11)], es posible determinar el ángulo  $\alpha$  del par a cualquier factor de potencia, ya que representa al ángulo opuesto,  $E_r$ , que se indica en la construcción fasorial de la figura 8-9. Empleando la relación de la ley del coseno, se obtiene

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{E_{gp}^2 + V_p^2 - E_r^2}{2E_{gp}V_p} \right) \quad (8-12)$$

para la cual se han definido ya todas las cantidades que intervienen.

#### 8-15.5 Cálculo del ángulo $\alpha$ del par a partir de la ley de los senos

Un cálculo algo más sencillo de  $\alpha$  se hace a partir de la construcción de la figura 8-9 utilizando la ley de los senos:

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{E_r \sin \delta}{E_{gp}} \right) \quad (8-13)$$

para la cual se ha definido  $\delta$  en las ecuaciones (8-5) a (8-7)

#### 8-15.6 Cálculo de $\alpha$ empleando como referencia a $V_p$

El apéndice A-6.2 presenta una serie de tres ecuaciones, diferentes todas según el factor de potencia, que se pueden aplicar para el cálculo del ángulo del par empleando como referencia a  $V_p$ . También se necesita utilizar en ellas la diferencia de ángulos  $\delta$ , pero en vista de la simplicidad de la ecuación (8-13) sólo las citamos aquí como referencia.

#### 8-15.7 Cálculo de $\alpha$ empleando como referencia a $I_a$

Como en el caso de la ecuación (8-11), que se usa para calcular el voltaje generado por fase, se ha deducido una ecuación única en el apéndice A-6.3 que unifica la solución del ángulo  $\alpha$  del par, toma en cuenta todas las condiciones del factor de potencia y emplea como referencia a  $I_a$ :

$$\alpha = \theta - \tan^{-1} \left( \frac{V_p \sin \theta \pm I_a X_s}{V_p \cos \theta - I_a R_a} \right) \quad (8-14)$$

en la cual  $\alpha$  siempre es la diferencia entre los dos ángulos, independientemente de cuál es el mayor, y en la cual el signo de más (+) del numerador se emplea para factores de potencia en adelanto y el de menos (−) para factores de potencia en retraso.

El ejemplo 8-5 muestra el cálculo de  $\alpha$  con las tres ecuaciones que acabamos de presentar, empleando los valores que normalmente se miden en un motor trifásico síncrono conectado en estrella.

Ese ejemplo muestra que *los tres métodos* llegan a las *mismas* respuestas, comprobando así la validez de las ecuaciones que se presentaron. Si bien la ecuación (8-13) es la de empleo más sencillo, necesita el cálculo del ángulo  $\delta$  de la diferencia. La ventaja de la ecuación universal, la (8-14), es que usa sólo los datos determinados y se puede aplicar a todos y cada uno de los valores del factor de potencia, ya sea en atraso o en adelanto.

#### EJEMPLO 8-5

Con los datos y los valores calculados del ejemplo 8-4, calcular

- El ángulo  $\alpha$  del par, con la ecuación (8-12)
- El ángulo  $\alpha$  del par, con la ecuación (8-13)
- El ángulo  $\alpha$  del par, con la ecuación (8-14)

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } \alpha &= \cos^{-1} \left( \frac{E_{gp}^2 + V_p^2 - E_r^2}{2E_{gp}V_p} \right) \\ &= \cos^{-1} \left( \frac{3687^2 + 3464^2 - 412.8^2}{2 \times 3687 \times 3464} \right) = 5.57^\circ \\ \text{b. } \alpha &= \sin^{-1} \left( \frac{E_r \sin \delta}{E_{gp}} \right) \\ &= \sin^{-1} \left( \frac{412.8 \sin 119.81^\circ}{3687} \right) = 5.57^\circ \\ \text{c. } \alpha &= \theta - \tan^{-1} \left( \frac{V_p \sin \theta + I_a X_s}{V_p \cos \theta - I_a R_a} \right) \\ &= 36.87^\circ - \tan^{-1} \left( \frac{3464 \times 0.6 + 409.7}{3464 \times 0.8 - 50.74} \right) \\ &= 36.87^\circ - 42.44^\circ = 5.57^\circ \end{aligned}$$

#### EJEMPLO 8-6

Con los datos determinados y calculados, así como los valores de  $E_{gp}$  y  $\alpha$  de los ejercicios 8-4 y 8-5, para el motor síncrono a un FP igual a 0.8 en adelanto, calcular

- La potencia mecánica desarrollada en la armadura, por fase y total, en watts
- La potencia interna en hp que se desarrolla a la carga nominal
- El par interno que se desarrolla en hp, usando la ecuación (4-15a)
- La eficiencia del motor basada en la relación del par externo en la polea y el par interno que se desarrolla.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } &\text{Al igual que en un motor de cd, la potencia mecánica que se desarrolla en la armadura es el producto de la FEM inducida por fase, la corriente de armadura por fase y el coseno del ángulo entre ellas:} \\ &P_p = E_{gp} I_a \cos(E_{gp}, I_a) \\ &= 3687 \times 97.55 \cos 42.45^\circ = \mathbf{265.386 \text{ kW}} \\ &P_t = 3P_p = 3 \times 265.386 = \mathbf{796.2 \text{ kW}} \\ \text{b. } P_t &= \frac{796.2 \text{ kW}}{0.746 \text{ kW/p}} = \mathbf{1067.2 \text{ hp}} \\ \text{c. } T_{\text{int}} &= \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{1067.2 \times 5252}{(120 \times 60)/2} \\ &= \mathbf{1557 \text{ lb} \cdot \text{pie}} \\ \text{d. } T_{\text{ext}} &= \frac{\text{hp} \times 5252}{3600} = \frac{1000 \times 5252}{3600} = \mathbf{1458 \text{ lb} \cdot \text{pie}} \\ \eta &= \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{int}}} = \frac{1458}{1557} \times 100 = \mathbf{93.7 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

## 8-16 PROPIEDAD UNICA DEL MOTOR SINCRONO COMO DISPOSITIVO DE CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA

Los ejemplos 8-4 al 8-6 muestran que un motor síncrono es capaz de entregar potencia mecánica en su eje, con eficiencia relativamente alta, y en forma simultánea tomar corriente en adelanto de los conductores trifásicos que le suministran la energía eléctrica. Es propiedad exclusiva; ningún otro tipo de motor es capaz de corregir el factor de potencia. También explica la difusión de los motores síncronos de mayor potencia (hp), al igual que las ventajas de funcionamiento bajo carga que se describieron en las secciones 8-11 y 8-12.

En condiciones de sobreexcitación, la corriente en adelanto que consume el motor síncrono se puede emplear para elevar el factor de potencia general del sistema. La capacidad de los alternadores y/o transformadores que abastecen al sistema (figura 1-1) se mide tanto en términos de kVA como de capacidad de transporte de corriente. Así, la potencia total útil en kW que pueden entregar a las diversas cargas conectadas al sistema depende directamente de la naturaleza y factor de potencia de esas cargas.

En un sistema en el que se usen casi universalmente lámparas fluorescentes para el alumbrado y en el que se empleen también los motores de inducción de manera casi universal para impulsión, el factor de potencia del sistema en general puede ser tan bajo como 0.6. Los aparatos de generación y suministro del sistema entregarán tan sólo el 60 por ciento de la potencia total que podrían entregar si el FP fuera la unidad. Además, mientras menor sea el factor de potencia del sistema *mayor* será la corriente necesaria para suministrar *la misma* carga en kilowatts. La mayor corriente necesaria en las tomas para sostener una carga con bajo factor de potencia ocasiona *mayor* caída de voltaje en las líneas de transmisión, así como mayores *pérdidas* de potencia en esas líneas; también ocasiona mayores pérdidas y la correspondiente disminución de la eficiencia del equipo de generación y sistema que suministra la carga.

Una mejora en el factor de potencia del sistema general para cualquier carga dada ocasiona, por lo tanto,

1. Liberación de capacidad de suministro para cargas adicionales.
2. Menor caída de voltaje en las líneas y mejor regulación general de voltaje.
3. Mayor eficiencia general del sistema (conductores y equipo).
4. Reducción consecuente con los costos de operación

Es precisamente por esta última razón que en algunas zonas se *castiga* o *penaliza* a la actividad industrial por *bajo factor de potencia* y la energía se cobra a tarifa más alta que en otra actividad que consuma energía con mayor factor de potencia. En esas zonas, un usuario que necesite más motores para expansión o cambios en la planta debe tener en cuenta seriamente la compra de motores síncronos que puedan sobreexcitarse para trabajar a un FP 0.8 en adelanto y, al mismo tiempo, entregar la potencia mecánica nominal para impulsión de cargas (véase sección 8-18).\*

La figura 8-20 muestra la mejora que produce un motor síncrono en el factor de potencia de una carga en retraso. Supongamos que se tiene una carga  $I_L$  en retraso con respecto a la referencia del voltaje  $V_p$  de barras, por determinado ángulo  $\theta_L$  de fase. Si se incluye un motor síncrono en paralelo con la carga en las mismas barras y si

\*N del T: En la República mexicana, a partir de mayo de 1992, se establece un factor de potencia mínimo de 0.9 para cada consumidor, se penalizan los factores menores y se bonifican los factores mayores. En otros países, los factores de potencia mínimos requeridos son: Canadá, Francia y Suecia: 1.

su campo está sobreexcitado, la corriente  $I_m$  que toma el motor síncrono para mantener la excitación constante del campo (sección 8-13) será corriente adelantada un ángulo  $\theta_m$  con respecto al voltaje de barras. La corriente resultante que se toma de las barras,  $I_T$ , es la suma fasorial de  $I_m$  e  $I_L$ , que se muestra en la figura 8-20.

El componente original de cuadratura (*en retraso*) de la corriente de carga,  $I_L$  sen  $\theta_L$  se neutraliza, en efecto, en parte por el componente de cuadratura *en adelante* de la corriente del motor  $I_m$  sen  $\theta_m$ . El ángulo definitivo del factor de potencia  $\theta_T$  se ha acercado así a la fase del voltaje de barras, con las ventajas consiguientes del factor de potencia mejorado. La potencia consumida por el motor por fase está representada por  $V_p I_m \cos \theta_m$ , lo cual comprende la potencia mecánica útil para impulsar una carga, además de una pequeña parte de las pérdidas del motor.

Los beneficios derivados de la corrección del factor de potencia del motor, para reducir la corriente de carga en retraso, se muestran en el ejemplo 8-7.

### EJEMPLO 8-7

Una fábrica consume una potencia total de 2000 kW con un FP igual a 0.6 en retraso de una subestación cuyo voltaje primario de línea es 6000 V. Al agregar una nueva construcción que se dedicará sólo a galvanoplastia, se comprará un conjunto motogenerador de cd para entregar aproximadamente 750 kW. La elección del motor queda entre uno síncrono de 1000 hp de 6000 V con FP 0.8 en adelante (ejemplo 8-4), y uno de 1000 hp, 6000 V de inducción cuyo factor de potencia a plena carga es 0.8 en retraso. Suponiendo una eficiencia igual a 92 por ciento para ambos motores, calcular

- Corriente total de carga y factor de potencia empleando el motor de inducción
- La corriente total de carga y el factor de potencia empleando el motor síncrono
- El porcentaje de reducción en la corriente total de carga que se produce al emplear (b) como porcentaje de (a)
- La mejora general del factor de potencia

#### Solución

- a. Carga con motor de inducción

$$P_m = \frac{\text{hp} \times 746 \text{ W/hp}}{\eta} = \frac{1000 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp}}{0.92} = 810\,870 \text{ W}$$

$$\text{Corriente en retraso} = I_1$$

$$I_1 = \frac{P_m}{\sqrt{3} V_L \cos \theta} = \frac{810\,870 \text{ W}}{\sqrt{3} \times 6000 \times 0.8} = 47.53 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

Corriente de carga en retraso original de la fábrica =  $I'_1$

$$I'_1 = \frac{P_o}{\sqrt{3} V_L \cos \theta} = \frac{2\,000\,000}{\sqrt{3} \times 6000 \times 0.6} = 320.8 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

Corriente total de carga = carga del motor + carga de la fábrica

$$I_{TM} = I_1 + I'_1, \text{ siendo}$$

$$I_1 = 47.53 \angle -36.87^\circ = 78.02 - j58.52$$

$$I'_1 = 320.8 \angle -53.13^\circ = 192.48 - j256.64$$

$$I_{TM} = I_1 + I'_1 = 270.5 - j315.16$$

$$= 415.3 \angle -49.4^\circ \text{ A}$$

$$\text{FP general del sistema} = \cos -49.4^\circ = 0.6513 \text{ en retraso}$$

- b. Carga con motor síncrono

$$I_{s1} = 97.53 \angle +36.87^\circ \text{ A}$$

$$\text{Corriente total de carga } I_{TSM} = I_{s1} + I'_1$$

$$I_{s1} = 97.53 \angle 36.87^\circ = 78.02 + j52.52$$

$$I'_1 = 320.8 \angle -53.13^\circ = 192.48 - j256.64$$

$$I_{TSM} = I_{s1} + I'_1 = 270.5 - j204.12$$

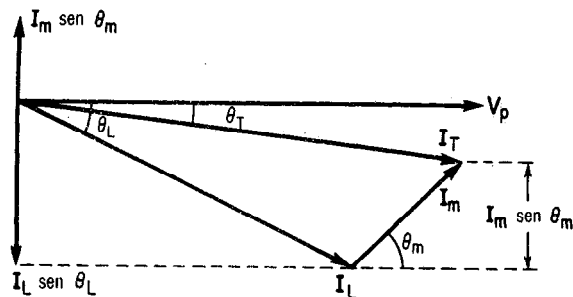
$$= 338.9 \angle -37.04^\circ \text{ A}$$

$$\text{FP general del sistema} = \cos -37.04^\circ \approx 0.8 \text{ en retraso}$$

- c. Reducción porcentual de la corriente total de carga:

$$\frac{I_{TM} - I_{TSM}}{I_{TM}} = \frac{415.3 \text{ A} - 338.9 \text{ A}}{415.3 \text{ A}} = 18.4 \text{ por ciento}$$

- d. Mejora del FP: empleando el motor síncrono en lugar del motor de inducción, se eleva el factor de potencia de 0.6513 en retraso a 0.8 en retraso.



**Figura 8-20** Mejora el factor de potencia debido al empleo de un motor síncrono sobreexcitado. La referencia es el voltaje de fase.

El ejemplo 8-7 indica que el motor síncrono efectuará el mismo trabajo útil que el de inducción y al mismo tiempo mejorará el factor de potencia general del sistema, reduciendo así la corriente general que se toma del suministro del sistema. Las secciones 8-20 y 8-21 se dedican a consideraciones más complejas acerca de la mejora del factor de potencia empleando motores y capacitores síncronos.

## 8-17 POTENCIA Y PAR ELECTROMAGNETICOS DESARROLLADOS POR FASE EN UN MOTOR SINCRONO

De acuerdo con la teoría clásica de circuitos, sabemos que la potencia tomada, por fase, por cualquier armadura de motor síncrono es  $P_p = V_p I_a \cos \theta$ .

A partir de las ecuaciones para el motor de cd, podemos inferir que la potencia *desarrollada* por la armadura del motor síncrono, por fase, es una cantidad menor que la potencia que se toma por fase, debido a las pérdidas en la armadura. Basándonos en la ecuación (4-7) para el motor de cd, podríamos inferir también que la potencia *desarrollada* por la armadura del motor síncrono es el producto del voltaje generado por fase  $E_{gp}$  por la corriente de armadura por fase  $I_a$  por el coseno del ángulo entre ellos, o sea:

$$P_p = E_{gp} I_a \cos (E_{gp}, I_a) = E_{gp} I_a \cos (180^\circ - \alpha \pm \theta) \quad (8-15)$$

En el apéndice A-7.1 se deduce también la potencia *desarrollada* por fase en términos del ángulo del par (lo cual también nos da una ecuación más para calcular el ángulo  $\alpha$  del par):

$$P_p = \left( \frac{V_p E_{gp}}{X_s} \right) \sin \alpha \quad \text{watts (W)} \quad (8-16)$$

para la cual se han definido ya todos sus términos.

En el apéndice A-2 se dedujo la relación entre la potencia externa o interna del motor, el par y la velocidad, para cualquier motor de cd, como

$$T = 7.04 \frac{P}{S} \text{ lb} \cdot \text{pie} \quad (4-16a)$$

$$T = \frac{P}{\omega} \text{ N} \cdot \text{m} \quad (4-16b)$$

<sup>7</sup> El lector debe notar que las ecuaciones (8-15) y (8-16) son esencialmente las mismas que las ecuaciones (6-9) y (6-10) para el alternador síncrono de ca. La deducción del apéndice A-7 y la figura A-7.2 explican el comportamiento de la dinamo síncrona de ca, tanto en modo motor como en modo generador. Las ecuaciones deben ser idénticas debido a que se usa la misma dinamo en ambos modos.

en la cual  $P$  es la potencia en watts (W)

$S$  es la velocidad en revoluciones por minuto (rpm)

$\omega$  es la velocidad en radianes/segundo (rad/s)

En el apéndice A-7.2 se deduce el par que un **motor síncrono de ca** desarrollada por fase:

$$T_p = \frac{7.04 (E_{gp} V_p)}{S X_s} \sin \alpha \quad \text{lb} \cdot \text{pie} \quad (8-17a)$$

$$T_p = \frac{E_{gp} V_p}{X_s \omega} \sin \alpha \quad \text{N} \cdot \text{m} \quad (8-17b)$$

para la cual se han definido ya todos sus términos

### EJEMPLO 8-8

Para la excitación original que se citó en el ejemplo 8-3a, al igual que para los datos que se dieron en el enunciado del problema, calcular

- El par que se desarrolla por fase, empleando la ecuación (8-17a).
- La potencia total en caballos que se desarrolla, empleando la parte (a).

### Solución

De los datos originales y calculados del ejemplo 8-3a,

$$\begin{aligned} \text{a. } T_p &= \frac{7.04 (E_{gp} V_p)}{S X_s} \sin \alpha \\ &= \frac{7.04 \times 240 \times 254}{(120 \times 60/6) \times 2.4} \sin 20^\circ \\ &= 50.96 \text{ lb} \cdot \text{pies} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. Caballos de fuerza} &= \frac{(3T_p) \times S}{5252} = \frac{3 \times 50.96}{5252} \\ &\times 1200 \text{ rpm} = 34.9 \text{ hp} \end{aligned}$$

La potencia total en caballos que se desarrolla, empleando la ecuación (8-17a), es la misma que la se calculó en la solución del ejemplo 8-3a y que se muestra en el primer renglón de la tabla 8-1. Con ello se comprueban las deducciones del apéndice A-7 y las ecuaciones (8-16) y (8-17).

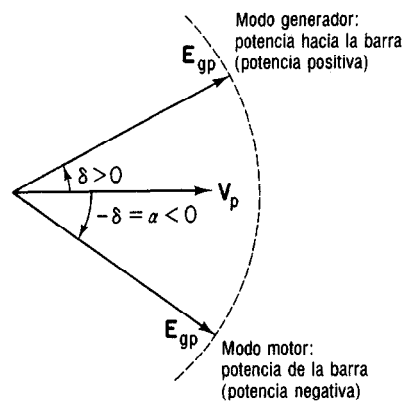
## 8-17.1 Flujo de potencia en la dínamo síncrona

Un examen de los diagramas fasoriales que aparecen en la figura A-6.3 del apéndice A-6.3 nos indica que, *independientemente del factor de potencia*, el voltaje generado  $E_{gp}$  por fase siempre está *en retraso* con respecto al voltaje de fase, para el funcionamiento del *motor síncrono*.

A la inversa, un examen de los diagramas fasoriales de la figura A-6.4 indica que, *independientemente del factor de potencia*, el voltaje generado  $E_{gp}$  por fase siempre está *en adelanto* con respecto al voltaje de fase, para el funcionamiento del *alternador síncrono*.

Esta perspectiva se puede verificar también examinando la figura A-7.2 del apéndice A-7.1, en la cual

- Un ángulo positivo de fase del par,  $\delta$ , entre  $E_{gp}$  y  $V_p$ , muestra la dínamo síncrona en el modo *generador*.
- Un ángulo negativo de fase del par,  $-\delta = \alpha$ , entre  $E_{gp}$  y  $V_p$ , muestra la dínamo síncrona en el modo *motor*.



**Figura 8-21** Flujo de potencia en la dínamo síncrona como función del ángulo del par.

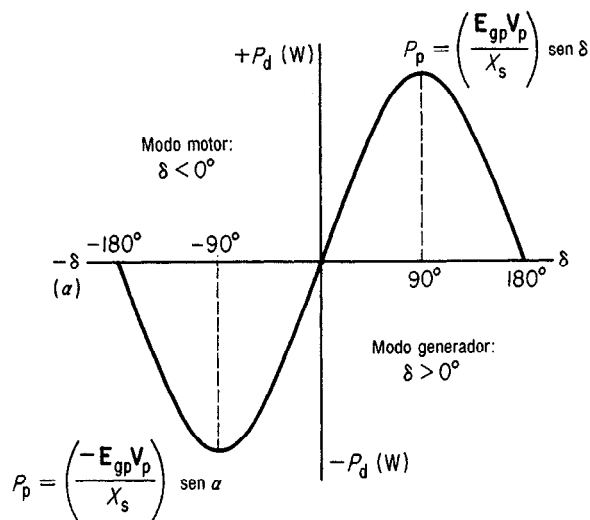
En la **figura 8-21** se muestra un resumen de las dos afirmaciones anteriores. Siempre que el ángulo del par de la dínamo síncrona sea positivo, es decir, mayor que cero, la dínamo debe estar trabajando en *modo generador*. Siempre que el ángulo del par ( $\alpha$ ) de la dínamo sea negativo, es decir, menor que cero, la dínamo debe estar trabajando en *modo motor*.

Se puede apreciar el significado de la **figura 8-21** si se imagina un alternador impulsado por un primomotor o máquina impulsora. El alternador se conecta en paralelo a una barra de distribución y se sobreexcita de tal manera que su voltaje generado por fase sea mayor que el voltaje de las barras por fase. La velocidad y el ángulo del par de la máquina impulsora se incrementan de modo que el alternador entregue corriente a la barra. De hecho, el primomotor hace avanzar al rotor del alternador un ángulo mayor de par en comparación con otros alternadores conectados en paralelo a las barras.

Algún tiempo después, el primomotor del alternador se desacopla del eje de éste mediante un embrague eléctrico. El alternador ya no es impulsado, pero su eje sigue girando a la velocidad síncrona. En el instante del desacoplamiento, su rotor se ha deslizado hacia atrás determinado ángulo negativo de par con respecto a los rotores de los demás alternadores que alimentan a las barras de distribución. Para trabajar como motor síncrono, el rotor se debe deslizar hacia atrás lo suficiente como para desarrollar el par necesario de impulsión, al mismo tiempo que pasa potencia de las barras a la dínamo.

Así, con respecto a la barra, pasa potencia *positiva al motor* y sale del motor *potencia negativa*. Este punto de vista se resume en la **figura 8-22**, adaptada de la **figura A-7.2**, la que muestra que se puede usar sólo una ecuación, ya sea la ecuación 6-10 o la 8-16, para representar la potencia que se desarrolla por fase. Pero vale la pena mencionar dos puntos con respecto a la **figura 8-22**:

1. Si en el modo generador la máquina impulsa a la dínamo de tal modo que su ángulo de par sea mayor que  $90^\circ$ , disminuye la potencia por fase que se entrega a las barras.
2. Si en el modo motor la carga aplicada al eje del motor síncrono es tan grande que el ángulo del par es mayor que  $90^\circ$ , el rotor se saldrá de sincronismo, tenderá a "deslizar los polos" y por último se atascará.

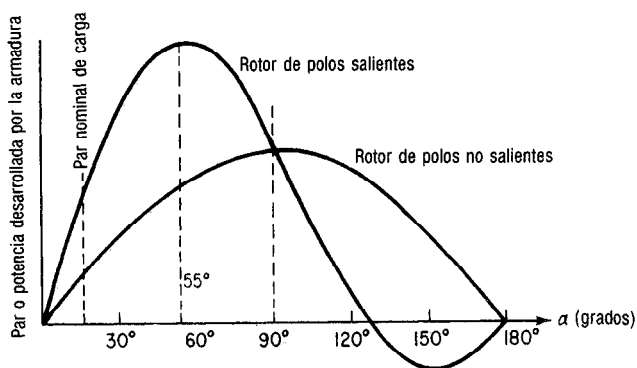


**Figura 8-22** Potencia desarrollada por fase en una dínamo síncrona como función del par.

### 8-17.2 Diferencias en par y potencia entre rotores de polos salientes y rotores cilíndricos

La figura 8-22 muestra que la dínamo síncrona de ca desarrolla potencia y par negativos con respecto a la barra de distribución. Al tratar únicamente con motores, se acostumbra representar la potencia y el par del motor como cantidades positivas. La figura 8-23 muestra las curvas de potencia contra las de ángulo de par para dos motores síncronos semejantes, que tienen el mismo estator, pero diferentes rotores. Uno emplea rotor de polos salientes y el otro de polos no salientes. Ambos motores tienen el mismo número de polos en el rotor y producen densidades idénticas de flujo en el entrehierro.

Un examen de la ecuación (8-17) muestra que se debe desarrollar el par máximo a  $90^\circ$  en ambos motores, y que la forma de sus curvas de potencia y par debe ser senoidal de  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$ . Esta relación es válida sólo para el rotor cilíndrico, de polos no salientes. Obsérvese en la figura 8-23 que, para el rotor de polos salientes,



**Figura 8-23** Curvas del ángulo de potencia para dos motores síncronos semejantes, con el mismo estator, en las que se indican los ángulos máximos de par al emplear rotores de polos salientes y no salientes.



1. El par total que se desarrolla es mayor que el motor de polos no salientes.
2. El par máximo se presenta aproximadamente en  $55^\circ$ .
3. El par cero se presenta a poco más de  $120^\circ$  y puede realmente dar marcha atrás al motor más allá de  $120^\circ$ .

Como el par total del rotor de polos salientes es mayor, es claro que se produce par debido a algún otro factor. La causa es el llamado *par de reluctancia* (sección 1-2), que varía en la ecuación (8-17) de acuerdo con el  $\sin 2\alpha$ . El par de reluctancia solo haría máximo el par a  $45^\circ$ , de modo que la combinación de par de reluctancia y par motor produce una resultante máxima, basada en las magnitudes relativas aproximadamente, a unos  $55^\circ$ . El par de reluctancia se debe a variaciones en la reluctancia del entrehierro que produce la reacción de la armadura (sección 6-11). Dado que la reacción de armadura nunca se compensa en los alternadores síncronos, es más pronunciada en los rotores de *polos salientes*, en los que esas variaciones se dan con facilidad. No se presenta reacción de armadura en cuadratura, en los rotores cilíndricos, de polos no salientes.<sup>8</sup>

El par de reluctancia tiende a ser máximo con ángulos pequeños de par y, por lo tanto, ayuda a impulsar a sincronismo a un motor síncrono durante la sincronización (sección 8-5). El par de reluctancia es un fenómeno que también se puede presentar en un motor de inducción debido a una variación en la permeabilidad entre el estator y los dientes del rotor; el par de reluctancia puede, en esos casos, ocasionar una fuerza de sincronización que se llama "aseguramiento subsíncrono".

Para la máquina de polos *salientes* que se muestra en la figura 8-23, el par *máximo* se presenta a unos 55 grados eléctricos y el *par de plena carga* a unos 22 grados eléctricos. El par máximo para las máquinas tanto de polos salientes como no salientes es de 250 a 300 por ciento del par de plena carga.

Las ecuaciones (8-16) y (8-17) también ayudan a comprobar si hay diferencias entre motores síncronos en términos de excitación o de impedancia. Puesto que  $E_{gp}$  en la ecuación (8-16) varía de acuerdo con la excitación del campo de cd, y ya que  $V_p$  es el voltaje de barras, que normalmente es constante, si se reduce la excitación, como se muestra en la figura 8-16b, el ángulo  $\alpha$  del par debe aumentar para desarrollar la misma potencia mecánica. Al revés, si se omiten los efectos de la reacción de armadura, si se *aumenta* el voltaje de excitación  $E_{gp}$ , como se muestra en la figura 8-16c, y debido a la ecuación (8-16) y al ejemplo 8-3, *se reduce* el ángulo del par.

Además, si se aumenta la excitación, se aumenta la potencia límite o crítica y la "rigidez" del motor síncrono, no sólo debido a que aumenta el voltaje generado por fase  $E_{gp}$  en la ecuación (8-17), sino también debido a que la reactancia síncrona  $X_s$  disminuye con el aumento de saturación. En general, además, un motor síncrono de baja impedancia (y baja  $X_s$ ) no necesitará de un ángulo de par tan grande para impulsar una carga determinada, como se muestra en la ecuación (8-17), en comparación con una máquina de alta impedancia. Es decir, una dínamo de baja impedancia es *más rígida* en su oposición al cambio de ángulo del par con la carga.

Las deducciones del apéndice A-7 se basan en la hipótesis de que la resistencia de la armadura del estator  $R_a$  es insignificante o cero en comparación con la reactancia

<sup>8</sup> Si se desea una descripción bastante detallada de las ecuaciones de potencia y par para dínamos síncronos con rotores de polos salientes y no salientes, véase L. V. Bewley, *Alternating Current Machinery*, (New York: The Macmillan Company, 1949), Cap. 7, Págs. 288-304.

síncrona  $X_s$ . En las dinamos síncronas grandes de polos no salientes es una hipótesis bastante apegada a la realidad.

La hipótesis de que la impedancia síncrona  $Z_s$  es la misma que la reactancia síncrona  $X_s$  conduce a las conclusiones, que aparecen en el apéndice A-7, de que el par y la potencia que se desarrollan, totales y por fase, son máximos cuando el ángulo del par  $\alpha$  es de  $90^\circ$  como lo indican las ecuaciones (8-16) y (8-17), al igual que la figura 8-23, en el caso de la dinamo de polos no salientes.

Pero en los motores pequeños de polos no salientes, parte de las pérdidas en el cobre ( $3I_a^2 R_a$ ) explican las diferencias apreciables entre la potencia total activa que se toma del suministro y la potencia y el par que desarrolla el motor.

Si se toma en cuenta la resistencia de la armadura, la potencia y el par máximos que se desarrollan en el rotor cilíndrico se presentan cuando el ángulo  $\alpha$  del par, independientemente del factor de potencia, es el mismo que el ángulo de impedancia de  $Z_s$ , o sea

$$\alpha_{\max} = \tan^{-1} \left( \frac{X_s}{R_a} \right) \quad \text{grados} \quad (8-18)$$

para la cual ya se han definido todos sus términos.

No se deduce la sencilla ecuación (8-18), sino que se deja para el lector en el problema 8-10 al final de este capítulo.

Se debe hacer notar que, aun en los motores síncronos pequeños, la relación de  $X_s$  a  $R_a$  en la ecuación (8-18), si bien no es infinita, es bastante alta. En algunos casos, para máquinas pequeñas, esta relación es aproximadamente igual a 10:1 o mayor, produciendo valores de  $\alpha$  del orden de  $85^\circ$  o mayores.

Para la mayor parte de los fines prácticos, tratándose con motores síncronos pequeños de polos *no salientes*, se puede emplear la ecuación (8-18) para calcular el par máximo en los problemas al final de este capítulo. Los cálculos de  $\alpha_{\max}$  para los motores de polos *salientes*, como muestra la figura 8-23, son más complicados y quedan más allá del propósito de este texto (véase la nota de pie de página núm. 8).

## 8-18 CAPACIDADES DE MOTORES SINCRONOS CONTRA ESPECIFICACIONES DE FACTOR DE POTENCIA

Los motores síncronos comerciales pueden comprarse en tres especificaciones normales de factor de potencia: FP uno, FP 90 por ciento en adelanto y FP 80 por ciento en adelanto. Se pueden obtener otras especificaciones mediante oferta especial del fabricante.

Al comparar los tamaños de armazón para la misma potencia, voltaje y velocidad, se podría decir que el tamaño de armazón de un motor síncrono de 100 hp, FP 1.0, es menor que uno de 100 hp, FP 0.8 en adelanto, debido a que el de FP unidad tiene especificada una corriente de plena carga igual al 80 por ciento de la de un motor con FP 0.8 en adelanto. Ambos motores son capaces de entregar 100 hp en sus ejes de salida. Pero el motor con menor factor de potencia entregará 100 hp y al mismo tiempo se puede ajustar para tomar su corriente nominal a un FP igual a 80 por ciento en adelanto. El motor con FP 1.0 se ajusta a corriente mínima a la carga nominal. Esto se muestra con más claridad en la figura 8-18a. Si se aumenta la corriente de excitación a plena carga desde uno hasta FP 80 por ciento en adelanto, debe aumentar la corriente de armadura.

En resumen, los motores síncronos con FP en adelanto, de la misma capacidad de potencia que los que tienen FP unidad, deben tener una mayor capacidad de corriente a plena carga, por lo cual necesitan una armazón de mayor tamaño. (Véase ejemplo 8-18.)

Desde luego, es posible trabajar con cualquier motor, independientemente del factor de potencia, a FP en adelanto extremadamente bajos (digamos de 0.5 o menos), pero puede ser que esos motores ya no se utilicen para entregar su rendimiento de potencia nominal en hp en la polea o eje del motor. A medida que se aumenta la corriente del campo de excitación y que cae el FP en adelanto, debe reducirse la potencia en hp de salida para que la corriente de armadura se mantenga dentro de su valor de placa de especificaciones nominal. En realidad, algunos motores síncronos no provocan en absoluto potencia en hp de salida y se pretende que se usen exclusivamente para corrección del factor de potencia. A esos motores se les llama *capacitores síncronos*.

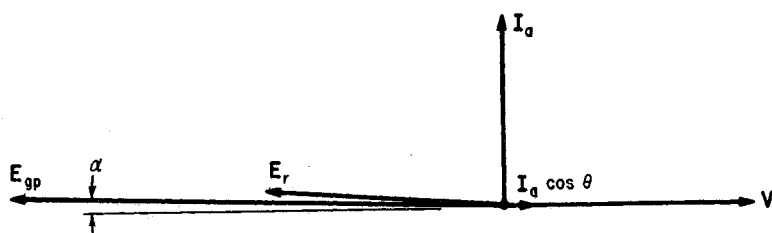
## 8-19 CAPACITORES SINCRONOS

Se fabrican deliberadamente varios *motores* síncronos especializados sin ejes de salida. Se utilizan únicamente para corrección de factor de potencia. No son capaces de impulsar carga mecánica alguna. Pero se debe hacer notar que cualquier motor síncrono sobreexcitado que no se usa para impulsar carga alguna se puede clasificar como *capacitor síncrono* o *condensador síncrono*.

Aunque no haya carga mecánica en un capacitor síncrono que contribuya a la corriente de armadura, las curvas V de la figura 8-18a muestran que cuando se sobreexcita, *aun en vacío*, la corriente de armadura del estator es *alta*. Esto no es una desventaja si se toma en cuenta que la corriente de armadura del capacitor síncrono puede ser elevada a su valor nominal por un FP extremadamente bajo en adelanto para emplearse en corrección del FP.

Como se muestra en la **figura 8-24**, cuando se sobreexcita un motor síncrono sin carga, el voltaje resultante de la impedancia de fase  $E_r$  es bastante alto, no obstante el ángulo pequeño de par  $\alpha$ , produciendo una corriente de armadura relativamente grande *en adelanto*,  $I_a$ , que está prácticamente a  $90^\circ$  del voltaje de fase en las barras.

Se prefieren los capacitores síncronos para corregir el factor de potencia en vez de los capacitores comerciales. Los primeros pueden fabricarse a un costo mucho menor para capacidades de kVA (aun de MVA) extremadamente altas, así como en altos voltajes, de 100 a 800 kV, en comparación con los capacitores comerciales fijos de la misma capacidad de voltaje y kVA. Estos capacitores síncronos, que no impulsan carga mecánica alguna, tan sólo "flotan" en las líneas de transmisión de un sistema de potencia (figura 1-1) con objeto de mejorar el factor de potencia.



**Figura 8-24** Relaciones fasoriales del capacitor síncrono.

En general, no es práctico emplear ya sea capacitores o motores síncronos para corregir un determinado FP y llevarlo a la unidad (el caso de la corriente mínima en la línea). En la sección 8-20 se explica la razón en detalle. Sin embargo, el ejemplo 8-9 muestra deliberadamente el tipo de cálculos que se necesita hacer para corregir el FP a la unidad, debido a su simplicidad inherente; usa el método del *triángulo de potencia complejo*, en contraste con el método normal del ejemplo 8-7. Los ejemplos más difíciles que indican corrección hasta llegar a menores FP se abordan en la sección 8-21; emplean el *método de potencia compleja y la red de potencia*.

### EJEMPLO 8-9

Una fábrica toma una carga en retraso igual a 2000 kW a un FP igual a 0.6, de tomas de 6000 V. Se compra un capacitor síncrono para elevar el FP general hasta la unidad. Suponiendo que las pérdidas en el capacitor síncrono sean 275 kW, calcular

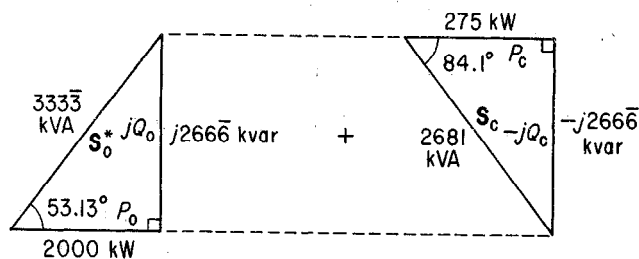
- Los kilovars (kilovolt-amperes reactivos o kvars) originales de la carga en retraso
- Los kilovars de corrección necesarios para elevar el FP a la unidad.
- La capacidad en kVA del capacitor síncrono y su FP
- La corriente original que se toma de la línea
- La corriente final que se toma de la línea después de la corrección
- Trazar los triángulos de potencia original, agregado y final que representen los valores de este ejemplo.

### Solution

- $S_o^* = \frac{P_o}{\cos \theta} = \frac{2000 \text{ kW}}{0.6} = 3333 \text{ kVA}$   
 $+jQ_o = S_o^* \sin \theta = 3333 \times 0.8 = j2666.6 \text{ kvar}$
- $-jQ_c = -(+jQ_o) = -j2666.6 \text{ kvar}$
- $S_c^* = R - jQ_c = 275 - j2666.6$   
 $= 2681 \angle -84.1^\circ \text{ kVA}$   
 $\cos -84.1^\circ = 0.103 \text{ en adelante}$
- $I_o = \frac{S_o^*}{V} = \frac{3333 \text{ kVA}}{6 \text{ kV}} = 555.5 \text{ A}$
- $S_f = P_f = (2000 + 275) \text{ kW}$   
 $= 2275 + j0 = 2275 \angle 0^\circ \text{ kVA}$   
 $I_f = \frac{S_f}{V} = \frac{2275 \text{ kVA}}{6 \text{ kV}} = 379.2 \text{ A}$
- Véase figura 8-25

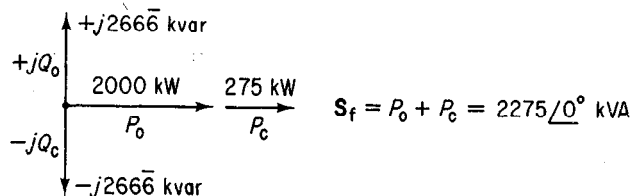
Se pueden sacar las siguientes conclusiones de un examen de la solución de los ejemplos 8-9 y figura 8-25, que muestra los triángulos de potencia complejos:

- Para corregir la carga original de 3333 kVA a factor de potencia unidad, se necesita un capacitor síncrono de una capacidad relativamente alta de kVA, 2275 kVA. Véase la sección 8-20 acerca de los límites económicos de kilovars de corrección.
- El triángulo de potencia complejo de la carga original, al igual que el triángulo de impedancia, muestra que el componente de cuadratura de una carga *en retraso* o inductiva es *positivo*, mientras que el de una carga *en adelante* o capacitiva es *negativo*.
- Las potencias *activas* se suman *aritméticamente* y las potencias en *cuadratura* se suman *vectorialmente*. Debido a las diferencias angulares, el único modo de sumar las potencias aparentes es *sumar sus componentes verticales y horizontales*.
- La mejora en el factor de potencia ha originado una reducción de la corriente total, de 555 A a 379.2 A que se toma de la línea.



a. Carga original de la fábrica

b. Capacitor síncrono que se agrega



c. Carga final de la fábrica

Figura 8-25 Solución del ejemplo 8-9, parte (f).

## 8-20 VENTAJAS Y LIMITES ECONOMICOS DE LA CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA

Las cargas que tienen factores de potencia de moderados a bajos en adelanto o retraso, menores de 0.65, ocasionan una gran pérdida de energía eléctrica a la compañía del servicio. Los factores de potencia bajos hacen que la compañía aumente su capacidad o potencia patentes  $S$  (en voltamperes), para abastecer una *corriente mayor* a las cargas de *menor* factor de potencia. Esta capacidad mayor, y corriente mayor, se necesitan en todos los componentes, desde la estación generadora, pasando por los transformadores y las líneas de transmisión, hasta llegar a la carga. Se mantiene al mínimo el costo de esta capacidad mayor adicional mediante la *corrección del factor de potencia*.

También hay otras ventajas que se deben a esta corrección:

1. Puesto que la capacidad de potencia y la corriente en las líneas son menores ambas, se reducen las pérdidas de potencia en las líneas de transmisión ( $I^2R$ ).
2. Igualmente, se reduce la caída de voltaje en la línea debida a la impedancia entre sus conductores, facilitando la tarea de mantener constante el voltaje nominal que suministra la compañía a los consumidores.
3. Aumenta la eficiencia de transmisión desde la fuente hasta la carga.
4. Disminuyen los costos de la compañía de servicios, lo cual (teóricamente) se refleja en ahorro para el consumidor.

Casi todas las carga comerciales, industriales y residenciales tienden a tener factores de potencia *en retraso*, es decir, que la corriente está retrasada con respecto al voltaje, debido a las cargas reactivas inductivas que interaccionan: motores, lámparas fluorescentes, etc. En consecuencia, la corrección (elevación) del factor de potencia consiste en agregar cargas capacitivas en paralelo con las cargas inductivas existentes. Como veremos, lo anterior tiene el efecto de *reducir* todo lo siguiente:

Potencia total en cuadratura; inductiva reactiva ( $+jQ_T$ )

Potencia total compleja aparente ( $S_T^*$ ).

Corriente total suministrada al sistema completo ( $I_T$ ).

### 8-20.1 Métodos de corrección o mejoramiento del factor de potencia

La corrección o mejora del factor de potencia implica diferentes maneras de *elevarlo*. Todos los métodos de mejoramiento del FP consisten en conectar dispositivos entre los conductores, en paralelo con las cargas inductivas existentes,  $+jQ$ , para tomar de las líneas cargas en adelanto, al igual que potencia negativa reactiva en cuadratura,  $-jQ$ . Se usan en forma comercial tres tipos de dispositivos:

1. **Capacitores de corrección.** Son capacitores comerciales grandes de alto voltaje y alta capacitancia, que se conectan entre las líneas de sistemas monofásicos y trifásicos. Los capacitores de corrección se especifican *tanto* en kVA, o kilovars, *como* en voltaje, kV. Los capacitores comerciales de corrección se limitan a las capacidades menores de kVA y kV, en comparación con los dos tipos siguientes de dispositivos.
2. **Capacitores síncronos.** Son motores síncronos *sobreexcitados*, diseñados sin ejes que sobresalgan, de modo que no se pueden acoplar a cargas mecánicas, y tienen por objeto "flotar" en las líneas trifásicas o monofásicas para tomar sólo corriente en adelanto del suministro y corregir el factor de potencia. Sus capacidades se indican tanto en kVA como en kV, al igual que en los capacitores de corrección.
3. **Motores síncronos.** Son motores de velocidad constante que, cuando se *sobreexcitan*, son capaces de impulsar cargas mecánicas y, simultáneamente, de tomar corrientes del suministro que estén en adelanto. Si no se acoplan a carga alguna, los motores síncronos se pueden emplear como capacitores síncronos. En esta última aplicación, casi toda su capacidad en kVA se representa como  $-jQ$  kilovars de corrección.

### 8-20.2 Límites económicos del mejoramiento del factor de potencia

Se acostumbra a no tratar de corregir completamente el factor de potencia de un sistema hasta llegar al factor unidad. Para ello existe una razón económica, no obstante el hecho de que haya disponibles capacitores grandes de alta capacidad y de que, para la misma capacidad en kVA, sean menos costosos que los motores síncronos. Esto se debe a que 1) se arrancan y se hacen funcionar sin carga, con lo cual no necesitan devanados toscos de jaula y 2) necesitan diámetros menores de ejes y rodamientos menos robustos, aunque sus devanados de campo sean algo más pesados.

El motivo económico que establece un límite a la corrección máxima de factor de potencia se puede inferir de los datos de la **tabla 8-2** para un sistema de 10 000 kVA.

La tabla 8-2 muestra que un sistema de 10 000 kVA que trabaje a FP 0.6 es capaz de suministrar sólo 6000 kW, mientras que a FP unidad podría entregar 10 000 kW con la misma corriente y la misma caída en las líneas. Sin embargo, cualquier

**Tabla 8-2 Total de kilovolt-amperes reactivos de corrección necesarios a varios factores de potencia**

FP del sistema	Salida en kW	Kilovars disponibles	Kilovars por corregir del FP inmediato inferior	Kilovars totales acumulados necesarios en la corrección
0.60	6000	8000	—	—
0.65	6500	7600	400	400
0.70	7000	7140	460	860
0.75	7500	6610	530	1390
0.80	8000	6000	610	2000
0.85	8500	5270	730	2730
0.90	9000	4360	910	3640
0.95	9500	3120	1240	4880
1.00	10 000	0	3120	8000

aumento en la salida, es a expensas de los kilovolt-amperes reactivos. Por ejemplo, al mejorar el FP de 0.65 a 0.70, hay un aumento en la salida igual a 500 kW con un costo de corrección de 460 kvar. Al mejorar el FP de 0.80 a 0.85, el aumento de 500 kW se hace con un costo mayor de corrección, de 730 kvar.

En cada nivel de factor de potencia sucesivamente más alto, el costo de los kilovars es mayor para poder mejorar el factor de potencia en 0.05 más. De hecho, al aumentar el FP desde 0.95 hasta la unidad, el aumento de 500 kW en la salida implica un costo de corrección de 3120 kvar.

Por lo tanto, la tabla 8-2 muestra que, en general, es económicamente prohibitivo elevar el factor de potencia más allá de 0.85 en retraso. El ejemplo 8-10 muestra que esto equivale a un costo, apreciado a buen sentido común, de unos 60 dólares/kVA.

#### **EJEMPLO 8-10**

Un sistema de 10 000 kVA trabaja con un FP igual a 0.65 y el costo del capacitor síncrono para mejorar el FP es 60 dólares/kVA. Sin tomar en cuenta las pérdidas del capacitor síncrono, calcular el costo de elevar el FP hasta

a. Uno

b. 0.85 en retraso.

#### **Solución**

a. En la carga original,

$$\text{kW} = \text{kVA} \cos \theta = 10\,000 \text{ kVA} \times 0.65 = 6500 \text{ kW a } \theta = 49.5^\circ$$

$$\text{kvar} = \text{kVA} \sin \theta = 10\,000 \text{ kVA} \sin 49.5^\circ = 7600 \text{ kvar}$$

Para FP unidad,

$$\text{kVA del capacitor síncrono} = 7600 \text{ kVA (sin tomar en cuenta las pérdidas)}$$

$$\text{Costo del capacitor síncrono} = 7600 \text{ kVA} \times 60 \text{ dólares/kVA} = 456\,000 \text{ dólares}$$

b. Para FP 0.85 =  $\cos 31.8^\circ$ , la potencia total, 6500 kW, permanece igual. Por lo tanto, kVA del sistema final se

$$\text{reducen a } \frac{6500}{0.85} \text{ kW} = 7647 \text{ kVA}$$

$$\text{kvar del sistema final se reducen a } 7646 \text{ kVA} \times \sin 31.8^\circ = 4028 \text{ kvar}$$

Por lo tanto,

$$\text{kvar de corrección agregada} = 7600 - 4028 = 3572 \text{ kvar}$$

$$\text{kVA del capacitor síncrono} = 3572 \text{ kVA (sin tomar en cuenta las pérdidas)}$$

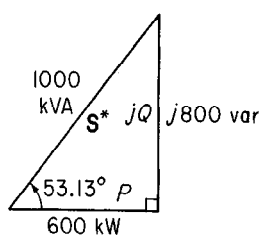
$$\text{Costo del capacitor síncrono} = 3572 \text{ kVA} \times 60 \text{ dólares/kVA} = \$214\,320$$

dólares, o sea menos de la mitad del costo en la parte (a).

## 8-21 RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CORRECCION DE FACTOR DE POTENCIA EMPLEANDO EL TRIANGULO DE POTENCIA COMPLEJA Y LA CUADRICULA DE POTENCIA

Se pueden emplear cuando menos tres métodos para resolver problemas de corrección de factor de potencia. Son 1) el método de la admitancia o impedancia, en el que se usa el triángulo de *impedancia*, 2) el método de la corriente de cuadratura, en el que se usan triángulos de *corriente* y 3) el método de la *potencia compleja*, en el que se usa el triángulo de *potencia* junto con una cuadrícula de tabulación de potencia. De los tres métodos, el del triángulo de potencia compleja es el más sencillo y fácil de usar debido a las siguientes ventajas:

1. Puesto que sólo trata con la potencia (en watts), la potencia reactiva (en vars) y la potencia aparente (en VA), se puede usar *por igual* en circuitos monofásicos o trifásicos *sin cambios especiales*.
2. Los cálculos de var de cuadratura y watt en fase se llevan a cabo independientemente del voltaje de línea o de fase.
3. Se presta a una *cuadrícula de tabulación de potencia*, como se muestra en la figura 8-26b, que da un método de *solución y resumen sistemático*.



a. Triángulo de potencia original

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	En retraso $\cos \theta$
Original	600	$+j800$	1000	0.6
Agregada	c 200	d $-j200$	—	—
Final	a 800	b $+j600$	a 1000	a 0.8

b. Cuadrícula de tabulación de potencia

**Figura 8-26** Soluciones de los ejemplos 8-11 y 8-12.

Los ejemplos siguientes muestran varias aplicaciones del método del triángulo de potencia compleja y del empleo de una cuadrícula de tabulación de potencia.

### EJEMPLO 8-11

Un alternador polifásico tiene una capacidad de 1000 kVA y la entrega totalmente a una carga con un FP igual a 0.6 en retraso. Calcular

- a. La potencia activa o real disipada por la carga,  $P_o$ .
- b. La potencia reactiva inductiva en cuadratura que se toma y se regresa al suministro,  $+jQ_o$ .
- c. Trazar un triángulo de potencia que muestre las condiciones de carga *originales* del sistema.

### Solución

a.  $P_o = S^* \cos \theta = 1000 \text{ kVA} \times 0.6 = 600 \text{ kW}$

b.  $+jQ_o = S^* \sin \theta = 1000 \text{ kVA} \times 0.8 = +j800 \text{ kvar}$

c. El triángulo original de potencia se muestra en la figura 8-26a.



**EJEMPLO 8-12**

Se desea corregir el FP del sistema en el ejemplo 8-11 hasta 0.8 en retraso, para suministrar más potencia activa a los usuarios, sin sobrecargar el alternador, manteniendo la misma capacidad de 1000 kVA. Calcular

- La potencia activa final que suministra el alternador,  $P_f$
- La potencia reactiva almacenada y devuelta al suministro,  $+jQ_f$
- La potencia activa adicional que puede entregarse a nuevos usuarios,  $P_a$
- Los kilovars de corrección que se necesitan para elevar el FP de 0.6 a 0.8 en retraso,  $-jQ_a$
- El tamaño de los capacitores de corrección, en kVA, necesarios para alcanzar el nivel anterior.
- Trazar una cuadrícula de tabulación de potencia en donde se resuman todos los cálculos.

**Solución**

- $P_f = S^* \cos \theta_f = 1000 \text{ kVA} \times 0.8 = 800 \text{ kW}$
- $+jQ_f = S^* \sin \theta_f = 1000 \text{ kVA} \times 0.6 = +j600 \text{ kvar}$
- $P_a = P_f - P_o = 800 \text{ kW} - 600 \text{ kW} = 200 \text{ kW}$
- $jQ_a = jQ_f - jQ_o = j600 - j800 = -j200 \text{ kvar}$
- $S_c^* = 0 - j200 \text{ kVA} = 200 \text{ kVA}$
- La cuadrícula de tabulación de potencia aparece en la figura 8-26b.

De los ejemplos 8-11 y 8-12, y de la red de la figura 8-26b, surgen los siguientes puntos de vista:

- La potencia activa, original y agregada se suma (verticalmente) *aritméticamente* para obtener la potencia final.
- La potencia reactiva en cuadratura se suma *vectorialmente* tomando en cuenta si es inductiva (positiva) o capacitiva (negativa).
- Al hacer uso de la cuadrícula de potencia, todas las sumas implican sólo a las  $P$ es y  $Q$ s; las columnas restantes sólo se usan como lugares de trabajo para obtener la respuesta.
- Obsérvese que las letras en las esquinas de los lugares de la cuadrícula corresponden a los pasos de la solución del ejemplo 8-12. Esto se hace así para que el lector pueda determinar el orden de los pasos de solución para los diversos lugares. Con frecuencia se sustituyen los números por letras.

**EJEMPLO 8-13**

Repetir todo el ejemplo 8-12, pero corregir el FP desde 0.6 en retraso hasta uno

**Solución**

- $P_f = S^* \cos \theta_f = 1000 \text{ kVA} \times 1.0 = 1000 \text{ kW}$
- $jQ_f = S^* \sin \theta_f = 1000 \text{ kVA} \times 0 = 0 \text{ kvar}$
- $P_a = P_f - P_o = 1000 \text{ kW} - 600 \text{ kW} = 400 \text{ kW}$

$$d. jQ_a = jQ_f - jQ_o = 0 - j800 = -j800 \text{ kvar}$$

$$e. S_c^* = 0 - j800 = 800 \text{ kVA}$$

f. Cuadrícula de tabulación de potencia:

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	600	$+j800$	1000	0.6
Agregada	400	$-j800$	—	—
Final	1000	0	1000	1.0

El ejemplo 8-13 comprueba los puntos que surgieron en la sección 8-20.2 acerca de los límites económicos de corrección de factor de potencia. Al elevar el FP de 0.6 a 0.8, como se indica en la figura 8-26b, se necesitaron 200 kvar de corrección capacitiva para ganar 200 kW de potencia adicional.

Pero al pasar de FP 0.8 a uno, aunque se ganan 200 kW de potencia *adicional*, se necesitan  $-j800 - (-j200)$  kvar, o sean 600 kvar de corrección capacitiva. Así, al pasar de 0.8 a la unidad, se necesita una corrección capacitiva del triple de la necesaria para pasar de 0.6 a 0.8 de FP. Por lo tanto, para la cantidad de potencia que se gana, es muy antieconómica la corrección del FP completa hasta la unidad.

Los ejemplos anteriores sólo empleaban capacitores de corrección, que en comparación de los kilovars agregados carecen relativamente de pérdidas. Veamos ahora varios ejemplos en los que interviene el empleo de un capacitor síncrono, que produce algunas pérdidas, y/o un motor síncrono para corregir el factor de potencia.

#### EJEMPLO 8-14

Una fábrica toma una carga de 2000 kW con factor de potencia igual a 0.6 en retraso. Para elevar el FP final hasta 0.85 en retraso se compra un capacitor síncrono. Dicho capacitor tiene 275 kW de pérdidas. Calcular

- Los kVA originales que se toman de la compañía de servicios,  $S_o^*$
- Los kilovars originales en retraso,  $jQ_o$
- La potencia final activa del sistema que se consume a la compañía de servicios,  $P_f$
- La carga final en KVA que se toma de la compañía de servicios,  $S_f^*$
- Los kilovars de corrección producidos por el capacitor síncrono,  $jQ_a$
- La capacidad en kVA del capacitor síncrono,  $S_a^*$
- Mostrar la cuadrícula completa de tabulación llenando *todos* los lugares.

#### Solución

a.  $S_o^* = P_o / \cos \theta_o = 2000 \text{ kW} / 0.6 = 3333.\bar{3} \text{ kVA}$

b.  $Q_o = S_o^* \sin \theta_o = 3333.\bar{3} \times 0.8 = j2667 \text{ kvar}$

c.  $P_f = P_o + P_a = 2000 + 275 = 2275 \text{ kW}$

d.  $S_f^* = P_f / \cos \theta_f = 2275 / 0.85$   
 $= 2676.5 \angle 31.8^\circ \text{ kVA}$

e.  $jQ_f = S_f^* \sin \theta_f = 2676.5 \times 0.5268$   
 $= j1410 \text{ kvar}$

$-jQ_a = jQ_f - jQ_o = j1410 - j2667$   
 $= -j1257 \text{ kvar}$

f.  $S_a^* = P - jQ = 275 - j1257$   
 $= 1287 \angle -77.66^\circ \text{ kVA}$

( $\cos -77.6^\circ = 0.214$  en adelante)

g. Cuadrícula de tabulación de potencia

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	2000	$j2667^b$	$3333.\bar{3}^a$	0.6 retraso
Agregada	275	$-j1257^c$	$1287^f$	0.214 lead
Final	2275 <sup>c</sup>	$j1410^e$	$2676.5^d$	0.85 retraso <sup>d</sup>

Del ejemplo 8-14 surgen varios puntos importantes:

- La carga original de kVA de la fábrica se ha reducido desde 3333 hasta 2676.5 kVA como resultado del mejoramiento del FP de 0.6 a 0.85 en retraso.
- Esta reducción de kVA permite que la compañía de servicios abastezca a otros consumidores sin tener que agregar capacidad de generación, en kVA (véase ejemplo 8-14).
- La capacidad en kVA y el FP del capacitor síncrono que se obtuvieron en la parte (f) se pueden calcular sólo a partir de la potencia real y la reactiva de cuadratura para el capacitor síncrono que se agrega.
- Las partes de la solución identificadas con letras se muestran en la cuadrícula completa de tabulación de potencia de la parte (g) para ayudar al lector a seguir

el orden de la solución. Se aconseja al lector que trate de obtener independientemente la solución para comprobar los cálculos y hacer uso de la cuadrícula de potencia como medio de retroalimentación de datos para poder corregir cualquier error que cometa en el procedimiento.

### EJEMPLO 8-15

La carga original de un alternador de 3333 kVA es una fábrica con  $S_o^* = (2275 + j1410)$  kVA. Trazar una cuadrícula de tabulación de potencia y calcular

- La carga adicional en kVA que se puede agregar a un FP igual a 0.8 en retraso, sin sobrecargar al alternador.
- La potencia agregada, activa y reactiva, de la carga adicional
- La carga final, activa y reactiva que suministra el alternador de 3333 kVA.
- El FP final del alternador.

#### Solución

- La información dada se muestra en la cuadrícula de tabulación adjunta. Supongamos que  $x$  es la carga adicional en kVA. Entonces, las potencias adicionales real y de cuadratura son  $0.8x$  y  $j0.6x$ , respectivamente, como se indica. Sumando verticalmente cada columna y empleando el teorema de Pitágoras, se puede escribir  $(2275 + 0.8x)^2 + (1410 + 0.6x)^2 = (3333.3)^2$

y resolviendo a  $x$  de la ecuación cuadrática restante siguiente tenemos  $x^2 + 5352x - 3\,947\,163 = 0$ . Con la fórmula de solución de ecuaciones cuadráticas se obtiene la carga agregada en kVA:

$$x = S_a^* = 658.86 \text{ kVA}$$

$$\text{b. } P_a = 0.8x = 0.8 \times 658.86 \text{ kVA} = 527.1 \text{ kW}$$

$$Q_a = 0.6 \times 658.86 \text{ kVA} = j395.32 \text{ kvar}$$

$$\text{c. } P_f = P_o + P_a = 2275 + 527.1 = 2802.1 \text{ kW}$$

$$Q_f = Q_o + Q_a = j1410 + j395.32 \text{ kvar}$$

$$= j1805.3 \text{ kvar}$$

$$\text{d. } PF = \cos \theta_f = P_f / S_f^* = 2802.1 \text{ kW} / 3333.3 \text{ kVA}$$

$$= 0.841 \text{ en retraso}$$

Comprobación de validez:

$$S_f^* = P_f + jQ_f = 2802.1 + j1805.3$$

$$= 3333.3 \angle 32.8^\circ$$

$$\cos 32.8^\circ = 0.841$$

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	2275	$j1410$	2676.5	0.85 en retraso
Agregada	$0.8x$	$j0.6x$	$x$	0.8 en retraso
Final	$(2275 + 0.8x)$	$j(1410 + 0.6x)$	3333.3	0.841 en retraso

El ejemplo 8-15 muestra las ventajas de una cuadrícula de tabulación de potencia para ayudarnos a sistematizar nuestras ideas y plantear el problema para su resolución directa.

El ejemplo 8-14 justificó el gasto adicional de un capacitor síncrono porque redujo la carga de la fábrica de 3333 kVA a 2676.5 kVA. Con ello se liberó a la compañía de servicios para poder contar con más consumo en la fábrica.

El ejemplo 8-15 muestra que, sin agregar capacidad adicional de generación, se podrían añadir otros 658.9 kVA sin sobrecargar el alternador, dejando el FP final materialmente alto en 0.841, cercano a 0.85.

El ejemplo 8-18 muestra la utilidad del teorema de Tellegen<sup>9</sup> como una prueba más de la validez (véase la comprobación de la validez en la resolución del ejemplo 8-15d) en la solución del ejemplo 8-15.

<sup>9</sup> Para la exposición completa y empleo del teorema de Tellegen, véase Kosow, *op. cit.*, Págs. 501-502, 528-530 y 670-671.

**EJEMPLO 8-16**

A partir de los kVA originales, agregados y finales que se calcularon en el ejemplo 8-15, comprobar las soluciones empleando el teorema de Tellegen (véase glosario, sección 8-32).

**Solución**

De acuerdo con la solución al ejemplo 8-15, tenemos que

$$S^* = 2676.5 \angle 31.79^\circ \text{ kVA}, S_a^* = 658.86 \angle 36.87^\circ \text{ kVA}, \text{ y } -S_f^* = -(3333.3 \angle 32.8^\circ) \text{ kVA}.$$

Comprobación de validez:

$$\begin{aligned} S_a^* + S_f^* + (-S_f^*) &= 0 \\ &= 2676.5 \angle 31.79^\circ + 658.86 \angle 36.87^\circ \\ &\quad - (3333.3 \angle 32.8^\circ) \\ &= (2275 + j1410) + (527.1 + j395.32) \\ &\quad - (2802.1 + j1805.32) = 0 \end{aligned}$$

Los ejemplos anteriores se refirieron a la adición de capacitores síncronos para mejorar el FP del sistema. Los siguientes mostrarán la adición de motores síncronos y sus aplicaciones útiles como motores y para mejorar el FP del sistema.

**EJEMPLO 8-17**

La carga en una fábrica consiste en 40 000 kW con FP 0.8 en retraso. La gerencia decide cambiar un motor gastado trifásico de inducción de 7500 hp que trabaja con un FP en retraso igual a 0.75 y eficiencia de 91 por ciento, por un motor síncrono de la misma eficiencia con FP unidad. Calcular el FP general del sistema si el motor trabaja con FP unidad.

**Solución**

El motor síncrono trabaja con la misma eficiencia que el de inducción que se ha cambiado y por lo tanto la potencia total del sistema no cambia. La solución implica la elaboración de una tabla que muestre el estado original del sistema, el cambio y el estado final.

$$\text{kVA originales} = \frac{40\,000 \text{ kW}}{\text{FP } 0.8} = 50\,000 \text{ kVA}$$

$$\begin{aligned} \text{kvar originales} &= 50\,000 \text{ kVA} \times 0.6 \\ &= j30\,000 \text{ kvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kW del motor de inducción} &= \frac{7500 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp}}{1000 \text{ W/kW} \times 0.91} \\ &= 6148 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kVA del motor de inducción} &= \frac{6148 \text{ kW}}{\text{FP } 0.75} \\ &= 8198 \text{ kVA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kvar del motor de inducción} &= 8198 (0.6614) \\ &= j5422 \text{ kvar} \end{aligned}$$

$$\text{kvar finales} = j30\,000 - j5422 = j24\,578 \text{ kvar}$$

$$\begin{aligned} \text{kVA finales} &= 40\,000 + j24\,578 \\ &= 46\,948 \angle 31.57^\circ \text{ kVA} \end{aligned}$$

$$\text{FP final} = \cos 31.57^\circ = 0.852 \text{ en retraso}$$

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	40 000	$j30\,000$	50 000	0.8 ret.
Quitada	-6148	$-(+j5422)$	8198	0.75 ret.
Agregada	+6148	0	6148	1.0
Final	40 000	$j24\,578$	46 948	0.852 ret.

El ejemplo 8-19 muestra cómo calcular las especificaciones que se necesitan para que un motor síncrono produzca un FP deseado para el sistema.

**EJEMPLO 8-18**

- a. Repetir el ejemplo 8-17 con un motor síncrono de 7500 hp con FP igual a 0.8 en adelanto y 91 por ciento de eficiencia.
- b. Comparar la diferencia en capacidades de los dos motores síncronos.

**Solución**

- a. kVA del motor síncrono
- $$= \frac{6148 \text{ kW}}{\text{FP } 0.8} = 7685 \text{ kVA}$$
- kvar en adelanto del motor síncrono
- $$= 7685 \text{ kVA} \times 0.6 = -j4611 \text{ kvar}$$
- kvar finales del sistema
- $$= j30\,000 - (j5422) - j4611$$
- $$= j19\,967 \text{ kvar}$$
- kVA finales =  $40\,000 + j19\,967$
- $$= 44\,707 \angle 26.53^\circ \text{ kVA}$$
- FP final =  $\cos 26.53^\circ = 0.895$  en retraso

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	40 000	$j30\,000$	50 000	0.8 en ret.
Quitada	-6148	$-(+j5422)$	8198	0.75 en ret.
Agregada	6148	$-j4611$	7685	0.8 en adel.
Final	40 000	$j19\,967$	44 707	0.895 en ret.

- b. En el ejemplo 8-17, se necesitó un motor síncrono de 7500 hp, factor de potencia unidad, 6148 kVA. En este ejemplo se necesita un motor de 7500 hp. FP 0.8 en adelanto, 7685 kVA.

En esta parte del problema se muestra que un motor síncrono de 7500 hp, FP 0.8 en adelanto, debe ser físicamente más grande que uno de 7500 hp y FP unidad, debido a su mayor capacidad de kVA.

**EJEMPLO 8-19**

Una carga de 500 kVA funciona con un factor de potencia igual a 0.65 en retraso. Se desea agregar al sistema un motor síncrono de 200 hp con una eficiencia de 88 por ciento y llevar a la carga total final del sistema a un FP igual a 0.85 en retraso. Calcular

- a. Los kVA y el FP del sistema con el motor agregado.
- b. La capacidad del motor síncrono en kVA y el FP al cual trabaja.

**Solución**

$$\text{kW originales} = 500 \text{ kVA} \times 0.65 = 325 \text{ kW}$$

$$\text{kvar originales} = 500 \text{ kVA} \times 0.76 = 380 \text{ kvar}$$

$$\text{kW del motor síncrono} = \frac{200 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp}}{1000 \times 0.88}$$

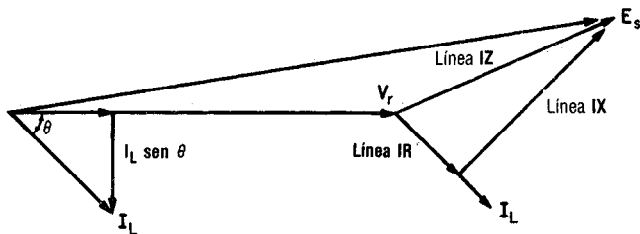
$$= 169.5 \text{ kW}$$

- a. kW finales =  $325 + 169.5 = 494.5 \text{ kW}$
- $$\text{kVA finales del sistema} = \frac{494.5 \text{ kW}}{\text{FP } 0.85} = 582 \text{ kVA}$$
- $$\text{FP del sistema} = \text{kW/kVA} = 494.5/582$$
- $$= 0.85 \text{ en retraso}$$
- $$\text{kvar finales del sistema} = 582 \text{ kVA} \times 0.5268$$
- $$= j306 \text{ kvar (en retraso)}$$
- b. kvar del motor síncrono
- $$= \text{kvar finales} - \text{kvar originales}$$
- $$= j306 - (j380) = -j74 \text{ kvar (en adelanto)}$$
- $$\text{kVA del motor síncrono} = 169.5 - j74$$
- $$= 185 \angle -23.6^\circ \text{ kVA}$$
- $$\text{FP del motor síncrono} = \cos 23.6^\circ$$
- $$= 0.916 \text{ en adelanto}$$

	$P$ (kW)	$\pm jQ$ (kvar)	$S^*$ (kVA)	$\cos \theta$
Original	325	$j380$	500	0.65 (en ret)
Agregada	169.5	$-j74$	185	0.9165 (en ad)
Final	494.5	$j306$	582	0.85 (en ret)

## 8-22 EMPLEO DE UN CAPACITOR SINCRONO COMO REACTOR SINCRONO

En general, un capacitor síncrono se trabaja a excitación constante y máxima en las líneas, en el extremo de *recepción* de una planta o fábrica. Dado que no es económico corregir hasta la unidad el factor de potencia a plena carga (sección 8-20), el tamaño del capacitor en kVA es bastante menor que los kVA totales que toma la fábrica a



**Figura 8-27** Estado original que representa los voltajes en los extremos de emisión o transmisión y recepción a plena carga.

plena carga. Si la carga del sistema baja durante el periodo de 24 horas, el factor de potencia tenderá a mejorar debido a que la capacidad de kVA del capacitor es mayor en proporción con los kVA que toma la carga.

El voltaje en el extremo de recepción de una línea de transmisión  $V_r$  está representado en la **figura 8-27** como el trazo de una carga,  $I_L$ , a un ángulo de factor de potencia  $\theta$  en retraso. La caída de voltaje por impedancia en las líneas de transmisión,  $IZ$ , es principalmente inductiva cuando las líneas conducen la corriente de carga, haciendo que el voltaje  $V_r$  en el extremo de recepción sea bastante menor que el voltaje  $E_s$  en el extremo de emisión.

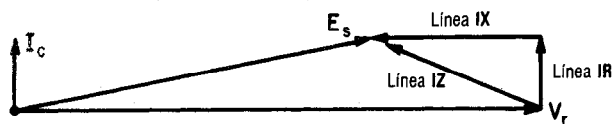
Por otro lado, si la carga baja a cero debido a la capacitancia distribuida de la línea, se consume en ella una corriente reactiva  $I_c$  que, para el mismo voltaje de transmisión  $E_s$ , producirá en el extremo del consumo o recepción un voltaje  $V_r$  que en general es mucho mayor que el voltaje inicial o de emisión  $E_s$ .

Por lo tanto, en lugar de mantener constante la excitación de cd del capacitor síncrono, se la controla mediante un regulador de voltaje en un sistema de control de retroalimentación en el cual se reduce la excitación de cd a medida que decrece la carga y que aumenta el voltaje de ca que se recibe. Ya que una disminución de carga significa un aumento del voltaje en el extremo de recepción, es sencillo obtener control bastante lineal y preciso en todo el intervalo de carga y de excitación del capacitor síncrono. Cuando la carga disminuye hasta cero, como se muestra en la **figura 8-28**, y la caída en la línea es capacitiva, es necesario contrarrestarla *subexcitando o bajoexcitando* la dinamo síncrona como un reactor síncrono, produciendo una caída inductiva en virtud de la corriente inductiva  $I_r$  que toma el dispositivo del sistema de suministro.

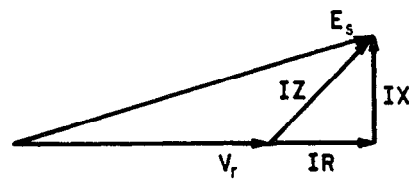
La **figura 8-29a** muestra la relación entre  $E_s$  y  $V_r$  a plena carga, y la relación en vacío o sin carga aparece en la **figura 8-29b**. Adviértase que la relación entre los dos voltajes de recepción es aproximadamente la misma. Un capacitor síncrono que se use de esa manera mantiene un voltaje constante en la carga, independientemente de las variaciones en la corriente de ésta y de su factor de potencia.

## 8-23 EMPLEO DE UN MOTOR SINCRONO COMO CAMBIADOR DE FRECUENCIA

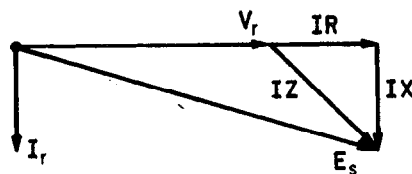
Se había afirmado que, debido a su característica de *velocidad constante*, el motor síncrono se puede emplear para impulsar un generador derivación de cd y mantener



**Figura 8-28** Estado original que representa los voltajes en los extremos de transmisión y recepción sin carga.



a. Corrección a plena carga



b. Corrección sin carga

**Figura 8-29** Efecto de un reactor síncrono sobre una línea de transmisión.

un voltaje de cd relativamente constante desde sin carga hasta plena carga. Debido a esa característica de velocidad constante, también se puede emplear para impulsar un alternador de ca, ya sea monofásico o polifásico, de diversas frecuencias, manteniendo un voltaje constante de ca y una frecuencia constante del alternador.

Hay ventajas específicas inherentes en el uso de equipo con mayor frecuencia, aunque las pérdidas tienden a aumentar a medida que lo hace la frecuencia. Para la misma capacidad de kVA o de hp, un transformador o una dinamo de mayor frecuencia puede ser de *menor* tamaño y necesitar menos hierro para obtener el mismo grado de saturación magnética.

Además, a 60 Hz la velocidad máxima que se puede obtener en un motor síncrono bipolar es de 3600 rpm ( $S = 120f/P$ ). Para obtener mayores velocidades con las dinamos es necesario emplear un *cambiador de frecuencia*.

A un conjunto motogenerador de ca a ca en el que se tenga cambio de frecuencia se le llama *cambiador de frecuencia*. Como el motor síncrono está acoplado con el alternador, ambos trabajan a la misma velocidad y, por lo tanto,

$$S = \frac{120f_a}{P_a} = \frac{120f_m}{P_m}$$

$$y \quad \frac{f_a}{P_a} = \frac{f_m}{P_m} \quad (8-19)$$

siendo  $f_a$  y  $f_m$  las frecuencias en Hz del alternador y el motor y  $P_a$  y  $P_m$  el número de polos del alternador y del motor, respectivamente.

**EJEMPLO 8-20**

Calcular las velocidades y el número de polos para alternador y motor, respectivamente, de tres diferentes cambiadores de frecuencias que permitan conversión de frecuencia de 60 Hz a 400 Hz.

**Solución**

Como  $P_a/P_m = f_a/f_m = 400/60$ , o  $20/3$ , la relación de  $f_a/f_m$  determina las combinaciones de polos y velocidad.

La primera combinación debe tener 40 polos en el **alternador**, y 6 polos en el **motor** síncrono, a una velocidad

$$S = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 60}{6} = 1200 \text{ rpm}$$

La segunda combinación es un múltiplo par de  $(\frac{20}{3}) = (\frac{80}{12})$ , u **80 polos** en el alternador y **12 polos** en el motor síncrono a una velocidad de **600 rpm**.

La tercera combinación es  $(\frac{20}{3})$  por  $(\frac{6}{8})$ , o sea **120 polos** en el alternador y **18 polos** en el motor síncrono a una velocidad de **400 rpm**.

**8-24 MOTOR SUPERSINCRONO**

El término *síncrono* se refiere normalmente a la velocidad<sup>10</sup> síncrona. El motor supersíncrono *no* trabaja a velocidad supersíncrona, y su nombre es incorrecto. Sería mejor si su nombre fuera motor *superpar*. El motor fue creado por General Electric para proveer un motor síncrono que tuviera arranque propio bajo altas cargas. En la sección 8-6, se describió el rotor tipo simplex como un rotor de construcción especial que tiene cinco anillos rozantes y que emplea un rotor devanado en combinación con el devanado de cd. El motor síncrono de rotor simplex puede desarrollar pares entre 250 y 300 por ciento del par a plena carga.

El motor "supersíncrono" es capaz de desarrollar un par motor síncrono *máximo* [figura 8-23, ecuación (8-17)] *al arranque*. Sin embargo, también necesita una construcción especial y es probablemente el motor más costoso de su tipo para determinada potencia.

El rotor es uno normal de jaula con un devanado de cd que sale a anillos rozantes en el eje del rotor. Está directamente acoplado a la carga mecánica que debe impulsar. Sin embargo, el estator completo puede girar libremente en muñones, del mismo modo que un dinamómetro de ca. Pero mientras que éste último tiene desplazamiento angular limitado, el estator del motor supersíncrono puede girar libremente sobre cojinetes a su velocidad síncrona. Por lo tanto, el devanado de armadura en el estator también se excita a través de anillos rozantes y en general se arranca a voltaje reducido mediante un variac trifásico o regulador de inducción. Se tiene un freno grande alrededor del lado externo del armazón del estator para detener el movimiento y asegurar al estator en su posición de funcionamiento.

Debido a que el rotor está acoplado con la carga, cuando se aplica un voltaje de ca polifásico al estator sin estar aplicado el freno, el par de motor de inducción que producen los polos del rotor reacciona contra los conductores del "estator"; esta reacción imparte al estator un par que tiene la dirección contraria de giro de la carga

<sup>10</sup> Los motores subsíncronos (sección 8-29) trabajan a determinado *submúltiplo* de la velocidad síncrona, es decir, a una velocidad subsíncrona.



figura 8-3a). El estator se acelera a medida que aumenta el voltaje de ca en el estator. Y cuando el estator alcanza la velocidad síncrona se le aplica el voltaje pleno de ca además de la excitación del campo de cd. El estator entra en sincronismo con el rotor detenido, sujeto por la inercia de la carga fija y pesada que se acopla con su eje. En este instante, el motor trabaja como motor síncrono sin carga, generando una fuerza contraelectromotriz que limita su corriente en el estator.

A continuación se aplica lentamente el freno al estator giratorio. Como el motor síncrono *debe* girar a velocidad síncrona, se debe compensar la reducción de velocidad del estator por giro del rotor en la *dirección opuesta*, es decir, para una velocidad síncrona de 1800 rpm, una velocidad del estator de 1790 rpm en sentido contrario al de las manecillas del reloj necesita que la velocidad del rotor sea de 10 rpm en el sentido de las manecillas del reloj. Por lo tanto, el ángulo del par  $\alpha$  aumenta para dar el par máximo al arranque de la carga pesada que se aplica.

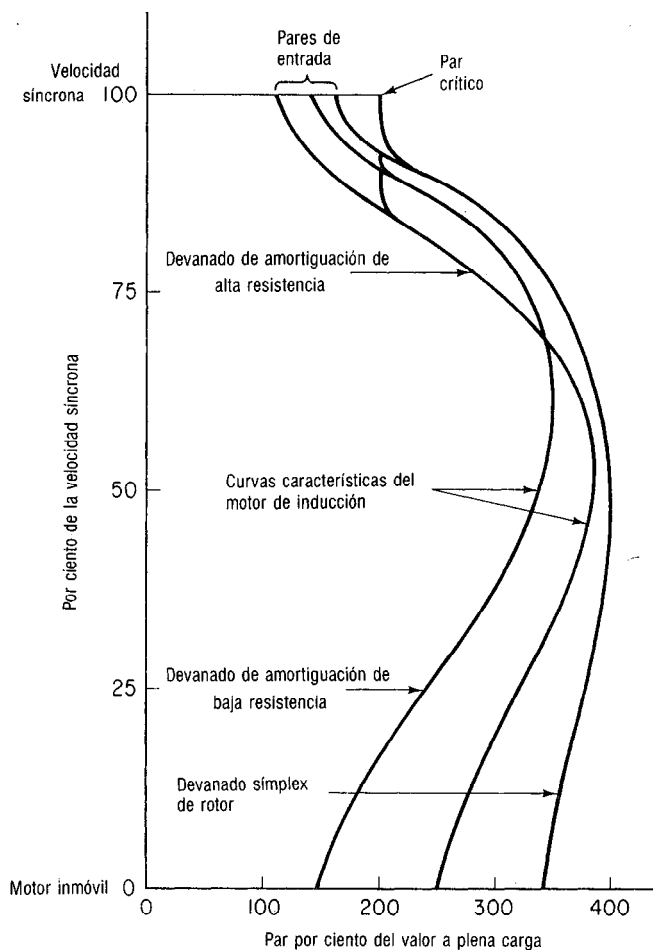
La corriente de armadura, aunque es alta, está limitada por la FEM que se genera en el estator. Si se reduce la velocidad de éste aumentando el frenado, aumenta la velocidad del rotor hasta que el estator queda detenido y el rotor gira con toda la carga aplicada a velocidad síncrona. Por lo tanto, los motores supersíncronos son motores síncronos de par máximo capaces de *arrancar* y funcionar con pares de 350 a 400 por ciento del par a plena carga.

La figura 8-30 muestra una comparación entre tres tipos de motores síncronos comunes: el tipo supersíncrono (rotor símplex), el síncrono amortiguador de baja resistencia y el síncrono amortiguador de alta resistencia. En la figura 8-30, la velocidad cero está en la velocidad síncrona cero y todos los pares de arranque se presentan y se miden con el rotor inmóvil. El par máximo en la figura 8-30 se tiene, para los tres tipos de motores, a entre 50 y 60 por ciento de la velocidad síncrona. Los pares críticos de los tres tipos de motor se tienen a la velocidad síncrona y van de 125 a 150 por ciento del par nominal.

De los tres motores que se muestran en la figura 8-30, el de rotor símplex desarrolla tanto el más alto par de arranque (350 por ciento del par nominal) como el par máximo (380 por ciento del nominal). El rotor con devanado amortiguador de alta resistencia desarrolla un par mayor de arranque y de marcha que el de devanado amortiguador de baja resistencia por los motivos que se explican en la sección 9-21, pero presenta un par menor de entrada. Los pares de entrada de los tres motores son en su mayor parte funciones del par de reluctancia. La figura 8-30 explica también el par crítico mayor o límite, en comparación con los pares de entrada, que se presenta aproximadamente al 200 por ciento del par nominal para los tres rotores. De hecho, el 200 por ciento del par nominal está determinado por el ángulo  $\alpha$  del par, que es máximo ya sea a  $90^\circ$  o aproximadamente a  $55^\circ$  eléctricos, dependiendo de si los polos del rotor son no salientes o salientes (figura 8-23).

## 8-25 MOTORES ESPECIALES SINCRONOS QUE NO EMPLEAN EXCITACION DE CAMPO CON CD

En las secciones anteriores, las descripciones se dirigían a los motores síncronos polifásicos en los que se tiene y se puede hacer variar la excitación de los polos del rotor mediante corriente directa. Sin embargo, hay tipos de motores síncronos que no emplean excitación de cd del campo y se agrupan en dos categorías:



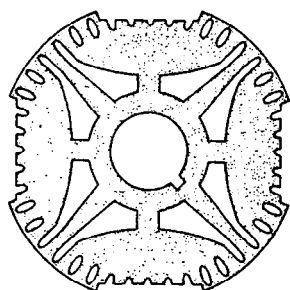
**Figura 8-30** Pares de arranque, entrada y crítico, de motores síncronos comerciales.

1. Los motores síncronos no excitados, en los que no se tiene ninguna excitación del campo.
2. Los motores de excitación de campo ca, o "sincromotores".

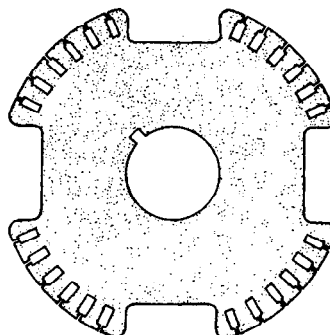
Los motores "síncronos" que pertenecen a la última categoría y que emplean excitación del campo con ca se describirán en el capítulo 11, junto con otras máquinas especiales. Los motores diversos, síncronos y no excitados, de la primera categoría, tanto polifásicos como monofásicos, se describirán en este capítulo.

## 8-26 MOTOR SINCRONO DE INDUCCION

Este motor se creó debido a la demanda de un motor síncrono polifásico con arranque propio en tamaños menores, de menos de 50 hp, que no necesitaran excitación del campo con cd y que poseyeran las características de velocidad constante del motor síncrono. El rotor consiste en un devanado de jaula de ardilla, embobinado o vaciado, distribuido uniformemente en las ranuras que se muestran en la **figura 8-31a**. Cuando



a. Rotor de motor síncrono de inducción

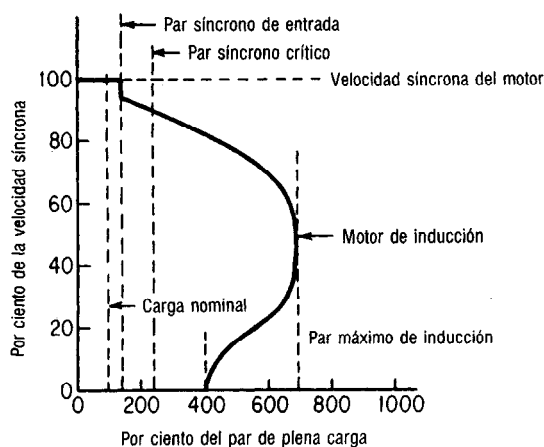


b. Rotor de motor de reluctancia

**Figura 8-31** Diferencias entre las laminaciones y los devanados de arranque y marcha de inducción en los motores síncronos no excitados (tipo de histéresis).

una corriente alterna polifásica se aplica a la armadura normal de un estator polifásico, el motor arranca como motor de inducción. Debido al rotor de polo saliente, que se muestra en la **figura 8-31a**, el motor llega muy fácilmente a la sincronía y desarrolla con rapidez el par máximo del motor síncrono de la máquina de polos *salientes* que se mostró en la **figura 8-23** y se describe en los últimos párrafos de la sección 8-17.

Así, el motor síncrono de inducción desarrolla el par de reluctancia, proporcional a  $\sin 2\alpha$ , y al cual se le llama a veces motor *polifásico de reluctancia*. Pero también éste es un nombre equivocado, porque el motor síncrono de inducción trabaja con las características *combinadas* de par del motor síncrono y de inducción, como se ve en la **figura 8-32**. Cuando está diseñado con devanados de rotor de alta resistencia, se pueden desarrollar pares de arranque bastante altos, de hasta 400 por ciento del par a plena carga. Por otro lado, el empleo de devanados de rotor con alta resistencia ocasiona deslizamiento mayor (sección 8-5), menor eficiencia y menor posibilidad de entrar en sincronismo con carga mediante el par de reluctancia. Como se ve en la **figura 8-32**, el par síncrono de entrada se desarrolla un poco más arriba que el par nominal de plena carga.



**Figura 8-32** Curva característica velocidad-par del motor síncrono de inducción.

Como motor síncrono, el motor síncrono de inducción trabaja a velocidad constante hasta un poco más del 200 por ciento de la plena carga. Si la carga aplicada es mayor que el 200 por ciento del par de plena carga, se baja a su característica de inducción, en donde puede seguir trabajando como motor de inducción hasta casi el 700 por ciento del par de plena carga.

Debido a que el par crítico del motor síncrono es aproximadamente la tercera parte del correspondiente del de inducción, el armazón del estator de un motor síncrono de inducción es de tamaño *tres veces mayor* que un motor ordinario de inducción de la misma potencia. Además, puesto que trabaja desde sin carga hasta a plena carga como motor síncrono sin excitación [ecuación (8-16)], un mayor ángulo de par compensa la falta de excitación y el motor toma una alta corriente en retraso a bajo factor de potencia. Esto también ocasiona baja eficiencia y necesita del mayor tamaño de armazón para disipar el calor.

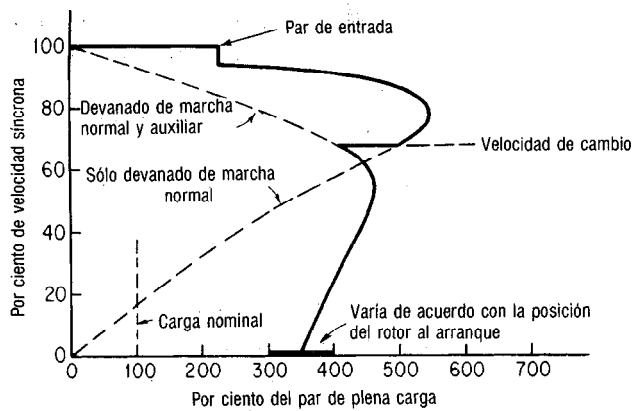
En motores de potencia relativamente baja, como el motor síncrono de inducción, los problemas creados por su mayor tamaño y peso, baja eficiencia y corriente en retraso no tienen importancia en comparación con las ventajas de velocidad constante, robustez, falta de excitación de cd, alto par de arranque y de marcha, y mantenimiento mínimo que caracterizan a estos motores. Los motores síncronos polifásicos con excitación de cd casi no se fabrican en tamaños o potencias menores de 10 hp, excepto bajo pedidos especiales, porque se dispone de los motores polifásicos síncronos de inducción hasta de 50 hp y, mediante pedido especial al fabricante, hasta de 100 hp.

## 8-27 MOTOR DE RELUCTANCIA

Los motores **monofásicos**, de *polos salientes*, síncronos de inducción son llamados comúnmente *motores de reluctancia*. Si el rotor de cualquier motor monofásico de inducción con devanados distribuidos uniformemente se altera de modo que las laminaciones tiendan a producir polos *salientes*, como se muestra en la figura 8-31b, la reluctancia del trayecto del flujo de entrehierro será mayor en donde no haya conductores embebidos en las ranuras. Esos motores, al llegar a la velocidad como motores de inducción, entrarán en sincronismo con el campo magnético pulsante de ca por el par de reluctancia (secciones 1-2 y 8-17) que se desarrolla en los polos salientes de hierro, que tienen entrehierros de menor reluctancia.

La curva característica par-velocidad de un motor típico monofásico de reluctancia se muestra en la **figura 8-33**. El motor arranca dentro de 300 a 400 por ciento del par de plena carga, dependiendo de la posición del rotor asimétrico con respecto a los devanados de campo, como motor *bifásico* (sección 9-3) como resultado del campo magnético rotatorio creado por un devanado de arranque y marcha, desplazado 90° tanto en espacio como en tiempo.

A unas tres cuartas partes de la velocidad síncrona, un interruptor centrífugo abre el devanado de arranque y el motor continúa desarrollando un par monofásico producido sólo por su devanado de marcha. Al acercarse a la velocidad síncrona, el par de reluctancia, que se desarrolla como motor síncrono, es suficiente para jalar al rotor a sincronismo con el campo monofásico pulsante. El motor trabaja como motor de velocidad constante, monofásico, síncrono sin excitación hasta un poco más del 200 por ciento de su par de plena carga. Si se le carga más allá del valor de su par crítico, continuará trabajando como motor monofásico de inducción hasta más del 500 por ciento de su par nominal.



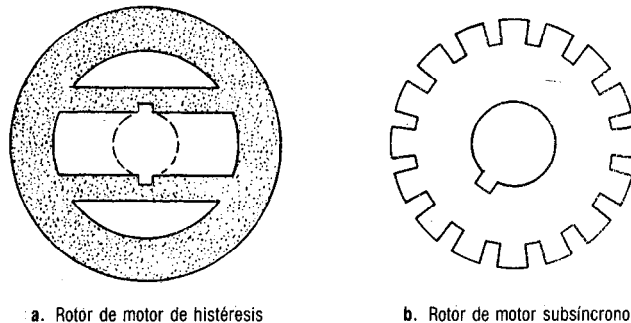
**Figura 8-33** Curva característica velocidad-par de un motor de reluctancia.

## 8-28 MOTOR DE HISTERESIS

Los motores **monofásicos** de rotor cilíndrico (o de polos *no salientes*) de inducción, o motores de polos sombreados, se clasifican como *motores de histéresis*. La diferencia entre este tipo de motores y el que se describió en la sección anterior es 1) la *forma* del rotor y 2) la *naturaleza* del par que se produce.

Mientras que el motor de *reluctancia* se lleva al sincronismo y trabaja con el par de *reluctancia*, el motor de *histéresis* se lleva al sincronismo y trabaja dependiendo del par de *histéresis*. Las laminaciones del tipo de histéresis se muestran en la **figura 8-34a** y se fabrican en general de acero endurecido de alta retentividad en lugar del acero comercial de dínamo de baja retentividad.

Como resultado del campo magnético rotatorio que se produce por división de fases o de un estator con polo sombreado (capítulo 10), se inducen corrientes parásitas o secundarias en el acero del rotor y viajan por las dos trayectorias de las barras del rotor que se ven en la figura 8-34a. Un acero de alta retentividad produce grandes pérdidas de histéresis y se consume una parte importante de la energía del campo rotatorio para invertir la dirección de la corriente del rotor.



**Figura 8-34** Dos tipos de laminaciones de alta retentividad para motores síncronos no excitados (tipo de histéresis).

Al mismo tiempo, el campo magnético del rotor que establecen las corrientes parásitas hace que gire el rotor. Se produce un alto par de arranque como resultado de la gran resistencia del rotor, que es proporcional a las pérdidas por histéresis. A medida que el rotor se acerca a la velocidad síncrona, la frecuencia de la inversión de corriente en las barras de cruce disminuye y el rotor se *magnetiza permanentemente en una dirección* como resultado de la alta retentividad del rotor de acero. Con dos polos de campo, el rotor de la figura 8-34a desarrolla una velocidad de 3600 rpm a 60 hz. El motor trabaja como motor de histéresis empleando el par de histéresis debido a que el rotor está magnetizado en forma permanente.

La cantidad de par que se produce como resultado de esta magnetización *no es* tan grande como el par de reluctancia. Pero el par de histéresis es *extremadamente estable*, tanto en amplitud como en fase, a pesar de las fluctuaciones del voltaje de suministro, y por ello es que se usa mucho para impulsar tocacintas de alta calidad, tocadiscos compactos, tocadiscos normales, etc. Dado que es posible producir un par de reluctancia más económicamente que un par de histéresis, para la misma potencia fraccional, los motores síncronos de histéresis de alto par son más costosos que los motores síncronos de par de alta reluctancia de la misma capacidad.

A causa de su baja inercia, los motores monofásicos pequeños de histéresis se aceleran a la velocidad síncrona en pocos ciclos de corriente de entrada. Estos motores encuentran gran aplicación en los mecanismos de regulación y relojes, en los cuales la velocidad síncrona, para dos polos, es de 3600 rpm. Esta velocidad se presta mucho para reducciones con engranajes de alto par, es decir, 1 rpm, para el segundero y/o una rph para el minuterio, etc.

Una importante aplicación del motor polifásico (bi o trifásico) de histéresis se da en los rotores de giroscopios de guía inerciales, que necesitan una velocidad *absolutamente constante* como función de la frecuencia de línea.

## 8-29 MOTORES SUBSINCRONOS

Otro tipo de motor de histéresis es el *motor subsíncrono*, cuyas laminaciones de polos salientes, pero cilíndricas, se muestran en la figura 8-34b. Este motor arranca del mismo modo que el motor de histéresis que se describió en la sección 8-28. A la velocidad síncrona, los polos del rotor inducidos en el rotor de histéresis permanecen firmes en lugares fijos de la superficie del rotor, al girar éste en sincronismo con el campo magnético del estator.

Se debe hacer notar también que el par de histéresis es eficaz cuando los dos tipos de rotor (figura 8-34) giran a velocidad menor que la síncrona. Por ejemplo, las laminaciones del rotor subsíncrono que se muestran en la figura 8-34b tienen 16 polos y giran a 450 rpm. Pero el par de histéresis, a diferencia del de reluctancia, es independiente de la velocidad del rotor. Si el rotor gira a velocidad menor que la síncrona, los polos inducidos (que deben llegar a la velocidad síncrona ya que están inducidos por el campo giratorio del estator) se mueven por la superficie del rotor a velocidad de "deslizamiento", es decir, a una velocidad igual a la diferencia entre la velocidad síncrona y la del rotor.

En el caso del motor subsíncrono, si el par que se aplica es *demasiado grande* en su velocidad síncrona normal, basada en el número de polos salientes en el rotor,

el motor girará a una velocidad subsíncrona determinada por un múltiplo entero del número de polos en las laminaciones (en este caso, 32 polos o 225 rpm). Como el par varía en proporción inversa a la velocidad, cuando baja ésta el motor subsíncrono desarrolla más par. Engranado *eléctricamente* como reductor de velocidad, este motor subsíncrono puede dar pares bastante altos a velocidades bajas pero constantes.

Una diferencia final entre el par de reluctancia y el par de histéresis es que todos los motores con par de reluctancia necesitan par de arranque como motores de inducción para llegar bastante cerca de la velocidad síncrona, al punto en que puede tener lugar la sincronía como resultado del par de reluctancia (secciones 1-2 y 8-17) y en que el motor trabaja como motor de reluctancia a velocidad síncrona constante. Por lo tanto, ningún motor de reluctancia tiene arranque propio.

Los motores de histéresis y los subsíncronos *sí son* de arranque propio, como resultado de técnicas de fase partida o de polo sombreado, y llegan hasta la plena velocidad síncrona, desarrollando alta resistencia en el rotor debido a las pérdidas por histéresis y, en consecuencia, tienen alto par de arranque pero mejor par de histéresis en marcha normal que los motores de par de reluctancia.

## 8-30 FUENTES DE ESTADO SOLIDO (ESTATICAS) PARA LA CD DEL CAMPO

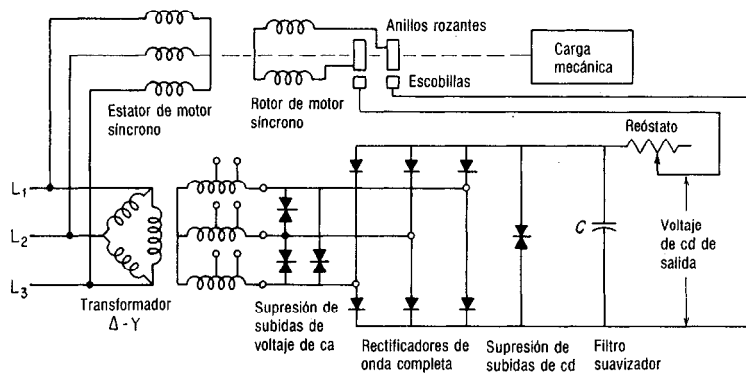
Puesto que la cd no se puede conseguir con facilidad en la mayor parte de las instalaciones industriales, los motores grandes polifásicos síncronos tienen normalmente un excitador, que es un generador de cd con excitación propia montado en el mismo eje que el motor, como se describe en la sección 8-4. El desarrollo de rectificadores de silicio, de estado sólido, para alta corriente, impulsó la fabricación de motores síncronos sin excitadores y también de los *motores síncronos sin escobillas*.

En lugar del excitador, una fuente de poder *estática* de cd se obtiene fácilmente a partir del suministro trifásico, que también abastece al estator del motor síncrono. En la *figura 8-35* se muestra ese suministro, en el cual hay una transformación delta-estrella (sección 13-14) que da el voltaje de ca reducido que se desea rectificar, el que a su vez da el voltaje de cd que se desea. Se emplean seis rectificadores de silicio para dar rectificación de onda completa y cuatro supresores de voltaje para eliminar posibles daños a los rectificadores de silicio debidos a estados transitorios de voltaje.

El capacitor *C* a la salida funciona como filtro de suavizamiento que proporciona una cd casi pura al campo del motor síncrono, a través de las escobillas conectadas con los anillos rozantes del rotor del motor.

## 8-31 MOTOR SINCRONO SIN ESCOBILLAS

La eliminación del excitador en el eje del motor síncrono suprimió los problemas relacionados con la conmutación de un generador de cd y el chisporroteo de las escobillas conectadas al conmutador. Pero, como se ve en la *figura 8-35*, todavía es necesario suministrar la cd a través de las escobillas y anillos rozantes, y para eliminar el mantenimiento de estos últimos se creó el *motor síncrono sin escobillas*.

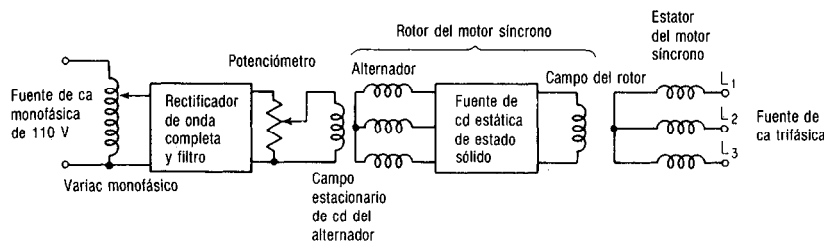


**Figura 8-35** Fuente de cd estática de estado sólido para un motor síncrono.

En la **figura 8-36** se muestra un diagrama de bloques de un tipo de motor síncrono sin escobillas. De hecho, el sistema incorpora la rectificación de la **figura 8-35** con las siguientes modificaciones:

1. Los rectificadores de silicio de la **figura 8-35** están sustituidos por tiristores o por rectificadores controlados de silicio (SCR).
2. Los rectificadores controlados de silicio se disparan mediante transistores, los que controlan la salida de cd del tiristor.
3. El transformador de la **figura 8-35** se sustituye por un alternador de ca que tiene un campo de cd estacionario y una armadura polifásica giratoria en la cual se generan voltajes de corriente alterna. La excitación de cd del motor síncrono se controla mediante un variac monofásico que hay en el campo estacionario de cd del alternador polifásico, que está en el mismo eje del rotor que el campo del rotor del motor síncrono, como se ve en la **figura 8-36**.
4. El rotor del motor síncrono, como se muestra en la **figura 8-36**, lleva la armadura del alternador, el control de cd estático y el sistema de rectificación, que consta de los transistores y tiristores que se acaba de describir, así como del campo del rotor del motor síncrono.

Estas cuatro modificaciones, como se muestra en la **figura 8-36**, proporcionan una forma de controlar la excitación de cd del campo de un motor síncrono sin necesidad de excitador ni de ningún tipo de anillos rozantes o escobillas.



**Figura 8-36** Diagrama de bloques de un motor síncrono sin escobillas.



El menor costo y la mayor confiabilidad de los paquetes de rectificación de estado sólido han impulsado el desarrollo de varios tipos de motores síncronos sin escobillas en los intervalos de potencias baja y mediana y monofásicos. Se espera que continúe esta tendencia debido a las ventajas de este tipo de motor, que son la ausencia de problemas de conmutación, de chisporroteo, y de mantenimiento de escobillas, característicos de los motores síncronos convencionales.

## 8-32 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Acción desmagnetizante** Efecto de la reacción de armadura que reduce el flujo mutuo en el entrehierro.

**Acción magnetizante** Cualquier efecto que produce flujo adicional para ayudar o aumentar el flujo mutuo de entrehierro.

**Angulo de par** Angulo de adelanto o retraso, en grados eléctricos, entre el centro del polo del rotor y el centro de un polo opuesto en el estator de una dinamo síncrona. Cuando el ángulo del par es *positivo*, la dinamo está en el modo *generador*. Cuando el ángulo del par es *negativo*, o menor que cero, la dinamo está en el modo *motor*.

**Bajoexcitación** Véase *subexcitación*.

**Cambiador de frecuencia** Conjunto motor-generador cuya entrada al motor opera en la frecuencia de línea y cuya salida da una frecuencia mayor o menor que la anterior.

**Capacitor síncrono** Motor síncrono que trabaja sin carga mecánica y que suministra o absorbe potencia reactiva en adelanto.

**Corrección del factor de potencia** Diversos modos de mejorar, o elevar, el FP empleando dispositivos conectados con la línea, en paralelo con las cargas existentes, para tomar corrientes en adelanto de dichas líneas.

**Cuadrícula de tabulación de potencia** Tabla que muestra los componentes horizontales y verticales de la potencia compleja, respectivamente, para las condiciones de carga original, agregada y final, así como el factor de potencia de cada una.

**Curvas V** Familia de curvas para un motor síncrono que muestran la relación entre la corriente de armadura y la de campo para valores constantes de cargas con FP en adelanto, en atraso y unidad.

**Devanados amortiguadores** Conductores en cortocircuito permanente embebidos en las caras polares de un motor síncrono.

**Excitación normal** Caso en el cual el voltaje generado de excitación y el voltaje de fase en la barra de distribución son de magnitud aproximadamente igual y en el que la corriente de fase que toma el motor está en fase con el voltaje de fase, produciendo un estado de FP unidad.

**Factor de potencia** Relación de watts totales a volt-amperes totales (rms).

**Factor de potencia en adelanto del motor** Corriente de fase de la armadura de un motor que está adelantada con respecto al voltaje como resultado de la carga y de la sobreexcitación del campo.

**Factor de potencia en atraso del motor** Corriente de fase de la armadura de un motor que está retrasada con respecto al voltaje como resultado de la carga y la subexcitación del campo.

**Motor de histéresis** Motor síncrono monofásico de inducción o de polo sombreado que lleva a sincronismo y a la marcha normal mediante el par de histéresis.

**Motor de reluctancia** Motor monofásico síncrono de inducción de polos salientes que arranca y llega a la velocidad síncrona como motor de inducción, pero que entra en sincronismo como resultado del par de reluctancia.

**Motor síncrono** Dínamo síncrona que tiene los polos de campo excitados con cd para transformar energía eléctrica en mecánica y cuya velocidad media es exactamente proporcional a la frecuencia del suministro de corriente eléctrica.

**Motor síncrono de inducción** Motor que arranca y llega a su velocidad como motor de inducción, pero que entra en sincronismo como resultado del par de reluctancia. Una vez en sincronismo, trabaja a velocidad constante como motor síncrono.

**Motor síncrono sin escobillas** Motor síncrono polifásico o monofásico que no necesita de suministro externo de cd para su devanado de campo en el rotor.

**Motor subsíncrono** Un tipo de motor de histéresis con rotor multipolar que, según sea la carga aplicada, trabaja a diversos submúltiplos de la velocidad síncrona en el par de histéresis.

**Motor supersíncrono** Motor síncrono que tiene rotor *símplex* capaz de arrancar y bajar al par máximo del motor síncrono.

**Par de histéresis** Par que se produce por la magnetización del rotor de un motor de histéresis como resultado de corrientes parásitas inducidas en el rotor.

**Par de reluctancia** Par desarrollado por los motores síncronos de polos salientes o síncronos de inducción que se debe a variaciones en el entrehierro producidas por la reacción de armadura.

**Par síncrono** Par que se desarrolla en un motor síncrono dado como función de la excitación del campo y del seno del ángulo del par o la carga mecánica sobre el eje del motor.

**Polo no saliente** Polo de campo en un rotor que no se proyecta de la superficie de éste.

**Polo saliente** Polo de campo que se proyecta del yugo o cubo hacia el núcleo del devanado de armadura.

**Potencia compleja** Producto fasorial del voltaje y la corriente conjugada en una impedancia dada de un circuito de ca. Se usa la potencia compleja para que los triángulos de impedancia y de potencia sean semejantes, con la relación  $|I^2|$ .

**Reactor síncrono** Capacitor síncrono cuya excitación se controla automáticamente para mantener una caída por impedancia mínima y constante, en las líneas de transmisión, a fin de tener un voltaje constante en la carga, independiente de las variaciones en la corriente y en el factor de potencia de la carga.

**Rotor con devanados amortiguadores de fase** (Véase *rotor símplex*.)

**Rotor símplex** Construcción especial del rotor de un motor síncrono que emplea cinco anillos rozantes para un rotor trifásico devanado y un devanado de campo de cd, que se usa en el motor *supersíncrono*.

**SCR** Siglas de las palabras inglesas que denominan al rectificador controlado de silicio. (Véase *tiristor*.)

**Sobreexcitación** Caso en el que el voltaje generado de excitación es mayor que el voltaje de fase y en el que la corriente de armadura precede al voltaje de fase, produciendo un estado de FP en adelanto.

**Subexcitación** Caso en el que el voltaje generado de excitación es menor que el voltaje de fase en un motor síncrono y en el que la corriente de armadura está retrasada con respecto al voltaje de fase, produciendo una condición de FP en retraso.

**Teorema de Tellegen** Para cualquier circuito o sistema dados, que cumplan las leyes de corriente y de voltaje de Kirchhoff, la suma algebraica de todos los *productos* de corriente y voltaje de ramal, respectivamente, es cero, independientemente de la conexión del circuito.

**Tiristor** Un dispositivo semiconductor biestable que tiene tres o más empalmes capaces de conmutar del estado de ENCENDIDO (ON) al de APAGADO (OFF), o viceversa. El rectificador controlado de silicio es un tipo de tiristor.

**Velocidad síncrona** Velocidad de rotación del flujo magnético que se produce enlazando el devanado primario y que varía en proporción a la frecuencia para una dinamo dada.

## 8-33 PREGUNTAS

- 8-1 Mencionar el nombre de dos factores que hagan que se "motorice" un alternador.
- 8-2 Escribir la ecuación que determina la velocidad promedio de un motor síncrono.
- 8-3 ¿Por qué el motor síncrono es un caso especial de una dinamo con excitación doble?
- 8-4
  - a. Explicar por qué un motor síncrono no es de arranque propio inherente.
  - b. Explicar por qué un motor síncrono trabaja a la velocidad síncrona o no trabaja en absoluto.
- 8-5
  - a. Describir cuatro métodos que se usen para poner en marcha motores síncronos.
  - b. Explicar cuál de los cuatro métodos se usa con mayor frecuencia y por qué.
- 8-6
  - a. A partir de las condiciones del ejemplo 8-1, definir la "excitación normal".
  - b. Describir la excitación normal mediante un diagrama fasorial que muestre a  $V_p$ ,  $I_a$ ,  $E_r$  y  $E_{gp}$ .
  - c. ¿Qué son el factor de potencia y el ángulo  $\theta$  del factor de potencia, bajo condiciones de excitación *normal*?
- 8-7 Bajo condiciones de excitación normal, describir el efecto del aumento de carga en un motor síncrono.
  - a. Sobre el ángulo del par,  $\beta$  o  $\alpha$
  - b. Sobre el ángulo del factor de potencia,
  - c. Sobre la corriente de armadura,  $I_a$ .
- 8-8 Repetir la pregunta 8-7a, b y c para el efecto de un aumento de carga en un motor síncrono que esté
  - a. Subexcitado.
  - b. Sobreexcitado.
- 8-9 Trazar la familia de curvas  $V$  de un motor síncrono para los casos sin carga, media carga y plena carga, en donde se vea
  - a. La relación entre la corriente de armadura y la de campo.
  - b. La relación entre el factor de potencia y la corriente de campo.
- 8-10 Empleando las curvas que se trazaron para la pregunta 8-9, explicar
  - a. Por qué es necesario aumentar la excitación para obtener la corriente mínima al aplicar la carga.
  - b. Por qué a cualquier carga el factor de potencia disminuye y la corriente de armadura aumenta si se hace variar la corriente de campo arriba y abajo de la excitación normal.
  - c. ¿Cómo se puede "sobrecargar" un motor síncrono sin que haya carga conectada a su eje?

- 8-11 a. Describir una ventaja inherente de un motor síncrono sobre uno de inducción, como fuente de potencia mecánica.
- b. ¿Qué es un capacitor síncrono y cómo se puede distinguir de un motor síncrono?
- c. ¿Cuáles son los tres FP nominales que se usan en los motores síncronos y por qué dichos motores tienen tamaños diferentes para la misma potencia (hp) nominal?
- 8-12 a. Indique si existe un límite económico para el mejoramiento del FP y, en caso afirmativo, cuál es
- b. Además de la corrección del FP, indicar otra aplicación del empleo de un capacitor síncrono en los sistemas de transmisión.
- c. Además de la corrección del FP y de ser fuente de potencia mecánica, indicar una aplicación adicional del motor síncrono.
- 8-13 Enumere las ventajas de los motores síncronos sin escobillas, con respecto a los motores síncronos polifásicos convencionales.

## 8-34 PROBLEMAS

### 8-1 Calcular

- a. La frecuencia del voltaje que se debe aplicar al estator de un motor síncrono trifásico de 10 polos, 220 V, que se necesita para hacerlo trabajar a 1200 rpm.
- b. El número de polos que necesita tener un motor síncrono trifásico de 220 V para trabajar a una velocidad de 500 rpm cuando se aplica corriente de 50 Hz al estator.
- c. La velocidad a plena carga de un motor síncrono de 36 polos, 60 Hz, 220 V, en rpm y rad/s.

8-2 Un motor síncrono de 50 hp, FP unidad, de 60 Hz, conectado en estrella, de 220 V y polos no salientes tiene una corriente nominal de armadura igual a 108 A y trabaja a una velocidad de 450 rpm. Se ajusta la excitación del campo del motor para producir un voltaje generado de fase igual al voltaje de fase aplicado sin carga, y se produce un ángulo de par igual a 1 grado mecánico. Calcular

- a. El número de polos del rotor no salientes.
- b. El número de grados eléctricos  $\alpha$  que se retrasa el campo del estator.
- c. El voltaje de fase  $E_r$  que resulta entre los voltajes de fase aplicado y generado.
- d. El ángulo  $\delta$  entre el voltaje resultante  $E_r$  y el voltaje de fase aplicado,  $V_p$ .
- e. La corriente de fase que toma el motor si la impedancia de fase es igual a  $1.0 \angle 84.3^\circ \Omega$ .
- f. El factor de potencia y el ángulo  $\theta$  del motor.
- g. La potencia total que toma el motor de las barras de distribución y la potencia que desarrolla la armadura.

8-3 Repetir el problema 8-2 para una carga que produce un ángulo de par igual a 2.5 grados mecánicos.

8-4 Repetir el problema 8-2 para una carga que produzca un ángulo de par igual a 3 grados mecánicos y un voltaje generado por fase igual a 150 V.

8-5 Repetir el problema 8-2 para una carga que produzca un ángulo de 3 grados mecánicos y un voltaje generado por fase igual a 100 V.

- 8-6 De acuerdo con los cálculos de los problemas 8-2 a 8-5, calcular y hacer una tabla de cada uno de los casos de carga para:
- La potencia desarrollada en hp.
  - El par desarrollado en lb·pie y en N·m.
  - Sacar inferencias respecto al efecto de aumentar la carga y mantener constante la excitación (problema 8-2 en comparación con el 8-3).
  - Sacar inferencias respecto al efecto de mantener "constante" el ángulo del par y disminuir la excitación (problema 8-4 en comparación con el 8-5).
- 8-7 Calcular y hacer una tabla de la potencia de salida, en hp, y el par, en lb·pie si las eficiencias del motor síncrono a las diversas condiciones de carga y excitación son
- 70 por ciento en el problema 8-2.
  - 75 por ciento en el problema 8-3.
  - 85 por ciento en el problema 8-4.
  - 80 por ciento en el problema 8-5.
  - Explicar las diferencias entre los caballos y el par *desarrollados* en comparación con los caballos y el par *de salida*.
- 8-8 Se aumenta la carga del motor del problema 8-2 hasta que el ángulo del par de la carga sea exactamente igual al ángulo de la impedancia síncrona, que es de  $84.3^\circ$ . La excitación es normal. En este punto crítico, calcular
- El voltaje de fase resultante,  $E_r$ , entre los voltajes aplicados por fase y generados por fase.
  - El ángulo  $\delta$  entre el voltaje de fase resultante  $E_r$  y el voltaje aplicado  $V_p$ .
  - La corriente de armadura y la relación de corriente de armadura y la corriente nominal (108 A).
  - La potencia, en hp, y el par, en lb·pie, que se desarrollan.
  - La relación de potencia y par desarrollados a potencia y par de salida nominal.
- 8-9 Un motor síncrono de 100 hp, 550 V, 8 polos, conectado en estrella y de polos no salientes, se conecta a una carga que mantiene constantemente un ángulo mecánico de par igual a 2.5 grados. La resistencia y reactancia síncrona de la armadura por fase son, respectivamente,  $0.2 \Omega$  y  $1.8 \Omega$ . Suponiendo carga constante, independientemente de los cambios de excitación en los cuales ésta aumenta progresivamente de 225 V, 323 V y 450 V de voltajes generados por fase, *calcular y tabular* (para tener una referencia práctica y comparar) lo siguiente:
- El voltaje  $E_r$  resultante por fase.
  - La corriente  $I_p$  de armadura por fase.
  - El factor de potencia.
  - La entrada total de potencia,  $P_i$ .
  - La potencia total que se desarrolla,  $P_d$ .
  - El par que se desarrolla en el rotor,  $T_d$ .
- 8-10 Para las tres excitaciones que se dieron en el problema 8-9, calcular el par máximo que desarrolla el rotor y tabularlo del mismo modo que en el problema anterior. (Sugerencia: emplear  $\alpha_{\text{máx}} = \tan^{-1}(X_s/R_a)$ ).
- 8-11 De acuerdo con las tablas de los problemas 8-9 y 8-10, explicar
- El efecto de una mayor excitación sobre el par desarrollado y el factor de potencia del motor.
  - Por qué el factor de potencia siempre está en retraso en la tabla del problema 8-10.

- 8-12 Calcular las características de un capacitor síncrono trifásico para elevar el FP de una carga de 20000 kW que trabaja con un FP de 0.6 en retraso, hasta un FP igual a
- 0.8 en retraso, sin tomar en cuenta las pérdidas del capacitor.
  - Uno, suponiendo que el capacitor síncrono tiene un FP del 10 por ciento en adelanto.
  - En la parte (b), ¿cuántos kilowatts más se agregan al sistema para tener el total de kilovolt-amperes original?
- 8-13 Un alternador trifásico de 50000 kVA se carga a la capacidad nominal a un FP igual a 0.7 en retraso. Un capacitor síncrono con FP de 0.1 en adelanto corrige el FP del sistema y lo lleva a la unidad. Calcular
- Los kilowatts adicionales que puede entonces suministrar el alternador a la carga con FP unidad.
  - Los kilovolt-amperes nominales del capacitor síncrono que se necesitan para llevar a cabo esta corrección.
- 8-14 Una zona industrial tiene un carga de 4000 kVA a FP 0.6 en retraso. Se agrega un motor síncrono de 800 hp, que tiene una eficiencia de 88 por ciento, para suministrar la carga nominal, pero principalmente para mejorar el FP general hasta 0.9 en retraso. Calcular
- El FP al que trabaja el motor síncrono.
  - Los kilovolt-amperes nominales del motor síncrono
  - La producción de potencia útil, en hp, si el motor síncrono de la parte (b) estuviera trabajando para impulsar una carga con FP unidad (suponer la misma eficiencia).
- 8-15 Un cambiador de frecuencia que tiene dos dínamos síncronas acopladas entre sí consiste en un alternador de 10 polos y 50 Hz impulsado por un motor de 60 Hz. Calcular el número de polos que debe tener el motor.

# Dínamos polifásicas de inducción (asíncronas)

### 9-1 GENERALIDADES

En los capítulos anteriores hemos descrito la dínamo de cd, que trabaja con un voltaje de cd aplicado a su devanado de campo y, como resultado de la rotación o conmutación, con un voltaje de ca aplicado a su devanado de armadura. También vimos la dínamo síncrona de ca que, como la de cd, tenía un voltaje de cd aplicado a su devanado de campo y un voltaje de ca aplicado directamente a su devanado de armadura. Ambas dínamos se consideran como máquinas *de doble excitación o con excitación doble* debido a que se necesitan dos fuentes de voltaje de excitación para su funcionamiento normal. En las secciones 8-25 a 8-29 se describieron tipos especiales de motores síncronos, aquellos en los cuales los polos de campo estaban permanentemente magnetizados y sólo necesitan una fuente de excitación para su funcionamiento normal (desde sin carga hasta plena carga), aunque a estas máquinas se les considera en realidad también como de doble excitación.

Como primera impresión, la dínamo de inducción podría considerarse también como una dínamo de excitación sencilla, porque sólo se aplica corriente alterna polifásica a su estator. Sin embargo, se mostrará que se induce un voltaje de corriente alterna de frecuencia variable en su rotor, casi del mismo modo en el que se induce un voltaje de ca mediante acción de transformador en el secundario de uno de esos transformadores (capítulo 14). La dínamo de inducción, en consecuencia, es una de doble excitación que tiene un voltaje de ca aplicado *tanto en su devanado de estator (armadura) como en su devanado de rotor*.<sup>1</sup> El voltaje aplicado en la armadura del estator es un voltaje de *excitación* de frecuencia constante (normalmente) y potencial constante (normal-

<sup>1</sup> Por esas razones, en el diseño de una dínamo "universal" el rotor cilíndrico tiene en general un voltaje de cd nominal bajo y un voltaje de ca nominal correspondientemente más elevado debido a su mayor impedancia a la corriente alterna. Cuando se aplica corriente directa al rotor devanado, trabaja como una dínamo síncrona de ca. Sin embargo, como generador o motor de inducción, el voltaje de ca que se induce es bastante mayor. Además, en los diversos tipos de control de velocidad del motor de inducción de ca, este voltaje secundario se aplica (al rotor de un motor de inducción excitado desde la línea) desde otra dínamo, llamada control de voltaje "externo" secundario o concatenación. Véase Kosow, *Control of Electric Machines* (Control de máquinas eléctricas), Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1973), secciones 7-5 a 7-9.

mente) suministrado por una barra de distribución polifásica o monofásica, idéntica a la de la dinamo síncrona. El voltaje que se aplica al rotor es un voltaje *inducido* de frecuencia y potencial variables que se produce como consecuencia de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona.

De todos los tipos de motores estudiados hasta aquí, de cd y ca síncronos polifásicos, el motor de inducción de jaula de ardilla es el de construcción más simple. No tiene conmutador, ni anillos rozantes ni contactos móviles entre el rotor y el estator. Esta construcción tiene muchas ventajas incluyendo su desempeño libre de mantenimiento, sus aplicaciones a lugares aislados y su trabajo en ambientes hostiles a la maquinaria, donde hay polvo y otros materiales abrasivos. Por todo ello es el motor polifásico de ca que más se usa.

Si bien el motor de inducción es quizá el más sencillo de todos los motores, en su funcionamiento y operación, su teoría es altamente complicada.

## 9-2 CONSTRUCCION

En la sección 2-5 se describió la construcción general de la dinamo de inducción, misma que se muestra en la figura 2-4. La armadura del estator es idéntica a la de la dinamo síncrona de ca y no requiere detalles de fabricación. El núcleo del rotor de un motor de inducción es un cilindro de acero laminado en el cual se *vacían* o se *devanan* los conductores de cobre o aluminio en forma total, o aproximadamente paralela al eje longitudinal en ranuras o agujeros en el núcleo. Los conductores no necesitan aislarse del núcleo, porque las corrientes inducidas en el rotor siguen la trayectoria de resistencia mínima, es decir, el cobre o aluminio vaciados, o los conductores de aleaciones de cobre del devanado del rotor.

En el rotor *de jaula de ardilla*, los conductores de éste están conectados en cortocircuito en ambos extremos mediante anillos continuos (de aquí su nombre de "jaula de ardilla"). En los rotores más grandes, los anillos extremos se soldan con los conductores, en lugar de ser vaciados. Las barras de rotor de jaula de ardilla no siempre son paralelas a la longitud axial del rotor. Pueden estar desviadas cierto ángulo con el eje del rotor para evitar los saltos y producir un par más uniforme, así como para reducir el "zumbido" magnético durante el funcionamiento del motor (sección 2-17.5).

Los rotores *devanados* se fabrican con conductores de cobre, en general aislados del núcleo de hierro y se conectan en estrella en las máquinas trifásicas o en forma de estrella en las dinamos polifásicas de inducción. Cada extremo del devanado de fase se saca a *anillos rozantes* que están aislados del eje del rotor. Normalmente el devanado del rotor no se conecta a una fuente de cd o de ca, pero se puede emplear con cualquiera de las dos fuentes, con la primera en la dinamo *universal* y con la segunda en *concatenación*.<sup>2</sup> En general, una resistencia variable balanceada trifásica o polifásica se conecta a las escobillas de los anillos rozantes como una forma de hacer variar la resistencia total del rotor por fase.

Debido a su alto costo inicial y mayores costos de mantenimiento, los rotores devanados se usan sólo cuando 1) se necesitan altos pares de arranque, 2) se desea controlar la velocidad y 3) se introducen voltajes externos al rotor.

<sup>2</sup> Véase la nota de pie de página núm. 1.



### 9-3 PRODUCCION DE UN CAMPO MAGNETICO ROTATORIO POR APLICACION DE CA POLIFASICA A LA ARMADURA DEL ESTATOR

Se puede producir un campo magnético resultante rotatorio y constante que gira a velocidad síncrona ( $S = 120f/P$ ) mediante cualquier grupo polifásico de devanados que esté desplazado en el espacio sobre una armadura, si las corrientes que pasan por los devanados también están desplazadas en el tiempo. Por ejemplo, si un devanado bifásico también está desplazado físicamente  $90^\circ$  en un estator, se producirá un campo rotatorio constante (sección 10-5) porque las corrientes de fase también están desplazadas en el tiempo. Por lo tanto, todas las máquinas trifásicas de inducción, para producir un campo magnético rotatorio constante, necesitan tres devanados idénticos e individuales, desplazados  $120^\circ$  en el estator y que conduzcan corrientes también desplazadas  $120^\circ$  en su fase o en el tiempo.

La figura 9-1a muestra el diagrama fasorial de las corrientes que pasan por la armadura del rotor trifásico en secuencia de fases ABCABCA. En la figura 9-1b se muestra la relación gráfica y variación senoidal de cada corriente para un ciclo. La figura 9-1c muestra el desplazamiento en el espacio de un devanado trifásico concentrado típico conectado en estrella.

Nos damos cuenta, por nuestro estudio de los devanados de la máquina síncrona de ca (secciones 2-14 a 2-17), que los conductores de cada arrollamiento de fase están distribuidos de modo uniforme sobre la armadura del estator. El diagrama de la figura 9-1c, en donde se emplean bobinas concentradas y no distribuidas, nos permite predecir el flujo resultante producido por todas las bobinas de una fase.

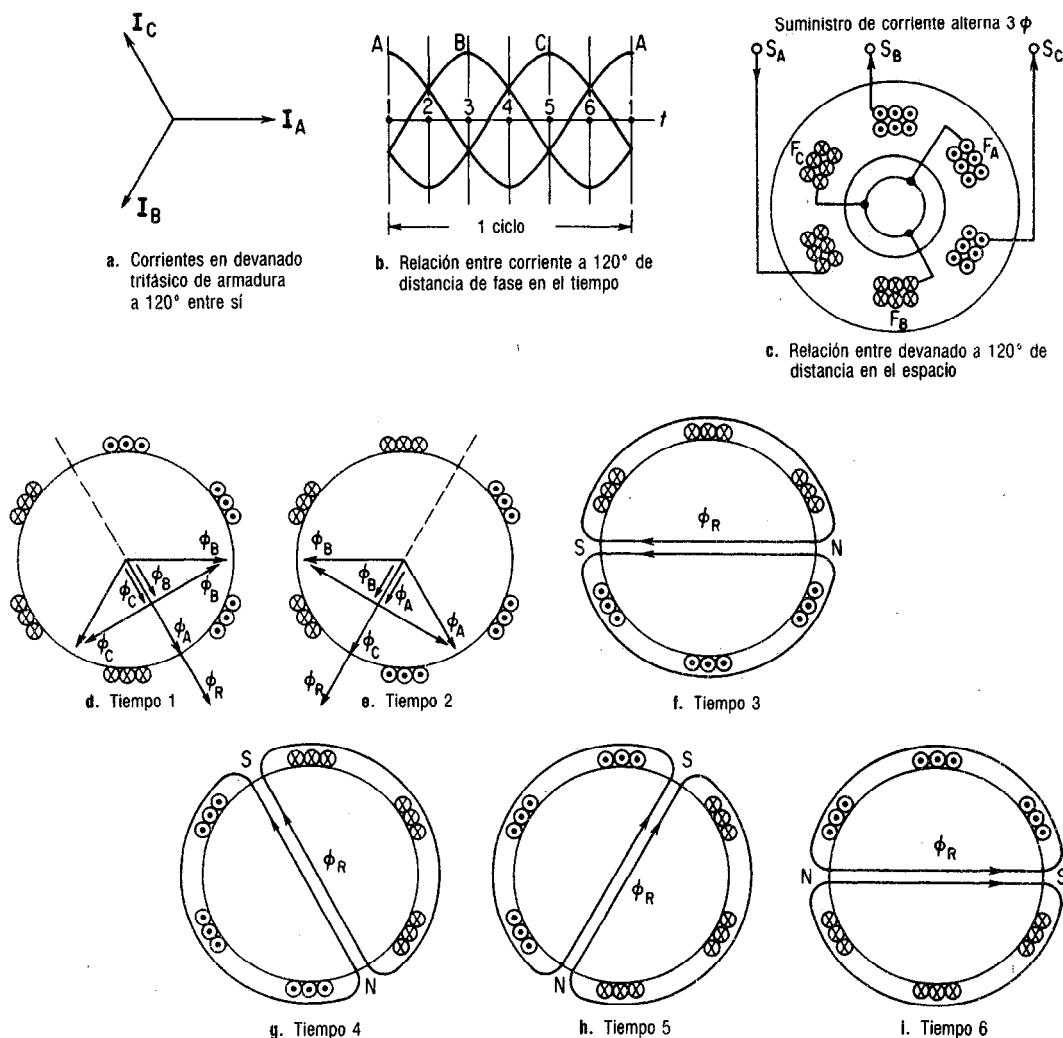
Cada grupo de fase en la figura 9-1c consta de doce conductores o seis bobinas por fase, cuyos extremos "de terminación" (de cada fase),  $F_A$ ,  $F_B$  y  $F_C$ , se conectan a un punto común. El "inicio" correspondiente de cada fase,  $S_A$ ,  $S_B$  y  $S_C$ , está conectado a la fuente de voltaje trifásico. En el tiempo  $t_1$  que se indica en la figura 9-1b, se muestra la corriente en cada bobina de cada devanado (arrollamiento de fase). En el tiempo  $t_1$  la fase A está en un máximo en una dirección, mientras que la corriente de los arrollamientos B y C de fase es igual exactamente a 0.707 por su valor máximo en su dirección opuesta. Adviértase que, en las figuras 9-1c y d, para el tiempo  $t-1$ , las direcciones de la corriente en B y C son opuestas a la de A.

Los flujos que producen esos arrollamientos de fase se muestran en la figura 9-1d, usando la regla de la mano derecha. Obsérvese que  $\phi_B$  y  $\phi_C$  sobre  $\phi_A$  producen un flujo  $\phi_R$  resultante. Los componentes de cuadratura de esas proyecciones se contrarrestan entre sí porque son iguales y de fase opuesta. Se sigue el mismo procedimiento en el tiempo  $t_2$ , en el que la corriente de la fase B se ha invertido y es ahora igual a la de la fase A y tiene la misma dirección que ella, que ha disminuido a 0.707 de su valor máximo. Se encuentra C ahora en un máximo en este tiempo  $t_2$ . El flujo resultante se grafica de nuevo para cada fase y esta vez  $\phi_A$  y  $\phi_B$  producen componentes de cuadratura, que se anulan entre sí, y componentes en fase con  $\phi_C$  para producir una resultante  $\phi_R$  de la misma magnitud que la que había en el tiempo  $t_1$ . Así, en el tiempo  $t_2$ , 60 grados eléctricos después que el tiempo  $t_1$ , el flujo resultante ha girado  $60^\circ$  pero su magnitud es constante.

Si examinamos el eje de  $\phi_R$  en los instantes  $t_1$  y  $t_2$ , veremos que se puede tratar al estator como un solenoide en el que todos los conductores de un lado de  $\phi_R$  condu-

cen corriente hacia dentro del estator y todos los conductores del otro lado tienen corrientes hacia *fuera* del estator. Así, en el tiempo  $t_3$ , el flujo resultante tendrá dirección horizontal de derecha a izquierda, entrando al estator en un polo S del lado izquierdo y saliendo del estator en un polo N a la izquierda. El lector debe comprobar las direcciones de la corriente y los intervalos de tiempo que se muestran en la figura 9-1b, comparándolos con los intervalos específicos de tiempo que se muestran en los instantes  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  y  $t_6$  en las figuras restantes. Se notará lo siguiente:

1. Se produce un campo magnético *único, constante y giratorio* mediante un devanado trifásico en el estator.
2. El desplazamiento del campo magnético resultante en el espacio corresponde *exactamente* al desplazamiento en el tiempo de la *frecuencia* del suministro.



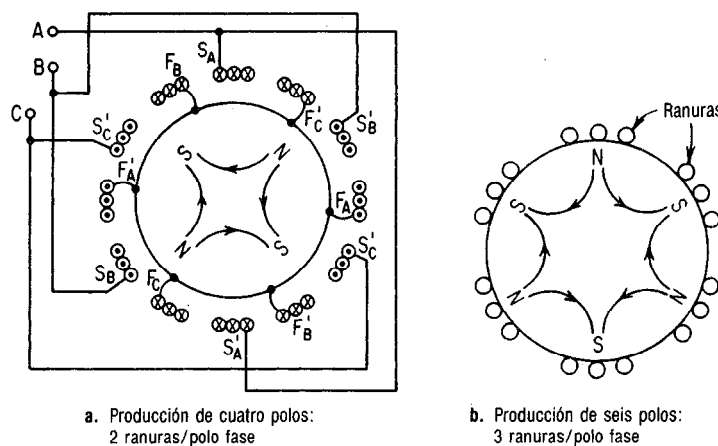
**Figura 9-1** Generación de un campo magnético constante rotatorio a velocidad síncrona producida mediante un suministro trifásico.

El devanado concentrado de la figura 9-1c produjo dos polos empleando seis ranuras para un devanado trifásico [6 ranuras/(3 fases  $\times$  2 polos)], o sea una ranura/polo-fase. Si se emplea un estator que tenga *dos* ranuras por polo por fase, y si las bobinas de la misma fase están desplazadas  $90^\circ$  como se muestra en la figura 9-2a, las corrientes de bobina que resultan producirán un campo magnético giratorio que tiene *cuatro* polos. Igualmente, un estator que tenga *tres* ranuras por polo por fase, como el que se ve en la figura 9-2b en forma de diagrama, producirá un campo magnético giratorio de *seis* polos, y así sucesivamente.<sup>3</sup>

Puesto que el periodo o intervalo de tiempo de la variación senoidal de la corriente, que se muestra en la figura 9-1b, es el mismo en los conductores, la velocidad del campo magnético giratorio varía directamente con la frecuencia, pero inversamente con el número de polos, comprobando de nuevo la ecuación (2-17),  $S = 120f/P$ . Así, la velocidad del campo rotatorio de la figura 9-1 a una frecuencia de 60 Hz es igual a 3600 rpm. De igual manera, la velocidad del campo rotatorio, referida a un polo N unitario, en la figura 9-2a, es 1800 rpm, y en la figura 9-2b es 1200 rpm, y así sucesivamente.

Por lo tanto, se puede considerar que la naturaleza del devanado del estator, en términos de frecuencia y número de polos, producirá un campo magnético rotatorio de magnitud constante cuya velocidad rotatoria o síncrona está expresada por la ecuación (2-17),  $S = 120f/P = 120f/2n$ . Ya que el número de polos *sólo* depende de  $n$ , o sea el devando que se emplee, la velocidad síncrona del campo magnético giratorio de cualquier dínamo asíncrona *dada* es en realidad una función de la *frecuencia* (véase el ejemplo 9-1).

El campo magnético rotatorio que se produce y se muestra en la figura 9-1 ocasiona una rotación en el sentido de las manecillas del reloj cuando la secuencia de fase es ABCABC, como se muestra en la figura 9-1b. Si se intercambian *cualesquiera dos* de los extremos de las líneas a las bobinas del estator, la secuencia de fases invertida



**Figura 9-2** Campos rotatorios con cuatro y seis polos.

<sup>3</sup> Se puede demostrar que el número  $P$  de polos que se producen en un campo magnético giratorio es  $P = 2n$ , en donde  $n$  es el número de ranuras por polo por fase (sección 2-16).

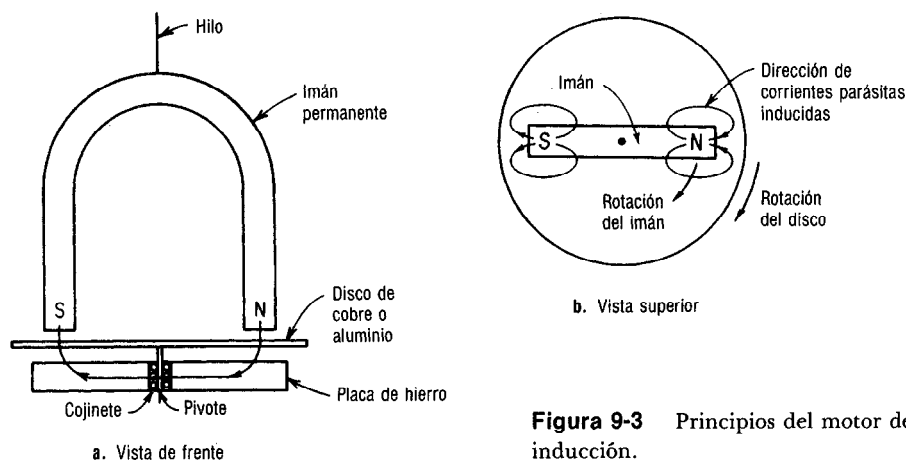
producirá una inversión de la dirección de giro del campo magnético. Como en el motor síncrono de ca, se demostrará que el rotor gira en la *misma* dirección que la del campo magnético giratorio, pero basándose ahora en el *principio del motor de inducción*. En consecuencia, la dirección de giro de *cualquier* motor de inducción se puede invertir simplemente invirtiendo la secuencia de fase: intercambiando *dos* de las tres conexiones de la línea con la barra de distribución del suministro trifásico.

## 9-4 PRINCIPIO DEL MOTOR DE INDUCCION

Se puede ilustrar el principio del motor de inducción con el aparato que se muestra en la **figura 9-3a**. Se suspende un imán permanente de un hilo sobre una tornamesa de cobre o aluminio que gira en un cojinete colocado en una placa fija de hierro. El campo del imán permanente se completa así a través de la placa de hierro. El pivote debería estar relativamente sin fricción y el imán permanente debe tener la suficiente densidad de flujo. Cuando gira el imán en el hilo, se observará que el disco que está debajo gira *con él*, independientemente de la dirección de giro del imán.

El disco sigue el movimiento del imán, como se muestra en la figura 9-3b, debido a las corrientes parásitas inducidas que se producen por el movimiento relativo de un conductor (el disco) y el campo magnético. Por la ley de Lenz (sección 1-6), la dirección del voltaje inducido y de las corrientes parásitas consecuentes produce un campo magnético que tiende a oponerse a la fuerza o movimiento que produjo el voltaje inducido.

En efecto, como se muestra en la figura 9-3b, las corrientes parásitas que se producen tienden a producir a su vez un polo S unitario en el disco en un punto bajo el polo N giratorio del imán y un polo N unitario en el disco bajo el polo S giratorio del imán. Por lo tanto, siempre que el imán continúe moviéndose, continuará produciendo corrientes parásitas y polos de signo *contrario* en el disco que está abajo. El disco, por lo tanto, gira en la *misma dirección* que el imán, pero debe girar a velocidad *menor* que la del imán. Si el disco girara a la misma velocidad que la del imán, *no habría movimiento relativo* entre el conductor y el campo magnético y no se producirían corrientes parásitas en el disco.



**Figura 9-3** Principios del motor de inducción.

Debido a la acción de generador que se desarrolla, que produce corrientes y un campo magnético resultante opuesto, se puede clasificar al motor de inducción como máquina con excitación doble. Además, como en todas las dinamos, mientras que el par electromagnético es el resultado de la interacción entre los campos magnéticos que se producen por dos corrientes de excitación, tiene lugar simultáneamente una *acción de generador*. En el motor *síncrono* de ca, la acción de motor y la de generador se llevan a cabo a la velocidad *síncrona* del campo magnético giratorio. En el motor de inducción, *no* es posible que la acción de motor *ni* la de generador se lleven a cabo a la velocidad *síncrona*. Por esta razón, a las máquinas con *principio de inducción* se les clasifica como dinamos *asíncronas* o *asíncronas* de inducción.

Como se dijo anteriormente, la velocidad del disco *nunca puede ser igual a la velocidad del imán*. Si fuera así, la corriente inducida sería cero y no se produciría flujo o par magnético. Por lo tanto, se debe “deslizar” con retraso en su velocidad para producir par.

Esto ocasiona una diferencia de las velocidades que se producen entre 1) la velocidad *síncrona* del campo magnético giratorio, que es básicamente una función de la frecuencia para una dinamo de inducción dada, y 2) la velocidad de “deslizamiento” a la cual gira el disco como resultado del par que produce la interacción de su campo y el campo magnético giratorio. Esta diferencia de velocidad entre 1) y 2) se llama *velocidad de deslizamiento* o *deslizamiento de revoluciones de la máquina*, y en general se expresa como un porcentaje de la velocidad *síncrona*, como por ciento de deslizamiento simplemente como deslizamiento:

$$s = \frac{\text{velocidad de deslizamiento}}{\text{velocidad síncrona}} = \frac{\text{velocidad síncrona} - \text{velocidad del rotor}}{\text{velocidad síncrona}}$$

$$\text{o sea} \quad s = \frac{(S - S_r) \times 100}{S} \quad (9-1)$$

De acuerdo con la ecuación (9-1), la velocidad del eje de rotor  $S_r$  es

$$S_r = S(1 - s) = 120\left(\frac{f}{P}\right)(1 - s) \quad (9-1a)$$

siendo  $s$  el porcentaje de deslizamiento (para fines de cálculo, el porcentaje se convierte siempre a decimal)

$S$  es la velocidad *síncrona* ( $120f/P$ ) en rpm del campo magnético rotatorio producida por el estator

$S_r$  es la velocidad del rotor en rpm

#### EJEMPLO 9-1

El estator de un motor trifásico de inducción tiene tres ranuras por polo por fase. Si la frecuencia en la línea es de 60 Hz, calcular

- El número de polos que se producen y el número total de ranuras en el estator
- La velocidad en rpm de los campos magnéticos o polos rotatorios
- Si la frecuencia se cambia a 50 Hz, calcular la velocidad del campo magnético rotatorio.

#### Solución

a.  $P = 2n = 2 \times 3 = 6$  polos

Total de ranuras = (3 ranuras/polo-fase)  
 $\times 6$  polos  $\times 3$  fases = 54 ranuras

b.  $S = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 60}{6} = 1200$  rpm (2-17)

c.  $S = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 50}{6} = 1000$  rpm (2-17)

**EJEMPLO 9-2**

Calcular la velocidad del rotor a plena carga si en el ejemplo 9-1 el deslizamiento es

- a. 5 por ciento cuando la frecuencia es 60 Hz  
b. 7 por ciento cuando la frecuencia es 50 Hz.

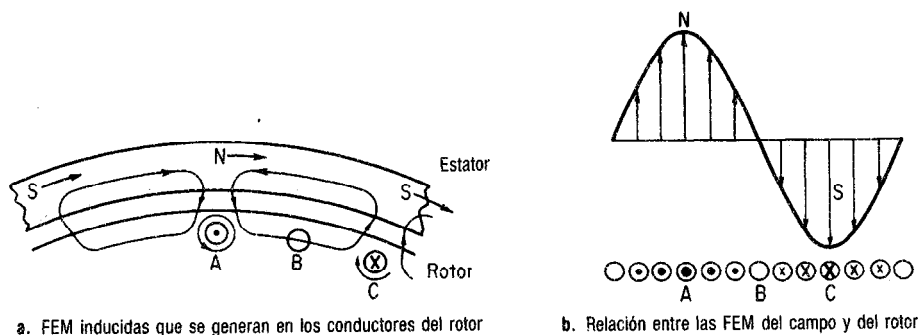
**Solución**

- a.  $S_r = S(1 - s) = 1200(1 - 0.05)$   
 $= 1140 \text{ rpm}$  (9-1a)  
 b.  $S_r = S(1 - s) = 1000(1 - 0.07)$   
 $= 930 \text{ rpm}$  (9-1a)

## 9-5 CONDUCTORES DEL ROTOR, FEM INDUCIDA Y PAR DEL ROTOR EN REPOSO

Como se dijo en la sección 9-2, el rotor de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla se compone de conductores o barras de cobre ó aluminio embebidas en un núcleo de hierro laminado. La figura 9-4a muestra tres de esos conductores de rotor, A, B y C, y su relación con un campo magnético de varios polos producido por un devanado polifásico.

Supongamos que el rotor se atasca (en reposo o detenido, deslizamiento = 100 por ciento) y que el flujo del estator gira a la velocidad síncrona en el sentido de las manecillas del reloj con respecto al conductor A del rotor (estacionario), directamente bajo un polo N unitario. La dirección del movimiento relativo del conductor A es hacia la *izquierda*, para propósitos de la determinación de la FEM inducida (regla de la mano derecha, sección 1-5). Este movimiento relativo produce una FEM hacia el observador y la corriente de ésta produce un flujo en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor de A, como se indica. Con respecto al campo que entra al núcleo de hierro en las cercanías del conductor A, la fuerza que actúa sobre dicho conductor como resultado de la interacción entre los campos magnéticos produce una repulsión en el lado izquierdo y una atracción en el lado del conductor, o sea movimiento en la *misma* dirección que el campo magnético. Por la regla de la mano izquierda (la acción de motor necesita de la regla de la mano izquierda para el movimiento del conductor), se verá que el conductor desarrolla un par electromagnético que tiende a mover al rotor también en la *misma* dirección que la rotación del campo magnético.



**Figura 9-4** Desarrollo de par en los conductores del rotor.

De manera similar, el conductor C, directamente abajo de un polo S unitario en la figura 9-4a, producirá una FEM que se aleja del observador y un campo magnético giratorio en sentido de las manecillas del reloj, que resulta de una corriente inducida que produce movimiento en *la misma* dirección (sentido de las manecillas del reloj) que el campo magnético rotatorio.

Sin embargo, el conductor B en el instante que se muestra en la figura 9-4a no está bajo un cambio en enlazamientos de flujo, y no se induce FEM en él. Todos los conductores que quedan entre A y B en el rotor, por lo tanto, experimentarán diversas magnitudes de FEM y corriente de rotor inducidas, porque están conectadas en cortocircuito en ambos extremos, dependiendo de si están directamente bajo el polo unitario o en la región interpolar, como se muestra en la figura 9-4b.

Así, la *distribución de la FEM* en los conductores del rotor alcanzados por el campo magnético giratorio *se parece*, a cada instante, a la *distribución de flujo*, que se muestra en la figura 9-4b. Es más, ya que el campo gira a una velocidad síncrona, la dirección de la FEM inducida en cualquier conductor dado variará senoidalmente de acuerdo con la magnitud del flujo que lo enlaza, como se muestra en la figura. En efecto, se produce en el rotor el *mismo* número de polos de polaridad instantánea *opuesta* en el rotor que los que hay en el estator (véase ejemplo 9-1).

Estando en reposo, la frecuencia de la FEM inducida en el rotor es igual a la frecuencia del campo magnético rotatorio. Por otro lado, si el rotor fuera capaz de girar a la misma velocidad que el campo magnético rotatorio, es decir, si el conductor A se moviera exactamente a la misma velocidad que la del polo N unitario que se mencionó, no habría voltaje inducido en los conductores del rotor y la frecuencia del cambio o alternación del rotor sería cero. Por lo tanto, la frecuencia que se induce en el rotor varía *inversamente* a la velocidad del rotor desde un *máximo* (frecuencia de línea) estando *en reposo* hasta cero frecuencia a la velocidad síncrona. Pero la ecuación (9-1) muestra que el deslizamiento *también* varía desde un máximo cuando está en reposo el rotor hasta cero a velocidad síncrona. Se puede expresar la frecuencia del rotor como función de la frecuencia y deslizamiento del estator:

$$f_r = s \times f \quad (9-2)$$

en la cual  $f_r$  es la frecuencia del voltaje y la corriente senoidales que se inducen en las barras del rotor a cualquier deslizamiento  $s$  dado, en hertz

$s$  es el deslizamiento, que se define en la ecuación (9-1) como la relación de la velocidad de deslizamiento a la velocidad síncrona, o sea  $(S - S_r)/S$

$f$  es la frecuencia del estator, o frecuencia de línea, así como del campo magnético rotatorio, en hertz

Adviértase que precisamente por el motivo que se encuentra en el ejemplo 9-3 el motor de inducción de rotor devanado puede emplearse como cambiador de frecuencia variable cuando se impulsa su rotor a cualquier velocidad y cuando la FEM inducida en el rotor se quita de sus anillos rozantes (véase sección 9-23). Cuando a un motor de inducción se le impulsa con un primomotor y se le hace trabajar de este modo se le llama *generador de inducción*.

En consecuencia, si el rotor está en reposo (deslizamiento unidad), un generador de inducción generará una frecuencia de rotor igual a  $1 \times 60$ , o sea 60 Hz, como se

muestra en el ejemplo 9-3. Si se lo hace girar exactamente a la velocidad síncrona en la misma dirección que el campo magnético giratorio (deslizamiento cero), su frecuencia generada por el rotor es  $0 \times 60$ , o sea cero.

Si se lo hace girar a la misma velocidad síncrona en dirección opuesta (deslizamiento = 2), la frecuencia que se genera es  $2 \times 60$ , o sea 120 Hz. Si se lo hace girar a dos veces la velocidad síncrona en la dirección opuesta (deslizamiento = 3), la frecuencia que genera es de 180 Hz.

En un generador de inducción, por lo tanto, son posibles deslizamientos mayores que la unidad y también los deslizamientos *negativos* (cuando la rotación es mayor que la velocidad síncrona en la misma dirección).<sup>4</sup> En gran parte, al estudiar las características de un motor de inducción, estaremos tratando con deslizamientos positivos entre la unidad (rotor en reposo) y cero (velocidad síncrona).

Ya que los conductores del rotor tienen una resistencia relativamente baja (barras sólidas de corta longitud conectadas en cortocircuito en cada extremo) pero están embebidos en hierro, poseen la propiedad de inductancia y, en consecuencia, de reactancia inductiva (sección 2-7). Para un rotor dado de dínamo de inducción, la inductancia ( $L_r$ ) de las barras del rotor es una cantidad fija. Varía con el número de vueltas, la permeabilidad y la longitud y superficie del circuito magnético, pero la

### EJEMPLO 9-3

Un motor de inducción de cuatro polos que trabaja a una frecuencia de 60 Hz tiene un deslizamiento del rotor a plena carga igual a 5 por ciento. Calcular la frecuencia del rotor

- En el instante del arranque
- A plena carga.

### Solución

- En el instante de arrancar,  $s = (S - S_r)/S$ , siendo  $S_r$  la velocidad del rotor. Como dicha velocidad en ese instante es cero,  $s = (S - 0)/S = 1$ , o sea deslizamiento unidad. La frecuencia del rotor esotro es  $f_r = s \times f = 1.0 \times 60 \text{ Hz} = \mathbf{60 \text{ Hz}}$  (9-2)
- A plena carga, el deslizamiento es 5 por ciento (dato) y por lo tanto  $s = 0.05$   
 $f_r = s \times f = 0.05 \times 60 \text{ Hz} = \mathbf{3 \text{ Hz}}$  (9-2)

reactancia inductiva del rotor ( $X_r$ ) varía con la frecuencia del rotor y, además, con la inductancia del mismo.

Es difícil la determinación directa de la inductancia del rotor, independientemente de la frecuencia, en especial en las máquinas más grandes. Por lo tanto, se acostumbra calcular la reactancia del rotor en reposo mediante una prueba a "rotor bloqueado", que se usa también en la determinación de la eficiencia, como se describe

<sup>4</sup> Lo importante con respecto a la definición de deslizamiento es la dirección del campo magnético que se toma como referencia. Si el campo giratorio tiene una velocidad síncrona de 1800 rpm en sentido de las manecillas del reloj, entonces una rotación de 1800 rpm del rotor en sentido contrario al de las manecillas del reloj produce una velocidad de deslizamiento igual a  $1800 - (-1800) = 3600 \text{ rpm}$  y un deslizamiento igual a  $3600/1800 = 2$ . También son posibles los deslizamientos negativos si el rotor se impulsa a una velocidad mayor que la síncrona en la misma dirección, digamos 2000 rpm en sentido de las manecillas del reloj, produciendo una velocidad de deslizamiento igual a  $1800 - 2000 = -200 \text{ rpm}$  y un deslizamiento igual a  $-200/1800$ , o sea  $-0.111$ . (Véase sección 9-22.)



en la sección 12-13, para después emplear esta reactancia como norma de referencia. Dado que la frecuencia del rotor aumenta con el deslizamiento [ecuación (9-2)] y la reactancia varía con la frecuencia ( $X_r = 2\pi fL_r$ ), la reactancia del rotor a cualquier frecuencia del mismo es

$$X_r = sX_{lr} \quad (9-3)$$

en la que  $s$  es el deslizamiento, expresado como cantidad decimal

$X_{lr}$  es la reactancia del rotor bloqueado, *en reposo*

Es necesario advertir que la reactancia del rotor bloqueado nunca se debe suponer como la máxima posible debido a que, como se mostró antes, el generador de inducción puede desarrollar reactancias de rotor mayores que la de rotor bloqueado si los deslizamientos son mayores que la unidad. La reactancia de rotor bloqueado es tan sólo una norma o referencia cómoda que simplifica los cálculos.

Si la frecuencia del voltaje ca inducido en las barras del rotor de un motor de inducción varía entre cero a velocidad síncrona y la frecuencia del estator cuando está en reposo, entonces según la ecuación (2-14),  $E = k\phi f$ , el voltaje inducido en el rotor a cualquier deslizamiento también es función del voltaje inducido en reposo con el rotor bloqueado. Esto es,

$$E_r = sE_{lr} \quad (9-4)$$

en la que  $s$  es el deslizamiento expresado como cantidad decimal

$E_{lr}$  es el voltaje inducido en el rotor en reposo a rotor bloqueado

$E_r$  es la FEM inducida en el rotor a cualquier valor de deslizamiento (positivo, negativo, mayor o menor que la unidad) y/o frecuencia del rotor

Así, el voltaje inducido en el rotor, la reactancia del rotor y la frecuencia del rotor varían *todos* en función del *deslizamiento* desde un valor "normal" máximo con rotor en reposo hasta cero cuando la velocidad del rotor es igual a la velocidad síncrona (deslizamiento cero).

El par que desarrolla cada conductor individual en reposo en el rotor<sup>5</sup> se puede expresar en términos del flujo o corriente (produciendo el flujo) en el estator y rotor, respectivamente [de acuerdo con la ecuación (4-4)], como

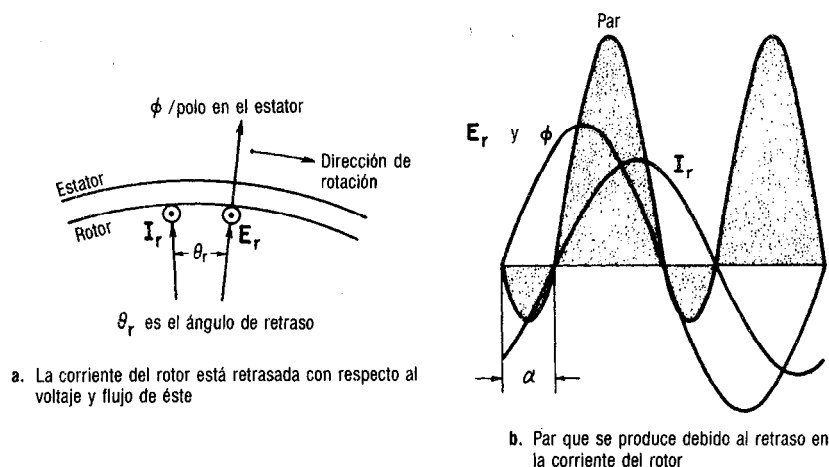
$$T = K_t \phi I_r \cos \theta_r \quad (9-5)$$

en la cual  $K_t$  es una constante de par para el número de polos, devanado, unidades empleadas, etc.

$\phi$  es el flujo que produce cada polo unitario del campo magnético rotatorio que enlaza al conductor del rotor

$I_r \cos \theta_r$  es la componente de corriente en el rotor que está en fase con  $\phi$

<sup>5</sup> Como principio de uniformación, el par que se desarrolla en cada conductor de cualquier dínamo con excitación doble es proporcional a  $\phi_1 \phi_2 \cos \alpha$ , donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son los flujos resultantes que producen los dos voltajes de excitación y  $\alpha$  representa el ángulo entre esos flujos. Así, el par se produce debido a la atracción o repulsión mutua de los dos campos magnéticos. En consecuencia, este principio es igualmente válido para los instrumentos electrodinamométricos y para las bobinas dinámicas. Por ello las ecuaciones (4-4), (8-26) y (9-5) son todas formas de la ecuación (1-6) basadas en la fuerza electromagnética que desarrolla un conductor portador de corriente en un campo magnético.



**Figura 9-5** Desplazamiento de la corriente del rotor respecto del voltaje de éste, con la producción consiguiente de par.

La necesidad del término  $I_r \cos \theta_r$  en la ecuación (9-5) surge en forma natural del hecho de que, si bien los voltajes inducidos en los conductores del rotor que aparecen en la figura 9-4b están en fase con el campo magnético rotatorio del estator, las corrientes  $I_r$  de los conductores del rotor no están en fase, como se ve en la figura 9-5a.

Los conductores del rotor tienen una reactancia inductiva apreciable debido al deslizamiento [ecuación (9-3)] y con ello hacen que la corriente del rotor  $I_r$  esté retrasada  $\theta_r$  con respecto al voltaje  $E_r$  del rotor, como se ve en la figura 9-5a. Por lo tanto, lo que produce un par promedio útil es sólo aquel componente de la corriente que esté en fase con el flujo del rotor. Esto se muestra en la figura 9-5b, en la cual se representa en forma gráfica el producto de  $\phi$  por  $I_r$ .

Con lo anterior ya nos es posible deducir una ecuación para el par que se desarrolla en reposo o bajo las condiciones de rotor bloqueado. Ese par es el par de arranque en un motor de inducción. Sea  $R_r$  la resistencia efectiva del rotor en reposo, de todos sus conductores combinados, y sea  $X_{lr}$  la reactancia de rotor bloqueado (en reposo) de todos sus conductores combinados. Entonces, la impedancia del rotor en reposo ( $Z_{lr}$ ) es

$$Z_{lr} = R_r + jX_{lr} = \sqrt{R_r^2 + X_{lr}^2}$$

y

$$\cos \theta_r = \frac{R_r}{Z_{lr}}$$

La corriente en el rotor en reposo es

$$I_{lr} = \frac{E_{lr}}{Z_{lr}} = \frac{E_{lr}}{R_r + jX_{lr}} = \frac{E_{lr}}{\sqrt{R_r^2 + X_{lr}^2}} \quad (9-6)$$

en la cual  $E_{lr}$  es el valor efectivo del voltaje inducido en el rotor en reposo y los demás términos tal como se han definido antes.

Sustituyendo en la ecuación (9-5) a la  $I_r$  de la ecuación (9-6) y también el valor de  $\cos \theta_r = R_r/Z_{lr}$ , el par total de arranque que desarrolla el rotor de un motor de inducción en reposo es

$$T_s = K_t \phi I_r \cos \theta_r = \frac{K_t \phi E_{lr}}{\sqrt{R_r^2 + X_{lr}^2}} \times \frac{R_r}{\sqrt{R_r^2 + X_{lr}^2}} = \frac{K_t \phi E_{lr} R_r}{R_r^2 + X_{lr}^2} \quad (9-7)$$

en la cual se han definido ya todos sus términos.

Adviértase que los términos imaginarios, al igual que la raíz cuadrada, han desaparecido del denominador de la ecuación (9-7). Obsérvese también que, debido a que el rotor está bloqueado y se inducen en él voltajes por acción de transformador,  $E_{lr}$  es proporcional a  $\phi$ , el cual a su vez es proporcional al voltaje aplicado de línea o voltaje de fase en el devanado del estator,  $V_p$ . Puesto que  $\phi$  es proporcional a  $V_p$  y  $E_{lr}$  es proporcional (por acción de transformador) a  $V_p$ , se puede simplificar la ecuación (9-7) para dar

$$T_s = \frac{K_t V_p^2 R_r}{R_r^2 + X_{lr}^2} \quad (9-7a)$$

Pero, para un motor de inducción de jaula de ardilla dado, ya que la resistencia efectiva del rotor,  $R_r$ , y la reactancia del rotor en reposo  $X_{lr}$  son *constantes* para un voltaje aplicado a las barras y a frecuencia constante, se pueden agrupar en una nueva constante de par ( $K'_t$ ) de tal manera que la ecuación (9-7a) se simplifica finalmente para dar un par de arranque **en reposo** igual a

$$T_s = K'_t V_p^2 \quad (9-8)$$

La ecuación (9-8) establece que, para cualquier motor de inducción de jaula de ardilla dado, en especial uno del tipo de jaula de ardilla que no permita variación en la resistencia del rotor por medios externos, el *par de arranque* únicamente es función del *voltaje aplicado al devanado del estator*.<sup>6</sup> Si se reduce el voltaje nominal de fase aplicado a la mitad al arrancar entonces se producirá la cuarta parte del par de arranque que se produce a pleno voltaje. Si se reduce el voltaje primario también se reduce la corriente secundaria y primaria, ya que la corriente primaria es un reflejo de la corriente que toma la resistencia y la reactancia del secundario en el rotor. La teoría básica sobre la que funciona el arranque a voltaje reducido de los motores ca polifásicos de inducción (véase sección 9-15) es reducir la corriente primaria (o del estator).

#### EJEMPLO 9-4

Un motor trifásico de inducción de cuatro polos, 50 hp, 208 V, tiene un par de arranque igual a 225 lb·pie y una corriente instantánea de arranque de línea igual a 700 A (rotor bloqueado) al voltaje nominal. Se aplica un voltaje trifásico reducido de 120 V a las terminales de línea. Calcular

- El par de arranque
- La corriente de arranque.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } T_s &= T_{\text{orig}} \left( \frac{V_s}{V_o} \right)^2 = 225 \text{ lb·pie} \left( \frac{120}{208} \right)^2 \\ &= 75 \text{ lb·pie} \end{aligned} \quad (9-8)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } I_s &= I_{\text{orig}} \left( \frac{V_s}{V_o} \right) = 700 \text{ A} \left( \frac{120}{208} \right) \\ &= 403 \text{ A} \end{aligned} \quad (9-6)$$

<sup>6</sup> La ecuación (9-8) surge de forma natural del concepto del motor de inducción como dínamo doblemente excitada en la cual ambos devanados se excitan mediante corrientes alternas. La excitación del rotor depende de la magnitud de la excitación del estator debido a la acción de transformador. La excitación del campo giratorio del estator depende también del voltaje aplicado; por lo tanto, los flujos ya sean del rotor como del estator son función del voltaje aplicado, al igual que el par que se desarrolla (véase sección 9-21.9).

Nos damos cuenta de que el par de arranque con el rotor en reposo,  $T_s$ , de un motor de inducción de jaula de ardilla puede ser tan grande como el par de plena carga o aun mayor. Asimismo, debemos calcular el par máximo, que se llama también par crítico, en términos del voltaje de funcionamiento a plena carga.

Una vez que el motor de inducción de jaula de ardilla desarrolla el par de arranque y gira, su frecuencia, la reactancia del rotor y el voltaje inducido en el rotor se representan, respectivamente, mediante  $sf$ ,  $sX_{lr}$  y  $sE_{lr}$ . Al disminuir la frecuencia y reactancia del rotor, el voltaje inducido en el rotor baja también al aumentar la velocidad del motor. Una disminución en la reactancia del rotor aumenta el valor de  $\cos \theta_r$  en la ecuación (9-5), pero al mismo tiempo la disminución en el voltaje del rotor tiende a reducir la corriente de éste. Por lo tanto, para una excitación constante dada debe haber un valor determinado del deslizamiento en el que el aumento en el  $\cos \theta_r$  y la disminución en la corriente del rotor  $I_r$  produzcan un valor máximo del par en la ecuación (9-5),  $T = K\phi I_r \cos \theta_r$ . Para cualquier deslizamiento dado, la corriente del rotor es

$$I_r = \frac{sE_{lr}}{\sqrt{R_r^2 + (sX_{lr})^2}} \quad (9-9)$$

y, ya que  $\cos \theta_r = \frac{R_r}{\sqrt{R_r^2 + (sX_{lr})^2}} \quad (9-10)$

para cualquier valor del deslizamiento,<sup>7</sup> el par de funcionamiento  $T = K_t \phi I_r \cos \theta_r$  se puede convertir, mediante la misma técnica de sustitución que se empleó para deducir la ecuación (9-7), a

$$T_{\text{para cualquier deslizamiento}} = \frac{K_t \phi s E_{lr} R_r}{R_r^2 + (sX_{lr})^2}$$

Pero como el voltaje  $E_{lr}$  a rotor bloqueado, en reposo, es directamente proporcional a  $\phi$ , se puede expresar el par como

$$T_{\text{para cualquier deslizamiento}} = \frac{K_t \phi^2 s R_r}{R_r^2 + (sX_{lr})^2} \quad (9-11)$$

El *par máximo* se obtiene cuando se diferencia la ecuación (9-11) con respecto a la resistencia del rotor y se iguala a cero, esto es, cuando  $dT/dR_r = 0$ , con lo cual se obtiene<sup>8</sup>

$$R_r = s_b X_{lr} \quad (9-12)$$

<sup>7</sup> No se debe pasar por alto el significado de  $\theta_r$ , aunque desaparezca en la ecuación (9-11). No sólo es el ángulo por el que la corriente en el rotor se retrasa con respecto al voltaje inducido del motor, sino también es el ángulo en el centro del polo del estator y el conductor del rotor que lleva la corriente instantánea máxima, como se muestra en la figura 9-5.

<sup>8</sup> El par crítico como relación  $R_r/X_{lr}$  es una aproximación que es precisa para todo fin práctico. Un valor de  $s_b$  más preciso es  $R_r/\sqrt{(R_p + X_{lr})}$ , siendo  $R_p$  la resistencia primaria del estator por fase, que generalmente se omite, y  $T_{\text{máx}}$  igual a  $KV_p^2/[2(R_p + \sqrt{R_p + X_{lr}})]$ . Véase también la ecuación (9-21), que da otro medio para calcular el par máximo crítico, como se muestra en el ejemplo 9-11.

En otras palabras, el par *máximo* se obtiene cuando el deslizamiento crítico ( $s_b$ ) es igual a  $R_r/X_{lr}$ . Pero, como se hizo notar,  $\phi^2$  es proporcional a  $V_p^2$ ; por lo tanto, la ecuación para el par máximo que puede desarrollar cualquier motor de inducción, si se sustituye la ecuación (9-12) en la (9-11), es

$$T_{\max} = \frac{KV_p^2}{2(s_b X_{lr})^2} = \frac{K}{2} \left( \frac{V_p}{R_r} \right)^2 \quad (9-13)$$

#### EJEMPLO 9-5

Un motor de inducción de jaula de ardilla de ocho polos y 60 Hz se carga deliberadamente hasta el punto en el que se detiene. La resistencia por fase del rotor es  $0.3 \Omega$ , y el motor se detiene a 650 rpm. Calcular

- El deslizamiento crítico  $s_b$
- La reactancia a rotor bloqueado o reactancia en reposo
- La frecuencia del rotor en el punto del par máximo
- La velocidad de plena carga si el deslizamiento nominal es 5 por ciento.

#### Solución

$$\text{a. } S = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 60}{8} = 900 \text{ rpm} \quad (2-17)$$

$$s_b = \frac{S - S_r}{S} = \frac{900 - 650}{900} = 0.278 \quad (9-1)$$

$$\text{b. } X_{lr} = \frac{R_r}{s_b} = \frac{0.3}{0.278} = 1.08 \Omega \quad (9-12)$$

$$\text{c. } f_r = s \times f = 0.278 \times 60 = 16.7 \text{ Hz} \quad (9-2)$$

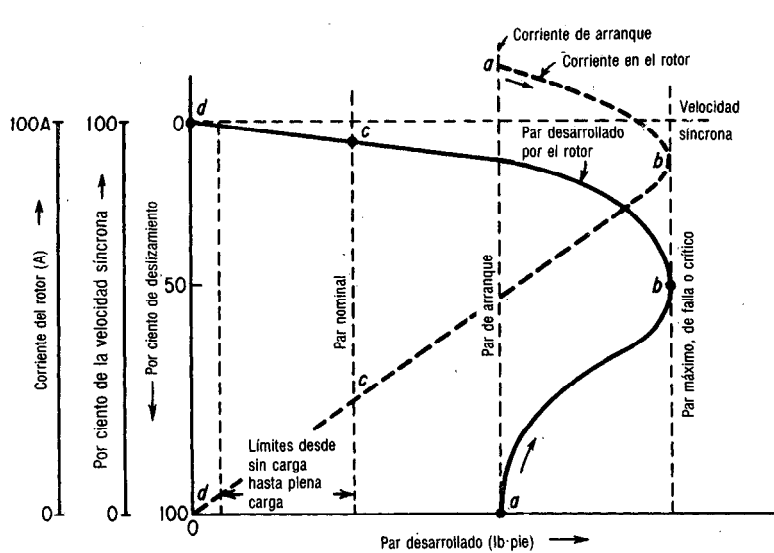
$$\text{d. } S_r = S(1 - s) = 900(1 - 0.05) = 855 \text{ rpm} \quad (9-1a)$$

### 9-7 CARACTERISTICAS DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR DE INDUCCION

Suponiendo que un motor de inducción comercial de jaula de ardilla se haga arrancar con el voltaje nominal en las terminales de línea de su estator (arranque a través de la línea) desarrollará un par de arranque de acuerdo con la ecuación (9-7) que hará que aumente su velocidad. Al aumentar su velocidad a partir del reposo (100 por ciento de deslizamiento), disminuye su deslizamiento y su par disminuye hasta el valor en el que se desarrolle el par máximo ( $R_r = sX_{lr}$ ) de acuerdo con la ecuación (9-12). Esto hace que la velocidad aumente todavía más, reduciéndose en forma simultánea el deslizamiento y el par que desarrolla el motor de inducción.

Los pares desarrollados al arranque y al valor del deslizamiento que produce el par máximo ambos exceden (en el caso normal) al par aplicado a la carga. Por lo tanto, la velocidad del motor aumentará, hasta que el valor del deslizamiento sea tan pequeño que el par que se desarrolla se reduzca a un valor *igual* al par aplicado por la carga. El motor continuará trabajando a esta velocidad y valor *de equilibrio* del deslizamiento hasta que aumente o disminuya el par aplicado de acuerdo con la ecuación (9-11).

La **figura 9-6** muestra la relación entre los pares de arranque, máximo y nominal a plena carga que desarrolla un motor de inducción, como función de la velocidad de éste y del deslizamiento. Esta figura es presentación gráfica de la corriente y el par desarrollados en el rotor del motor como funciones del deslizamiento desde el instante del arranque (punto *a*) hasta la condición de funcionamiento en estado estable (en ge-



**Figura 9-6** Efecto de la carga sobre la velocidad, el par desarrollado y la corriente del rotor de un motor de inducción.

neral entre marcha en vacío y marcha a plena carga — puntos *c* y *d*) cuando los pares desarrollados y aplicados son iguales.

Nótese que, a deslizamiento cero, el par desarrollado y la corriente del rotor, que se indican como línea gruesa de puntos, son ambos cero porque no se efectúa acción de motor de inducción a la velocidad síncrona. Aun sin carga, es necesario que el motor de inducción tenga un pequeño deslizamiento, que en general es una fracción del 1 por ciento, para poder desarrollar el pequeño par que se necesita para superar las fricciones mecánica y con el aire, y otras pérdidas internas. La ventaja de la presentación que aparece en la figura 9-6 estriba en que es posible visualizar la aceleración de determinada carga desde el arranque (punto *a*) y los efectos que tiene un cambio de carga sobre la regulación de la velocidad, el par y la corriente del rotor.

El motor de inducción, como se ve en la figura 9-6, es de velocidad bastante constante entre el funcionamiento sin carga y a plena carga (puntos *d* a *c* en la figura) y tiene una curva característica de velocidad que se asemeja a la del motor derivación (figura 4-9).<sup>9</sup> Consideremos la manera en que se desarrolla el par, desde vacío hasta a plena carga, es decir, las características de funcionamiento normal del motor de inducción.

<sup>9</sup> Se puede establecer un paralelo interesante entre los motores derivación y los de inducción respecto a que la disminución de velocidad en ambos motores es exactamente la suficiente para producir un aumento de corriente, que produce el par desarrollado necesario para contrarrestar al par aplicado. En el motor derivación, lo anterior se logra mediante una disminución en la fuerza contraelectromotriz. En el motor de inducción, el aumento en el deslizamiento, frecuencia y FEM inducidas en el rotor produce el aumento tanto en corriente como en factor de potencia del rotor que se necesitan para contrarrestar el par aplicado.

## 9-8 CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMIENTO NORMAL DEL MOTOR DE INDUCCION EN MARCHA

Las características de funcionamiento normal de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla se tiene entre los límites desde *sin* carga hasta *plena* carga, en los puntos *d* a *c* de la figura 9-6. Veamos el comportamiento del rotor de un motor de inducción a una velocidad sin carga ligeramente menor que la velocidad síncrona, cuando se aplica una carga que va en aumento.

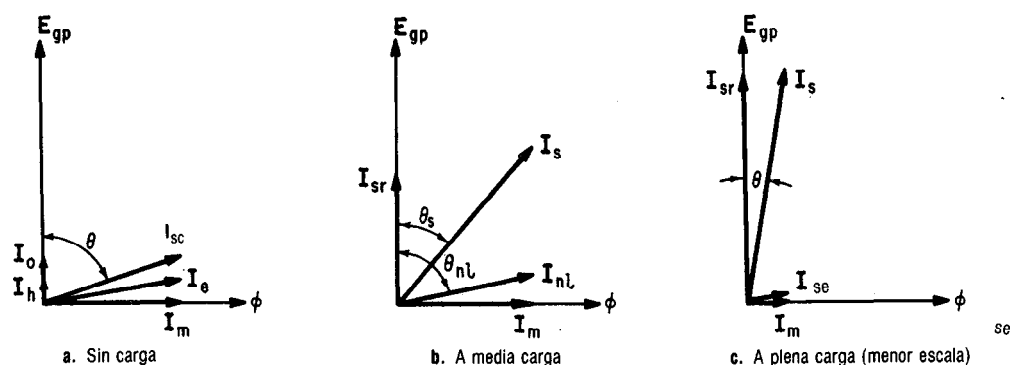
**Caso sin carga o en vacío:** Sin carga, el deslizamiento es muy pequeño, quizá una fracción del 1 por ciento, y la frecuencia y reactancia del rotor, y la FEM inducida en éste [ecuaciones (9-2), (9-3) y (9-4)] son *muy pequeñas*.

Por lo tanto, la corriente en el rotor es pequeña y sólo la suficiente para producir el par sin carga. Dado que la corriente del rotor es pequeña, la corriente en el estator (primaria) es la suma fasorial de su corriente de excitación  $I_e$  y un componente de carga primario  $I_o$  inducido en el rotor por acción de transformador.

La figura 9-7a muestra la suma fasorial de esas corrientes sin carga, en la que la corriente de excitación en el primario del estator a circuito abierto es  $I_e$ , es decir, la suma fasorial de un componente  $I_h$  de histéresis o de potencia y un componente  $I_m$  de magnetización necesario para producir el flujo rotatorio en el estator. Los componentes de potencia  $I_h$  e  $I_o$  están en fase con  $E_{gp}$ . El factor de potencia sin carga se representa mediante  $\theta$ , el ángulo entre  $I_{sc}$  y  $E_{gp}$ . Así,  $I_{sc} \cos \theta$  es la suma de  $I_o$  e  $I_h$ , es decir, la pequeña corriente del estator  $I_o$  producida por la corriente del rotor y por un componente primario de pérdida  $I_h$ , debido a la histéresis y corrientes parásitas en el hierro del estator y el rotor. Nótese que, como  $\theta$  es grande, el factor de potencia es extremadamente pequeño y está en retraso.

**Caso de media carga:** Al aplicar carga mecánica al rotor, la velocidad disminuye un poco. La pequeña disminución de velocidad causa un aumento en el deslizamiento y en la frecuencia y reactancia del rotor, y en la FEM inducida en éste [ecuaciones (9-2), (9-3) y (9-4)].

El aumento en la corriente inducida (secundaria) en el rotor se refleja como un aumento de corriente primaria en el estator,  $I_{sr}$ , que aparece en la figura 9-7b. Este



**Figura 9-7** Componentes de corriente de excitación primaria y de carga en el estator que muestran el efecto del aumento de cargas sobre el factor de potencia y la corriente del estator.

componente de la corriente primaria del estator  $I_{sr}$  produce potencia, como  $I_o$ , y está en fase con el voltaje inducido por el primario  $E_{gp}$  [ecuación (8-24)]. La suma fasorial de la corriente sin carga  $I_{sc}$  y el componente de carga  $I_{sr}$  produce una corriente  $I_s$  en el estator a un ángulo de factor de potencia mejorado  $\theta_s$ . Con ello, la corriente en el estator ha *aumentado* desde  $I_{sc}$  hasta  $I_s$  y el ángulo del factor de potencia ha disminuido desde  $\theta_{sc}$  hasta  $\theta_s$ , y ambos factores tienden a producir más potencia mecánica en la armadura y a tomar más potencia de las barras de distribución ( $E_{gp}I_s \cos \theta_s$ ).

**Condición de plena carga:** El motor de inducción de jaula de ardilla girará a un valor de deslizamiento que proporciona un *equilibrio* entre el par desarrollado y el par aplicado. De tal manera, conforme se aplica más carga, el deslizamiento aumenta porque el par aplicado excede al par desarrollado. Cuando se aplica el par nominal al eje del motor de inducción, el componente de la corriente del estator primario en fase que toma el motor de inducción es grande en comparación con la corriente sin carga casi de cuadratura, como se muestra en la figura 9-7c, y el ángulo  $\theta$  del factor de potencia es bastante pequeño. El factor de potencia de plena carga varía de 0.8 (en motores de inducción pequeños, de aproximadamente 1 hp) a 0.9 o 0.95, más o menos, (en los grandes motores de inducción de 150 hp y superiores).

**Más allá de plena carga:** De acuerdo con la figura 9-7 parecería que a mayores aumentos en la carga se producirían mejoras en el factor de potencia, hasta llegar a la unidad, y mayores corrientes en fase en el estator, pero éste *no* es el caso. Con mayor carga y deslizamiento, la frecuencia del rotor continúa aumentando y el *aumento en la reactancia del rotor* produce una *disminución* en el factor de potencia de dicho rotor. Considerando al motor de inducción como si fuera un transformador (capítulo 14), podríamos decir que el secundario del transformador tiene una carga en retraso, lo cual hace que también el factor de potencia del primario se retrase. Por lo tanto, cuando las cargas son mayores que la plena carga, el factor de potencia se aproxima a un *máximo*, para disminuir después rápidamente.

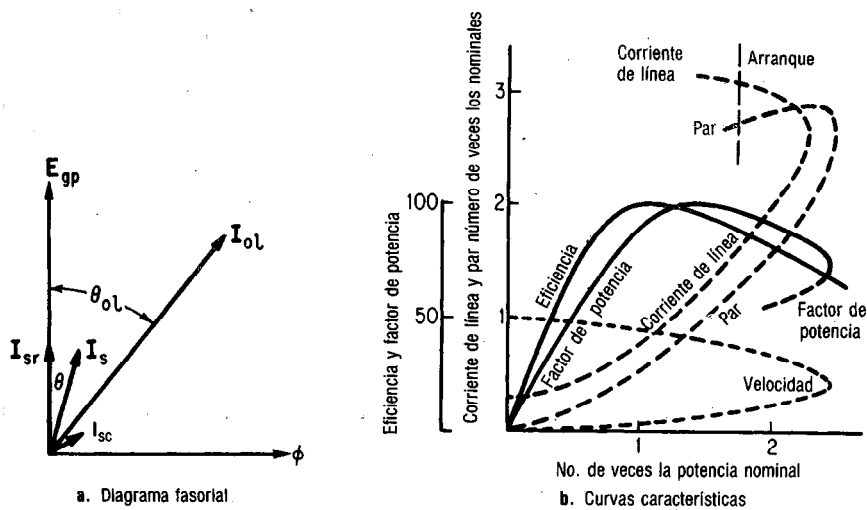
A fin de producir el aumento necesario de par para contrarrestar el par aplicado, las corrientes en el rotor y estator deben aumentar para compensar la disminución en el factor de potencia [ecuación (9-5)]. La figura 8-a muestra un gran aumento en la corriente de sobrecarga  $I_{ol}$  a menor ángulo  $\theta_{ol}$  de factor de potencia que con la corriente de plena carga  $I_s$  en el estator, que se muestra en la figura 9-7c.

Las características desde sin carga hasta más allá de plena carga se resumen en la figura 9-8b donde la eficiencia y el factor de potencia están en un máximo aproximadamente a la salida nominal y en donde la corriente de línea y el par continúan aumentando hasta el punto crítico (par máximo). Obsérvese que, después de la falla o punto crítico, la corriente de línea aumenta, pero el par disminuye debido a que la *rapidez* de disminución del factor de potencia es mayor que la rapidez de *aumento* de la corriente en la ecuación (9-5).

En el capítulo 12 se describe el tema de la eficiencia de la dinamo, en general, y del motor de inducción, específicamente. La forma de la curva de eficiencia que aparece en la figura 9-8b se explicará a continuación brevemente.

A cargas *livianas*, las pérdidas *fijas*, relativamente grandes en proporción con la salida pequeña, producen una eficiencia *baja*. Con cargas *grandes*, las pérdidas *variables* relativamente grandes más las pérdidas fijas producen de nuevo *baja* eficiencia, no obstante la salida alta. La eficiencia máxima se da en cargas moderadas, en las cuales las pérdidas fijas y variables son iguales (sección 12-6) y la potencia es aproximadamente igual al valor nominal.





**Figura 9-8** Efectos de grandes cargas sobre la corriente primaria y el factor de potencia del estator.

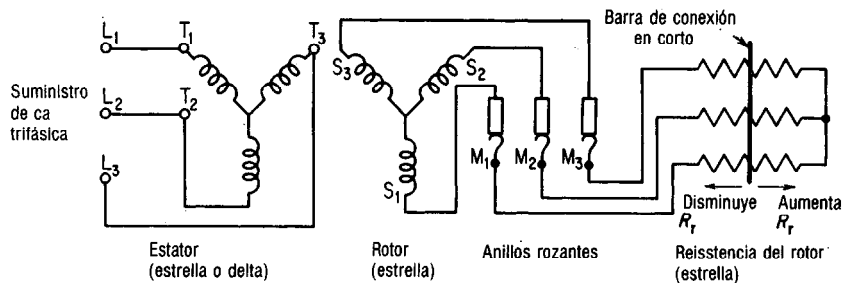
Obsérvese que el par máximo en la figura 9-8b se presenta bastante más allá del doble de la potencia nominal, donde el deslizamiento crítico o de falla es aquella frecuencia del rotor a la cual la reactancia *variable* del rotor es igual a la resistencia de éste.

Como la resistencia efectiva del rotor de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla es prácticamente constante, el par máximo o de falla depende de la relación del voltaje de fase a la resistencia del rotor, como se indica en la ecuación (9-13), en un análisis final.

## 9-9 EFECTO DE UN CAMBIO EN LA RESISTENCIA DEL ROTOR

La última afirmación del párrafo anterior podría implicar una posibilidad de aumentar el par máximo, crítico o de falla, si se hace variar la resistencia del rotor. Pero las ecuaciones (9-11) y (9-13) indican con bastante claridad que, si se aumentan la resistencia y reactancia del rotor, el par máximo *disminuye* porque este par varía *inversamente* con los factores anteriores. ¿Cuál es el efecto de un cambio en la resistencia del rotor sobre las características de par-deslizamiento?

En un motor comercial de inducción de jaula de ardilla no hay modo de introducir un cambio de resistencia en el rotor, una vez que se lo ha vaciado o fabricado. Sin embargo, en un motor de inducción con rotor devanado es sencillo introducir una resistencia externa en el circuito del rotor a través de los anillos rozantes, como se muestra en la figura 9-9. Si la barra de conexión en corto, que se muestra en la figura, se mueve hasta la extrema derecha, se introduce un máximo de resistencia de rotor en cada fase del rotor, conectado en estrella. Cuando se mueve hasta la extrema izquierda, se introduce un mínimo de resistencia *externa* igual a cero, lo cual representa a la resistencia equivalente de un rotor de jaula de ardilla. Se puede calcular el efecto de un cambio en la resistencia del rotor, tanto en las características de arranque



**Figura 9-9** Controlador de resistencia de rotor externa para un motor de inducción de rotor devanado.

como en las de funcionamiento, si se emplea un motor de inducción de rotor devanado, como lo describiremos en las dos secciones que siguen.

## 9-10 CARACTERISTICAS DE ARRANQUE DE UN MOTOR DE ROTOR DEVANADO CUANDO SE AGREGA RESISTENCIA AL ROTOR

Al instante de arrancar, el deslizamiento es *la unidad*, o sea 100 por ciento, porque el rotor se encuentra en *reposo*. El par que desarrolla el rotor se determina únicamente por los factores que se usan en la ecuación (9-7) y, al instante de arrancar, dicho par no está afectado por la naturaleza de la carga que se aplica. Suponiendo que es constante el voltaje aplicado al estator, los factores que determinan la cantidad de par de arranque que se desarrolla son la resistencia del rotor y la reactancia de éste en reposo. Esto es,

$$T_{\text{arranque}} = K_t'' \left( \frac{R_r}{R_r^2 + X_{lr}^2} \right) \quad (9-7a)$$

Si se introduce una resistencia  $R_x$  variable en serie con la del rotor  $R_r$  del motor de inducción de rotor devanado, la ecuación (9-7a) se puede formular para el par de arranque del siguiente modo

$$T_s = K_t'' \left[ \frac{R_r + R_x}{(R_r + R_x)^2 + X_{lr}^2} \right] \quad (9-14)$$

Los términos de la ecuación anterior ya se han definido.

El factor de potencia del rotor se puede expresar entonces como

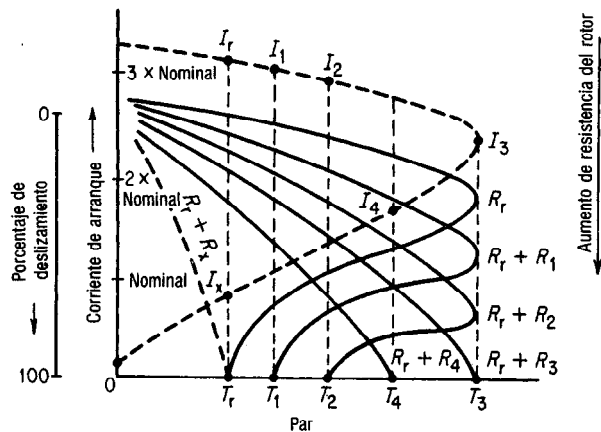
$$\cos \theta_r = \frac{R_r + R_x}{\sqrt{(R_r + R_x)^2 + (X_{lr})^2}} \quad (9-15)$$

Es bastante evidente que, para un motor de inducción de rotor devanado, si se cambia la resistencia *total* del rotor en la ecuación (9-15) se *cambiará* el factor de potencia en el instante del arranque. En vista de que el par, como se expresa en la ecuación fundamental del par [ecuación (9-5)], depende del factor de potencia del rotor ( $T = K_t \phi I_r \cos \theta_r$ ), para cualquier voltaje dado del estator, la excitación es constante, es decir,  $\phi = k$ .

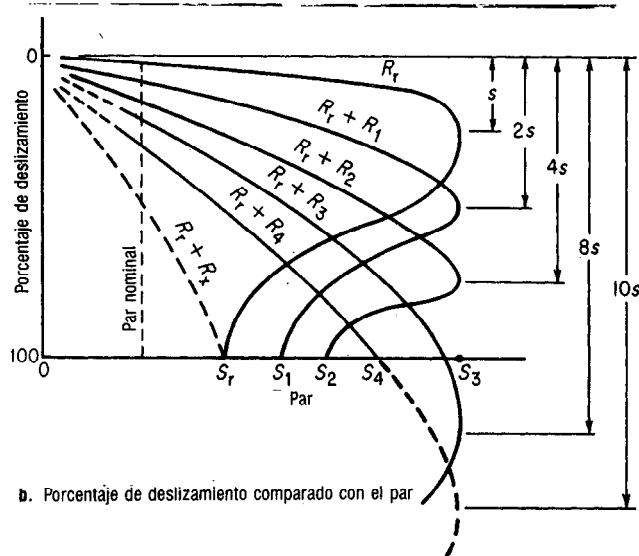
Si se eleva la resistencia y el factor de potencia del rotor al arranque, entonces, se aumentará la impedancia total, *se reducirá la corriente al arranque* y, al mismo tiempo, *se aumentará el par de arranque*.

El aumento en el factor de potencia se lleva a cabo con una *rapidez mayor* que aquella a la cual disminuye la corriente del rotor, como se muestra en la **figura 9-10a**. Esta figura representa una *familia de curvas* para varios valores de resistencia del rotor, semejantes a la curva aislada que se muestra en la figura 9-6. En esa figura 9-6 se hizo notar que, a deslizamiento unidad o de arranque (punto *a*), la corriente del rotor se calcula tomando la intersección del par de arranque con el eje de la corriente del rotor.

La familia de curvas en línea continua de la figura 9-10a representa las curvas deslizamiento-par para varios valores de resistencia sumados a la resistencia  $R_r$  básica



a. Corriente de arranque comparada con el par



b. Porcentaje de deslizamiento comparado con el par

**Figura 9-10** Efecto del cambio en la resistencia del rotor sobre las características de arranque y funcionamiento de un motor de inducción de rotor devanado.

del rotor, para el motor de rotor devanado. El par de arranque  $T_r$  que se presenta con la resistencia básica  $R_r$  del rotor producirá una corriente de arranque  $I_r$  en la ordenada más alta al origen de la curva de corriente del estator que aparece en la figura 9-10a. Cuando se suma la resistencia  $R_1$  a cada fase del rotor devanado conectado en estrella que aparece en la figura 9-9, lo cual se hace moviendo la barra de conexión en corto hacia la derecha, se crea una curva *nueva* de par-deslizamiento, como se muestra en las figuras 9-10a y b.

Se debe hacer notar que, en la figura 9-10b, al aumentar la resistencia del rotor aumenta el deslizamiento para desarrollar el mismo par. De este modo, para una resistencia  $R_r$  de rotor, el par máximo se da con un deslizamiento  $s$ . Para una resistencia de rotor igual a  $R_r + R_1$ , se tendrá un par máximo con un deslizamiento igual a  $2s$ , el doble que el deslizamiento original, y así sucesivamente. Adviértase que la resistencia total del rotor puede ser tan alta que se tenga el par máximo inmediatamente próximo a un deslizamiento de 100 por ciento, es decir,  $R_r + R_3$  es igual a  $sX_{lr}$  cuando  $s = 1$ .

Repárese en el hecho de que, si la resistencia total del rotor es *mayor*, como es el caso de  $R_r + R_4$ , no se puede alcanzar al par máximo con deslizamiento unidad y el par producido en reposo o con rotor bloqueado ( $T_4$ ) es *menor que el máximo*.

Ahora es posible comparar el par de arranque contra la corriente de arranque, como se muestra en la figura 9-10a. Sin agregar resistencia al rotor, el par  $T_r$  de arranque se obtiene en la intersección del par de arranque con la ordenada al origen mayor de la curva de corriente del estator. Si se aumenta la resistencia del rotor siempre disminuye la corriente respectiva de arranque ( $I_r$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$ , etc.), aun en el caso de resistencia extremadamente grande del rotor, a la cual el par de funcionamiento  $T_4$  intersecta a la ordenada al origen menor de la corriente  $I_4$ .

Como se muestra en la figura 9-10a, si se aumenta la resistencia del rotor se aumentará el par de arranque hasta llegar al punto en el que se alcance el par máximo a rotor bloqueado. Si se aumenta progresivamente la resistencia del rotor más allá de este valor ( $R_r + R_3$ ) se tendrán decrementos progresivos en el par de arranque, como en el caso de  $T_4$ , producido por  $R_r + R_4$ .

El ejemplo 9-6 muestra que el nuevo par de arranque, con adicional resistencia al rotor, es casi el doble que el par original de arranque, o casi cuatro veces el par *original* nominal (de plena carga).

En el ejemplo 9-7 se muestra el efecto de una mayor resistencia en el rotor para reducir la corriente de arranque.

Como se ve en el ejemplo 9-7, la corriente del rotor al arranque ha disminuido casi 25 por ciento con la mayor resistencia y a la vez se produce casi el doble del par de arranque en comparación del rotor sin resistencia agregada. Al mismo tiempo, el factor de potencia aumentó desde 0.268 hasta 0.68 al agregar resistencia al rotor.

El brusco aumento del factor de potencia del rotor fue, por lo tanto, más que suficiente para compensar la disminución de la corriente del rotor en la ecuación (9-5) y para producir casi el doble del par original de arranque. También se debe hacer notar que este valor del par de arranque se da bastante cerca del factor de potencia del rotor que *siempre resultará* en un par de arranque *máximo* a rotor bloqueado, es decir, cuando  $R$  es igual a  $X_{lr}$  a un deslizamiento unidad, a  $\cos 45^\circ$ , que es un factor de potencia igual a 0.707.

**EJEMPLO 9-6**

El motor del ejemplo 9-5 desarrolla el doble del par a plena carga cuando se arranca con su rotor en cortocircuito; trabaja a una velocidad a plena carga igual a 875 rpm. Si se conectan  $0.7 \Omega$ /fase de resistencia añadida en serie con el rotor, calcular

- La nueva velocidad de plena carga con la resistencia agregada.
- El par de arranque con la resistencia agregada.

**Solución**

- El deslizamiento a plena carga, con rotor en cortocircuito, es

$$s = \frac{S - S_r}{S} = \frac{900 - 875}{900} = 0.0278 \quad (9-1)$$

Como el deslizamiento es proporcional a la resistencia del rotor y como la mayor resistencia de éste es  $R_r = 0.7 + 0.3 = 1.0 \Omega$ , el nuevo deslizamiento a plena carga, con la resistencia mayor es

$$s_r = \frac{1.0 \Omega}{0.3 \Omega} \times 0.0278 = 0.0926$$

La nueva velocidad a plena carga es  
 $S(1 - s) = 900(1 - 0.0926) = 900(0.9074)$   
 $= 817 \text{ rpm} \quad (9-1a)$

- El par original de arranque  $T_o$  es el doble del par a plena carga con una resistencia del rotor igual a  $0.3 \Omega$  y una reactancia del mismo igual a  $1.08 \Omega$  (ejemplo 9-5). En la siguiente tabla se pueden resumir las nuevas condiciones del par de arranque, calculadas con la ecuación (9-14), siendo  $T_o$  el par original y  $T_f$  el par nuevo:

Caso	$R_r$	$X_{lr}$	$T_{\text{arranque}}$
Original	$0.3 \Omega$	$1.08 \Omega$	$2 \times T_n$
Nuevo	$1.0 \Omega$	$1.08 \Omega$	?

$$T_o = K_t'' \left( \frac{R_r}{R_r^2 + X_{lr}^2} \right) = K_t'' \left[ \frac{0.3}{(0.3)^2 + (1.08)^2} \right]$$

$$= K_t'' \left( \frac{0.3}{1.26} \right) = K_t'' \times 0.24 \quad (9-7a)$$

$$T_f = K_t'' \left[ \frac{R_r + R_x}{(R_r + R_x)^2 + X_{lr}^2} \right] = K_t'' \left[ \frac{1.0}{(1.0)^2 + (1.08)^2} \right]$$

$$= K_t'' \left( \frac{1.0}{2.166} \right) = K_t'' \times 0.462 \quad (9-14)$$

$$\frac{T_f}{T_o} = \frac{K_t'' \times 0.462}{K_t'' \times 0.24} = 1.93 \quad \text{y} \quad T_f = 1.93 T_o$$

Por lo tanto

$$T_f = 1.93(T_n \times 2) = 3.86 T_n$$

**EJEMPLO 9-7**

El voltaje inducido por fase en el rotor del motor de inducción de los ejemplos 9-5 y 9-6 es 112 V. Calcular, al instante de arranque del motor,

- La corriente del rotor por fase y el factor de potencia del rotor estando éste conectado en cortocircuito
- Repetir la parte (a) con una resistencia agregada al rotor igual a  $0.7 \Omega$ /fase.

**Solución**

- La impedancia por fase a rotor bloqueado es

$$Z_{lr} = R_r + jX_{lr} = 0.3 + j1.08$$

$$= 1.12 \angle 74.5^\circ \Omega$$

$$I_r = \frac{E_{lr}}{Z_{lr}} = \frac{112}{1.12} = 100 \text{ A} \quad (9-6)$$

$$\cos \theta_r = \cos 74.5^\circ = 0.268 \quad \circ$$

$$\cos \theta = \frac{R_r}{Z_{lr}} = \frac{0.3}{1.12} = 0.268$$

- La impedancia a rotor bloqueado con resistencia adicional es

$$Z_{lr} = 1.0 + j1.08 = 1.47 \angle 47.2^\circ \Omega$$

$$I_r = \frac{E_{lr}}{Z_{lr}} = \frac{112}{1.47} = 76.1 \text{ A} \quad (9-6)$$

$$\cos \theta_r = \cos 47.2^\circ = \frac{R_r}{Z_{lr}} = \frac{1.0}{1.47} = 0.68$$

Por lo tanto, para un motor de inducción de rotor devanado, es posible *aumentar el par de arranque* hasta llegar al par *máximo* y, en forma simultánea, *disminuir* la corriente de arranque al aumentar la resistencia externa del rotor por fase y el factor de potencia del rotor. Al aumentar este último a más de 0.707, la corriente de arranque *continuará* disminuyendo, como se muestra en la figura 9-10a, pero el par de arranque y el par máximo desarrollado tenderán a *disminuir* también, como se muestra en la figura 9-10b.

Cuando se arrancan desde la línea grandes motores de inducción, puede ser que la corriente de arranque sea demasiado alta, originando una gran caída de voltaje en los conductores que abastecen la corriente de determinado lugar. En zonas industriales, esta reducción en el voltaje de línea puede producir una disminución indeseable en la luminosidad de los focos así como una perturbación en el funcionamiento de otros motores y del equipo electrónico sensible a las variaciones de voltaje. La reducción característica del tamaño de la imagen en un cinescopio de televisión en algunas zonas residenciales con mala distribución es consecuencia común de este efecto.

### EJEMPLO 9-8

Empleando los datos anteriores del motor de inducción (ejemplos 9-5 a 9-7), calcular

- La resistencia agregada al rotor.
- El factor de potencia del rotor que produzca el mismo par de arranque (el doble del par nominal) que cuando el rotor está en cortocircuito.
- La corriente de arranque.

#### Solución

Las condiciones nuevas y original se pueden resumir en la siguiente tabla:

Caso	$R_r$	$X_{lr}$	$T_{arranque}$
Original	$0.3 \Omega$	$1.08 \Omega$	$T_o = 2 \times T_n$
Nuevo	$(0.3 + R_x) \Omega$	$1.08 \Omega$	$T_n = 2 \times T_n$

$$\text{a. } T_o = K_t'' \left[ \frac{0.3}{(0.3)^2 + (1.08)^2} \right] = K_t'' \left( \frac{0.3}{1.25} \right) = K_t'' \times 0.24 \quad (9-7a)$$

$$T_n = T_o = K_t'' \left[ \frac{0.3 + R_x}{(0.3 + R_x)^2 + (1.08)^2} \right] = K_t'' \times 0.24 \quad (9-14)$$

Simplificando, se obtiene

$$0.3 + R_x = 0.24[(0.3 + R_x)^2 + (1.08)^2]$$

Expandiendo y combinando los términos se obtiene

$$0.24R_x^2 - 0.856R_x = 0$$

Es una combinación cuadrática con dos raíces que se puede factorizar del siguiente modo:

$$R_x(0.24R_x - 0.856) = 0, \text{ y entonces}$$

$$R_x = 0, \quad \text{and} \quad R_x = \frac{0.856}{0.24} = 3.57 \Omega$$

Nótese que esta solución indica que el par original se produce con una resistencia externa igual ya sea a 0 o a 12 veces la resistencia original del rotor. Por lo tanto,

$$R_T = R_r + R_x = 0.3 + 3.57 = 3.87 \Omega$$

$$\text{b. } Z_T = R_T + jX_{lr} = 3.87 + j1.08 = 4.02 \angle 15.6^\circ \Omega$$

$$\cos \theta = \frac{R_T}{Z_T} = \frac{3.87}{4.02} = \cos 15.6^\circ = 0.963 \quad (9-15)$$

$$\text{c. } I_r = \frac{E_{lr}}{Z_r} = \frac{112 \text{ V}}{4.02 \Omega} = 28 \text{ A} \quad (9-6)$$

Obsérvese que la corriente del rotor al arranque ahora es sólo 28 por ciento de la corriente de arranque original en la parte (a) del ejemplo 9-7.

Además, *no siempre* es necesario que un motor de inducción desarrolle pares de arranque cercanos o iguales al par máximo o crítico. Para la mayor parte de las aplicaciones, es suficiente un par de arranque igual aproximadamente a 1.5 o 2 veces el par nominal.

Como se muestra en las figuras 9-10a y b, *es* posible desarrollar el mismo par de arranque que el que se produce sin resistencia en el rotor a un valor *mucho menor* de la corriente de arranque, con una resistencia combinada del rotor igual a  $R_r$  más  $R_x$ . Sin resistencia del rotor  $R_x$ , el par  $T_r$  de la figura 9-10a producirá una alta corriente  $I_r$ . Con la resistencia  $R_x$  de rotor, se produce el mismo par  $T_r$  y resulta la corriente de arranque  $I_x$  *muy reducida*. Esta corriente de arranque tan reducida es el resultado trabajar a un mayor factor de potencia y surge así la pregunta de la parte (b) del ejemplo 9-8.

El ejemplo 9-8 muestra cómo es posible sacar ventaja del *mismo par* que existe tanto para una corriente de arranque alta como para una corriente de operación baja, que se muestra en las figuras 9-6 y 9-10. Esta corriente baja de operación o funcionamiento se usa para reducir la corriente que se toma de la línea y reducir una caída de voltaje indeseable (véanse secciones 9-14 y 9-21). Sin embargo, se debe notar que, en el caso de la resistencia agregada al rotor, como se muestra en la figura 9-10b, curva  $R_r + R_x$ , el *par* de arranque también es el par *máximo*.

### 9-11 CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMIENTO DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN DE ROTOR DEVANADO AGREGANDO RESISTENCIA AL ROTOR

Las características de funcionamiento del motor de inducción con rotor devanado, o de cualquier motor de inducción al que se le haya agregado resistencia al rotor, se muestran también en la figura 9-10b. Los límites de funcionamiento en vacío y a plena carga se representan entre par cero y pares nominales. Las curvas indican que el deslizamiento es proporcional a la magnitud de la resistencia agregada al rotor. Mientras *mayor* sea la resistencia agregada, *más deficiente* será la regulación de velocidad del motor. Por lo tanto, es posible hacer variar la velocidad de un motor de rotor devanado con carga a modo de obtener cualquier velocidad *menor* que la velocidad síncrona agregando o quitando resistencia al rotor. Como resultado de ello, la resistencia de arranque, que da 1) altos pares de arranque y 2) menores corrientes de arranque, puede servir también 3) como medio de control de velocidad para velocidades *menores* que la síncrona. El efecto de la resistencia añadida al rotor sobre la característica de funcionamiento se muestra en el ejemplo 9-9.

### 9-12 PAR DEL MOTOR DE INDUCCIÓN Y POTENCIA DESARROLLADA POR EL ROTOR

La ecuación básica entre la potencia interna o externa, el par y la velocidad del motor se dio en el capítulo 4 como

**EJEMPLO 9-9**

El motor de los problemas anteriores (ejemplos 9-5 a 9-8) tiene una velocidad a plena carga igual a 875 rpm con el rotor en cortocircuito. La resistencia del rotor es  $0.3 \Omega$ . Del ejemplo 9-6, una resistencia agregada de  $0.7 \Omega$  da al rotor una velocidad a plena carga igual a 817 rpm. Calcular las velocidades a plena carga cuando las resistencias agregadas son

- $1.7 \Omega$ .
- $2.7 \Omega$ .
- $3.7 \Omega$ .
- $4.7 \Omega$ .

**Solución**

$$\text{Deslizamiento } s_r = s_o \left( \frac{R_r + R_x}{R_r} \right)$$

$$\text{Velocidad del rotor } S_r = S_o(1 - s_r)$$

$$\text{a. } s_r = 0.0278 \left( \frac{2}{0.3} \right) = 0.185$$

$$S_r = 900(1 - 0.185) = \mathbf{733.5 \text{ rpm}}$$

$$\text{b. } s_r = 0.0278 \left( \frac{3}{0.3} \right) = 0.278$$

$$S_r = 900(1 - 0.278) = \mathbf{650 \text{ rpm}}$$

$$\text{c. } s_r = 0.0278 \left( \frac{4}{0.3} \right) = 0.371$$

$$S_r = 900(1 - 0.371) = \mathbf{566 \text{ rpm}}$$

$$\text{d. } s_r = 0.0278 \left( \frac{5}{0.3} \right) = 0.463$$

$$S_r = 900(1 - 0.463) = \mathbf{483 \text{ rpm}}$$

Este ejemplo comprueba, una vez más, que el deslizamiento es proporcional a la resistencia del rotor, como se resume en la tabla siguiente.

Resistencia total del rotor $R_r + R_x$ ( $\Omega$ )		Velocidad a plena carga (rpm)
Deslizamiento		
Dato	Dato	Dato
0.3	0.0278	875
$0.3 + 0.7 = 1.0$	0.0926	817
Dato	Calculado	Calculado
a. $0.3 + 1.7 = 2.0$	0.185	<b>733.5</b>
b. $0.3 + 2.7 = 3.0$	0.278	<b>650</b>
c. $0.3 + 3.7 = 4.0$	0.371	<b>566</b>
d. $0.3 + 4.7 = 5.0$	0.463	<b>483</b>

$$\text{hp} = \frac{TS}{5252} = \frac{\omega T_{s1}}{746} \quad (\text{hp}) \quad (4-15a, b)$$

en la que  $T$  es el par, ya sea en lb·pie o N·m

$S$  es la velocidad en rpm

$\omega$  es la velocidad en rad/s

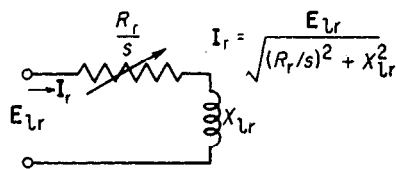
Como en el caso del motor síncrono (sección 8-17), es necesario evaluar el par y/o la potencia que desarrolla el rotor del motor de inducción en términos de voltaje, corriente y factor de potencia del estator del motor de inducción. Así, para cualquier deslizamiento o velocidad del rotor dados, el par de funcionamiento se puede calcular [ecuación (4-15)] si se conoce la potencia desarrollada por el rotor. Para cualquier deslizamiento dado, bajo las condiciones de funcionamiento, la corriente del rotor es

$$I_r = \frac{sE_{lr}}{\sqrt{R_r^2 + (sX_{lr})^2}} \quad (9-9)$$

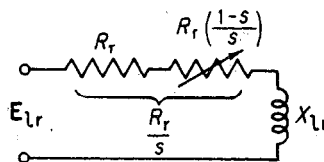
Dividiendo numerador y denominador entre el deslizamiento  $s$  se obtiene

$$I_r = \frac{E_{lr}}{\sqrt{(R_r/s)^2 + X_{lr}^2}} \quad (9-9a)$$





a. Basado en la ecuación (9-9a)



b. Basado en la ecuación (9-16)

**Figura 9-11** Circuitos equivalentes del rotor bajo condiciones de funcionamiento.

La ecuación 9-9a implica que la corriente del rotor bajo condiciones de funcionamiento se puede evaluar en términos del voltaje y la reactancia a rotor bloqueado, por fase, junto con un término resistivo complejo  $R_r/s$ . Con ello, se pueden calcular la corriente del rotor y la potencia que se desarrolla, mediante el circuito equivalente del rotor que aparece en la figura 9-11a.

En reposo, el deslizamiento es la *unidad*, y el circuito que aparece en la figura satisface las condiciones de reposo que se dieron en la ecuación (9-6). Cuando gira el rotor disminuye el deslizamiento, con lo cual aumenta la resistencia “aparente” del rotor. La resistencia variable del rotor que se ve en la figura 9-11a se puede considerar compuesta de dos términos, que se muestran en la figura 9-11b. Esto es,

$$\frac{R_r}{s} = R_r + R_r \left( \frac{1-s}{s} \right) \quad (9-16)$$

El primer término en la ecuación (9-16) representa la resistencia efectiva real del rotor por fase,  $R_r$ , y el segundo representa un equivalente y resistencia de carga ficticia,  $R_r[(1-s)/s]$ , que varía directamente con la carga y con el deslizamiento en condiciones de trabajo. Así, el circuito de la figura 9-11b representa en verdad al rotor bajo condiciones de *trabajo* en términos del voltaje inducido a rotor bloqueado, la reactancia a rotor bloqueado y los componentes fijos y variables de resistencia del rotor que se muestran.

El término de resistencia fija del rotor,  $R_r$ , se puede tomar como el *componente de pérdida de potencia* del rotor para cualquier corriente dada de rotor, y se puede considerar que el término variable  $R_r[(1-s)/s]$  es el *término de potencia desarrollada por el rotor* (para la potencia desarrollada por los conductores del rotor), a fin de producir par. Por lo tanto, multiplicando cada uno de los términos de la ecuación (9-16) por el cuadrado de la corriente del rotor, para obtener las expresiones de potencia, tendremos la ecuación básica<sup>10</sup>

$$\frac{I_r^2 R_r}{s} = I_r^2 R_r + I_r^2 R_r \left( \frac{1-s}{s} \right) \quad (9-17)$$

Entrada de potencia al rotor por fase = Pérdidas en el cobre del rotor por fase + Potencia desarrollada en el rotor por fase

<sup>10</sup> Se debe notar la semejanza entre la ecuación (9-17) y la (4-7). En el último de los casos, la potencia desarrollada por una armadura de cd es la potencia que se suministra a la armadura (rotor) menos las pérdidas en el cobre de la armadura. La ecuación (9-17) establece que la potencia desarrollada por un rotor de motor de inducción es la suministrada al rotor menos las pérdidas en el cobre del rotor.

La ecuación (9-17) es muy importante, no sólo para calcular la potencia desarrollada en el rotor y el par de funcionamiento de un motor de inducción, sino también como base del cálculo de la eficiencia a partir de pruebas a rotor bloqueado (sección 12-13). Es de interés apuntar que, de acuerdo a la ecuación (9-17), la entrada de potencia al rotor en *cualquier* carga o deslizamiento es la pérdida en el cobre del rotor a esa carga dividida entre el deslizamiento. Además, la potencia desarrollada en el rotor siempre es la diferencia entre la entrada del rotor y la pérdida en el cobre del mismo.

Con todo lo anterior ya es posible expresar el par desarrollado por el rotor en términos de la ecuación (4-16a) como

$$T = \frac{5252 \text{ hp}}{S_r} = \frac{5252 P_d}{746 S_r} = \frac{7.04 P_d}{S_r} \quad \text{o} \quad 7.04 \left( \frac{P_d}{S_r} \right) \quad (4-16a)$$

en la cual  $S_r$  es la velocidad del rotor en rpm a cualquier valor de deslizamiento.

Pero la potencia total que desarrolla el rotor de un motor de inducción es, de la ecuación (9-17),

$$P_d = I_r^2 R_r \frac{(1-s)}{s} = P_{in} (1-s)$$

en la cual  $P_{in}$  es también la *entrada total de potencia a todas las fases del rotor*.

Por lo tanto, el par desarrollado por el rotor es

$$T = \frac{7.04 P_d}{S_r} = \frac{7.04 P_{in} (1-s)}{S_r} = \frac{7.04 P_{in}}{S_r/(1-s)}$$

Además, se demostró con la ecuación (9-1a) que la velocidad síncrona  $S$  es igual a  $S_r/(1-s)$ . De esta relación se sigue que el par se puede expresar como

$$T = 7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right) \quad (9-19a)$$

siendo  $P_{in}$  la entrada de potencia total *al rotor* (en todas las fases)

$S$  la velocidad síncrona ( $120f/P$ ), en rpm

Las ecuaciones anteriores se pueden deducir también para expresar al par en unidades SI. A partir de la ecuación (4-16b), podemos escribir

$$T_{SI} = \frac{P_d}{\omega_r} \quad \text{newton-metros (N·m)} \quad (4-16b)$$

e igualmente, partiendo de la ecuación (9-19a) podemos escribir

$$T_{SI} = \frac{P_{in}}{\omega_s} \quad \text{Newton-metros (N·m)} \quad (9-19b)$$

en las cuales  $P_d$  es la potencia *total* desarrollada por el rotor en watts (o potencia de rotor por fase)

$P_{in}$  es la entrada *total* de potencia al rotor en watts, o potencia de entrada al rotor por fase

$\omega_r$  es la velocidad del rotor a *cualquier* valor del deslizamiento, en rad/s

$\omega_s$  es la velocidad síncrona en rad/s

El lector cuidadoso habrá notado que la ecuación (9-17) está expresada en una base *por fase* mientras que los pares que se deducen y desarrollan en las ecuaciones (9-19a) y (9-19b) se pueden interpretar como pares totales en base *trifásica*. Si no se reconoce esta diferencia se puede tener inevitablemente gran confusión y se puede incurrir en errores al resolver los problemas.

Por lo tanto, el lector se debe dar cuenta de que las ecuaciones (9-19a) y (9-19b) se pueden interpretar como que dan el *par por fase* siempre que se suponga que la potencia de entrada  $P_{in}$  y la potencia desarrollada  $P_d$  en estas ecuaciones sean *potencias por fase*. En breve, el método más seguro es resolver todos los problemas en base por fase, incluyendo al par, y a continuación *multiplicar por un factor de tres* (para un motor trifásico) para obtener el par total que se desarrolla en el rotor, o el par de salida disponible en la carga. Este método se utilizará en todos los ejemplos que siguen.

Sin embargo, antes de ir a los ejemplos, es útil resumir las ecuaciones que se acaban de describir en forma tabular. La **tabla 9-1** muestra las ecuaciones de potencia del motor de inducción, mientras que la **tabla 9-2** resume las ecuaciones del par del motor de inducción en base por fase.

Con respecto a la tabla 9-1 habremos de notar lo siguiente:

1. Dos ecuaciones permiten el cálculo de la entrada de potencia al rotor.
2. Dos relaciones permiten el cálculo de la potencia desarrollada por el rotor (relaciones 2 y 3).

**Tabla 9-1 Relaciones de potencia del motor de inducción en base por fase**

Relación 1	Entrada de potencia al rotor	=	Entrada de potencia al estator	-	Pérdida en el cobre del estator
En símbolos	$P_{in}$	=	$P_P$	-	$P_{PL}$
En siglas	EPR	es igual a	EPE	menos	PCE
Ecuación por fase	$\frac{I_r^2 R_r}{s}$	=	$V_p I_p \cos \theta$	-	$I_p^2 R_a$
Relación 2	Entrada de potencia al rotor	=	Pérdida en cobre del rotor	+	Potencia desarrollada por el rotor
En símbolos	$P_{in}$	=	$P_{RL}$	+	$P_d$
En siglas	EPR	es igual a	PCR	más	PDR
Ecuación por fase	$\frac{I_r^2 R_r}{s}$	=	$I_r^2 R_r$	+	$I_r^2 R_r \left( \frac{1-s}{s} \right)$
Relación 3	Salida de potencia del rotor	=	Potencia desarrollada por el rotor	-	Pérdidas en el cobre del rotor
En símbolos	$P_o$	=	$P_d$	-	$P_{RL}$
En siglas	SPR	es igual a	RPD	menos	PCR
Ecuación por fase	$P_o$	=	$I_r^2 R_r \left( \frac{1-s}{s} \right)$	-	$I_r^2 R_r$

**Tabla 9-2 Relaciones de par en motores de inducción en base por fase**

	Unidades inglesas	Unidades Si
Par desarrollado por el rotor	$7.04 \left( \frac{P_d}{S_r} \right)$	$\frac{P_d}{\omega_r}$
por fase ( $T_d$ )	$7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right)$	$\frac{P_{in}}{\omega_s}$
Par de salida en el rotor por fase ( $T_o$ )	$7.04 \left( \frac{P_o}{S_r} \right)$	$\frac{P_o}{\omega_r}$

3. Si es necesario, se puede calcular la pérdida en el cobre del estator mediante la relación 1.
4. Igualmente, si es necesario, se pueden calcular la pérdida en el cobre del rotor mediante la relación 3.
5. Todas las relaciones están expresadas en base por fase.
6. La salida de potencia del rotor (relación 3) *no* es la salida de potencia en el eje del motor debido a que omite la pérdida rotacional debida a la fricción mecánica y con el aire, y a la pérdida del núcleo. Para calcular la potencia neta a la salida, debemos restar esta pérdida rotacional por fase a partir de la salida de potencia del rotor, además de la pérdida en el cobre del mismo. (Véase ejemplo 9-15.)

Con respecto a la tabla 9-2, préstese atención a lo siguiente:

1. Para cada sistema de unidades se dan dos conjuntos de ecuaciones para el par desarrollado en el rotor por fase. Uno usa la velocidad del rotor en cualquier ángulo del deslizamiento, el otro usa la velocidad síncrona.
2. El par de salida del rotor sólo se puede calcular a partir de la velocidad y salida de potencia del rotor a la velocidad de que se trate.
3. Todas las relaciones están expresadas en base por fase. Para los motores monofásicos de inducción no se necesita corrección. Para los motores trifásicos, multiplíquese el par por fase por un factor de 3.

### 9-12.1 Par máximo, crítico o de falla

Los ejemplos 9-10 y 9-11 indican cómo es posible calcular el par *nominal* de un motor de inducción, sea de jaula de ardilla o de rotor devanado. Sabemos, por nuestro estudio de los motores síncronos, que hay otros dos pares de importancia: el par *de arranque* y el par *máximo*, crítico o de falla. En efecto, una vez que conocemos el par de arranque, el máximo y el nominal de cualquier motor, podemos determinar si ese motor es adecuado para aplicarlo con determinada carga.

**EJEMPLO 9-10**

Un motor trifásico de inducción de rotor devanado, cuatro polos, 60 Hz, 220 V, conectado en delta, de 1 hp, tiene un rotor conectado en estrella con la cuarta parte de las vueltas del estator. La velocidad a plena carga (nominal) es 1740 rpm. La resistencia del rotor es  $0.3 \Omega$ , y la reactancia a rotor bloqueado es  $1 \Omega$ . Calcular

- El voltaje por fase a rotor bloqueado
- La corriente del rotor por fase a la velocidad nominal
- La entrada nominal de potencia al rotor por fase
- La pérdida nominal en el cobre del rotor por fase
- La potencia que desarrolla el rotor por fase, en watts y hp
- El par desarrollado por el rotor por fase, siguiendo dos métodos, y el par total del rotor.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } E_{lr} &= \frac{V_p}{4} = \frac{220}{4} = 55 \text{ V} \\ \text{b. } s &= \frac{S - S_r}{S} = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.03 \quad (9-1) \\ I_r &= \frac{E_{lr}}{\sqrt{(R_r/s)^2 + X_{lr}^2}} = \frac{55}{\sqrt{(0.3/0.03)^2 + (1.0)^2}} \\ &= \frac{55}{\sqrt{82}} = 6.074 \text{ A/fase} \quad (9-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P_{in} &= \frac{I_r^2 R_r}{s} = \frac{(6.074)^2 \times 0.3}{0.03} \\ &= 332 \text{ W/fase} \quad (9-17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } P_{RL} &= I_r^2 R_r = (6.074)^2 \times 0.3 \\ &= 11.07 \text{ W} \quad (9-17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } P_d &= P_{in} - P_{RL} = 332 - 11.1 \\ &= 320.9 \text{ W/fase} \quad (9-17) \\ P_d &= \frac{320.9 \text{ W}}{746} = 0.43 \text{ hp/fase} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } T_d &= \frac{\text{hp} \times 5252}{S_r} = \frac{0.43 \times 5252}{1740} \\ &= 1.3 \text{ lb}\cdot\text{pie} \quad (4-15a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_d &= 7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right) = 7.04(332/1800) \\ &= 1.3 \text{ lb}\cdot\text{pie} \quad (9-19) \end{aligned}$$

$$T_{dm} = 3 \times T_d = 3 \times 1.3 = 3.9 \text{ lb}\cdot\text{pie}$$

De acuerdo con la ecuación (9-19) y la tabla 9-2 sabemos que si podemos calcular la entrada de potencia al rotor, o la potencia desarrollada por el rotor en condiciones críticas, podremos entonces calcular con facilidad el par máximo o crítico.

De acuerdo con la ecuación (9-12) en la sección 9-6, conocemos ya el valor del deslizamiento al cual se presenta el par máximo o de falla, y es

$$s_b = \frac{R_r}{X_{lr}} \quad (9-12)$$

La corriente en el rotor en el punto del par máximo es

$$I_r = \frac{E_{lr}}{\sqrt{(R_r/s_b)^2 + X_{lr}^2}} \quad (9-9a)$$

Sustituyendo la ecuación (9-12) en la (9-9a) se obtiene

$$I_r = \frac{E_{lr}}{\sqrt{2} X_{lr}} = \frac{E_{lr}}{\sqrt{2} \times X_{lr}} = 0.707 \left( \frac{E_{lr}}{X_{lr}} \right) \quad (9-20)$$

**EJEMPLO 9-11**

Motor trifásico de inducción con rotor devanado, 7.5 hp, 60 Hz, 208 V y seis polos tiene su rotor y estator conectados en estrella. El rotor tiene la mitad de las vueltas del estator. La velocidad a plena carga (nominal) es 1125 rpm. La resistencia del rotor es  $0.08 \Omega/\text{fase}$ , y la reactancia a rotor bloqueado es  $0.4 \Omega/\text{fase}$ . Calcular

- El voltaje a rotor bloqueado por fase
- La corriente del rotor por fase a la velocidad nominal
- La entrada nominal de potencia al rotor por fase
- La pérdida nominal en el cobre del rotor por fase
- La potencia desarrollada en el rotor, por fase, tanto en watts como en hp
- El par desarrollado por el rotor por fase, empleando dos métodos
- El par total que desarrolla el rotor
- El par total de salida del rotor en lb·pie

**Solución**

$$\text{a. } E_{tr} = \frac{V_L/\sqrt{3}}{2} = \frac{208/\sqrt{3}}{2} = 60 \text{ V}$$

$$\text{b. } s = \frac{S - S_r}{S} = \frac{1200 - 1125}{1200} = 0.0625 \quad (9-1)$$

$$I_r = \frac{E_{tr}}{\sqrt{(R_r/s)^2 + X_{lr}^2}} = \frac{60}{\sqrt{(0.08/0.0625)^2 + (0.4)^2}} = \frac{60}{\sqrt{1.798}} = 44.74 \text{ A/fase} \quad (9-6)$$

$$\text{c. } P_{in} = \frac{I_r^2 R_r}{s} = \frac{(44.74)^2 \times 0.08}{0.0625} = 2562 \text{ W/fase} \quad (9-17)$$

$$\text{d. } P_{RL} = I_r^2 R_r = (44.74)^2 \times 0.08 = 160.1 \text{ W/fase} \quad (9-17)$$

$$\text{e. } P_d = P_{in} - P_{RL} = 2562 - 160 = 2402 \text{ W/fase} \quad (9-17)$$

$$P_d = \frac{2402 \text{ W}}{746} = 3.22 \text{ hp/fase}$$

$$\text{f. } T_d = \frac{\text{hp} \times 5252}{S_r} = \frac{3.22 \times 5252}{1125} = 15.0 \text{ lb·pie/fase}$$

$$T_d = 7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right) = 7.04(2562/1200)$$

$$= 15.0 \text{ lb·pie/fase}$$

$$\text{g. } T_{dm} = 3T_d = 3 \times 15.0 = 45 \text{ lb·pie}$$

$$\text{h. } T_o = 7.04 \left( \frac{P_o}{S_r} \right) = 7.04 \times (7.5 \times 746)/1125 = 35 \text{ lb·pie}$$

Pero la entrada de potencia al rotor  $P_{in}$  a cualquier valor del deslizamiento, incluyendo el crítico [ecuación (9-17)] es

$$P_{in} = \frac{I_r^2 R_r}{s_b} \quad \text{por fase} \quad (9-17)$$

Sustituyendo las ecuaciones (9-20) y (9-12) en la (9-17) se obtiene para el punto máximo, crítico o de falla,

$$P_{in} = \frac{E_{tr}^2}{2X_{lr}} \quad \text{W/fase} \quad (9-21)$$

El valor de  $P_{in}$  que se obtiene se puede sustituir en la ecuación (9-19) para obtener el par máximo o de falla, como se muestra en el ejemplo 9-12.

**9-12.2 Par de arranque**

Si se pueden calcular los pares en funcionamiento y máximo a partir de la entrada de potencia al rotor, debe ser posible también calcular de este modo el par de arranque. Dado que el deslizamiento es *unitario* en el instante de arrancar, la ecuación (9-9a) se simplifica y se obtiene

$$I_r = \frac{E_{lr}}{\sqrt{R_r^2 + X_{lr}^2}} \quad \text{al instante de arrancar} \quad (9-9b)$$

### EJEMPLO 9-12

Calcular el par máximo que se puede desarrollar en el motor de 1 hp del ejemplo 9-10, y el porcentaje de deslizamiento y la velocidad a la cual se desarrolla el par máximo.

#### Solución

La entrada de potencia total trifásica al rotor es

$$P_{in} = \frac{E_{lr}^2}{2X_{lr}} = \frac{(55)^2}{2 \times 1} = 1513 \text{ W/fase} \times 3 \text{ fases} \\ = 4538 \text{ W} \quad (9-21)$$

Sustituyendo en la Ec. (9-19),

$$T_{max} = 7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right) = 7.04 \left( \frac{4538 \text{ W}}{1800} \right) \\ = 17.75 \text{ lb}\cdot\text{pie} \quad (9-19)$$

$$\text{Entonces } s_b = \frac{R_r}{X_{lr}} = \frac{0.3}{1.0} = 0.3 \quad (9-12)$$

$$y \quad S_r = S(1 - s) = 1800(1 - 0.3) \\ = 1260 \text{ rpm} \quad (9-1a)$$

y la entrada de potencia al rotor por fase con deslizamiento unidad es

$$P_{in} = I_r^2 R_r \quad (9-17a)$$

Sustituyendo la ecuación (9-9b) en la (9-17a), se obtiene

$$P_{in} \text{ por fase} = \frac{E_{lr}^2}{R_r^2 + X_{lr}^2} \times R_r \quad \text{al momento de arrancar} \quad (9-22)$$

el cual se puede sustituir en la ecuación (9-19) para calcular el par de arranque.

### EJEMPLO 9-13

Calcular el par de arranque que desarrolla el motor de 1 hp del ejemplo 9-10, empleando la ecuación (9-22).

#### Solución<sup>11</sup>

$$P_{in} = 3 \left( \frac{E_{lr}^2}{R_r^2 + X_{lr}^2} \right) \times R_r = \left[ \frac{3 \times (55)^2}{(0.3)^2 + (1.0)^2} \right] 0.3 \\ = 2498 \text{ W} \quad (9-22)$$

De la ecuación (9-19), el par de arranque es

$$T_s = 7.04 \left( \frac{P_{in}}{S} \right) = 7.04 \left( \frac{2498}{1800} \right) \\ = 9.77 \text{ lb}\cdot\text{pie} \quad (9-19)$$

En los ejemplos 9-10, 9-12 y 9-13 hemos calculado el par nominal, el par máximo o de falla y el par de arranque, respectivamente, de un motor trifásico hipotético de 1 hp. El par nominal es 3.9 lb·pie, el máximo es 17.75 lb·pie y el de arranque es 9.77 lb·pie. Estos valores parecen razonables y de acuerdo con la curva del motor clásico de inducción comercial de jaula de ardilla que aparece en la figura 9-6.

<sup>11</sup> Se verá después (sección 12-13) que al llevar a cabo la prueba de rotor bloqueado (la cual se usa para determinar la resistencia efectiva del rotor y la reactancia a rotor bloqueado para un motor de inducción como parte del método convencional para ver su eficiencia), la entrada de potencia al rotor calculada en el ejemplo 9-13 se obtiene más fácil y directamente, y a partir de ella se calcula el par de arranque como en el mencionado ejemplo.

Puede surgir la pregunta: "Si conocemos el par máximo y el valor de deslizamiento ( $s_b$ ) con que se presenta, ¿es posible calcular cualquier otro valor del par, dado el deslizamiento al que se presenta, incluyendo los pares de arranque y nominal?"

La respuesta es "Sí". La ecuación para el par  $T$  a cualquier valor de  $s$  o deslizamiento, dado el par máximo  $T_b$ , se calcula fácilmente a partir de

$$T = T_b \left[ \frac{2}{(s_b/s) + (s/s_b)} \right] \quad (9-23)$$

en la cual  $T$  es el par a cualquier deslizamiento  $s$

$T_b$  es el par máximo de falla que se presenta en el deslizamiento  $s_b$

Adviértase que con este método se obtiene la misma respuesta que en los ejemplos 9-10 y 9-13, pero con mucho menos esfuerzo.

### 9-12-3 Diagrama completo de circuito equivalente de un motor de inducción

En la figura 9-11 se presentó el diagrama de circuito equivalente del rotor de un motor de inducción. Pero, como se demostró en los ejemplos 9-10 y 9-11, ¡en realidad la corriente del rotor se calculó a partir de parámetros y valores correspondientes al estator! Por ello surge la pregunta de si se podría desarrollar un circuito equivalente completo que muestre tanto el estator como el rotor. Ese circuito, si se desarrolla, debe comprobar y aclarar nuestras ecuaciones anteriores, resumidas en las tablas 9-1 y 9-2. Además, este circuito equivalente nos debe permitir calcular las corrientes tanto del rotor como del estator, por fase, que se toma del suministro a cualquier condición de deslizamiento.

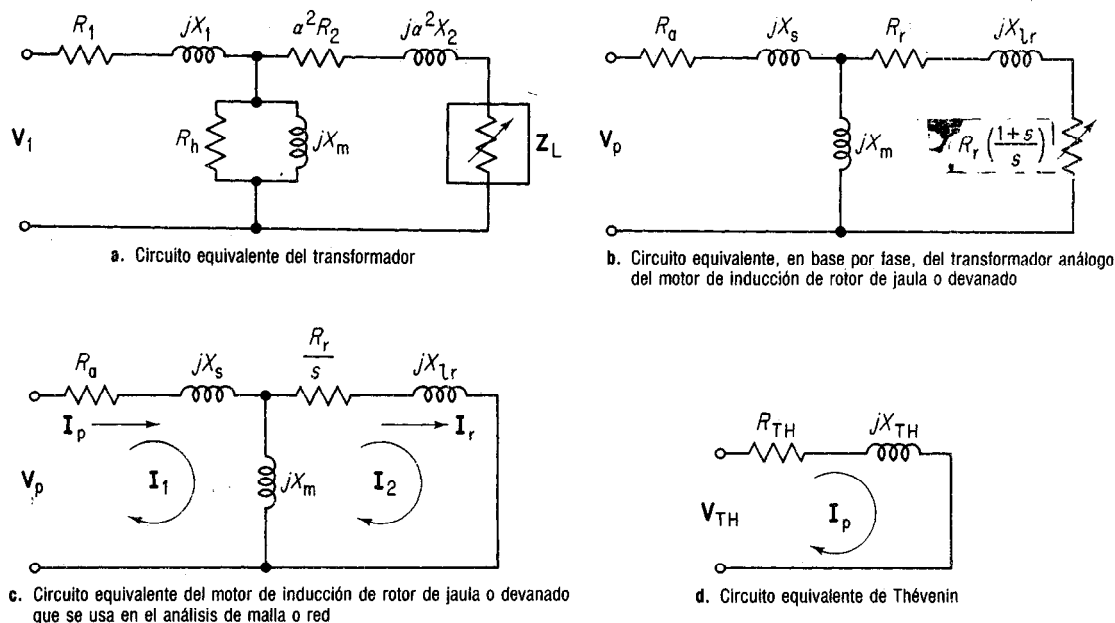
La figura 9-11 mostró sólo el circuito del rotor para los fines de deducir las ecuaciones de las tablas 9-1 y 9-2, y las relacionadas con las pérdidas en el cobre del rotor, la potencia de entrada al rotor y la desarrollada por el rotor. Pero la entrada de potencia al rotor (EPR) es potencia que se transforma a través del entrehierro del estator. Recuérdese que  $EPR = EPE - PCE$ . Para desarrollar el circuito equivalente completo para el motor de inducción comercial de jaula de ardilla o para el motor de inducción con rotor devanado, necesitamos un circuito que nos permita calcular las corrientes tanto del rotor como del estator, por fase.

Afortunadamente, tenemos ese modelo de circuito en el transformador convencional, acoplado débilmente, como se muestra en la figura 9-12a, en la cual el subíndice "1" representa parámetros del primario y el "2" parámetros del secundario.<sup>12</sup> El símbolo  $R_h$  representa a las pérdidas en el núcleo, y la reactancia mutua está representada por  $jX_m$ . La letra griega  $\alpha$  representa el factor por el que se refleja la impedancia del secundario al primario.

La figura 9-12b muestra el circuito análogo del motor, del equivalente al transformador. Obsérvese primero que se omite la relación de vueltas, bajo la hipótesis de que tanto el rotor como el estator tienen el mismo número de vueltas, porque los valo-

<sup>12</sup> Para una descripción completa, tratamiento y análisis de circuito de los transformadores con acoplamiento débil, véase Kosow, *op. cit.*, págs. 660-674, que incluye cinco métodos distintos de análisis de circuitos para calcular las corrientes en el primario y el secundario.





**Figura 9-12** Reducción del circuito equivalente por fase para motores de inducción de jaula de ardilla o de rotor devanado para fines de análisis.

res de impedancia fueron calculados a partir de mediciones en el primario. En segundo lugar, el ramal que contiene a  $jX_m$  no muestra el factor  $R_h$  de pérdidas en el núcleo. Esto es aceptable porque, además de la pérdida en el núcleo, el motor tiene pérdidas de fricción y pérdidas por cargas parásitas. Se miden éstas por separado en una prueba sin carga (funcionamiento con carga ligera) y se pueden determinar, para cualquier motor, como parte de sus parámetros.

Téngase en cuenta también que el circuito del secundario en la figura 9-12b es esencialmente el mismo que se muestra en la figura 9-11b, en la que la suma de las resistencias fijas y variables se agrupa en forma de  $R_r/s$ . Si hacemos esto, llegaremos a la figura 9-12c, que tiene un circuito que se presta al *análisis de mallas o de redes*, con bastante facilidad. Adviértase que la corriente del primario  $I_p$  se representa como  $I_1$ , mientras que la corriente en el rotor  $I_r$  se representa mediante  $I_2$ . Si podemos despejar a  $I_1$  e  $I_2$ , habremos encontrado las corrientes tanto del estator como del rotor, por fase y respectivamente, para el motor.

#### EJEMPLO 9-14

El par máximo en el ejemplo 9-12 fue 17.75 lb·pie a un deslizamiento igual a 0.3. Calcular

- El par de plena carga a un deslizamiento igual a 0.3333 (del ejemplo 9-10)
- El par de arranque a un deslizamiento igual a 1.0 (del ejemplo 9-13)

#### Solución

De acuerdo con la ecuación (9-23),

$$\begin{aligned} \text{a. } T &= 17.75 \text{ lb·pie} \left[ \frac{2}{(0.3/0.0333) + (0.0333/0.3)} \right] \\ &= 17.75 \left( \frac{2}{9.111} \right) = \mathbf{3.9 \text{ lb·pie}} \\ \text{b. } T &= 17.75 \text{ lb·pie} \left[ \frac{2}{(0.3/1.0) + (1.0/0.3)} \right] \\ &= 17.75 \left( \frac{2}{3.633} \right) \\ &= \mathbf{9.77 \text{ lb·pie}} \end{aligned}$$

El circuito de la figura 9-12c se puede simplificar al de la figura 9-12d empleando el análisis de Thévenin. Pero este método tiene varios inconvenientes:

1. Los cálculos son extremadamente largos empleando álgebra compleja y hay muchas probabilidades de cometer errores, en comparación con el análisis de malla simple.
2. El análisis sólo calcula la corriente primaria en el estator. Si se desea la del rotor, se debe trazar por separado un nuevo equivalente de Thévenin para calcularlo, creando la posibilidad de errores adicionales.

Por esos motivos, sólo se usa el circuito de la figura 9-12c en el ejemplo 9-15 y en los problemas al final de este capítulo. Puesto que el análisis de red da rápidamente las corrientes *tanto* del estator *como* del rotor, éstas pueden servir como verificación entre sí en los cálculos de la entrada de potencia al rotor y la potencia desarrollada por el rotor, como se indica en las partes (f) y (g) de la solución al ejemplo 9-15.

Con respecto a la solución del ejemplo 9-15, adviértase lo siguiente:

1. El empleo de análisis de mallas o redes se presta rápida y fácilmente a evaluaciones de corriente de armadura del estator y corriente del rotor. Se dispone ya de programas de computadora para resolver la matriz de corrientes desconocidas con más rapidez y directamente.
2. En la parte (f) de la solución, un método emplea la corriente primaria en la armadura del estator y el segundo utiliza la corriente secundaria en el rotor. Cuando ambos métodos dan las mismas respuestas, podemos confiar en que es correcto el análisis de red que se haya llevado a cabo.
3. La salida de potencia igual a 10.3 hp que se calculó en la parte (j) es muy cercana a los 10 hp que eran dato. Esto demuestra que los parámetros dados para el motor en el planteamiento del problema junto con la pérdida rotacional representan al motor con bastante exactitud.
4. Del apéndice A-3, tabla 430-150, la corriente de línea nominal (a plena carga) de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla, de 10 hp y 230 V, es 28 A. La corriente de fase (y de línea) que se calculó en la parte (a) es 26 A aproximadamente, lo cual comprueba de nuevo que los parámetros dados y la solución por análisis de red son razonables para un motor de inducción de jaula de ardilla de 220 V.
5. El método del análisis de malla que aparece en el ejemplo 9-15 se presta a calcular tanto el par máximo como el par de arranque:
  - a. El par máximo se presenta cuando  $s_b = R_r / jX_{lr} = 0.14 / 0.35 = 0.4$  [véase ecuación (9-12)]. En la figura 9-13, el único parámetro que cambia es  $R_r/s$ , que es ahora  $(0.14 \Omega / 0.4)$ , o  $0.35 \Omega$ . Despejando  $I_2$  de la nueva matriz se obtiene la nueva corriente del rotor  $I_r$ . Esto permite el cálculo de la entrada de potencia al rotor mediante la ecuación (9-17). Una vez calculada la entrada de potencia al rotor, se puede emplear la ecuación (9-19) para calcular el par máximo. (Véase problema 12-15.)
  - b. Una vez conocidos el par máximo y el deslizamiento al cual se presenta, es fácil calcular el par de arranque (a deslizamiento unidad) mediante la ecuación (9-23) y el método que se muestra en el ejemplo 9-14. (Véase problema 12-15.)

**EJEMPLO 9-15**

Un motor trifásico de 10 hp, 220 V, 60 Hz, 1746 rpm, de cuatro polos, conectado en estrella, de inducción y de jaula de ardilla tiene las siguientes características:  $R_a = 0.4 \Omega$ ,  $R_r = 0.14 \Omega$ ,  $jX_m = 16 \Omega$ ,  $jX_s = 0.35 \Omega$  y  $jX_{lr} = 0.35 \Omega$ .

La pérdida rotacional total es 360 W.

Trazar un diagrama de circuito equivalente que muestre los parámetros dados y, a la velocidad nominal (1746 rpm), calcular, en base por fase,

- La corriente de armadura en el estator  $I_p$
- La corriente del rotor  $I_r$  por fase
- El factor de potencia del motor
- La entrada de potencia al estator (EPE)
- Las pérdidas en el cobre del estator (PCE)
- La entrada de potencia al rotor (EPR), con dos métodos
- La potencia desarrollada por el rotor, (PDR) con tres métodos
- La potencia total del rotor en el eje de salida del motor. Incluir las pérdidas rotacionales (per. rot.)
- El par de salida total trifásico
- La potencia de salida en hp
- La eficiencia del motor a la carga nominal. (Sugerencia: trazar el diagrama de flujo de potencia.)

**Solución**

Cálculos preliminares:

$$s = \frac{S - S_r}{S} = \frac{1800 - 1746}{1800} = 0.03$$

$$\frac{R_r}{s} = \frac{0.14 \Omega}{0.03} = 4.67 \Omega$$

De la figura 9-13, empleando el método de formato para análisis de red, podemos escribir por inspección el conjunto:

$I_1$	$I_2$	$V$
$(0.4 + j16.35)$	$-(0 + j16)$	$127 + j0$
$-(0 + j16)$	$(4.67 + j16.35)$	$0$

$$\text{determinante } \Delta = \begin{vmatrix} 0.4 + j16.35 & -j16 \\ -j16 & 4.67 + j16.35 \end{vmatrix}$$

$$= -9.45 + j82.895$$

$$\text{a. } I_p = I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 127 + j0 & -j16 \\ 0 & 4.67 + j16.35 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{593.09 + j2076.45}{-9.45 + j82.895} = 23.92 - j9.883$$

$$= 25.88 \angle -22.45^\circ \text{ A (en retraso)}$$

$$\text{b. } I_r = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.4 + j16.35 & 127 + j0 \\ -j16 & 0 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{0 + j2032}{-9.45 + j82.895}$$

$$= 24.2 - j2.76 = 24.355 \angle -6.51^\circ \text{ A}$$

$$\text{c. } \cos \theta_1 = \cos 22.45^\circ = 0.9242$$

$$\text{d. EPE} = V_p I_p \cos \theta = 127 \times 25.88 \times 0.9242$$

$$= 3038 \text{ W}$$

$$\text{e. PCE} = I_p^2 R_a = (25.88)^2 \times 0.4 = 268 \text{ W}$$

$$\text{f. EPR} = \text{EPE} - \text{PCE} = 3038 - 268 = 2770 \text{ W}$$

$$\text{EPR} = I_r^2 \left( \frac{R_r}{s} \right) = 24.355^2 \times 4.67$$

$$= 2770 \text{ W} \quad (9-17)$$

$$\text{g. PDR} = \text{EPR}(1 - s) = 2770(1 - 0.03)$$

$$= 2687 \text{ W} \quad (9-18)$$

$$\text{PCR} = s(\text{EPR}) = 0.03 \times 2770 = 83 \text{ W}$$

$$\text{PDR} = \text{EPR} - \text{PCR} = 2770 - 83 = 2687 \text{ W}$$

$$\text{PDR} = I_r^2 R_r \left( \frac{1-s}{s} \right) = \text{PCR} \left( \frac{1-s}{s} \right) \quad (9-18)$$

$$= 83 \left( \frac{1-0.03}{0.03} \right) = 2684 \text{ W}$$

$$\text{h. } P_o / \phi = \text{PDR} - P_r = 2687 - 360/3 = 2567 \text{ W}/\phi$$

$$P_o = 3P_o = 3 \times 2567 = 7701 \text{ W}$$

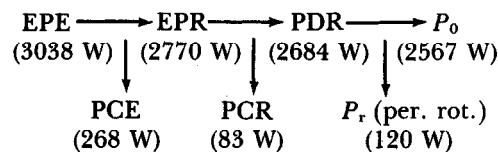
$$\text{i. } T = 7.04 \left( \frac{P_t}{S_r} \right) = 7.04 \times \frac{7701}{1746}$$

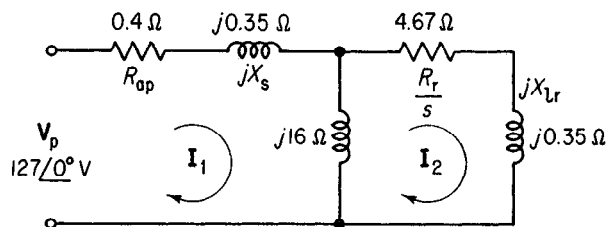
$$= 31 \text{ lb} \cdot \text{pie} \quad (9-19)$$

$$\text{j. } \text{hp} = \frac{P_t}{746} = \frac{7701}{746} = 10.3 \text{ hp}$$

$$\text{k. } \eta = \frac{P_o}{P_{in}} = \frac{2567 \times 3}{3038 \times 3} = 84.5 \text{ por ciento}$$

Diagrama de flujo de potencia (por fase):





**Figura 9-13** Circuito para el ejemplo 9-15 empleando análisis de redes (véase figura 9-12c).

## 9-12.4 Resumen de las ecuaciones del motor de inducción

1. El par *máximo* es independiente de la resistencia del rotor (figura 9-10b).
2. El par es proporcional al cuadrado del voltaje en el estator, o inducido en el rotor.
3. El deslizamiento al cual se presenta el par máximo es proporcional a la relación  $R_r/X_{lr}$ .
4. Mientras *mayor* sea la *resistencia del rotor* *menor* es la *corriente de arranque* y *mayor* es el *par de arranque* (figura 9-10b) hasta llegar al par máximo en el arranque.
5. Para una salida dada de potencia, mientras mayor es el voltaje nominal menor es la corriente nominal de línea. (Véase apéndice A-3.)
6. Pero para un motor dado a un valor determinado de deslizamiento, o velocidad del rotor, la corriente de línea hacia el motor es directamente proporcional al voltaje del estator.

## 9-13 MEDICION DEL DESLIZAMIENTO DE ACUERDO CON VARIOS METODOS

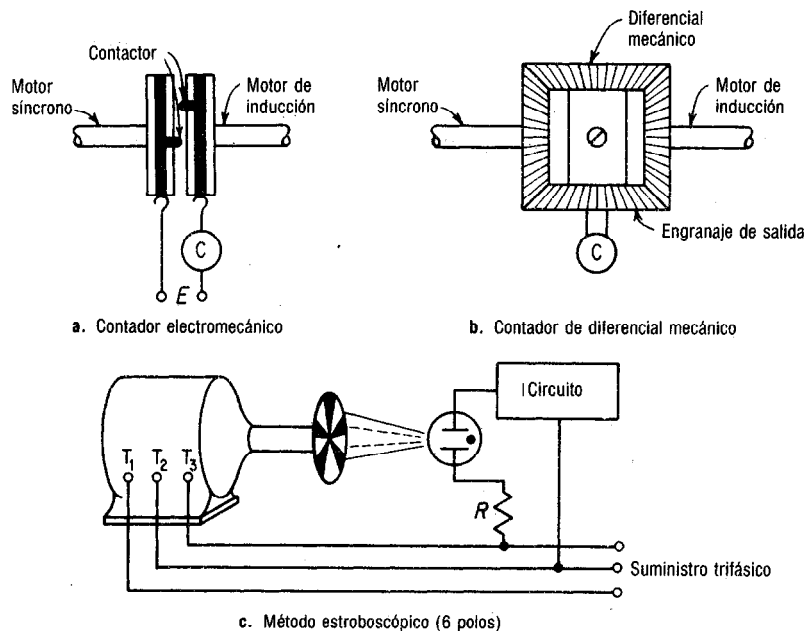
Al probar los motores de inducción y determinar el deslizamiento a diversas condiciones de carga, es esencial que el valor de deslizamiento que se obtenga sea exacto porque aparece en todos los cálculos que se emplearon en los ejemplos anteriores, del 9-12 al 9-15. Por este motivo, el deslizamiento casi nunca se determina directamente por medición de velocidad del rotor; un pequeño error en la velocidad del rotor puede producir un gran error en el valor del deslizamiento. Por ejemplo, la velocidad a plena carga en el ejemplo 9-10 es 1740 rpm. Si se mide la velocidad del rotor con un tacómetro, sea mecánico o eléctrico, que tenga un error de 2 por ciento, lo cual no es raro para esos dispositivos, la indicación puede ser de  $1740 \pm 35$  rpm, o sea que puede ser tan alta como 1775 rpm o tan baja como 1705 rpm. El valor real del deslizamiento, calculado del ejemplo 9-10 es 0.0333, mientras que el que se obtiene con un tacómetro con error del 2 por ciento empleando el valor menor, es  $s = (1800 - 1705)/1800 = 0.05275$ .

El error que se produce en el valor del deslizamiento que se va a emplear es, por lo tanto,  $(0.05275 - 0.0333)/0.0333 = 58.26$  por ciento. Un error *pequeño* de 2 por ciento en la medición de la *velocidad del rotor* ha provocado un *error grande* de 58.3 por ciento en el cálculo del *deslizamiento*. Este error se conservaría en todas las ecuaciones que se emplearon antes dando resultados espurios. Por este motivo, rara-

mente se mide la velocidad del rotor *per se*, y en lugar de ello se trata de *medir directamente el deslizamiento*.

Quizá el método más simple y directo de medir el deslizamiento (es decir, la diferencia entre la velocidad síncrona y la del rotor) es comparar la velocidad del motor de inducción con la de un pequeño motor síncrono empleando un *contador electromecánico* que se muestra en la **figura 9-14a**. El motor síncrono que se emplee debe tener el mismo número de polos que el motor de inducción. En el extremo de cada eje se encuentra un cilindro de resina fenólica u otro material aislante adecuado que se ha equipado con un anillo rozante circular al cual se fija un pequeño contactor, como se muestra en la figura. Los anillos rozantes se conectan a una fuente de voltaje en serie con un contador de pulsos, ya sea electromecánico o digital. El motor síncrono trabaja siempre a la velocidad síncrona, que es la del campo rotatorio del motor de inducción. Cada vez que el motor de inducción se retrasa o desliza una revolución, los contactores de los motores síncrono y de inducción cierran el circuito y registran un pulso. El número de pulsos que se registren por minuto (ppm) es la velocidad de deslizamiento en rpm, con la cual se calcula fácilmente el deslizamiento, mediante la ecuación (9-1).

En la figura 9-14b se muestra un método semejante, empleando un *contador diferencial mecánico* cuyo engranaje de salida gira a una velocidad igual a la diferencia entre los dos engranajes de entrada a los cuales están conectados los ejes del motor síncrono y el de inducción. Se usa un contador mecánico o un tacómetro mecánico o eléctrico de baja velocidad para registrar directamente la velocidad de deslizamiento.



**Figura 9-14** Diversos métodos para medición directa del deslizamiento.

Este método tiene la desventaja de poner una carga ligera al motor de inducción debido a la fricción y resistencia de los engranajes del diferencial y no se debe emplear para medir el deslizamiento de los motores de inducción más pequeños.<sup>13</sup>

El *método estroboscópico* que se muestra en la figura 9-14c es una medición *óptica* que no produce carga alguna y que se puede emplear con los motores más pequeños. Este método emplea un bulbo de gas de tamaño y brillo suficiente con un gas inerte: neón, argón o xenón son los de uso más común. Una red forma pulsos y desioniza, y sus pulsos están sincronizados con la frecuencia de la línea que abastece al estator del motor de inducción. La luz emitida del bulbo se presenta en destellos sincronizados con la frecuencia del suministro. Si el motor de inducción está girando a la velocidad síncrona, se produce un destello de luz cada vez que los sectores del disco del motor avanzan un polo (en este caso, 60°). Así, el disco estroboscópico parece estar detenido debido a que aparece un sector nuevo en lugar del anterior a cada sexta parte de una revolución, para recibir iluminación. Siempre que, a causa del deslizamiento, el motor de inducción no gire a la velocidad síncrona, los sectores reciben un destello completo de luz antes de haber completado 60° de rotación. El efecto es que el disco da la ilusión de girar hacia atrás en dirección opuesta a la rotación del motor. Si se cuenta el número de revoluciones aparentes en un minuto se obtiene la velocidad de deslizamiento en rpm. A cargas bastante ligeras este método es el más exacto. A cargas demasiado pesadas, mayores que la plena carga, aumenta la velocidad de deslizamiento y se necesita alguna práctica para poder contar las revoluciones con exactitud.

El disco que se muestra en la figura 9-14c se usa con un motor de inducción de seis polos cuya velocidad síncrona es 1200 rpm. Se necesitan discos con varios patrones, dependiendo de las velocidades síncronas por medir: con dos sectores negros, para motores de dos polos; de cuatro sectores negros, para motores de cuatro polos, y así sucesivamente.

En las fábricas que cuentan con iluminación fluorescente, a veces el efecto estroboscópico puede producir la peligrosa ilusión de que la maquinaria en rotación rápida está girando lentamente o hasta de que está detenida. El peligro se elimina conectando diversas unidades o luminarias adyacentes con fases diferentes de un suministro trifásico o empleando redes de desplazamiento de fase en las balastras de algunas luminarias. De este modo, los destellos de iluminación se distribuyen al azar de tal manera que no haya destellos periódicos de iluminación de cero a máxima o próximos a la frecuencia de rotación de la máquina.

## 9-14 ARRANQUE DEL MOTOR DE INDUCCION

En la mayor parte de las zonas, sean residenciales o industriales, los motores pequeños de inducción de jaula de ardilla, hasta de unos cuantos caballos, se pueden poner en marcha directamente desde la línea con una caída de voltaje que es de poca importancia en la fuente de voltaje, y con un retardo pequeño o sin retardo para acelerarse a su velocidad nominal. Igualmente, los motores grandes de inducción de jaula de ardilla,

<sup>13</sup> Se puede usar un sincromotor diferencial eléctrico con mucho menos resistencia efectiva para mediciones con motores de inducción pequeños.

hasta de varios miles de caballos, se pueden arrancar conectándolos directamente a la línea sin daños ni cambios indeseados de voltaje, siempre que las tomas de la fuente tengan una capacidad lo bastante alta. Por ejemplo, en la cercanía de una estación generadora o planta hidroeléctrica se acostumbra abrir y cerrar los seguros de las compuertas mediante motores de inducción de algunos miles de caballos, conectándolos directamente con la línea, sin recurrir al empleo de equipo especial de arranque. En consecuencia, *no* es necesario evitar el arranque directo de la línea si las tomas son de capacidad *suficiente* para suministrar el voltaje y la corriente necesarios al motor de inducción, porque esta manera de arrancar *no* perjudica en modo alguno al motor de inducción.<sup>14</sup>

Aunque hay algunas excepciones entre las diversas clasificaciones de motores comerciales de inducción de jaula de ardilla (sección 9-21), un motor de inducción necesita normalmente seis veces su corriente nominal para arrancar cuando se aplica el voltaje nominal a su estator. En el instante del arranque, la corriente del rotor (y por lo tanto la del estator) está determinada por la impedancia de rotor bloqueado,  $R_r + jX_{lr}$ . Así, si el voltaje del estator se redujera a la mitad de su valor nominal, la corriente de arranque se reduciría en esa proporción, es decir, a unas tres veces la corriente nominal. Pero la ecuación (9-8) indica que, si el voltaje de línea en el estator se reduce a la mitad de su valor, el par se reduce a la cuarta parte de su valor original. Por lo tanto, se ha alcanzado la *reducción deseable en la corriente de línea al motor* al costo de una *reducción indeseable, y aun mayor, del par de arranque*. Si el motor se arranca bajo carga grande, esto tiene cierta importancia, y hay la probabilidad de que el motor arranque con dificultad o que no arranque. Por otro lado, si el motor se arranca sin carga, como en el caso de un ventilador o de algunas máquinas herramientas, la reducción en el par puede no ser importante, y es ventajosa la reducción en la corriente.

En las secciones 9-15 a 9-20 se expone la teoría de varios métodos de arranque para motores de inducción, con objeto de reducir la corriente de arranque.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> Sin embargo, en donde las tomas de suministro son de capacidad *limitada* en comparación con la corriente de arranque que toma un motor de inducción, hay la posibilidad de que, debido a la caída de voltaje y a la gran corriente en la línea, el motor de arranque, así como otros que estén funcionando, puedan no desarrollar el par suficiente para acelerar la carga y, como resultado, tome demasiadas corrientes en el rotor y el estator. El equipo de protección del motor y de la línea pueden desconectar a éste después de un intervalo corto, haciendo necesario volver a arrancar el motor, de nuevo con perturbación en el voltaje de línea. Las fluctuaciones frecuentes de voltaje pueden afectar también al equipo electrónico y a la iluminación al grado de que se necesite algún método alternativo para arrancar al motor de inducción, para limitar la corriente de arranque. Si las *líneas* que alimentan al motor de inducción de jaula de ardilla tienen impedancias diferentes; los voltajes del estator pueden desbalancearse, desbalanceando severamente las corrientes en las líneas y originando que el equipo de protección deje descubierto al motor. De hecho, un desbalance de 1 a 2 por ciento en los voltajes de línea en el estator puede originar un desbalance de 20 por ciento en las corrientes de línea, produciendo calentamiento localizado del motor y fallas del devanado. El usuario en general no se da cuenta del desbalance de voltaje de suministro debido a que únicamente mide los voltajes de línea al estator cuando trabaja el motor. Uno no se da cuenta que el motor tiene balanceados sus voltajes de estator al desbalancear sus corrientes, a veces seriamente.

<sup>15</sup> Para una descripción de arrancadores comerciales manuales y automáticos, véase Kosow, *op. cit.*, Caps. 5 y 7.

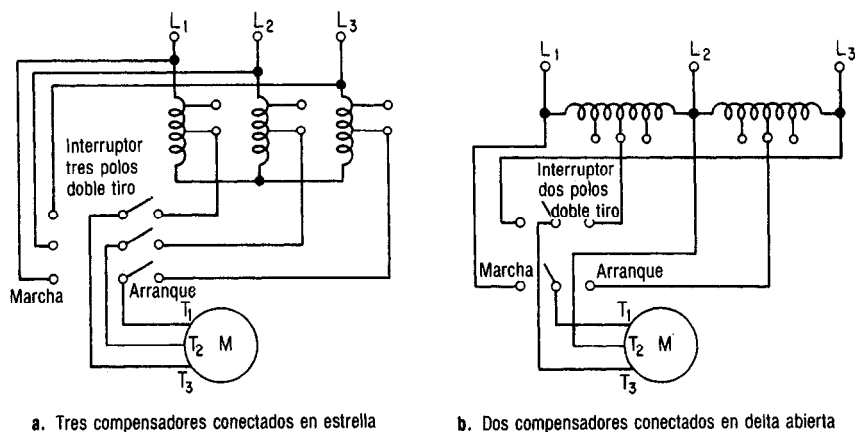
## 9-15 ARRANQUE A VOLTAJE REDUCIDO CON AUTOTRANSFORMADOR

Se pueden poner en marcha los motores trifásicos comerciales de inducción de jaula de ardilla a voltaje reducido empleando un autotransformador trifásico único<sup>16</sup> o *compensador*, o bien con tres autotransformadores monofásicos, como se muestra en la figura 9-15a. Las salidas del transformador varían del 50 al 80 por ciento del voltaje nominal. Si el motor no puede acelerar la carga al voltaje mínimo, se puede probar con salidas de mayor voltaje hasta que se obtenga el par adecuado y deseado de arranque.

La figura 9-15a es un diagrama que representa un tipo comercial. El esquema no incluye los relevadores, la protección de bajo voltaje ni los contactos que tienen normalmente los arrancadores manuales o de compensador automático. El interruptor de tres polos doble tiro se lleva a la posición "arranque" y se deja allí hasta que el motor ha acelerado la carga casi hasta la velocidad nominal. A continuación se pasa rápidamente a la posición de "marcha," en la cual queda conectado el motor en la línea directamente.

El arrancador compensador *sólo* se usa durante el periodo de arranque y su capacidad de corriente se basa en ese trabajo *intermitente*, y por lo tanto es algo *menor* que la de un transformador de capacidad equivalente que podría emplearse para suministrar a un motor de inducción en forma continua desde una fuente de mayor voltaje.

El autotransformador funciona de *dos* maneras para reducir la corriente que se toma de las líneas: 1) reduciendo la corriente de arranque del motor mediante una reducción de voltaje y 2) reduciendo la corriente de arranque mediante la relación de vuelta del transformador bajo la cual la corriente de línea del *primario* es *menor que*



**Figura 9-15** Arranque a voltaje reducido con autotransformador.

<sup>16</sup> La teoría del autotransformador se presenta en la sección 13-12.



la del secundario del motor. Dado que la relación de vueltas representa también a la relación del voltaje, se reduce la corriente de arranque de la línea, por consiguiente, en proporción al *cuadrado de la relación de vueltas*, como se muestra en el ejemplo 9-16.

Ya que el compensador se usa sólo en forma intermitente, se tiene un ahorro (eliminación de un transformador) si se usan dos transformadores en delta abierta, o V-V, como se muestra en la figura 9-15b. Este arreglo produce un ligero desbalanceo de la corriente en la toma central ( $L_2$ ) de un 10 a 15 por ciento de la corriente de arranque, pero este desequilibrio no es excesivo y no afecta materialmente al funcionamiento del motor al arranque.

#### EJEMPLO 9-16

Un motor trifásico de inducción de jaula de ardilla, 15 hp, 208 V, con corriente nominal de 42 A, tiene una corriente de arranque a voltaje nominal de 252 A. El par de arranque a pleno voltaje es 120 lb·pie. Se usa un compensador junto con el motor, con salidas del 60 por ciento. Calcular

- La corriente de arranque del motor a voltaje reducido
- La corriente de línea al motor, omitiendo la corriente de excitación del transformador y las pérdidas de éste
- El par de arranque del motor a voltaje reducido
- La corriente de línea al arranque a voltaje reducido como porcentaje de la corriente a pleno voltaje
- El par de arranque del motor a voltaje reducido como porcentaje de su par de arranque a pleno voltaje.

#### Solución

- $I_{sm} = 0.6 \times 252 \text{ A} = 151.2$  al motor
- $I_L = 0.6 \times 151.2 \text{ A} = 90.72$  que se toman de la línea
- $T_s = (0.6)^2 \times 120 \text{ lb·pie} = 43.2 \text{ lb·pie}$
- Por ciento de corriente de línea al arranque  

$$= \frac{90.72 \text{ A}}{252 \text{ A}} \times 100$$

$$= 36 \text{ por ciento de la corriente de línea a pleno voltaje}$$
- Por ciento del par de arranque del motor  

$$= \frac{43.2 \text{ lb·pie}}{120 \text{ lb·pie}} \times 100$$

$$= 36 \text{ por ciento del par de arranque a pleno voltaje}$$

El ejemplo 9-16 conduce a las siguientes conclusiones respecto al arranque con autotransformador:

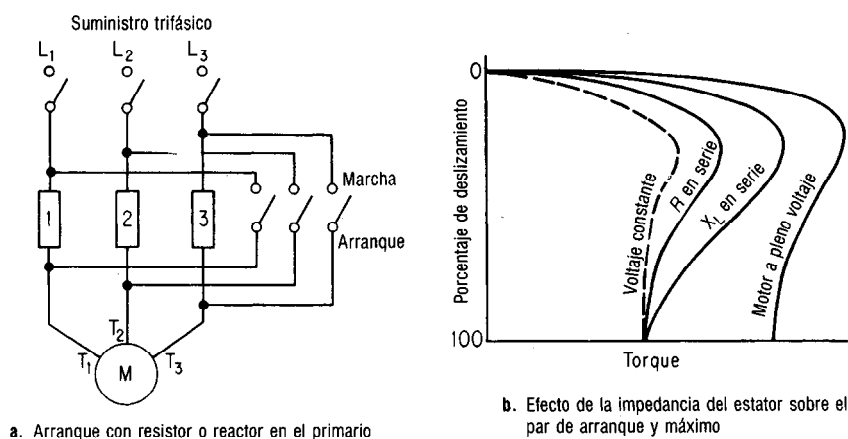
- Una reducción al 60 por ciento del voltaje nominal ocasiona una reducción de 36 por ciento en los valores de par de arranque y corriente de línea, respectivamente.
- De hecho, por acción de transformador, la reducción en par y en corriente de línea varía de acuerdo con el cuadrado de la reducción del voltaje de línea.
- De acuerdo con la conclusión (2), una reducción en el voltaje de línea a un 70 por ciento del voltaje nominal reduce aproximadamente a la mitad el par de arranque y la corriente de línea, es decir, exactamente el 49 por ciento. La salida del 70 por ciento del autotransformador es una transacción que se usa normalmente en la práctica.

## 9-16 ARRANQUE A VOLTAJE REDUCIDO CON RESISTOR O REACTOR PRIMARIOS

Si se introduce un resistor o reactor *en serie* con cada una de las conexiones del *estator* o primarias de la línea, la gran corriente de arranque produce una reducción inmediata de voltaje entre las terminales del estator. El par del motor se reduce en proporción al cuadrado del voltaje aplicado a las terminales del estator, pero la corriente de línea se reduce *sólo en proporción a la reducción del voltaje de línea*. La **figura 9-16a** muestra un circuito con este fin, en el cual se pueden usar ya sea resistencias o bobinas de reactancia para producir una reducción suficiente en el voltaje del estator al instante del arranque.

A este método de arranque se le llama a veces “aceleración con impedancia en el primario” y su efecto se muestra en la figura 9-16b. Se muestra la curva deslizamiento-par del motor a plena carga. Empleando una resistencia o reactancia en el primario, la reducción en el voltaje del estator al instante de arrancar produce la reducción en el par de arranque que se indica. Si este voltaje y la corriente en el primario fueran constantes, la curva del par del motor seguiría la línea de puntos que aparece en la figura. Sin embargo, a medida que acelera el motor, el voltaje a través del estator aumenta debido a la reducción en la corriente de línea (hay menos caída de voltaje en la impedancia en serie) y el par aumenta de acuerdo con el cuadrado del aumento de voltaje.

El arranque a voltaje reducido mediante una resistencia en serie con el estator *mejora el factor de potencia al arranque*, pero se producen *pérdidas algo mayores*; y el par máximo no es tan grande para la misma impedancia en serie con un reactor equivalente. Pero, como se indica en la figura 9-16b, para la misma impedancia, la corriente de arranque y el par en el arranque son los mismos si se arranca con resistor que con reactor. Las ventajas del arranque con reactor son las menores pérdidas, así como el mayor par máximo, pero se contrarrestan un tanto debido al mayor costo de los reactores. Por este motivo, el arranque con reactor se reserva en general para los motores de inducción de gran potencia.



**Figura 9-16** Circuito de arranque con resistor o reactor en el primario y efectos de la impedancia del estator.

## 9-17 ARRANQUE EN ESTRELLA-DELTA

La mayor parte de los motores polifásicos comerciales de inducción con jaula de ardilla se devanan con sus estatores conectados en delta (o en malla). Hay fabricantes que ofrecen motores de inducción con el *principio* y el *final* de cada *devanado de fase* en forma saliente, con fines de conexión *externa*. En el caso de los motores trifásicos, se pueden conectar a la línea ya sea en estrella o en delta. Cuando se conectan en estrella, el voltaje que se imprime al devanado es  $1/\sqrt{3}$ , o sea el 57.8 por ciento del voltaje de línea.

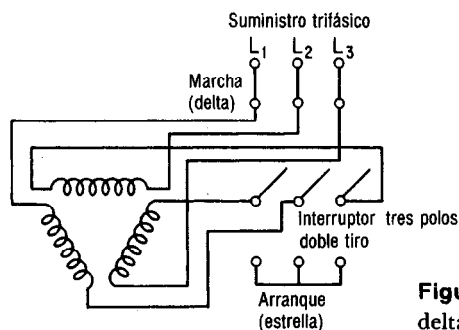
Por lo tanto, mediante conmutación, como la que se muestra en la **figura 9-17**, es posible arrancar un motor de inducción en estrella con poco más de la mitad de su voltaje nominal y a continuación hacerlo trabajar en delta, con el voltaje nominal de línea y fase aplicados. Como el par varía de acuerdo con el cuadrado del voltaje impuesto al estator, la reducción del voltaje cuando se conecta en estrella producirá aproximadamente la tercera parte del par de arranque a pleno voltaje.

Cuando se pueden permitir esos bajos pares de arranque, con una corriente inicial de aproximadamente el 58 por ciento de la corriente de arranque a voltaje pleno, se emplea con frecuencia este método de arranque, relativamente barato. No hace falta decir que este motor (que tiene seis terminales del estator en el caso de un motor trifásico de inducción) es algo más costoso que el convencional de inducción, pero el costo es menor que el de los compensadores o impedancias en el primario del estator y los arrancadores afines.

La conmutación de estrella a delta se debe hacer tan rápidamente como sea posible para eliminar grandes corrientes transitorias debidas a la pérdida momentánea de potencia.<sup>17</sup> Por este motivo, se emplean interruptores de tres polos doble tiro con *tensión de resorte y acción instantánea*, en lugar de interruptores de cuchillas.

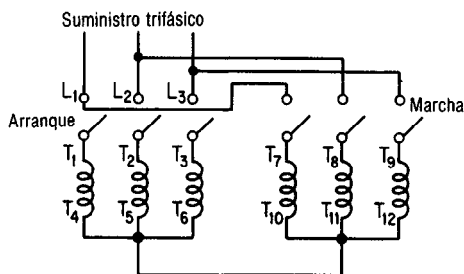
## 9-18 ARRANQUE CON PARTE DEL DEVANADO

Frecuentemente se diseñan los motores polifásicos comerciales de inducción de jaula de ardilla con devanados parciales, es decir, dos devanados de fase idénticos, cada uno



**Figura 9-17** Arranque estrella-delta.

<sup>17</sup> S. B. Toniolo, "Behavior of Induction Motors After Short Interruptions of Supply", *Elettrotecnica*, Vol. 30, 1943, págs. 181-184.



**Figura 9-18** Arranque con devanado parcial.

de los cuales produce el mismo número de polos y el mismo campo magnético giratorio. La ventaja de esos devanados es que pueden conectarse en serie para sistemas de alto voltaje o en paralelo para los sistemas de menor voltaje. Desde el punto de vista del fabricante, esos motores son más comerciales.

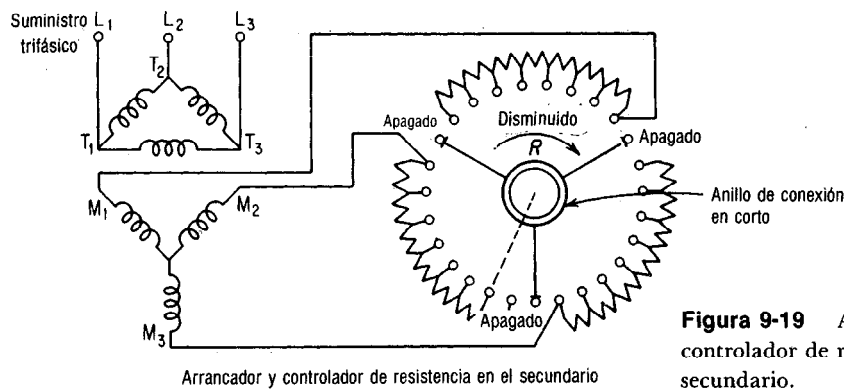
La figura 9-18 muestra un motor de inducción de jaula de ardilla con devanados parciales, de 220/440 V, para emplearse con suministro de 220 V. Al arranque sólo se emplea una sección de la estrella. En la figura se indican dos interruptores para simular el tipo de arrancador que se emplea con estos motores de inducción de devanados parciales. La ventaja de estos devanados es que la resistencia y reactancia del estator son *el doble* en comparación de cuando se conectan en paralelo los devanados al arranque. La corriente de arranque que resulta es un 65 por ciento de la normal de arranque, con los devanados en paralelo, y el par de arranque es aproximadamente el 45 por ciento del par normal de arranque. Por lo tanto, el motor se pone en marcha con la mitad de sus devanados y conectado en estrella; cuando el motor llega a determinada velocidad, el segundo devanado se conecta en paralelo.

Debido a que se tiene una baja pronunciada en la curva de par-deslizamiento durante el arranque, el fabricante recomienda normalmente que el arranque con devanado parcial se haga cuando el motor arranque bajo condiciones de carga ligera o sin carga, como en el caso de ventiladores, sopladores o taladros de banco.

## 9-19 ARRANQUE DEL MOTOR DE INDUCCION DE ROTOR DEVANADO

Ninguna descripción de arranque de motores queda completa si no se menciona el caso del motor de inducción de rotor devanado. Como se dijo antes, el par de arranque de estos motores se puede ajustar mediante una resistencia externa al rotor para dar pares de arranque que puedan llegar hasta el par máximo del motor. Como limita la corriente en el circuito del rotor [ecuación (9-6)] y como da un mayor factor de potencia y par en el instante de arrancar, se reduce considerablemente la corriente de línea al estator. El diagrama que aparece en la figura 9-9 se representa en la figura 9-19 sin los anillos rozantes y sin los detalles de construcción de la resistencia de control. La barra de conexión en corto tiene ahora la forma de un anillo, accionado por una manija aislada.

En la posición OFF, aun cuando está energizado el estator, el motor no gira debido a que el rotor está a circuito abierto. El motor se arranca en el primer contacto con la resistencia máxima en el rotor (y el par máximo) y se acelera moviendo la mani-



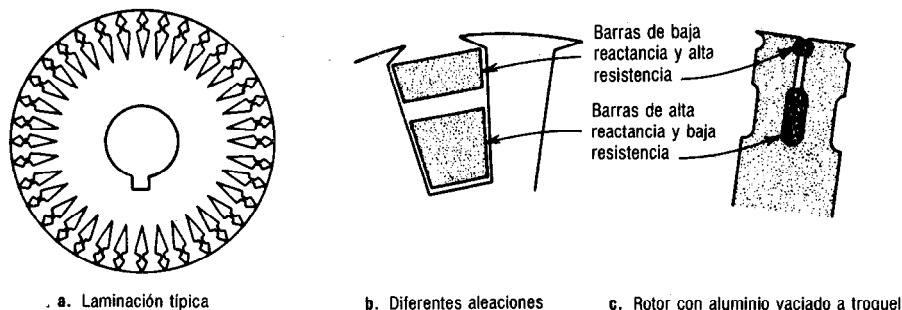
**Figura 9-19** Arrancador y controlador de resistencia en el secundario.

ja en el sentido de las manecillas del reloj, con lo cual se disminuye la resistencia del rotor. En la posición final, el rotor está completamente en cortocircuito. Si las resistencias que se usan en un arrancador de resistencia en el secundario tienen capacidad continua, el arrancador puede servir también como control de velocidad (figura 9-10). La combinación de su capacidad de desarrollo de alto par de arranque (para arrancar con carga) con sus ventajas de control de velocidad ha originado la creciente popularidad de este tipo de motor para numerosas aplicaciones.

## 9-20 MOTOR DE INDUCCION DE DOBLE JAULA DE ARDILLA PARA ARRANQUE EN LINEA

Debe tomarse en cuenta que, a excepción de los métodos con transformador e impedancia en el estator para arrancar a voltaje reducido, se necesitan construcciones especiales para motores de inducción con devanados en estrella-delta, devanado parcial y rotor devanado. Para satisfacer la fuerte demanda de una construcción sencilla, se creó el motor de inducción de *arranque en línea* que no produce fluctuaciones indeseables: el de rotor de doble jaula de ardilla. Las curvas deslizamiento-par del motor normal de inducción (clase A, figura 9-21) indican que las características de *funcionamiento* o *marcha* (velocidad bastante constante con carga) son *excelentes*, pero que las características de arranque son *malas*: alta corriente a bajo factor de potencia. A la inversa, si se omite la ventaja del control de velocidad, el motor de inducción con rotor devanado, que se describió en la sección anterior, tiene *excelentes características de arranque*, pero *malas características de marcha* (el deslizamiento es proporcional a la resistencia del rotor); además, la compra de un motor de inducción de rotor devanado implica el mayor costo del control y sus resistencias asociadas. Este motor tiene una alta resistencia en el rotor al arranque, mientras que el motor convencional de inducción tiene baja resistencia del rotor durante su periodo de marcha.

El rotor de "doble cubierta" o *doble jaula de ardilla*, que aparece en la **figura 9-20**, se diseñó para crear un motor de inducción con mejores características de arranque en línea. Dependiendo de la potencia, se emplean diversas variaciones de construcción del rotor. La figura 9-20b muestra un rotor fundido de gran capacidad, en el que se emplean dos conjuntos de barras de rotor de *diferentes aleaciones*, que tienen la



**Figura 9-20** Construcción del rotor de doble jaula de ardilla.

misma o diferente área de sección transversal. La barra *superior* está hecha de una aleación de cobre de *alta resistencia* y la barra *inferior* puede ser de cobre o aluminio vaciados, de *baja resistencia*. Las barras *superiores* están *cerca* del campo magnético giratorio y están embebidas en hierro de modo que, cuando por las barras circula corriente, su autoinductancia y reactancia de fuga son *pequeñas*. Las barras *inferiores* están encajadas *profundamente* en las ranuras y separadas del hierro del estator por un entrehierro grande, y producen *alta* autoinductancia y *gran* reactancia de fuga. (Véase clase C, figura 9-21.)

Por lo tanto, en el arranque, cuando la *frecuencia del rotor es alta* y es la misma que la de la línea, la *impedancia del devanado inferior es mucho mayor* que la del devanado superior. En consecuencia, la mayor parte de la corriente en el rotor se induce en el devanado *superior*, que está diseñado para que su alta resistencia *sea igual* a su reactancia *en el arranque*, desarrollando así un par de arranque máximo.

Sin embargo, cuando el motor acelera, disminuyen la frecuencia del rotor y la impedancia del devanado inferior o interior, originando a su vez que se induzca más y más corriente en el devanado interior. Por lo tanto, a valores pequeños del deslizamiento, cuando el motor está en su rango normal de plena carga, la mayor parte de la corriente pasa en el devanado interior de *baja resistencia* dando una alta eficiencia: baja pérdida en el cobre del rotor y buena regulación de velocidad (deslizamiento proporcional a la resistencia).

En los motores pequeños, como se ve en las figuras 9-20a y c, las laminaciones se diseñan de tal modo que, en virtud de la forma y el área de su sección transversal, se pueda emplear una aleación normal para fundir. Las barras inferiores tienen mayor área y baja resistencia con alta reactancia, y las barras superiores, de menor área, tienen alta resistencia y baja reactancia.

## 9-21 CLASIFICACION DE LOS MOTORES COMERCIALES DE INDUCCION POR SUS PROPIEDADES ELECTRICAS Y MECANICAS

El desarrollo del rotor de doble jaula de ardilla creó tal variedad y adaptabilidad en el diseño de rotores para motores de inducción que ha llevado a diversas características de curva deslizamiento-par. Al dar la *proporción correcta* al devanado de doble jaula de ardilla, los fabricantes han desarrollado *numerosas variaciones* del diseño de rotor

**Tabla 9-3 Características de los motores comerciales de inducción de jaula de ardilla de acuerdo con la clasificación en letras NEMA**

Clase NEMA	Par de arranque* (Núm. de veces el nominal)	Corriente de arranque* (Núm. de veces el nominal)	Regulación de velocidad (por ciento)	Nombre de clase del motor
A	1.5–1.75	5–7	2–4	Normal
B	1.4–1.6	4.5–5	3–5	De propósito general
C	2–2.5	3.5–5	4–5	De doble jaula, alto par
D	2.5–3.0	3–8	5–8, 8–13	De alto par, alta resistencia
F	1.25	2–4	Mayor de 5	De doble jaula, bajo par y baja corriente de arranque

\*Los valores citados son para voltaje nominal en el arranque.

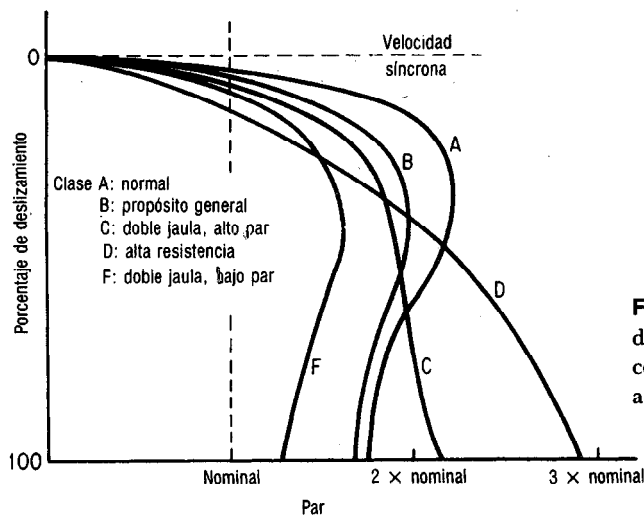
de vaciado o *normal* único. Esas variaciones tienen como consecuencia pares de arranque mayores o menores que el del diseño normal y también menores corrientes de arranque.

Para distinguir entre los diversos tipos disponibles, la National Electrical Manufacturers Association (NEMA) ha desarrollado un sistema de identificación con letras en el cual cada tipo de motor comercial de inducción de jaula de ardilla se fabrica de acuerdo con determinada norma de diseño y se coloca en determinada clase, identificada con una letra.<sup>18</sup> Las propiedades de la construcción eléctrica y mecánica del rotor, en las cinco clases NEMA de motores de inducción de jaula de ardilla, se resumen en la **tabla 9-3** y se describen, en detalle, en las siguientes subsecciones.

### 9-21.1 Motores de inducción de jaula de ardilla clase A

Como se muestra en la **figura 9-21**, el motor de clase A es un motor de inducción de jaula de ardilla *normal* o estándar, fabricado para uso a *velocidad constante*. Tiene grandes áreas de ranuras, para una buena capacidad de disipación de calor, y barras con ranuras bastante hondas en el rotor. Durante el periodo de arranque, la densidad de corriente es alta cerca de la superficie del rotor; durante el periodo de marcha, esta densidad se distribuye con bastante uniformidad. Esta diferencia origina algo de alta resistencia y baja reactancia al arranque, con lo cual se tiene un par de arranque entre 1.5 y 1.75 veces el nominal (a plena carga). El par de arranque relativamente alto y la

<sup>18</sup> Las letras NEMA de clase que se tratan en la sección 9-21 no se deben confundir con las letras de código del National Electric Code (NEC). La parte especial del NEC que se menciona aquí se da en el apéndice A-3, tabla 430-7(b). Cada letra representa una relación específica de entrada de kVA de arranque por caballo nominal de potencia. La tabla 430-7(b) se emplea para determinar el tamaño de fusible que se necesita para determinado motor. Las letras de código en esa tabla se aplican a todos los motores de ca, monofásicos o polifásicos, mientras que las letras de clase NEMA se refieren sólo a los motores de inducción. No se relacionan los dos grupos de letras: las letras NEMA de clase nada tienen que ver con las letras NEC de código. Véase sección 12-16.



**Figura 9-21** Curvas características deslizamiento-par de motores comerciales de inducción de jaula de ardilla (normas NEMA).

baja resistencia del rotor producen una aceleración bastante rápida hacia la velocidad nominal.

Como puede verse en la figura 9-21, un motor normal comercial de inducción de jaula de ardilla, clase A, tiene la *mejor* regulación de velocidad, entre 2 y 4 por ciento. Pero desafortunadamente su corriente de arranque varía entre 5 y 7 veces la corriente nominal normal, haciéndolo menos deseable para arranque con la línea, en especial en los tamaños grandes. Sin embargo, en tamaños menores de 5 hp, no produce efectos demasiado grandes de corriente que sean indeseables.

### 9-21.2 Motores de inducción de jaula de ardilla clase B

A los motores de inducción de jaula de ardilla clase B se les llama a veces motores de *propósito general*. Como se ve en la figura 9-21, su curva deslizamiento-par se asemeja bastante a la del motor normal de clase A. Las ranuras de su rotor están embebidas algo más profundamente que en los normales clase A y esta mayor profundidad tiende a aumentar la reactancia de arranque y marcha del rotor. El aumento de reactancia en el arranque reduce un poco el par de arranque, pero *reduce también la corriente de arranque*.

También se emplea un valor ligeramente más bajo de excitación de campo en este motor, para producir la menor corriente de arranque y la curva característica que aparece en la figura. Las corrientes de arranque varían entre 4.5 y 5 veces la corriente nominal. En los tamaños mayores de 5 hp, se sigue empleando arranque a voltaje reducido con estos motores. Debido a su corriente de arranque algo menor y a sus características casi equivalentes, los motores de inducción clase B se prefieren en general sobre los de clase A para tamaños mayores.

La mayor parte de los motores de inducción de jaula de ardilla que se fabrican pertenecen a la clase B. Las aplicaciones típicas comprenden las bombas centrífugas de impulsión, las máquinas herramienta y los sopladores.



### 9-21.3 Motores de inducción de jaula de ardilla clase C

Estos motores tienen un rotor de *doble jaula*, descrito en la sección 9-20 y que se muestra en la figura 9-20, el cual desarrolla un *alto par de arranque*, entre 2 y 2.5 veces el par nominal en comparación con las clases A y B, y una menor corriente de arranque, de 3.5 a 5 veces la corriente nominal. Debido a su alto par de arranque, acelera rápidamente. Sin embargo, cuando se emplea con cargas de alta inercia, pesadas, se limita la disipación térmica del motor porque la mayor parte de la corriente se concentra en el devanado superior.

En condiciones de arranque frecuente, el rotor puede tener tendencia a sobrecalentarse. Se adecúa mejor a grandes cargas repentinas, pero de tipo de baja inercia. La figura 9-21 muestra que este motor continúa desarrollando par mayor a desplazamientos mayores hasta llegar al par máximo con rotor parado. Sin embargo, la regulación de velocidad de los motores clase C es menos buena que los de las clases A y B, como se muestra en la figura 9-21 y en la tabla 9-3.

Las aplicaciones de los motores clase C se limitan a condiciones en las que es difícil el arranque, como en bombas y compresores de pistón.

### 9-21.4 Motores de inducción de jaula de ardilla clase D

Los motores comerciales de inducción de jaula de ardilla clase D se conocen también como de *alto par y alta resistencia*. Las barras del rotor se fabrican en aleación de alta resistencia y se colocan en ranuras cercanas a la superficie o están embebidas en ranuras de pequeño diámetro. La relación de resistencia a reactancia del rotor al arranque es mayor que en los motores de las clases anteriores. Como se indica en la figura 9-21, el par de arranque de estos motores se acerca a 3 veces el par nominal, con una corriente de arranque entre 3 y 8 veces la carga nominal, dependiendo del diseño.

Este motor está diseñado para servicio pesado de arranque. Pero, como el motor de inducción clase C, tampoco se lo recomienda para arranques frecuentes debido a su pequeña sección transversal y a su deficiente capacidad de disipación de calor. Encuentra su mejor aplicación con cargas como cizallas o troqueles, que necesitan del alto par con aplicación de carga repentina. La regulación de velocidad de esta clase de motores es la peor entre todas las clases, como se ve en la figura 21 y la tabla 9-3.

### 9-21.5 Motores de inducción de jaula de ardilla clase F

A esta clase de motores se la conoce como motores de *doble jaula y bajo par*. Están diseñados principalmente como motores de *baja corriente de arranque*, porque necesita la *menor corriente de arranque de todas las clases*. Esta clase F de motores comerciales de inducción de jaula de ardilla tiene una resistencia muy alta del rotor tanto en su devanado de arranque como en el de marcha y tiende a aumentar la impedancia de arranque y de marcha, y a reducir la corriente de arranque y de marcha.

El motor clase F se diseñó para remplazar al motor clase B. El motor clase F produce pares de arranque aproximadamente 1.25 veces el par nominal y bajas corrientes de arranque, de 2 a 4 veces la nominal. Los motores de esta clase se fabrican en general en tamaños mayores de 25 hp para servicio directo de la línea. Debido a la resistencia del rotor relativamente alta de arranque y de marcha, estos motores tienen menos

regulación de velocidad que los de la clase B, baja capacidad de sobrecarga y en general baja eficiencia de funcionamiento. Sin embargo, cuando se arrancan con grandes cargas, las bajas corrientes de arranque eliminan la necesidad de equipo para voltaje reducido, aun en los tamaños grandes.

La tabla A-7 en el apéndice A-3 presenta una lista de las corrientes y pares de arranque para 220 V para motores trifásicos de inducción, en tamaños desde  $\frac{1}{2}$  hasta 200 hp, para las cinco clases que se acaban de describir.

### 9-21.6 Control de velocidad de los motores con rotores vaciados

A diferencia del motor de inducción con rotor devanado, el motor de inducción comercial de jaula de ardilla no se presta fácilmente al control de su velocidad. Además, la mala regulación de ésta en algunos casos, como por ejemplo en la clase D, que se aprecia en la figura 9-16, puede crear la necesidad de determinado medio de variación de velocidad, para obtener la deseada según la carga de que se trate.

Hay tres maneras posibles de variar la velocidad de los motores normales de inducción de jaula de ardilla:

1. Cambiando la frecuencia aplicada al estator
2. Cambiando el número de polos del estator (y por consiguiente del rotor)
3. Reduciendo el voltaje aplicado al estator.

El segundo método, el de cambiar los polos, necesita motores especiales diseñados para el cambio mediante conmutación adecuada en la que se conectan los devanados en combinaciones de serie o paralelo. A esos motores se les llama de *varias velocidades* o *multivelocidad*. Se pueden conseguir con combinaciones para dos o cuatro velocidades, pero tales técnicas se limitan a pequeños motores polifásicos de inducción de jaula de ardilla.

El tercer método, la reducción del voltaje aplicado al estator mientras se trabaja con determinada carga, como se ve en la ecuación (9-13), reduce el par máximo y el nominal en proporción al cuadrado del voltaje aplicado al estator. Si bien este método se usa extensamente en los motores monofásicos de inducción de jaula de ardilla, *no* se presta para los motores polifásicos por dos razones:

1. El voltaje aplicado se debe reducir mucho para producir la disminución necesaria en velocidad y par. Esto hace que la regulación de velocidad del motor sea muy mala e incluso algo inestable, con cambios de carga.
2. Las corrientes en el rotor y el estator durante la marcha aumentan al disminuir el voltaje, manteniendo bastante constante el par. Esta es la causa por la que *se debe reducir mucho* el voltaje del estator para efectuar un cambio de velocidad, produciéndose de nuevo una regulación muy deficiente de velocidad. (Véase sección 9-21.9.)

Por lo tanto, el método más útil es el primero, el que implica un cambio tanto en la frecuencia como en el voltaje aplicados al estator, ya que no necesita de motores especiales y se aplica por igual a todas las clases de motores de inducción de jaula de ardilla. Con frecuencia, los motores polifásicos están valorados a 50/60 Hz, pero esto no implica que no haya diferencia en su funcionamiento. A  $\frac{5}{6}$  de la frecuencia aplicada al estator, el rotor gira a  $\frac{5}{6}$  de la velocidad, de acuerdo con la ecuación (9-1a),

en toda su curva característica velocidad-carga. Además, para mantener el mismo flujo en el estator (y densidad de flujo), el voltaje del estator se debe reducir *en la misma proporción*. Desafortunadamente, a la menor velocidad, se reduce la capacidad del motor para autoventilarse. Al mismo tiempo, debido al menor voltaje del estator, la corriente de entrada a éste y la potencia aumentan en la relación 6/5, produciéndose más calor interno. También decrece la eficiencia. Por lo tanto, es obvio que los intentos de obtener menores velocidades mediante la disminución de la frecuencia y del voltaje del estator son un tanto limitados.

A grandes velocidades ocurre lo contrario y, en vista de la regulación de velocidad menos eficiente de algunas clases de motores de inducción, se pueden desear mayores velocidades. A mayores frecuencias y voltajes de estator correspondientemente mayores se reducen la corriente y la potencia de entrada, aumentan la eficiencia y la velocidad y, debido al aumento en ventilación propia, aumenta la capacidad. Es precisamente por ese motivo que los motores de 400 Hz de la misma potencia son *de tamaño mucho menor* que los de 60 Hz.

En general, se puede decir que los motores de inducción de jaula de ardilla diseñados para trabajar a 50/60 Hz pueden funcionar dentro de los límites de 25 a 180 Hz bajo las siguientes condiciones:

1. El voltaje del estator se debe aumentar o disminuir en la misma proporción que la frecuencia.<sup>19</sup>
2. A menores frecuencias y velocidades, la capacidad se reduce, al igual que la eficiencia.

Se acepta en general que para obtener control de velocidad de un motor polifásico de inducción de jaula de ardilla variando la frecuencia, la fuente de poder debe ser un ciclo convertidor electrónico polifásico o alternador impulsado por un primomotor de velocidad variable. A medida que aumenta la velocidad del alternador, aumentan *tanto* el voltaje del alternador *como* su frecuencia, lo cual simplifica mucho el asunto del control de velocidad por cambio de frecuencia. No se necesitan ajustes especiales al voltaje, *pero* se debe advertir que este método de control de velocidad, en especial en los tamaños grandes de motor, es extremadamente costoso. Por este motivo, se usan con frecuencia diversos arreglos con engranajes y poleas de paso variable en lugar de los métodos eléctricos.

### **9-21.7 Clasificación de los motores de inducción de jaula de ardilla de acuerdo con el enfriamiento y el ambiente de trabajo**

En las secciones 9-21.1 a 9-21.5, al igual que en la tabla 9-3, se clasificó a los motores de acuerdo con sus propiedades eléctricas. En especial los motores comerciales de inducción de jaula de ardilla, y en general todos los motores eléctricos, se pueden clasificar también de acuerdo con el ambiente en el que funcionan, así como con los métodos de enfriamiento que les permiten disipar el calor. La sección 13-7 identifica nueve tipos distintos de cubiertas de motores que pueden influir en la selección de ellos para aplicaciones específicas.

<sup>19</sup> Véase ejemplo 14-10, sección 14-5.

## 9-21.8 Selección de velocidades nominales de motores de inducción de jaula de ardilla o de rotor devanado

Dado que el deslizamiento de la mayor parte de los motores comerciales de inducción de jaula de ardilla, a la velocidad nominal es en general de alrededor de un 5 por ciento, no se pueden alcanzar velocidades mayores que 3600 rpm (al igual que con motores síncronos de dos polos). A 60 Hz, las velocidades son múltiplos inversos del número de polos en el estator: 1800, 1200, 900, 720 rpm, etc. En general, se prefieren los motores de alta velocidad a los de baja velocidad, de la misma potencia y voltaje, debido a que:

1. Son de tamaño menor y en consecuencia de menor peso.
2. Tienen mayor par de arranque.
3. Tienen mayores eficiencias.
4. A la carga nominal, tienen mayores factores de potencia.
5. Son menos costosos.

Por estas razones, se suele dotar de cajas de engranajes o embrague a los motores de inducción de jaula de ardilla para permitir velocidades de eje de carga sobre 3600 rpm y por abajo de 200 rpm. En muchos usos o aplicaciones comerciales, particularmente en capacidades de menor potencia, la caja de engranajes o embrague va incorporada en la caja del motor, formando unidad integral con éste. Las especificaciones de dicho motor pueden ser de 5 hp y 125 rpm, pese al hecho de que el motor de inducción de jaula de ardilla tiene estator de cuatro polos.

## 9-21.9 Efecto de la variación de voltaje sobre la velocidad de un motor de inducción de jaula de ardilla o de rotor devanado

En la sección 9-21.6 se dijo que con sólo hacer variar el voltaje del estator no se produce una variación correspondiente en el deslizamiento y la velocidad. Como se apuntó en la sección 9-12.4, si los demás factores permanecen constantes, el par del motor es directamente proporcional al cuadrado del voltaje. Esto significa que si se aumenta el voltaje del estator, se produce un aumento mucho mayor en el par y, correspondientemente, una *reducción* en el deslizamiento, es decir, el deslizamiento varía *inversamente* con el cuadrado del voltaje o en proporción al *inverso* del par.<sup>20</sup>

Para fines de cálculo, podemos resumir la relación entre par y voltaje de estator como sigue:

$$T_n = T_o \left( \frac{V_n}{V_o} \right)^2 \quad \text{lb·pie o N·m} \quad (9-24)$$

en la cual el subíndice "n" representa el nuevo valor  
el subíndice "o" representa el valor original

<sup>20</sup> A voltaje *constante*, y siendo iguales los demás factores a excepción de la carga aplicada, el deslizamiento es *directamente* proporcional al par, cuando se trabaja con deslizamientos por arriba del punto del par máximo. Un examen de las figuras 9-6 y 9-10 muestra una relación lineal directa casi perfecta entre deslizamiento y par, pero esta relación directa ya *no* es válida una vez que se hace variar el voltaje del estator.

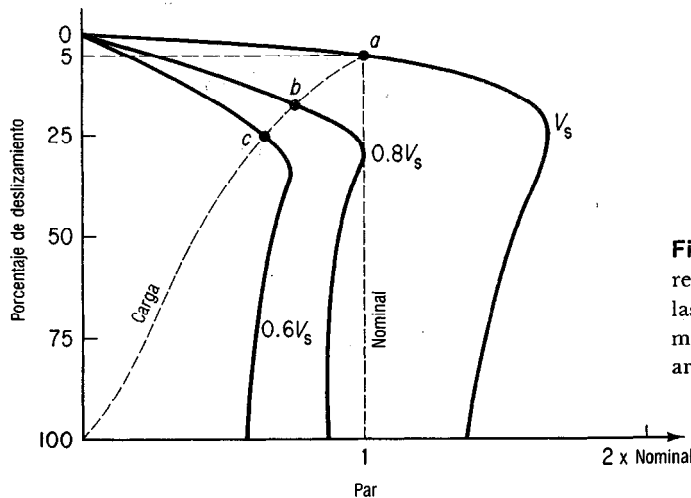
El cálculo del deslizamiento con un cambio en el voltaje del estator (y del rotor) es un tanto más complejo, porque el deslizamiento varía también con la resistencia del rotor, el voltaje del estator y/o el par. La relación se puede resumir de la siguiente forma: para la cual se han definido previamente los símbolos y subíndices.

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) \left( \frac{R_{rn}}{R_{ro}} \right) = s_o \left( \frac{V_o}{V_n} \right)^2 \left( \frac{R_{rn}}{R_{ro}} \right) \quad (9-25)$$

La figura 9-22 muestra el efecto de una reducción en el voltaje del estator sobre la curva característica par-deslizamiento de un motor de inducción de jaula de ardilla de propósito general. Al voltaje nominal del estator  $V_s$ , el motor entrega el par nominal a un deslizamiento aproximado de 5 por ciento, lo cual se ve en el punto *a* en la figura 9-22. A una reducción del 80 por ciento del voltaje del estator, suponiendo una carga convencional cuyo par varíe con la velocidad, disminuyen tanto el par como la velocidad, con lo cual se tiene un *aumento* en el deslizamiento, como se muestra en el punto *b*. Una reducción semejante de voltaje produce tanto una reducción en el par como un aumento en el deslizamiento en el punto *c*. La extrapolación de los puntos *a*, *b* y *c* produce la línea de carga que aparece punteada en la figura 9-22 para mayores reducciones en el voltaje del estator.

Como se señaló en la sección 9-21.6, se tiene mayor calentamiento a la menor velocidad, así como una eficiencia reducida, lo cual causa un rápido deterioro en el aislamiento del motor. Por lo tanto, se acostumbra limitar la variación de voltaje del estator a no más del 10 por ciento del voltaje nominal. Los ejemplos 9-17 y 9-18 muestran los efectos de esas variaciones en el voltaje sobre el par, el deslizamiento y la velocidad, empleando las ecuaciones (9-24) y (9-25).

El ejemplo 9-17 muestra qué tanto "resiste" la velocidad de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla a un cambio en el voltaje del estator. Como se muestra en la parte (d) de ese ejemplo, cuando se reduce 10 por ciento el voltaje del estator, tan sólo produce una disminución de 1.23 por ciento en la velocidad! Esto no hace más que comprobar la afirmación que se hizo en la sección 9-21.6 acerca de que no sólo no se aconseja, sino que se rechaza un cambio en el *voltaje del estator* como técnica de control de velocidad para los motores *polifásicos* de inducción de jaula de ardilla.



**Figura 9-22** Efecto de la reducción de voltaje del estator sobre las curvas par-deslizamiento de un motor de inducción de jaula de ardilla de propósito general.

El ejemplo 9-18 muestra con cuánta eficacia un aumento en la resistencia del rotor reduce la velocidad aun en combinación con un *aumento* en el voltaje del estator. Como se muestra en la parte (a) del ejemplo 9-18, la velocidad de 1520 rpm es apreciablemente menor que el pequeño incremento en la velocidad que aparece en la parte (a) del ejemplo 9-17.

Pero la parte (c) del ejemplo 9-18 muestra la inconveniencia de reducir mucho el voltaje del estator. El par desarrollado y de salida es sólo el 25 por ciento del valor de par nominal y la velocidad se ha reducido considerablemente. La gran reducción en el par produce una regulación muy mala de velocidad e inestabilidad con mayores aplicaciones de carga.

Al aplicar la ecuación (9-25), se debe tener cuidado acerca de la relación lineal inversa entre el par y el deslizamiento. La ecuación (9-25) supone que el par varía inversa y linealmente con el deslizamiento cuando se cambia el voltaje del estator. Una revisión de las figuras 9-21 y 9-22 muestra que esta hipótesis es bastante válida hasta, pero no más allá del deslizamiento al cual se tiene la falla. A deslizamientos mayores que el par máximo, con la misma carga mecánica aplicada, el motor desacumula y su velocidad baja a cero, como se ve en la figura 9-22.

### EJEMPLO 9-17

Un motor de inducción de jaula de ardilla trifásico, 10 hp, cuatro polos, 220 V, produce un par de 30 lb·pie a la velocidad nominal de 1710 rpm. Calcular

- El par, deslizamiento y velocidad nuevos a un voltaje impreso en el estator igual a 242 V
- Repetir la parte (a) a 198 V
- El cambio porcentual en deslizamiento y velocidad debido a un cambio de voltaje en la parte (a)
- El cambio porcentual en deslizamiento y velocidad debido a un cambio de voltaje en la parte (b)

#### Solución

$$a. \quad s_o = \frac{S - S_r}{S} = \frac{1800 - 1710}{1800} = 0.05$$

$$T_n = T_o \left( \frac{V_n}{V_o} \right)^2 = 30 \left( \frac{242}{220} \right)^2 = 36.3 \text{ lb·pie}$$

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) = 0.05 \left( \frac{30}{36.3} \right) = 0.0413$$

$$S_{rn} = S (1 - s_n) = 1800(1 - 0.0413) = 1726 \text{ rpm}$$

$$b. \quad T_n = T_o \left( \frac{V_n}{V_o} \right)^2 = 30 \left( \frac{198}{220} \right)^2 = 24.3 \text{ lb·pie}$$

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) = 0.05 \left( \frac{30}{24.3} \right) = 0.0617$$

$$S_{rn} = S (1 - s_n) = 1800(1 - 0.0617) = 1689 \text{ rpm}$$

- Cambio porcentual en deslizamiento para la parte (a)

$$= \frac{0.05 - 0.0413}{0.05} = 17.4 \text{ por ciento, disminución}$$

Cambio porcentual de velocidad para la parte (a)

$$= \frac{1726 - 1710}{1710} = 0.93 \text{ por ciento, aumento}$$

- Cambio porcentual en el deslizamiento con respecto a la parte (b)

$$= \frac{0.0617 - 0.05}{0.05} = 23.4 \text{ por ciento, aumento}$$

Cambio porcentual en la velocidad con respecto a la parte (b)

$$= \frac{1710 - 1689}{1710} = 1.23 \text{ por ciento, disminución}$$

**EJEMPLO 9-18**

Un motor trifásico de inducción de rotor devanado de 10 hp y 220 V tiene una resistencia de rotor igual a  $0.3 \Omega$  y produce un par de 30 lb·pie a 1750 rpm. Si se introduce una resistencia externa al rotor igual a  $1.7 \Omega$ /fase en el circuito de éste, calcular el par, deslizamiento y velocidad nuevos, cuando los voltajes impresos al estator sean

- 240 V
- 208 V
- 110 V

**Solución**

- $s_o = (1800 - 1750)/1800 = 0.027$   
 $T_n = 30(240/220)^2 = 35.7 \text{ lb·pie}$   
 de acuerdo con el ejemplo 9-17a

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) \left( \frac{R_{rn}}{R_{ro}} \right) = 0.027 \left( \frac{30}{35.7} \right) \left( \frac{2.0}{0.3} \right)$$

$$= 0.1556$$

$$S_{rn} = S(1 - s_n) = 1800(1 - 0.1556)$$

$$= 1520 \text{ rpm}$$

$$\text{b. } T_n = 30(208/220)^2 = 26.82 \text{ lb·pie}$$

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) \left( \frac{R_{rn}}{R_{ro}} \right) = 0.027 \left( \frac{30}{26.82} \right) \left( \frac{2.0}{0.3} \right)$$

$$= 0.207$$

$$S_{rn} = S(1 - s_n) = 1800(1 - 0.207)$$

$$= 1427 \text{ rpm}$$

$$\text{c. } T_n = 30(110/220)^2 = 7.5 \text{ lb·pie}$$

$$s_n = s_o \left( \frac{T_o}{T_n} \right) \left( \frac{R_{rn}}{R_{ro}} \right) = 0.027 \left( \frac{30}{7.5} \right) \left( \frac{2.0}{0.3} \right)$$

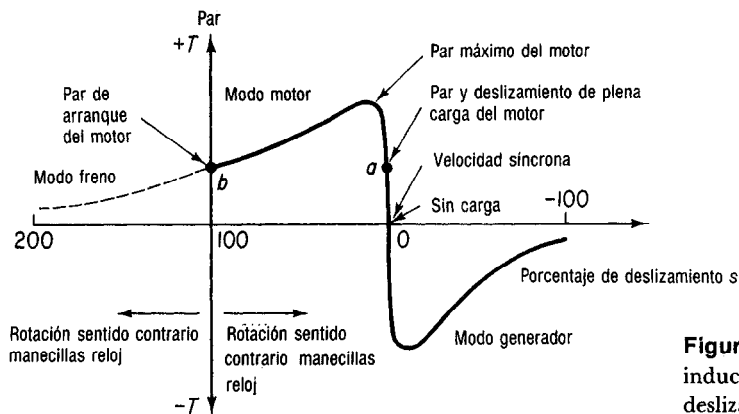
$$= 0.741$$

$$S_{rn} = S(1 - s_n) = 1800(1 - 0.741) = 467 \text{ rpm}$$

**9-22 GENERADOR DE INDUCCION**

Las curvas de deslizamiento-par de la figura 9-21 indican, hasta el punto del par máximo, que el par es proporcional al deslizamiento, es decir, que a medida que disminuye el deslizamiento disminuye el par. Cuando el deslizamiento es cero a la velocidad síncrona, el par es cero. Esto implicaría que, si una dínamo de inducción de ca se impulsa a una velocidad mayor que la síncrona, es decir, a un deslizamiento *negativo*, el par sería negativo: el motor recibe potencia mecánica, más bien que entregarla, y se tiene operación de generador. La transición del modo motor al modo generador es función del deslizamiento.

La figura 9-23 muestra la curva característica completa de la dínamo de inducción como función del deslizamiento. En el modo motor, el deslizamiento varía desde cerca de 0 por ciento en vacío hasta 100 por ciento a rotor bloqueado, suponiendo que el motor esté girando en el sentido de las manecillas del reloj. Cuando trabaja como motor con carga nominal (punto *a*) en esa dirección, si se desconecta provisionalmente de las líneas trifásicas y se conecta instantáneamente con líneas de secuencia opuesta de fase (invertir cualesquiera dos conductores), el motor se desacelerará rápidamente, pasará por el reposo (punto *b*) y acelerará la carga en dirección contraria a la de las manecillas del reloj. En esta región de modo freno, en la que los deslizamientos son mayores que el 100 por ciento, entran tanto potencia mecánica como eléctrica al rotor y estator, respectivamente, y la dínamo se sobrecalienta con rapidez. A este método de frenado se le llama de *inversión de corriente* o de *tañonamiento*, y en la mayor parte de las aplicaciones se desconecta el estator de las terminales de línea *antes* de que el motor entre al modo de freno a 100 por ciento de deslizamiento.



**Figura 9-23** Par de la dínamo de inducción como función del deslizamiento.

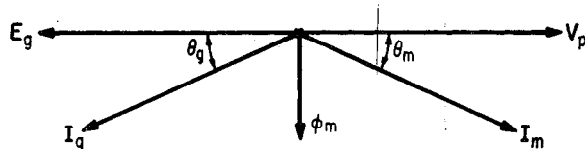
Supongamos de nuevo que el motor trabaja a la velocidad y carga nominales, con un deslizamiento cercano a cero, de aproximadamente 5 por ciento. Si por algún motivo la carga que se impulsa acelera el motor en dirección de las manecillas del reloj, el deslizamiento se reduce a cero y a valores negativos. En este caso, tanto el par como el deslizamiento son negativos y la velocidad es mayor que la síncrona. Puesto que la dínamo está funcionando como generador de inducción, mandando energía eléctrica a los conductores de suministro, tiende a desacelerar hasta su velocidad síncrona sin carga. A este tipo de frenado se le llama *regenerativo*.

A diferencia del alternador síncrono de ca, que se impulsa a la velocidad síncrona con respecto a otros alternadores que alimentan una barra de distribución, el generador de inducción *se debe* impulsar a una velocidad *mayor que la síncrona* para entregar potencia a la barra. La salida del generador de inducción depende, por consiguiente, de la *magnitud del deslizamiento negativo* o de qué tan rápido, *sobre la velocidad síncrona*, se impulsa el rotor en la *misma dirección* de giro que tenía cuando trabajaba como motor de inducción. Cualquier motor de inducción, independientemente de su tipo, puede trabajar como generador de inducción, aunque los rotores del tipo de baja resistencia producen mayores corrientes para el mismo voltaje inducido.<sup>21</sup>

El *generador de inducción* no es de autoexcitación. Por lo tanto, es necesario excitar el estator con una fuente externa polifásica a su voltaje y frecuencia nominales. Sólo genera cuando está conectado a una fuente de voltaje y frecuencia fijos, y si a continuación se le impulsa a velocidad mayor que la síncrona, fijada por la frecuencia del suministro. La **figura 9-24** muestra las condiciones fasoriales para un motor de inducción que trabaja a una corriente en retraso, a determinado ángulo del factor de potencia  $\theta_m$ ; la componente de la corriente de magnetización del estator  $I_m$  está retrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje de suministro. Cuando el motor es impulsado por un primomotor a una velocidad mayor que la síncrona, el voltaje de generación  $E_g$  produce una corriente generada  $I_g$ .

<sup>21</sup> Más arriba de las velocidades síncronas, la acción de generador de inducción sirve como medio de frenado *automático* dinámico. A velocidades menores que las síncronas, también se frena cualquier motor polifásico de inducción de jaula, en forma dinámica, 1) quitando la corriente alterna del estator y 2) remplazándola con cd. El motor se transforma en generador de cd con una armadura en corto que produce grandes corrientes en el rotor que frena y detiene el motor rápidamente. Véase Kosow, *Control of Electric Machines* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1973), Cap. 7.





**Figura 9-24** Relaciones fasoriales aproximadas de motor y generador de inducción.

La corriente de generación tiene como componente la corriente de excitación del estator  $I_m$  y la corriente de generación  $I_g$  siempre *precederá o estará en adelante* con respecto a su voltaje generado  $E_g$ . Al crecer el deslizamiento negativo, crece el voltaje generado  $E_g$ , aumentando la corriente generada  $I_g$  en adelante que va a las barras de distribución. A un deslizamiento aproximado igual a 0.05, o de 5 por ciento, el generador de inducción está a plena carga (las barras del rotor y los devanados del estator conducen la corriente nominal). Debido a que el generador de inducción *siempre* suministra *corriente en adelante* a la línea, tiene como aplicación posible la corrección del factor de potencia. Sin embargo, no se usa para este objeto porque necesita un primomotor, mientras que un capacitor síncrono sobreexcitado no lo requiere.

No obstante, es importante el principio del generador de inducción en el *frenado dinámico* de los motores de inducción. La máquina funciona como dispositivo de sobrevelocidad y produce acción de frenado cuando la velocidad del motor es mayor que la síncrona, porque un motor de inducción se transforma automáticamente en generador de inducción en ese caso. También es importante para calcular la protección del sistema contra cortocircuito cuando se usan motores de inducción.

## 9-23 CONVERTIDOR DE FRECUENCIA DE INDUCCION

El voltaje inducido en el rotor de un motor de inducción de rotor devanado puede sacarse de los anillos rozantes. Si ese motor *se impulsa* a cualquier velocidad de deslizamiento, el *generador de inducción* funcionará como *convertidor de frecuencia* con sólo variar la velocidad y dirección del rotor. Por ejemplo, si el estator de una dínamo de inducción se excita mediante un suministro a 60 Hz, al impulsar la dínamo en la misma dirección a la que gira como motor, se producirán frecuencias menores de 60 Hz; y a la velocidad síncrona la frecuencia es cero. En reposo, la frecuencia generada es de 60 Hz; cuando se impulsa en dirección opuesta y a la velocidad síncrona, la dínamo generará 120 Hz. La ecuación general para la frecuencia de un convertidor de inducción es

$$f_{con} = f_{syn} \left( 1 \pm \frac{S_{con}}{S_{syn}} \right) \quad (9-26)$$

en la cual  $f_{syn}$  es la frecuencia síncrona del estator en hertz

$S_{con}$  es la velocidad del convertidor en rpm

$S_{syn}$  es la velocidad síncrona ( $120f/P$ ) en rpm

El signo de *más* en la ecuación (9-26) se usa cuando la dirección de giro es *opuesta* a la del campo rotatorio del estator y el signo de *menos* cuando la dirección es *la misma* que la del campo rotatorio.

### EJEMPLO 9-19

Un motor de inducción de rotor devanado de 8 polos trabaja con suministro de 60 Hz y es impulsado por un primomotor de velocidad variable que trabaja como cambiador de frecuencia.

- a. Si se trabaja primero a 1800 rpm en dirección opuesta y después a 450 rpm en la misma dirección, ¿qué frecuencias resultarán?
- b. Calcular las velocidades y direcciones necesarias para obtener frecuencias de 1) 25 Hz, 2) 400 Hz y 3) 120 Hz.

#### Solución

Empleando la ecuación (9-26),

$$a. f_{con} = f \left( 1 + \frac{1800}{900} \right) = 60 \times 3$$

= 180 Hz para 1800 rpm en dirección opuesta

$$f_{con} = 60 \left( 1 - \frac{450}{900} \right) = 30 \text{ Hz para 450 rpm en la misma dirección}$$

$$b. 1. 25 = 60 \left( 1 + \frac{S_{con}}{900} \right)$$

$$S_{con} = \left( -1 + \frac{25}{60} \right) 900 = \left( -\frac{35}{60} \right) 900$$

= -525 rpm, o 525 rpm en la misma dirección

$$2. 400 = 60 \left( 1 + \frac{S_{con}}{900} \right)$$

$$S_{con} = \left( -1 + \frac{400}{60} \right) 900 = \left( \frac{340}{60} \right) 900$$

= 5100 rpm en dirección opuesta

$$3. 120 = 60 \left( 1 + \frac{S_{con}}{900} \right)$$

$$S_{con} = \left( -1 + \frac{120}{60} \right) 900 = (1)900$$

= 900 rpm en dirección opuesta a la del flujo del estator rotatorio.

La magnitud del voltaje inducido en el rotor del cambiador de frecuencia es sólo función de la velocidad relativa del rotor con respecto al flujo del estator, al igual que la frecuencia producida. En la parte (a) del ejemplo 9-19 el voltaje a 180 Hz es 6 veces el voltaje a 30 Hz, ya que una velocidad de 1800 rpm en la dirección opuesta a la de la velocidad síncrona (que produce tres veces el voltaje a rotor bloqueado) tiene una relación 6:1 a una velocidad de 450 rpm en la misma dirección que la de la velocidad síncrona y produce la mitad del voltaje a rotor bloqueado.

El empleo de motores de inducción de rotor devanado como convertidores de frecuencia también tiene aplicaciones en el control de velocidad de los motores de inducción por concatenación y diversas técnicas<sup>22</sup> de "voltaje importado" secundario.

## 9-24 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Análisis de malla o red** Técnica algebraica para formular ecuaciones lineales simultáneas en términos de corrientes desconocidas de la red en cualquier sistema eléctrico.

**Autotransformador** Transformador en el

que al menos dos devanados tienen una sección común.

**Controlador** Cualquier dispositivo que sirve para controlar la potencia del equipo al cual se conecta.

<sup>22</sup> Para una descripción de métodos comerciales de control de velocidad para motores polifásicos de inducción, véase Kosow, *op. cit.*, Cap. 7.

**Convertidor de frecuencia de inducción** Máquina de inducción de rotor devanado en la cual se obtiene la frecuencia deseada por inducción entre los devanados primario y secundario que giran en relación mutua.

**Deslizamiento** Es la relación de velocidad de deslizamiento con la velocidad síncrona, expresada ya sea como cantidad decimal o como tanto por ciento.

**Deslizamiento negativo** Deslizamiento que se tiene siempre que los motores se impulsan a velocidades mayores que la velocidad síncrona. (Véase *deslizamiento*.)

**Devanado de jaula de ardilla** Devanado en el rotor que consiste en varias barras conductoras cuyos extremos están conectados mediante anillos o placas metálicos a cada punta.

**Dínamo asíncrona** Cualquier máquina de ca cuyo rotor no gire a velocidad síncrona.

**Frenado dinámico** Sistema de frenado eléctrico en el que la máquina excitada se desconecta de su sistema de suministro y se conecta como un generador cuya energía se disipa ya sea en su propio devanado o en un resistor separado.

**Frenado regenerativo** Forma de frenado dinámico en la cual la energía cinética del motor y su carga impulsada regresan al sistema de suministro de energía.

**Generador de inducción** Máquina de inducción que, cuando se impulsa mediante una fuente externa de potencia mecánica a mayor velocidad que la síncrona, funciona como generador y convierte su energía mecánica en energía eléctrica.

**Lámpara estroboscópica** Lámpara de destello, de tubo de neón o xenón, diseñada para emitir destellos repetitivos de luz a pulsos o intervalos bien determinados.

**Motor de inducción** Motor de inducción de ca en la cual se conecta el devanado del estator o primario con la fuente de potencia y un devanado secundario conduce la corriente inducida.

**Motor de rotor devanado** Motor de inducción en el que el secundario consta de bobinas polifásicas cuyas terminales están en cortocircuito o bien se sacan a través de anillos rozantes a un circuito cerrado externo.

**Par** Fuerza que tiende a producir rotación.

**Par crítico** (Véase *par máximo*.)

**Par de falla** (Véase *par máximo*.)

**Par máximo** El mayor valor de par que se puede obtener en un motor comercial de inducción de jaula de ardilla o de inducción de rotor devanado y que se presenta cuando el deslizamiento de falla  $s_b$  es igual a la relación  $R_r/X_{lr}$ . El motor se amarra siempre que el par aplicado por la carga es mayor que el par máximo o de falla.

**Pérdida rotacional** Pérdidas combinadas, mecánicas y del núcleo, que se tienen en cualquier dínamo rotatoria. Para una dínamo de inducción, las pérdidas mecánicas comprenden las de fricción mecánica y con el aire de ventilación. Las pérdidas en el núcleo son las de histéresis y las de corrientes parásitas en los núcleos de hierro laminado del estator y del rotor.

**Relación de vueltas** Relación de los números de vueltas del primario al secundario, que determina la impedancia reflejada del secundario al primario o viceversa.

**Secuencia de fase** Orden en el cual los voltajes sucesivos de fase (o de línea) alcanzan sus valores máximos respectivos.

**Transformador** Dispositivo para transferir energía eléctrica de un circuito a otro.

**Transformador con acoplamiento débil** Transformador en el cual el coeficiente de acoplamiento es menor que la unidad.

**Velocidad de deslizamiento** Es la diferencia entre la velocidad síncrona y la velocidad del rotor.

**Velocidad síncrona** Velocidad de rotación del flujo magnético que produce el devanado primario de una dínamo o que enlaza a aquél con ésta.

## 9-25 PREGUNTAS

- 9-1 Describir las diferencias de construcción entre un motor síncrono y uno de inducción de jaula de ardilla, con respecto a
- La construcción del estator.
  - La construcción del rotor.
- 9-2 Mencionar dos tipos de construcción de rotores de motor de inducción y describir cada uno de ellos.
- 9-3 Acerca de la pregunta 9-2,
- ¿Qué tipo de rotor permite la introducción de un voltaje "importado o extraño"?
  - ¿Cómo se hace equivaler ese rotor al de un motor de inducción de jaula de ardilla?
- 9-4
- Explicar por qué el rotor de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla está forzado siempre a girar en la misma dirección que la del campo magnético rotatorio.
  - Explicar por qué se invierte la rotación del rotor si se invierten cualesquiera dos terminales de la línea.
  - Explicar por qué la velocidad del rotor es esencialmente función de la velocidad síncrona del estator (la cual a su vez es función de la frecuencia del estator) y del deslizamiento.
- 9-5 Al motor de inducción se le llama a veces transformador de frecuencia variable. A la luz de esta afirmación, explicar
- Las condiciones conforme a las cuales las frecuencias en el rotor y estator son *las mismas*.
  - Las condiciones bajo las cuales la frecuencia del rotor es *menor* que la del estator.
  - Las condiciones bajo las cuales la frecuencia del rotor es *mayor* que la del estator.
  - Las condiciones bajo las cuales el voltaje y corriente inducidos (secundarios) en el rotor son máximos.
  - Las condiciones bajo las cuales el voltaje y corriente inducidos (secundarios) en el rotor son mínimos.
- 9-6 Si el deslizamiento de falla en la figura 9-10 debido a  $R_r$  es igual a 0.2, calcular
- La relación de reactancia a rotor bloqueado a la resistencia de deslizamiento  $s$  y a deslizamiento  $4s$ .
  - La relación de resistencia a reactancia de rotor bloqueado a deslizamiento  $s$  y a deslizamiento  $4s$ .
  - Cuál de las relaciones anteriores es la relación  $s_b$ .
  - Cuáles curvas de la figura 9-10b producen una relación  $s_b$  menor que la unidad.
  - Cuáles curvas producen una relación  $s_b$  mayor que la unidad.
  - A qué deslizamiento la resistencia del rotor siempre es igual a la reactancia de rotor bloqueado.
  - Cuáles curvas de la figura 9-10b tienen mayor reactancia a rotor bloqueado que resistencia al instante del arranque en reposo.
  - Cuáles curvas tienen mayor resistencia del rotor que la reactancia de rotor bloqueado en reposo.
- 9-7 Explicar por qué el factor de potencia de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla es
- Bajo con cargas bajas.

- b. Bajo con cargas grandes [razón que no es la misma que la de la parte (a)].
  - c. Bastante alto a aproximadamente la carga nominal.
  - d. Importante para calcular la cantidad de corriente que debe pasar por el rotor o el estator para desarrollar el par necesario para contrarrestar el par aplicado.
- 9-8 Explicar por qué la eficiencia de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla es
- a. Baja a cargas bajas.
  - b. Baja con cargas grandes [razón que no es la misma que la de la parte (a)].
  - c. Bastante alta cuando la carga es aproximadamente la nominal.
  - d. Un máximo, y mencionar las condiciones a las que se presenta ese máximo.
- 9-9 Mediante las curvas de las figuras 9-6 y 9-10, y las ecuaciones correspondientes, explicar por qué
- a. La corriente del rotor siempre debe ser máxima a par máximo y no al par producido en el momento del arranque.
  - b. La corriente necesaria del rotor para producir el par desarrollado varía inversamente con el factor de potencia del rotor.
  - c. La corriente mínima de arranque se obtiene a un factor de potencia del rotor igual a 0.707 al arranque.
  - d. Si se aumenta el FP del rotor a más de 0.707 disminuye la corriente de arranque, pero también disminuye el par de arranque y el par de rotor desarrollado al máximo.
- 9-10 a. Explicar por qué la resistencia del rotor en reposo es menor que la resistencia del rotor con carga efectiva en condiciones de marcha.
- b. Expresar mediante una ecuación la relación entre la resistencia del rotor con carga efectiva en condiciones de marcha y la resistencia del rotor en reposo o bloqueado.
  - c. Empleando los términos de la parte (b), definir
    - 1. La potencia que desarrolla el rotor por fase.
    - 2. La pérdida en el cobre del rotor por fase.
    - 3. La entrada de potencia al rotor por fase.
  - d. Expresar los términos de la parte (c) en una sola ecuación.
- 9-11 La prueba de un motor de inducción a rotor bloqueado es sencilla a la vez que importante debido a que produce mediciones del voltaje  $E_{lr}$  y de la reactancia de rotor bloqueado,  $X_{lr}$ , además de la resistencia del rotor  $R_r$ . Si se dan los valores de esos tres parámetros y el de la corriente nominal del rotor  $I_r$ , indicar, con ecuaciones, cómo es posible calcular
- a. La entrada máxima de potencia en el punto crítico.
  - b. El par máximo crítico o de falla.
  - c. El deslizamiento de falla (a par máximo).
  - d. La velocidad a la cual se desarrolla el par máximo.
  - e. La entrada de potencia al rotor a cualquier valor del deslizamiento.
  - f. El par a cualquier valor del deslizamiento.
  - g. La entrada de potencia al rotor en el momento del arranque.
  - h. El par de arranque.
- 9-12 a. Explicar, en términos del par y corriente de arranque, por qué es preferible un motor de inducción de doble jaula de ardilla a uno de jaula de ardilla normal.
- b. Para el rotor de doble jaula, explicar la distribución de la corriente y el factor de potencia de ésta, para los conductores tanto superiores como inferiores del rotor, durante
    - 1. Condiciones de arranque.
    - 2. Condiciones de marcha.

- 9-13 a. Mencionar cinco ventajas de usar motores de-alta velocidad con respecto a los de baja velocidad, para el mismo voltaje y potencia nominales.  
 b. ¿Cómo se obtienen velocidades mayores y menores que las síncronas empleando motores comerciales de inducción de jaula de ardilla de alta velocidad?
- 9-14 a. Para un motor de inducción de jaula de ardilla que trabaja al voltaje nominal, explicar por qué el deslizamiento es directamente proporcional al par.  
 b. Para el mismo motor cuando trabaja con voltaje reducido en el estator, explicar por qué el deslizamiento es inversamente proporcional al par o al cuadrado de la relación del voltaje reducido.  
 c. ¿Qué precauciones se deben tomar cuando se usa la relación inversa entre el par y el deslizamiento en la parte (b)?
- 9-15 a. ¿En qué condiciones de deslizamiento trabaja la dínamo asíncrona en el modo generador?  
 b. ¿Por qué un generador de inducción siempre suministra una corriente en adelanto a las barras de distribución? Explicar, con diagramas fasoriales, cómo se controla la carga de un generador de inducción.  
 c. Comparar el empleo de un generador de inducción con el de un motor síncrono sobreexcitado como dispositivos de corrección del factor de potencia, en vista de los resultados de la parte (b).  
 d. Dar una aplicación posible de un motor de inducción de jaula de ardilla trabajando en el modo generador. ¿Cuáles son las limitaciones de esta operación?
- 9-16 a. ¿En qué condiciones es útil un motor de inducción de rotor devanado como convertidor de frecuencia?  
 b. ¿Cómo es posible obtener frecuencias menores que la síncrona del estator?  
 c. Repetir la parte (b) para frecuencias mayores que la síncrona del estator.  
 d. ¿Cuál es la ventaja de emplear un motor de inducción de rotor devanado como generador, con respecto a un motor-generador síncrono (véase sección 8-23)?

## 9-26 PROBLEMAS

- 9-1 El deslizamiento a plena carga de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla de 60 Hz, 12 polos, es 5.0 por ciento. Calcular  
 a. La velocidad a plena carga en rpm y rad/s.  
 b. La velocidad síncrona en rpm y rad/s.  
 c. La regulación de velocidad.
- 9-2 Un motor de inducción de jaula de 60 Hz y seis polos, tiene una velocidad a plena carga igual a 1140 rpm. Calcular  
 a. La velocidad síncrona en rpm y rad/s.  
 b. El deslizamiento a plena carga.  
 c. La regulación de velocidad.
- 9-3 Un motor de inducción de jaula de ardilla de 25 hp, 6 polos, 60 Hz y 440 V tiene un par de arranque igual a 152 N·m y un par de plena carga igual a 113 N·m. Calcular  
 a. El par de arranque cuando el voltaje de línea al estator se reduce a 300 V.  
 b. El voltaje que se debe aplicar al estator para desarrollar un par de arranque igual al par de plena carga.  
 c. El voltaje que se debe aplicar para hacer trabajar al motor a la carga nominal con una fuente de 50 Hz.

- 9-4 La corriente de arranque del motor en el problema 9-3 es 128 A cuando el voltaje nominal se aplica al estator. Calcular
- La corriente de arranque cuando el voltaje se reduce a 300 V.
  - El voltaje que se debe aplicar al estator para no rebasar la corriente nominal de línea, que es de 32 A.
- 9-5 La reactancia a rotor bloqueado de un motor de inducción de jaula de ardilla de seis polos y 60 Hz es tres veces la resistencia del rotor por fase. Calcular, para el par máximo,
- El deslizamiento.
  - La velocidad en rpm y rad/s.
  - La frecuencia del rotor a la cual se desarrolla el par máximo.
- 9-6 La velocidad de plena carga de un motor de inducción con rotor devanado de 12 polos y 60 Hz es 550 rpm. La reactancia de rotor bloqueado es  $2 \Omega$  y la resistencia del rotor por fase es  $0.6 \Omega$ . Calcular
- El deslizamiento y la velocidad a los cuales se desarrolla el par máximo.
  - La resistencia agregada al rotor para desarrollar par máximo al arranque.
  - El nuevo deslizamiento a plena carga con la resistencia agregada al rotor.
  - La regulación de velocidad con la resistencia agregada al rotor.
  - La relación de velocidades de plena carga con y sin resistencia externa del rotor.
- 9-7 El estator, conectado en delta, de un motor trifásico de inducción con rotor devanado, de 6 polos, 220 V y 60 Hz, tiene el doble de vueltas que el rotor. La resistencia del rotor es  $0.1 \Omega/\text{fase}$  y la reactancia a rotor bloqueado es  $0.5 \Omega/\text{fase}$ . La velocidad de plena carga es 1140 rpm. Calcular
- La FEM por fase, la frecuencia, la corriente del rotor y el voltaje entre anillos rozantes a rotor bloqueado.
  - El deslizamiento al cual se presenta el par máximo y la corriente de fase en el rotor y entrada total de potencia al rotor correspondientes a los valores de deslizamiento y de rotor bloqueado.
  - El par máximo de falla en lb·pie y N·m.
  - Los pares de arranque y de plena carga en lb·pie.
- 9-8 Un motor comercial de inducción, trifásico, de jaula de ardilla y de cuatro polos, de 235 hp, 1730 rpm, 575 V y 60 Hz, conectado en estrella, tiene las siguientes características:  $R_a = 0.05 \Omega$ ,  $R_r = 0.0583 \Omega$ ,  $jX_m = 7 \Omega$ ,  $jX_s = 0.1 \Omega$ ,  $jX_{lr} = 0.3 \Omega$  y  $P_L = 4500 \text{ W}$  (pérdidas rotacionales y en el núcleo). Trazar un diagrama de circuito equivalente en donde se muestren esos parámetros y a la velocidad nominal, 1730 rpm, calcular, en base por fase,
- La corriente de armadura en el estator  $I_p$  (sugerencia: véase ejemplo 9-15).
  - La corriente del rotor por fase  $I_r$ .
  - El factor de potencia del motor.
  - La entrada de potencia al estator por fase.
  - Las pérdidas en el cobre del estator por fase.
  - La entrada de potencia al rotor, por fase, empleando dos métodos.
  - La potencia desarrollada por el rotor, por fase, empleando dos métodos.
  - La potencia total del rotor en el eje del motor.
  - El par total trifásico de salida.
  - La potencia de salida.
  - La eficiencia del motor a la carga nominal.
  - Dibujar el diagrama completo de flujo de potencia en el que se muestren todas las pérdidas en el cobre y las rotacionales y del núcleo fijas.

- 9-9 Para el motor de inducción de rotor de jaula de ardilla del problema 9-8, calcular
- El par máximo en lb·pie y en N·m.
  - El par de arranque en lb·pie y en N·m.
  - La relación del par de arranque a par nominal.
  - La relación de par máximo a par nominal.
- 9-10 Un motor de inducción de jaula de ardilla de seis polos, 10 hp, 1165 rpm, trifásico, 60 Hz, conectado en estrella, tiene las siguientes características:  $R_a = 0.35 \Omega$ ,  $R_r = 0.1458 \Omega$ ,  $jX_m = 12.5 \Omega$ ,  $jX_s = 0.1 \Omega$ ,  $jX_{lr} = 0.5 \Omega$ , y  $P_L = 260 \text{ W}$  (pérdidas rotacionales y en el núcleo). Trazar un diagrama de circuito equivalente que muestre esos parámetros y, a la velocidad nominal de 1165 rpm, calcular *todas* las partes del problema 9-8.
- 9-11 Repetir *todas* las partes del problema 9-9 para el motor de inducción de jaula de ardilla del problema 9-10.



## Motores monofásicos

### 10-1 GENERALIDADES

Los dos capítulos anteriores se limitaron principalmente a los motores polifásicos síncronos y asíncronos. Hay muchas instalaciones, tanto industriales como residenciales, a las que la compañía eléctrica sólo suministra un servicio de ca *monofásica*. Además, en todo lugar casi siempre hay necesidad de motores pequeños que trabajen con suministro monofásico para impulsar diversos artefactos electrodomésticos tales como máquinas de coser, taladros, aspiradoras, acondicionadores de aire, etc.

En general, el término "motor pequeño" quiere decir un motor de menos de 1 hp, es decir, motor *de caballaje fraccionario*<sup>1</sup> o *de potencia fraccionaria*. La mayor parte de los motores monofásicos son en realidad de caballaje fraccionario. Sin embargo, algunos se fabrican en *tamaños normales de caballaje integral*: 1.5, 2, 3, 5, 7.5 y 10 hp\* tanto para 115 V como para 230 V en servicio monofásico y aun para servicio de 440 V entre los límites de 7.5 a 10 hp (véase tabla 430-148, apéndice A-3). Los tamaños especiales de caballaje integral van desde varios cientos hasta algunos miles de hp en servicio de locomotoras, con motores de serie monofásicos de ca.

<sup>1</sup> A un motor pequeño la American Standards Association (ASA) y la National Electric Manufacturers Association (NEMA) lo definen como "motor construido en un armazón más pequeña que la de uno de capacidad continua de 1 hp, de tipo abierto y de 1700 a 1800 rpm". Los motores pequeños se consideran en general motores de caballaje fraccionario, pero como la determinación se basa en el tamaño del armazón, son interesantes las siguientes comparaciones:

1. Un motor de  $\frac{3}{4}$  hp, 900 rpm *no* se considera de caballaje fraccionario porque el tamaño de su armazón, si se usara para un motor de 1800 rpm, tendría una capacidad de más de 1 hp. Por lo tanto, se lo considera como motor de caballaje (o potencia) integral con capacidad de  $0.75 \text{ hp} \times (1800/900) = 1.5 \text{ hp}$ .
2. Un motor de 1.5 hp, 3600 rpm *es* motor de potencia fraccionaria debido al tamaño de su armazón, que si se usara para un motor de 1800 rpm, tendría una capacidad inferior a 1 hp:  $1.5 \text{ hp} \times (1800/3600) = 0.75 \text{ hp}$ .

Para una descripción completa de los tamaños de armazón, véase la sección 13-4.

\*N. del T.: Con mucha frecuencia los motores de marcas europeas tienen su capacidad indicada en "PS", "CV" o caballos métricos =  $0.987 \times \text{hp}$ , o en watts o kilowatts. En este último caso las potencias difieren algo de las expresadas en el sistema inglés. Sin embargo los números de armazón son los mismos tanto para los de procedencia europea como norteamericana, por lo que la definición basada en esos números seguirá siendo válida.

Los principios básicos de los motores monofásicos de ca son los que con anterioridad se han estudiado. Se emplea extensamente el principio de inducción debido a la simplicidad del rotor y a que evita las dificultades de la conmutación. Se emplean diversas técnicas para producir el campo magnético giratorio necesario para arrancar con inducción, utilizando la división de fase y los polos sombreados. Sin embargo, se demostrará que un rotor de inducción, una vez en movimiento debido a un campo magnético rotatorio, continuará trabajando con un suministro monofásico. Por lo tanto, también se podrán emplear otras técnicas para arrancarlo, tal como en los motores de inducción de arranque por reluctancia.

Los motores monofásicos síncronos, de reluctancia y de histéresis se describieron en las secciones 8-27 y 8-28 y los motores subsíncronos en la sección 8-29, principalmente porque sus características de par son muy distintas de las demás clases de motores monofásicos. También se usa el principio del motor de conmutador de cd, principalmente en los tamaños grandes de caballaje integral, como el motor serie de ca, y en capacidades fraccionarias de hp, como el motor *universal*. Los motores universales pequeños trabajan con voltajes bajos, de hasta 6 V o aun menos (en el caso de motores para acumuladores solares), a frecuencias que van de la corriente directa a varios cientos de hertz y sus velocidades pueden ser tan altas como 20 000 rpm.

Los requisitos de carga y trabajo para los motores monofásicos son posiblemente tan severos como los de la maquinaria polifásica o quizá más, debido a que en las aplicaciones domésticas o residenciales no se tienen procedimientos de mantenimiento rutinario.

Los motores serie monofásicos de ca están diseñados para uso extremadamente rudo en grúas, rampas y servicio de tracción, como locomotoras eléctricas, y su tamaño puede variar según sea de pocos caballos o de algunos miles.

Los alternadores y los motores síncronos monofásicos se usan con bastante frecuencia en servicio de ferrocarriles. En general, las máquinas de tamaño grande son en realidad dínamos trifásicas síncronas conectadas en estrella, desbalanceadas con una fase abierta y, como tales, se usan en tamaños hasta de varios miles de hp en los conjuntos motogeneradores de las locomotoras.

Debido a que un motor monofásico de *inducción no tiene arranque propio*, es decir, *no* tiene de manera inherente el verdadero campo magnético *rotatorio* que es fundamental para el motor polifásico de inducción, se emplean diversos métodos para *iniciar* el giro del rotor de jaula de ardilla. En consecuencia, una *clasificación* de los motores monofásicos de inducción se basa en sus métodos particulares de arranque y se presenta en la sección 10-14.4. Se describirán primero estos motores seguidos de una exposición de los monofásicos tipo conmutador.

## 10-2 CONSTRUCCION DEL MOTOR MONOFASICO DE INDUCCION

El *rotor* de cualquier motor monofásico de inducción es intercambiable con el de uno polifásico de inducción de jaula de ardilla, clase A o B (sección 9-21). No hay conexión *física* entre el rotor y el estator, y hay un entrehierro uniforme entre ellos. Las ranuras del estator están distribuidas de modo uniforme y, en general, se emplea un devanado "paso fraccionario", ímblico de dos capas. Un devanado "simple" monofásico no

produciría campo magnético ni par de arranque por los motivos que se indicarán en la sección siguiente. Por lo tanto, es necesario modificar o dividir al devanado del estator en dos partes, cada una desplazada en *el espacio* y en *el tiempo*.<sup>2</sup> Así, hay *dos* devanados en *paralelo* y *ambos* están conectados con el suministro monofásico de ca.

A uno de esos devanados del estator, que en general es de alta reactancia para reducir las pérdidas al mínimo, se le llama *devanado de marcha* o *principal*. Está distribuido en ranuras espaciadas uniformemente alrededor del estator. El otro devanado, que está en paralelo con el principal, es el *devanado auxiliar* o *de arranque*, que también está distribuido uniformemente alrededor del estator, pero alojado en ranuras con orientación desplazada 90° en el *espacio eléctrico* con respecto a las del devanado principal.

La impedancia ajustada y la corriente del devanado auxiliar, con respecto al voltaje de línea como referencia, se diseña en general para que la corriente en este devanado (de arranque) *preceda* a la del devanado principal, no necesariamente 90°, pero lo suficiente para producir *desplazamiento en el tiempo*, al igual que *en el espacio*.

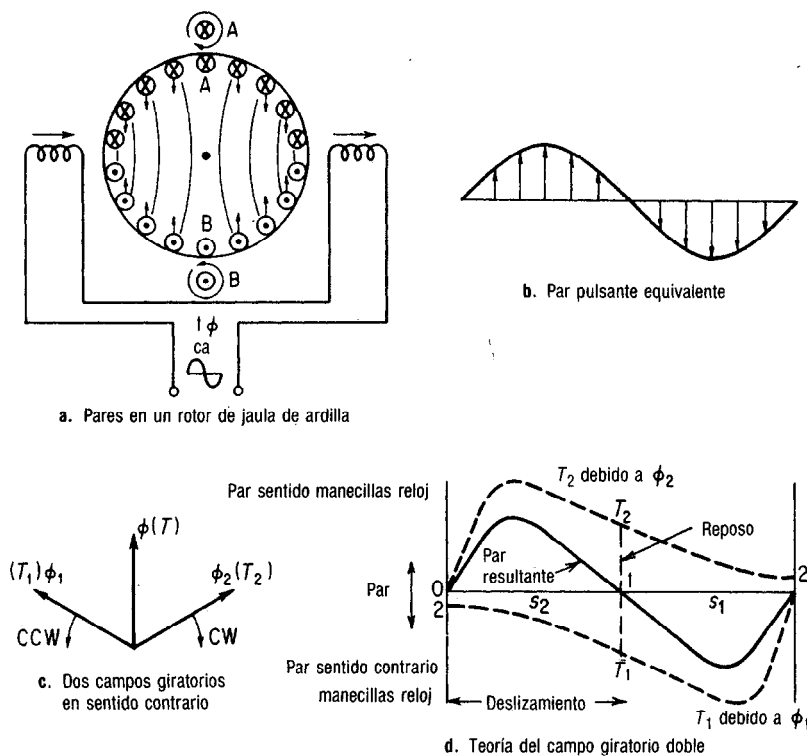
En algunos diseños o modelos que se describirán después, se abre el devanado auxiliar después del periodo de arranque, es decir, una vez que ha comenzado el giro del rotor. En otros modelos, el devanado auxiliar permanece conectado en paralelo con el principal, tanto en el arranque como en el funcionamiento normal. Pero el fin esencial del devanado auxiliar es el de *producir el giro del rotor*. Esto hace que surja la pregunta de por qué un devanado monofásico *no* produce por sí mismo el giro de un motor de inducción de jaula de ardilla.

### 10-3 PAR BALANCEADO DE UN MOTOR MONOFÁSICO DE INDUCCIÓN EN REPOSO

El devanado monofásico distribuido (y en realidad el devanado de cualquier fase) tenderá a producir un campo magnético neto (figura 9-1). Este campo del devanado principal, distribuido alrededor del estator del motor monofásico ca se muestra en la figura 10-1a, y se ve que tiene una dirección instantánea de izquierda a derecha. Puesto que la corriente en este campo varía senoidalmente con el voltaje monofásico aplicado, producirá un campo concentrado 180° después, de derecha a izquierda. Las direcciones de la corriente inducida en el rotor debido a la acción de transformador también se muestran en la figura 10-1a. De acuerdo con la ley de Lenz, las corrientes pasan en esos conductores del rotor (por ejemplo, conductores A y B) en una dirección tal que *se oponen* al campo que las produce (regla del sacacorchos derecho).

La dirección del par que producen esos conductores de corriente (regla de la mano izquierda) se indica en la figura 10-1a mediante las flechas asociadas con cada conductor. El par que producen los conductores, en sentido de las manecillas del reloj, en la mitad derecha del rotor está equilibrado con el par en dirección contraria a las manecillas del reloj, que producen los conductores en la mitad derecha (la misma). Lo anterior es válido para la mitad izquierda. Obsérvese que los conductores A y B no

<sup>2</sup> La ASA define al motor de fase partida como "motor monofásico de inducción que tiene un devanado auxiliar desplazado magnéticamente de, y conectado en paralelo con, el devanado principal".



**Figura 10-1** Pares balanceados en reposo en un motor de inducción de jaula de ardilla excitado por un devanado monofásico.

pueden producir un componente de par útil, aún cuando pase corriente por ellos, debido a que el par que producen está directamente en ángulo recto a cualquier movimiento del rotor. Por lo tanto, el par neto es cero. Cuando se invierte el voltaje de la corriente alterna, se invierten las direcciones de corrientes y pares en los conductores del rotor, *pero el par neto sigue siendo cero*.

Dado que la magnitud del par que desarrolla cada conductor depende de la magnitud del campo resultante de ca, el cual a su vez varía senoidalmente de acuerdo con el suministro de ca, el *par balanceado pulsante* que resulta se puede representar mediante el diagrama que aparece en la figura 10-1b. Como se indica, el valor promedio del par pulsante para un ciclo completo es cero.

Cualquier oscilación periódica o pulsante como la que se representa en la figura 10-1b se puede representar también como compuesta de *dos pares* giratorios en sentido contrario entre sí, producidos por *dos campos* giratorios opuestos de magnitud y velocidad angular igual, como se muestra en la figura 10-1c. Debido a que un campo magnético *giratorio* (separado) dará lugar a un par electromagnético resultante en el rotor de inducción de jaula de ardilla, el par que produce *cada uno* de los campos que giran en sentido contrario es como el que indican las líneas de guiones de la figura 10-1d.

Entre los límites de deslizamiento cero y 2.0, es decir, entre velocidad síncrona y velocidad síncrona en dirección opuesta,<sup>3</sup> respectivamente, se muestran con líneas de

<sup>3</sup> Véase sección 9-5.

guiones las curvas de par en el sentido de las manecillas del reloj y en sentido contrario. A un deslizamiento igual a uno, o sea a rotor parado, los pares de arranque  $T^2$  y  $T^1$ , en dirección de las manecillas del reloj y en dirección opuesta a la anterior, son iguales y opuestos.

Por lo tanto, no se produce par en un campo monofásico pulsante. El par resultante de los dos campos giratorios en sentidos opuestos es como la línea continua de la figura 10-1d, lo cual indica que, si el *deslizamiento* del rotor se pudiera cambiar de uno en *reposo* a algún deslizamiento de cualquier otro valor, debería obtenerse un par neto en dirección de las manecillas del reloj o en la contraria.

#### Teoría del campo doble de giro:

El par resultante del motor monofásico es cero *únicamente* a un deslizamiento igual a la unidad o a la velocidad síncrona en cualquier dirección. Por lo tanto, una vez en movimiento en cualquier dirección, el motor monofásico continuará moviéndose en esa dirección debido a que se produce un par resultante neto a la izquierda o derecha del punto de reposo que se muestra en la figura 10-1d.<sup>4</sup>

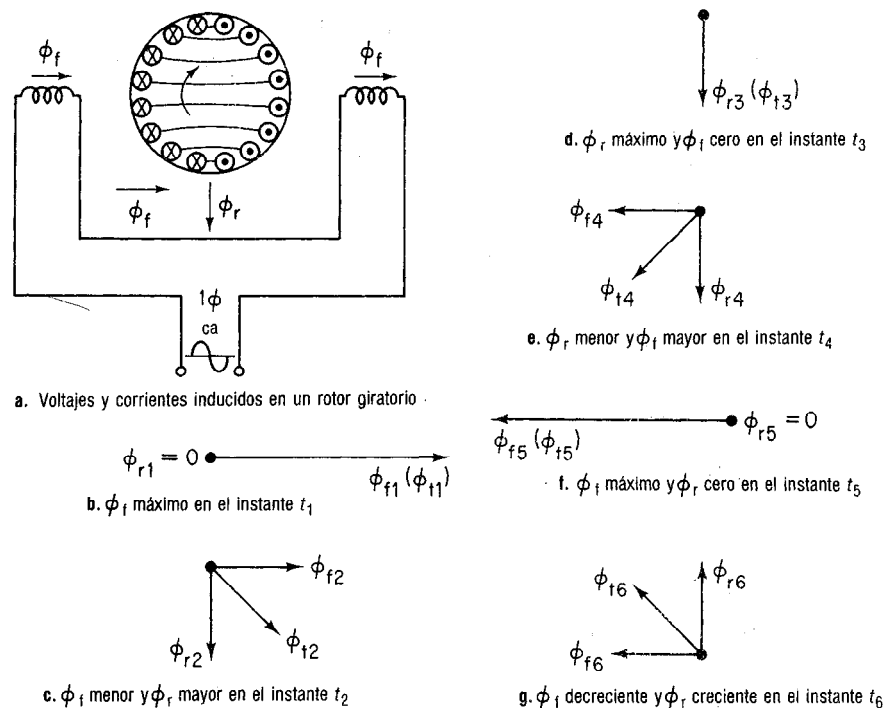
### 10-4 PAR RESULTANTE DE UN MOTOR MONOFASICO DE INDUCCION, COMO PRODUCTO DEL GIRO DEL ROTOR

A veces en el laboratorio, o hasta en la industria, una terminal de un motor trifásico se desconecta en forma accidental, debido a mala conexión mecánica o a que se abre un fusible en esa línea. El motor seguirá girando en la misma dirección que la de un motor de inducción, aun con carga, desarrollando par de acuerdo con la figura 10-1d y verificando ésta. En esas condiciones, se dice que el motor polifásico está “en monofásico” o “en dos fases”. Sin embargo, se puede demostrar que una vez iniciada la rotación, el motor monofásico es, en realidad, un motor *bifásico*.

La figura 10-2a muestra el mismo rotor de un motor comercial de inducción de jaula de ardilla que en el de la figura 10-1a, excepto que se lo ha hecho girar por un medio externo en dirección de las manecillas del reloj. Si el flujo del estator tiene una dirección instantánea, como se muestra en la figura 10-2a, se induce una FEM como resultado del movimiento relativo entre los conductores del rotor y el campo magnético (regla de la mano derecha). A esta FEM inducida a veces se la llama “FEM de velocidad” (figura 10-2a) para distinguirla de la “FEM de transformador” (figura 10-1a), producida por acción de transformador. Se producen ambas FEM debido a la variación de encadenamientos de flujo: la *FEM de velocidad* es resultado de un movimiento relativo entre un conductor y su campo; la *FEM de transformador* es resultado del campo pulsante.

Este campo pulsante es relativamente estacionario. A diferencia del motor polifásico de inducción, por lo tanto, es alta la frecuencia del rotor de la FEM inducida de velocidad en los conductores de un motor en marcha, ya que es proporcional a la velo-

<sup>4</sup> Al respecto, un motor monofásico sin devanado auxiliar o dispositivo alguno de arranque se asemeja a un motor de combustión interna fuera de borda o a uno de podadora de césped, porque se debe poner en marcha jalando un cordón. Realmente, el autor usa un cordón de arranque en el laboratorio para ilustrar la figura 10-1d en motores monofásicos en los que se ha desconectado el devanado auxiliar.



**Figura 10-2** Campo transversal  $\phi_v$  del rotor, producido por el giro del rotor en sentido de las manecillas del reloj.

cidad, y la reactancia del rotor ( $X_r \propto f$ ) es correspondientemente alta. El resultado es que, mientras se produce una FEM de velocidad en los conductores del rotor en el instante mostrado en la figura 10-2a, no pasa corriente en el rotor hasta casi 90 grados eléctricos después. Cuando pasa una corriente en los conductores del rotor, como se indica en la figura 10-2a, produce un flujo  $\phi_r$  en el rotor, en dirección hacia abajo, como se muestra. Una vez que se tenga giro del rotor en el sentido de las manecillas del reloj, se produce un campo magnético giratorio en esa misma dirección. Empleando la teoría del *campo transversal* o *cruzado*, los siguientes pasos explican por qué se produce un campo magnético rotatorio (véase figura 10-2):

1. La figura 10-2b muestra el flujo  $\phi_f$  del campo pulsante al instante  $t_1$  de un máximo, que produce FEM de velocidad máxima (pero no corriente o flujo de rotor), en las barras del rotor, en la dirección que se indica en la figura 10-2a.
2. Sin embargo, en el instante  $t_2$  pasará una corriente por el rotor produciendo un flujo de cuadratura en éste,  $\phi_r$ , como se muestra en la figura 10-2c. Adviértase que el flujo del campo pulsante ha disminuido algo y que el flujo del rotor está retrasado 90 grados eléctricos con respecto al flujo del campo.
3. En el instante  $t_3$ , como se ve en la figura 10-2d, el flujo del campo pulsante es cero, pero la corriente del rotor es máxima y produce un flujo máximo en el mismo,  $\phi_r$ .

4. En el instante  $t_4$  como se ve en la figura 10-2e, el flujo de campo  $\phi_f$  pulsa en dirección contraria y, al mismo tiempo, disminuye el flujo del rotor.
5. En el instante  $t_5$ , como se ve en la figura 10-2f, el flujo en el estator es máximo en dirección opuesta (por razones de sencillez se usa una máquina de dos polos), y el flujo en el rotor es cero.
6. Sin embargo, en el instante  $t_6$ , a medida que disminuye el flujo del campo, el flujo del rotor aumenta en dirección opuesta, según lo muestra la figura 10-2g.

Por lo tanto, en las figuras 10-2c, e y g, se combinan el flujo de campo y del rotor para formar un flujo total resultante  $\phi_t$  que actúa en la región interpolar a través de la cual viajan los conductores del rotor. *Una vez que se inicia el giro del rotor, debe tomarse en cuenta lo siguiente:*

#### **Teoría del campo transversal o cruzado:**

El campo pulsante de cuadratura en el rotor reacciona contra el campo pulsante principal y produce un *campo magnético resultante*. Este campo resultante es *rotatorio*, bastante constante, y gira en *la misma* dirección que la de giro del rotor. Un motor comercial de inducción de jaula de ardilla continuará girando, produciendo un *par de motor de inducción* en un campo magnético "rotatorio," una vez que se haya iniciado una FEM de velocidad.

Si se hiciera girar al rotor en dirección contraria a la de las manecillas del reloj, se invertirían la dirección de la FEM de velocidad inducida y también los campos del rotor. El campo rotatorio combinado resultante giraría entonces en dirección *opuesta*.

Debe advertirse que la magnitud de la FEM de velocidad, y en consecuencia el flujo del rotor, son función de la velocidad. Por lo tanto, a la velocidad síncrona o aproximada a ella, el flujo del rotor es prácticamente igual al flujo del campo y el campo rotatorio producido es el llamado "campo circular". Sin embargo, cuando se carga el motor y aumenta el deslizamiento, disminuye la FEM de velocidad, al igual que la corriente y el flujo del rotor.

Por consiguiente, el campo resultante tiende a ser "elíptico" debido a que las pulsaciones son mayores en la dirección del campo principal que en la del campo de cuadratura del rotor. Las pulsaciones disparejas que resultan del par se pueden oír cuando un motor *polifásico* de inducción con mucha carga se queda con una fase menos, o cuando un motor monofásico devanado abierto de arranque tiene una gran carga. Si el par aplicado es mayor que el par máximo desarrollado y se detiene el motor, el flujo del rotor es cero y el flujo neto es pulsante.

Se han dado dos descripciones para explicar por qué un motor monofásico desarrolla par en *la misma* dirección *una vez que se inicia la rotación*. A la descripción relacionada con la figura 10-1d se le llama la *teoría del doble campo giratorio*. A la descripción relacionada con la figura 10-2 se le llama *teoría del campo transversal*. Ambos conceptos se emplearán en las secciones que siguen con fines de explicación, por que en realidad se complementan y no se contradicen entre sí.

Por ejemplo, en la figura 10-1d se muestra el par neto que se desarrolla en el rotor de un motor de inducción, mientras que la figura 10-2 da una indicación del par que se desarrolla debido a la FEM de velocidad. Se debe observar que cerca de la velocidad síncrona la FEM de velocidad es alta, produciendo un campo magnético rotato-

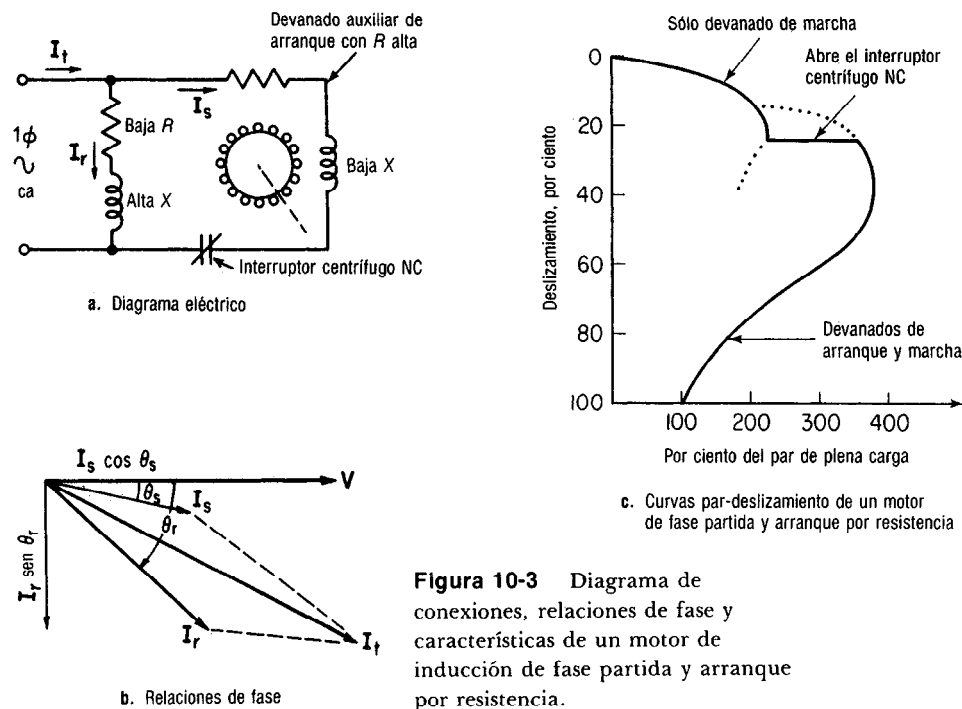
rio bastante constante (concepto del campo transversal). En forma simultánea, cerca de la velocidad síncrona, el par en el sentido de las manecillas del reloj y el par resultante (concepto del doble campo giratorio) son prácticamente los mismos, y el par del motor monofásico es, para todo fin práctico, igual al par del motor polifásico.

Igualmente, en reposo, no se desarrolla campo transversal debido a la FEM de velocidad igual a cero y al flujo del rotor igual a cero, y el motor no puede ponerse en marcha (teoría del campo transversal). El par resultante del rotor es cero a deslizamiento unidad (teoría del doble campo giratorio) porque los pares  $T_1$  y  $T_2$ , en sentido de las manecillas del reloj y en sentido opuesto son iguales y opuestos.

## 10-5 MOTOR DE INDUCCION DE FASE PARTIDA Y ARRANQUE POR RESISTENCIA

Como se asentó en la sección 10-2, la construcción del estator del motor de inducción de fase partida tiene dos devanados en paralelo, desplazados  $90^\circ$  en el espacio eléctrico y algo menos de  $90^\circ$  en el tiempo. La figura 10-3a muestra el diagrama eléctrico de los dos devanados de un motor de inducción de fase partida.

El devanado de *arranque* tiene *menos* vueltas y consiste en alambre de cobre de *menor* diámetro, que el devanado de *marcha*. Por lo tanto, el devanado de arranque tiene *alta resistencia y baja reactancia*. A la inversa, el devanado de *marcha*, con *más* vueltas de alambre *más grueso*, tiene *baja resistencia y alta reactancia*. Pero, debido a su impedancia total menor, la corriente en el devanado de marcha,  $I_r$  es en general mayor que la correspondiente en el devanado de arranque,  $I_s$ .



**Figura 10-3** Diagrama de conexiones, relaciones de fase y características de un motor de inducción de fase partida y arranque por resistencia.



En la figura 10-3b se muestran las relaciones de fase de las corrientes a rotor bloqueado en el instante del arranque. La corriente en el devanado de arranque  $I_s$  está retrasada unos  $15^\circ$  con respecto al voltaje de suministro, mientras que la corriente mayor en el devanado de marcha,  $I_r$ , está retrasada unos  $40^\circ$  con respecto al voltaje monofásico. A pesar del hecho de que la corriente en los dos devanados en cuadratura espacial *no* es igual, las componentes de *cuadratura* *sí* son prácticamente iguales, como se ve en la figura 10-3b.

También se muestra en la figura 10-3b que la componente horizontal en el devanado de arranque,  $I_s \cos \theta_s$ , está en ángulo recto con, y es de igual magnitud que la componente vertical en el devanado de marcha,  $I_r \sin \theta_r$ . Con ello se asegura que durante el periodo de arranque se produzca un campo magnético virtual bifásico giratorio y se garantiza un buen par de arranque. El ejemplo 10-1 demuestra que a pesar de las diferentes magnitudes de las corrientes de arranque y de marcha y del hecho de que esas corrientes estén desplazadas sólo  $25^\circ$ , sus componentes de cuadratura son de igual magnitud y con  $90^\circ$  de desplazamiento.

#### EJEMPLO 10-1

Un motor de  $\frac{1}{4}$  hp, 110 V, de fase partida toma, en su devanado de arranque, una corriente de 4 A con  $15^\circ$  de retraso con respecto al voltaje de suministro y, en su devanado de marcha, una corriente de 6 A con  $40^\circ$  de retraso. Calcular

- La corriente total de arranque y el factor de potencia (estado estable).
- La componente de la corriente en el devanado de arranque que está en fase con el voltaje de suministro.
- La componente de la corriente en el devanado de marcha que está retrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje de suministro.
- El ángulo de fase entre las corrientes de arranque y marcha.

#### Solución

- $I_s = 4 \angle -15^\circ \text{ A} = 3.86 - j1.035 \text{ A}$   
 $I_r = 6 \angle -40^\circ \text{ A} = 4.60 - j3.86 \text{ A}$   
 $I_t = I_s + I_r = 8.46 - j4.895 = 9.77 \angle -30^\circ \text{ A}$   
 Factor de potencia =  $\cos 30^\circ = 0.866$  en retraso
- $I_s \cos \theta = 3.86 \text{ A}$  (de acuerdo con a)
- $I_r \sin \theta = -j3.86 \text{ A}$  (de acuerdo con a)
- $(\theta_r - \theta_s) = (40^\circ - 15^\circ) = 25^\circ$

#### EJEMPLO 10-2

Para el motor de fase partida del ejemplo 10-1, calcular

- La potencia disipada en el devanado de arranque
- La potencia disipada en el devanado de marcha
- La potencia instantánea total que se disipa durante el arranque
- La potencia total en estado estable que se disipa durante la marcha
- La eficiencia del motor

#### Solución

- $P_s = VI_s \cos \theta_s = 110 \times 4 \times \cos 15^\circ = 425 \text{ W}$
- $P_r = VI_r \cos \theta_r = 110 \times 6 \times \cos 40^\circ = 505.6 \text{ W}$
- $P_t = P_s + P_r = 425 + 505.6 = 930.6 \text{ W}$
- $P_r = 505.6 \text{ W}$
- $\eta = \frac{(0.25 \text{ hp} \times 746) \text{ W}}{505.6 \text{ W}} = 37 \text{ por ciento}$

Obsérvese en la figura 10-3b que la fase de la corriente en el devanado de arranque se obtiene en virtud de su alta resistencia y baja reactancia. Así, siempre que se arranque el motor, el devanado de arranque disipa casi tanta potencia como la potencia que toma el motor en marcha normal, según se ve en el ejemplo 10-2. El devanado de arranque tiene su capacidad para servicio intermitente, porque sólo se usa unos cuantos segundos durante el periodo de arranque.

Como se muestra en la figura 10-3c, cuando el motor acelera hasta aproximadamente un 25 por ciento de deslizamiento, abre el interruptor centrífugo normalmente cerrado (NC). En este punto, se presenta una *transferencia de transición* y el motor se acelera hasta el deslizamiento nominal (o menor) sólo sobre su característica de devanado de marcha. La figura 10-3c muestra también que los pares nominal y de arranque son aproximadamente iguales, 100 por ciento, y que el par máximo del devanado de marcha se aproxima a un 225 por ciento del par nominal.

Si los devanados se desplazan  $90^\circ$  en el espacio y sus componentes de corriente de cuadratura, que están desplazadas  $90^\circ$  en el tiempo (ejemplo 10-1), *son prácticamente iguales*, se produce un campo bifásico equivalente giratorio en el arranque que desarrolla el suficiente par de arranque para acelerar al rotor en dirección del campo rotatorio producido por las corrientes (sección 9-4).

Cuando acelera el rotor, genera su propia FEM (teoría del campo transversal) y tiende a producir un par resultante en virtud de su propia rotación en una dirección determinada (teoría del doble campo revolvente). El par que desarrolla el campo principal pulsante, producido por el devanado de marcha normal, es mayor que el que desarrollan ambos devanados a un deslizamiento de aproximadamente 15 por ciento (figura 10-3c). También, de acuerdo con el ejemplo 10-2, es evidente que la sola corriente de marcha normal produciría menos pérdidas, porque se eliminarían las del devanado de arranque.

Por *ambas* razones, como se ve en la figura 10-3c, se tiene un *interruptor centrífugo*, normalmente cerrado en reposo, para abrir a un deslizamiento de aproximadamente 25 por ciento, que es cuando el motor monofásico tiene su par máximo, y el motor se acelera hasta su deslizamiento nominal (aproximadamente 5 por ciento o menos, lo cual depende de la carga aplicada) como motor monofásico en virtud de su propio campo transversal.

Para invertir la dirección de giro de cualquier motor de fase partida, es necesario invertir las conexiones terminales del devanado auxiliar de arranque con respecto a las del principal de marcha. Con ello se producirá un campo "bifásico" rotatorio en dirección opuesta. Esta inversión, o de frenado a contra-corriente, nunca se puede hacer bajo condiciones de *marcha*, obviamente, como se hace algunas veces con motores polifásicos de inducción. En el caso de un motor monofásico de arranque con resistencia, no sucede nada aun si se ponen en corto los contactos del interruptor centrífugo y se reenergiza el devanado de arranque. Puesto que el par monofásico es mayor que el del "campo bipartido", el motor continuará trabajando como monofásico en la dirección en la que giraba originalmente. Por lo tanto, al motor de fase partida y arranque con resistencia se le clasifica como motor *no reversible*.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Como se puede invertir partiendo del reposo, pero no mientras está trabajando, el motor de fase partida y arranque con resistencia es un motor *invertible* y al mismo tiempo *no reversible*. Véanse notas de las secciones 10-5 y 10-7, para definiciones y otras clasificaciones.

La capacidad del devanado de arranque se basa sólo en trabajo *intermitente*. Si el interruptor centrífugo se descompone y no puede abrir, por lo general debido a que se pegan los contactos, el calor excesivo que produce el devanado de arranque, de alta resistencia, aumentará de tal manera la temperatura del estator, que finalmente se quemarán ambos devanados, el de arranque y el de marcha. Los motores de fase partida de mejor diseño tienen relevadores térmicos interconstruidos, conectados en serie con la terminal de línea, para desconectar el motor del suministro siempre que la temperatura sea muy elevada. Los motores de fase partida que se diseñan en la actualidad usan mejores aislamientos y tienen vida extremadamente larga bajo funcionamiento normal, pero se han destruido muchos motores excelentes como resultado de un interruptor centrífugo averiado. Si un motor tiende a sobrecalentarse, habrá que poner atención para ver si se oye el chasquido característico del relevador centrífugo o magnético, que indica si funciona el interruptor. También se puede emplear un amperímetro de gancho para medir la disminución de corriente cuando se abre el devanado auxiliar (véase ejemplo 10-1), lo cual indica el funcionamiento normal del interruptor. A continuación, se puede seguir investigando la causa del sobrecalentamiento: falta de lubricación, rodamientos averiados, demasiada carga, devanado parcialmente en corto, etc., hasta dar con ella y corregirla.

Como se ha dicho, el deslizamiento a plena carga de un motor de fase partida y arranque por resistencia es aproximadamente 5 por ciento. La corriente instantánea a rotor bloqueado varía entre 5 y 7 veces la nominal y el par de arranque entre 1.0 y 2.0 veces el par nominal.<sup>6</sup> El motor de fase partida y arranque por resistencia es normalmente de caballaje *fraccionario* y, como su rotor es pequeño, tiene poca inercia hasta cuando está conectado con la carga. El resultado es que la corriente relativamente alta decae *en forma casi instantánea* al arranque, de modo que una alta corriente de arranque *per se* no es una gran desventaja en el caso de estos motores.

Las principales desventajas del motor son 1) su bajo par de arranque y 2) que, cuando tiene mucha carga, el deslizamiento es mayor de 5 por ciento, la FEM de velocidad se reduce y se produce un par *elíptico o pulsante* que hace que el rotor emita ruidos preocupantes. Por este motivo, el motor de fase partida se usa en aparatos electrodomésticos para impulsar cargas que producen ruido, como por ejemplo, quemadores de aceite, máquinas herramientas, pulidoras, lavadoras de ropa, lavadoras de vajillas, ventiladores, sopladores de aire, compresoras de aire y bombas de agua pequeñas.

El control de la velocidad de estos motores es relativamente difícil porque la velocidad síncrona del flujo rotatorio del estator queda determinada por la frecuencia y el número de polos desarrollados en el devanado de marcha del estator ( $S = 120f/P$ ). Las técnicas que se emplean incluyen el uso de *devanados parciales* o de polos *consecuentes* para cambiar el número de polos, así como la impedancia adicional en serie con el estator o la variación en el voltaje aplicado para asegurar una modificación de las características de par [como se ve en la ecuación (9-8) y figura 10-5].

<sup>6</sup> Se puede demostrar que el par de arranque de cualquier motor de fase partida, de acuerdo con la ecuación (9-5), es  $T_s = K_t \phi I_s \sin(\theta_s - \theta_r)$ , habiéndose definido todos los términos en las ecuaciones 10-3b y 10-4b. Así, para la misma corriente de arranque, el par de arranque es proporcional al ángulo entre las corrientes en los dos devanados. Cuando el ángulo es  $90^\circ$ , se hace máximo el par de arranque. Véanse ejemplos 10-1d y 10-3c.

Sin embargo, se debe hacer notar que todos los cambios de velocidad se deben llevar a cabo en límites *mayores* al que trabaja el interruptor centrífugo ( $s = 0.25$ ) y menores que la velocidad síncrona. Con ello se tiene un rango bastante limitado de control de velocidad. Finalmente, como el control de velocidad se logra mediante reducción del par, no se puede emplear con grandes cargas, porque se llega a la falla (figura 10-5d).

## 10-6 MOTOR DE INDUCCION DE FASE PARTIDA Y ARRANQUE POR CAPACITOR

Al motor de fase partida que se acaba de describir se le llamó motor *de arranque por resistencia* porque la diferencia de impedancia en el devanado de arranque o auxiliar se debía a la alta resistencia de su devanado de arranque. Como medio de mejorar el par relativamente bajo del motor de fase partida, se agrega un capacitor al devanado auxiliar para producir una relación casi real de  $90^\circ$  entre las corrientes de los devanados de arranque y de marcha, en lugar de aproximadamente  $25^\circ$ , como se mostró en los ejemplos 10-1 y 10-3. Las pruebas de funcionamiento de los motores fraccionarios de *arranque por capacitor* indican que las relaciones entre las corrientes de arranque y marcha al instante de arranque están desplazadas unos  $82^\circ$ , mientras que en los motores de arranque por resistencia el desplazamiento es más o menos  $25^\circ$ .

### EJEMPLO 10-3

Se agrega un capacitor al devanado auxiliar de arranque del motor del ejemplo 10-1, que hace que la corriente del devanado de arranque preceda  $42^\circ$  al voltaje de suministro. La magnitud de las corrientes en los devanados de arranque y marcha permanecen igual y la última está retrasada la misma cantidad que en el ejemplo 10-1. Calcular

- La corriente total de arranque y el factor de potencia
- El seno del ángulo entre las corrientes de arranque y marcha
- Comparar los resultados con los del ejemplo 10-1.

### Solución

- $I_s = 4 \angle +42^\circ \text{ A} = 2.97 + j2.68 \text{ A}$   
 $I_r = 6 \angle -40^\circ \text{ A} = 4.60 - j3.86 \text{ A}$   
 $I_t = I_s + I_r = 7.57 - j1.18 = 7.66 \angle -8.9^\circ \text{ A}$   
 $\cos 8.9^\circ = 0.988$   
Factor de potencia =  $\cos 8.9^\circ = 0.988$
- sen  $[40^\circ - (-42^\circ)] = \text{sen } 82^\circ = 0.9903$
- La corriente de arranque en estado estable se ha reducido de  $9.88 \angle -30^\circ$  a  $7.66 \angle -8.9^\circ \text{ A}$  y el factor de potencia ha subido de 0.866 en retraso hasta 0.988. El motor desarrolla par máximo de arranque ( $T = KI_r \phi \cos \theta$ ) con mínima corriente de arranque. La relación de pares de arranque, entre arranque con capacitor y arranque con resistencia es

$$\frac{T_{cs}}{T_{rs}} = \frac{\text{sen } 82^\circ}{\text{sen } 25^\circ} = \frac{0.9903}{0.423} = 2.35$$

Se puede afirmar, en forma empírica, que el par de arranque es proporcional al seno del ángulo entre las corrientes de los devanados de marcha y auxiliar de arranque. La relación del par de arranque del motor de arranque por capacitor y arranque por resistencia, como se ve en el ejemplo 10-3, es del orden de  $\text{sen } 82^\circ / \text{sen } 25^\circ$ , o sea de unos 2.35:1, elevando el par de arranque de los motores de arranque por capacitor a los límites normales de 3.5 a 4.75 del par nominal. El empleo del capacitor también tiende a reducir (en cierta medida) la corriente inicial de rotor bloqueado porque me-

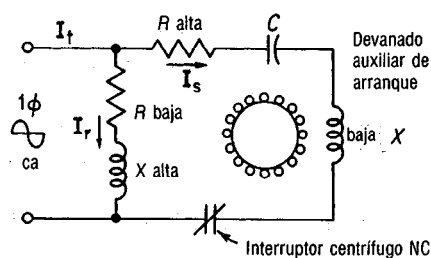
jora el factor de potencia mediante una componente de corriente que precede al voltaje aplicado.

La figura 10-4a muestra el diagrama de conexiones de un motor de arranque por capacitor. Obsérvese que la *única* diferencia es la adición de un capacitor en el devanado auxiliar. En la tabla 10-1 damos los valores aproximados de los capacitores para este tipo de motores en tamaños de  $\frac{1}{8}$  a  $\frac{3}{4}$  hp.

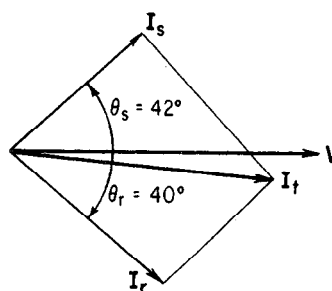
Estos valores son bastante grandes en comparación con los valores de capacitores que se usan normalmente en amplificadores electrónicos o aun en fuentes electrónicas de poder. La creación de capacitores electrolíticos bastante pequeños, cilíndricos, secos, con capacidades para voltajes de línea de 110 o 220 V se acompaña de la evaluación del capacitor para *trabajo intermitente* de un total de un minuto de empleo total por hora, basándose en el número de arranque. Sobre esta base se evalúan los ca-

**Tabla 10-1 Valores típicos de capacitores para motores fraccionarios monofásicos de fase partida y arranque por capacitor, de 60 Hz y 1725 rpm**

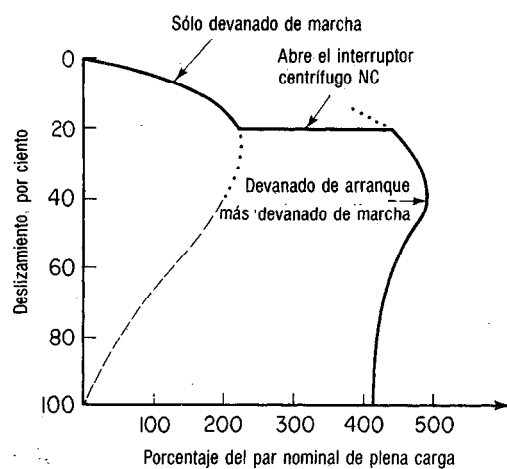
Potencia (hp)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Capacitancia ( $\mu\text{F}$ )	80	100	135	175	250	350



a. Diagrama eléctrico



b. Relaciones de fase



c. Curvas par-deslizamiento de un motor de arranque por capacitor

**Figura 10-4** Diagrama de conexiones, relaciones de fase y características de un motor de inducción de fase partida y arranque por capacitor.

pacitores de 20 periodos de 3 s o de 40 de  $1\frac{1}{2}$  s, etc., distribuidos uniformemente en una hora. Debido a que el capacitor tiene una capacidad intermitente, además de la capacidad intermitente del devanado de arranque, si se descompone el interruptor de arranque en estos motores puede no sólo dañar a los devanados, sino también al capacitor. Por lo tanto, se aplican los mismos comentarios respecto al mantenimiento del interruptor y la protección de temperatura que se hicieron con relación al motor de arranque por resistencia y aun, con mayor énfasis, al motor de arranque por capacitor.

El motor de arranque por capacitor, a diferencia del de arranque por resistencia, es un motor *reversible*. Si se desconectan temporalmente del suministro las terminales de línea, la velocidad del motor decrece hasta un deslizamiento de 20 por ciento, o unas 4 veces el deslizamiento nominal de 5 por ciento, y cierra el interruptor centrífugo (véase figura 10-4c). Si al mismo tiempo se invierten las terminales de línea del devanado auxiliar de arranque con respecto a las del devanado de marcha y se vuelven a conectar al suministro, se establecerá un campo rotatorio bifásico en sentido contrario a la dirección de giro del rotor. A diferencia del motor de arranque por resistencia, cuyas corrientes principal y auxiliar están desplazadas sólo  $25^\circ$ , el motor de arranque por capacitor tiene un desplazamiento aproximado de  $72^\circ$  (véase ejemplo 10-3). El par proporcional a este desplazamiento ( $\sin 82^\circ$ ) es 0.9903 del par a  $90^\circ$ , o sea, aproximadamente igual al par normal de arranque.

Por lo tanto, en el motor de arranque por capacitor, el par de "campo bipartido" o "bifásico" es mayor que el par de la FEM de velocidad monofásica producida por el campo transversal del rotor. El campo giratorio invertido, moviéndose en dirección contraria al giro del rotor, desacelera al motor porque reduce la FEM de velocidad y el par del campo transversal todavía más, lo detiene y lo pone a trabajar en dirección contraria. El motor acelera a 20 por ciento de deslizamiento, en dirección opuesta; cuando abre el interruptor centrífugo, el motor llega a la velocidad nominal como motor monofásico de inducción, en dirección *opuesta*.

Debido a su mayor par de arranque, que es de 3.5 a 4.5 veces el par nominal, y a su reducida corriente de arranque para la misma potencia al instante del arranque, como se mostró en el ejemplo 10-3, el motor de arranque por capacitor se fabrica hoy en tamaños de caballaje *integral* hasta de 7.5 hp. Los pares del motor de arranque por resistencia van del 1.5 a 2.0 veces el par nominal y nunca son mayores de  $\frac{3}{4}$  hp. Los motores de arranque por capacitor de caballaje integral son en general de tipos de doble voltaje, y se pueden emplear ya sea en 115 V, con los devanados en paralelo, o en 230 V, con los devanados en serie. Esto último tiene por consecuencia que las corrientes de arranque y marcha normal sean aproximadamente la mitad para la misma potencia nominal. En virtud de su mayor par de arranque, los motores de fase partida y arranque por capacitor se emplean para bombas, compresores, unidades de refrigeración, acondicionadores de aire y lavadoras grandes, en los que se necesita un motor monofásico que desarrolle alto par de arranque bajo carga y cuando se requiere un motor reversible.

La **tabla 10-2** proporciona todas las características eléctricas para un motor típico de  $\frac{1}{3}$  hp con arranque por capacitor en base a mediciones en el laboratorio y datos del fabricante.

**Tabla 10-2 Principales características eléctricas de un motor de arranque por capacitor, de  $\frac{1}{3}$  hp, 115 V, 60 Hz**

Datos a rotor bloqueado	Datos sin carga	Datos a par de falla	Datos a la carga nominal
Voltaje 115 V	Voltaje 115 V	Par 2.5 lb·pie	Voltaje 115 V
Corriente $I_r$ 25 A	Corriente $I_l$ 3.5 A	Veloc. 1550 rpm	Corr. $I_l$ 5.35 A
Corriente $I_r$ 20 A	Pérdidas 100 W	Corriente $I_l$ 14 A	Pot. Entr. 400 W
Corriente $I_r$ 32 A	Fact. Pot. 24.8%	Desliz. 0.111	Efic. 62%
Par $T_r$ 4.5 lb·pie			Fact. Pot. 65%
			Veloc. 1750 rpm
			Par 1 lb·pie

Adviértase en la tabla 10-2 y el ejemplo 10-4 que el par crítico o de falla es menor que el par de arranque para el motor de arranque por capacitor. Al respecto este motor difiere del de fase partida y arranque con resistencia, y de los motores polifásicos de inducción. Pero es precisamente esta característica la que hace que se use tanto este motor de arranque por capacitor para cargas donde se necesite de un par de arranque extremadamente elevado.

#### EJEMPLO 10-4

Basándose en la tabla 10-2, calcular y/o comprobar

- La relación del par de arranque al nominal
- La relación del par crítico al nominal
- Comprobar la eficiencia a carga nominal empleando  $\frac{1}{3}$  hp como salida de potencia
- Comprobar el factor de potencia a carga nominal
- Mediante la ecuación (4-15a), comprobar la potencia nominal.

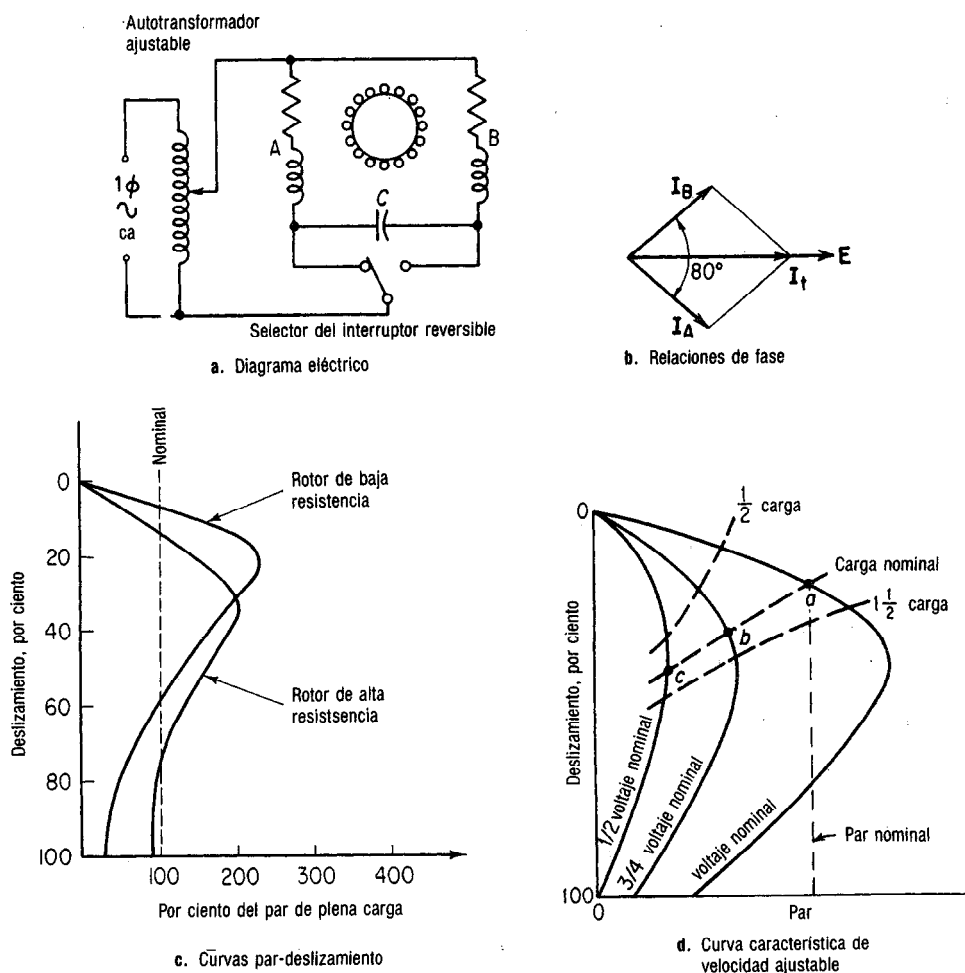
#### Solución

- $\frac{T_s}{T_r} = \frac{4.5 \text{ lb·pie}}{1 \text{ lb·pie}} = 4.5$
- $\frac{T_{br}}{T_r} = \frac{2.5 \text{ lb·pie}}{1 \text{ lb·pie}} = 2.5$
- $\eta = \frac{P_o}{P_{in}} = \frac{\frac{1}{3} \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp}}{400 \text{ W}} = 62.2 \text{ por ciento}$
- $\cos \theta = \frac{P}{S} = \frac{400 \text{ W}}{115 \text{ V} \times 5.35 \text{ A}} = 0.6501$
- $\text{hp} = \frac{TS}{5252} = \frac{1 \times 1750}{5252} = 0.3332 \text{ hp} = \frac{1}{3} \text{ hp}$

### 10-7 MOTOR DE CAPACITOR DE UN VALOR Y FASE PARTIDA PERMANENTE

A causa de la propiedad reversible del motor de fase partida y arranque por capacitor, se ha desarrollado un motor monofásico que tiene *dos* devanados permanentes que, en general, se arrollan con alambre *del mismo* diámetro y *el mismo* número de vueltas; es decir, los devanados son *idénticos*.

Ya que trabaja en forma continua como motor de fase partida con capacitor, *no se necesita interruptor centrífugo*. Los motores de este tipo arrancan y trabajan en virtud de la descomposición de la fase de cuadratura que producen los dos devanados idénticos desplazados en tiempo y espacio. En consecuencia, no tiene el alto par de marcha normal que producen los motores ya sea de arranque por capacitor o de



**Figura 10-5** Diagrama de conexiones, relaciones de fase y características de voltaje de un motor de fase partida permanente y capacitor de un valor.

arranque por resistencia. Además, el capacitor que se usa en el motor de capacitor de un valor y fase partida permanente se diseña para *servicio continuo* y es del tipo de baño de aceite. El valor del capacitor se basa más en su característica *de marcha óptima*, que en la de arranque. Al instante del arranque, la corriente en la rama capacitiva es muy baja. El resultado es que estos motores, a diferencia de los de arranque por capacitor, tienen par de arranque muy deficiente, de entre 50 a 100 por ciento del par nominal, dependiendo de la resistencia del rotor.

Como se muestra en la **figura 10-5a**, el *interruptor reversible* conectado de forma única, permite que el capacitor de aceite se conecte a cualquiera de los devanados. Podría parecer que, con bajo par de arranque y de marcha, las perspectivas para este tipo de motor serían pocas. Sin embargo, su propia debilidad es origen *directo* de sus ventajas y el motor se usa mucho. No necesita interruptor centrífugo y se invierte con facilidad debido a su bajo par de marcha. Este bajo par de marcha lo hace más sen-



sible a las variaciones de voltaje. El motor de fase partida y capacitor único es uno de los pocos motores monofásicos de inducción cuya velocidad se puede controlar con facilidad mediante variaciones de voltaje en el suministro, como se muestra en la figura 10-5d.

Las relaciones de fase para el motor de fase partida y capacitor único bajo las condiciones de funcionamiento normal se muestran en la figura 10-5b para la posición del interruptor selector reversible que aparece en la figura 10-5a. Debido al campo magnético rotatorio, bastante uniforme, creado por devanados iguales cuyas corrientes iguales están desplazadas casi  $90^\circ$ , el par es bastante uniforme y el motor *no* presenta el zumbido pulzante característico que desarrollan la mayor parte de los motores monofásicos cuando tienen carga. El valor de la capacitancia de servicio continuo se selecciona de tal modo que las corrientes de marcha sean iguales y estén desplazadas, como se muestra en la figura 10-5b, entre tres cuartos de carga y plena carga. Sin embargo, como se dijo antes, este valor es demasiado bajo para fines de arranque y ocasiona que los pares de arranque sean entre la mitad y una vez el voltaje nominal de plena carga (figura 10-5c).

Además de su ventaja como motor invertible,<sup>7</sup> el motor de capacitor de un valor y fase partida permanente se presta al control de velocidad por variación del voltaje de suministro. Dado que el par de cualquier motor de inducción varía de acuerdo con el cuadrado del voltaje aplicado a su estator, la curva par-deslizamiento a las tres cuartas partes del voltaje nominal es nueve dieciseisavos, o aproximadamente la mitad, de la correspondiente al pleno voltaje, como se ve en la figura 10-5d. Igualmente, a la mitad del voltaje nominal, el par es cercano a la cuarta parte del par nominal. Esto es cierto, tanto al arranque como en el funcionamiento normal. Si se arranca el motor a su voltaje nominal y se trabaja a su carga nominal (punto *a*), una reducción del voltaje a las tres cuartas partes del nominal hace que la velocidad disminuya hasta el punto *b*. Una mayor reducción a la mitad del voltaje nominal hace que la velocidad disminuya hasta el punto *c*. En general, una carga pesada tiende a producir una mayor disminución de velocidad con el cambio de voltaje que una carga ligera.

Se usan diversos métodos para ajustar el voltaje aplicado al estator y producir el control deseado de velocidad, como transformadores con varias salidas, variacs, potenciómetros y resistencias o reactores con varias salidas. Estos métodos se limitan a velocidades por debajo de la síncrona.

Debido a 1) su respuesta instantánea como motor invertible, 2) su funcionamiento uniforme y 3) la posibilidad de controlar su velocidad, el motor de fase partida y capacitor único se usa en ventiladores de toma y descarga en máquinas de oficina y en unidades de calefacción o en los acondicionadores de aire.

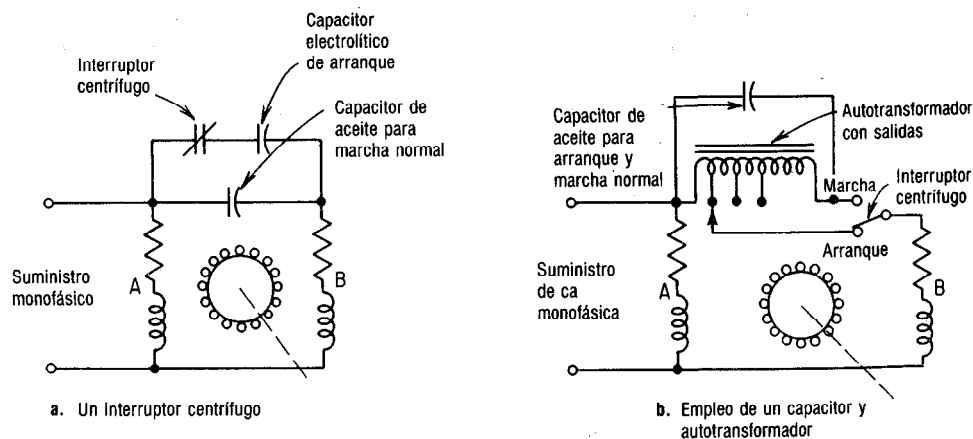
Se debe notar que mientras el rotor de alta resistencia que aparece en la figura 10-5c produce mayores pares de arranque, presenta menor eficiencia en marcha normal. Esta desventaja no es seria en los motores de potencias pequeñas.

---

<sup>7</sup> La ASA hace la distinción entre motor *invertible* y *reversible*. El motor de capacitor bipartido permanente es un motor invertible debido a que se puede invertir cuando trabaja a carga y velocidad nominales. El motor de fase partida y arranque por capacitor es un motor reversible porque es capaz de invertir su movimiento a mucho menos de la velocidad nominal, sin necesitar que se detenga el motor. El motor de fase partida y arranque por resistencia es motor no reversible por las razones que ya se expusieron en otra nota al pie.

El motor de fase partida permanente y capacitor de un valor tiene un punto débil importante que es su bajo par de arranque.<sup>8</sup> Donde las condiciones de arranque no son severas, esta desventaja no tiene consecuencias. Pero donde se necesitan altos pares de arranque, se debe superar la desventaja. El *motor de capacitor de dos valores* combina las ventajas de funcionamiento casi sin ruido y de control limitado de velocidad del capacitor de valor único con el alto par de arranque del motor de arranque por capacitor. Se emplean, como el nombre lo indica, dos capacitores durante el periodo de arranque. Uno de ellos, el capacitor electrolítico *de arranque*, semejante al que se usa para el trabajo *intermitente* del motor de arranque por capacitor, tiene capacidad *bastante alta*, de 10 a 15 veces el valor del capacitor *de marcha* y se saca del circuito mediante un interruptor centrífugo cuando el deslizamiento alcanza un valor aproximado de 25 por ciento.

Se emplean en general dos métodos para obtener la capacitancia necesariamente alta al arranque y la menor capacitancia para la marcha, y ambos métodos emplean interruptores centrífugos para lograr el cambio. El primer método, semejante al que se acaba de describir, usa un capacitor electrolítico, como se ve en la **figura 10-6a**, en paralelo con un capacitor de aceite mediante un interruptor centrífugo normalmente cerrado en el arranque. El capacitor electrolítico de alta capacidad intermitente se desconecta al alcanzar aproximadamente el 75 por ciento de la velocidad síncrona y con ello produce el par de arranque necesariamente alto. Entonces el motor continúa acelerando como motor de un capacitor, con el valor óptimo de la capacitancia del dispositivo de aceite para trabajar en la carga nominal o cerca de ésta.



**Figura 10-6** Diagramas de conexiones para dos tipos de motores de capacitor de dos valores.

<sup>8</sup> A partir del par de arranque,  $T_s = K_t \phi I_s \sin(\theta_r - \theta_s)$ , la corriente de arranque  $I_s$  en la rama capacitiva es baja. Una disminución en la reactancia capacitiva hará que aumente  $I_s$ ; de aquí la necesidad de un capacitor de arranque de valor alto.

El segundo método, aunque también usa un interruptor centrífugo, emplea sólo un capacitor de alto voltaje lleno de aceite en combinación con un autotransformador, como se ve en la figura 10-6b. Esta técnica utiliza el principio del transformador, de la reactancia capacitiva reflejada del secundario del autotransformador de nuevo al primario en proporción del cuadrado de la relación de vueltas del secundario al primario, es decir,  $n^2 = (N_s/N_p)^2$ . Así, un autotransformador con 140 vueltas, con salida a las 20 vueltas (figura 10-6b), reflejaría un capacitor de  $6 \mu\text{F}$  de marcha al primario como si fuera de  $(140/20)^2 \times 6 \mu\text{F}$  (o  $7^2 \times \mu\text{F}$ ), o sea  $294 \mu\text{F}$  (casi 50 veces). De tal modo, se puede emplear un capacitor de marcha de aceite también para el arranque, siempre que la capacidad de voltaje de éste pueda resistir el voltaje momentáneo producido por la transformación (en este caso,  $n = 7/1$  y el voltaje del capacitor al arranque sería  $110 \times 7 = 770 \text{ V}$  para una fuente de  $110 \text{ V}$ ).

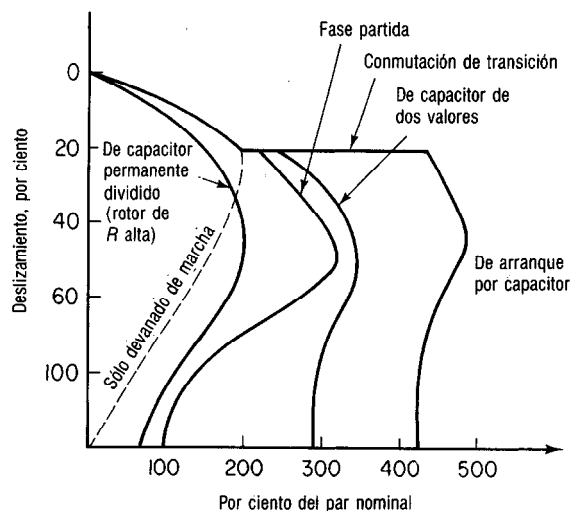
Como en el caso de los motores monofásicos de arranque por resistencia y por capacitor, si se descompone el interruptor centrífugo se pueden provocar graves daños. En el caso del tipo de motor cuyo circuito se muestra en la figura 10-6a, si el interruptor no puede abrir y sacar al condensador electrolítico de alta capacidad, con el tiempo se echará a perder porque su capacidad sólo es intermitente. En el caso del segundo tipo, que se muestra en la figura 10-6b, cuando la velocidad del motor se acerca a la síncrona, el voltaje de la excitación secundario es extremadamente alto, y se puede destruir el capacitor de aceite, que es caro y normalmente se usa para unos  $1100 \text{ V}$  o más de ca.

La ventaja principal del motor de capacitor de dos valores es su alto par de arranque, aunado al trabajo poco ruidoso y al buen par de funcionamiento. Se sigue clasificando como motor *invertible* porque, cuando las terminales de la línea de un devanado se invierten, se pone a trabajar en reversa del modo acostumbrado. Cuando la velocidad baja a menos del 25 por ciento de deslizamiento durante la inversión, cierra el interruptor centrífugo y se produce par máximo cuando el motor se desacelera e invierte su dirección. Los contactos centrífugos abren de nuevo cuando el motor llega al 75 por ciento de la velocidad síncrona en la dirección inversa. Por lo tanto, las inversiones frecuentes reducirán la vida del interruptor centrífugo. Por este motivo, cuando se tienen inversiones frecuentes, es preferible un motor de fase partida y capacitor único que no use interruptor centrífugo.

El motor con capacitor de dos valores ha encontrado aplicaciones en las unidades domésticas de acondicionamiento de aire, en las que se emplea en el compresor y que trabajan con una corriente de ramal igual a  $15 \text{ A}$ .<sup>9</sup> La menor corriente de arranque y de funcionamiento ( $7.5 \text{ A}$  máximo) con mejor factor de potencia de un motor de arranque por capacitor se obtienen mediante la selección exacta de capacitores de arranque y de marcha para la carga del compresor fijo.

La figura 10-7 muestra una comparación resumida de las características eléctricas de los cuatro tipos de motores que hemos descrito hasta ahora. Obsérvese que en orden decreciente de par de arranque están el motor de arranque por capacitor, seguido del de capacitor de dos valores, el de fase partida y finalmente el de capacitor

<sup>9</sup> El código NEC permite que un aparato electrodoméstico fijo tome una corriente no mayor del 50 por ciento de la capacidad del circuito del ramal. En un circuito de ramal de  $15 \text{ A}$ , la corriente máxima para un acondicionador de aire es  $7.5 \text{ A}$ .



**Figura 10-7** Comparación entre motores monofásicos de inducción.

permanente de un valor. Las diferencias en velocidades desde la síncrona a la nominal son muy pequeñas para los cuatro motores. El motor de capacitor de un valor tiene el menor par de falla, mientras que el arranque por capacitor tiene el máximo.

Antes de describir otros tipos de motores monofásicos, es útil comparar al motor polifásico de inducción con el motor monofásico, también de inducción.

1. En el motor polifásico, el par interno máximo es independiente de la resistencia del rotor. Para el motor monofásico, si aumenta la resistencia del rotor disminuye el par máximo y aumenta el deslizamiento al que se presenta éste (figura 10-5c).
2. Para los mismos núcleos de rotor y estator, así como tamaños de armazón, el motor monofásico tiene un menor par máximo, menor par de arranque y mayor deslizamiento a los puntos correspondientes de par máximo.
3. El motor monofásico tiene mayores pérdidas en el estator (ya que una fase conduce toda la corriente de entrada) y, como consecuencia, tiene menor eficiencia y mayor aumento de temperatura.
4. Para tener la misma potencia que un motor polifásico de inducción, el motor monofásico debe tener un mayor tamaño de armazón para la misma velocidad nominal.
5. A la carga nominal, el factor de potencia del motor monofásico es menor que el del polifásico.

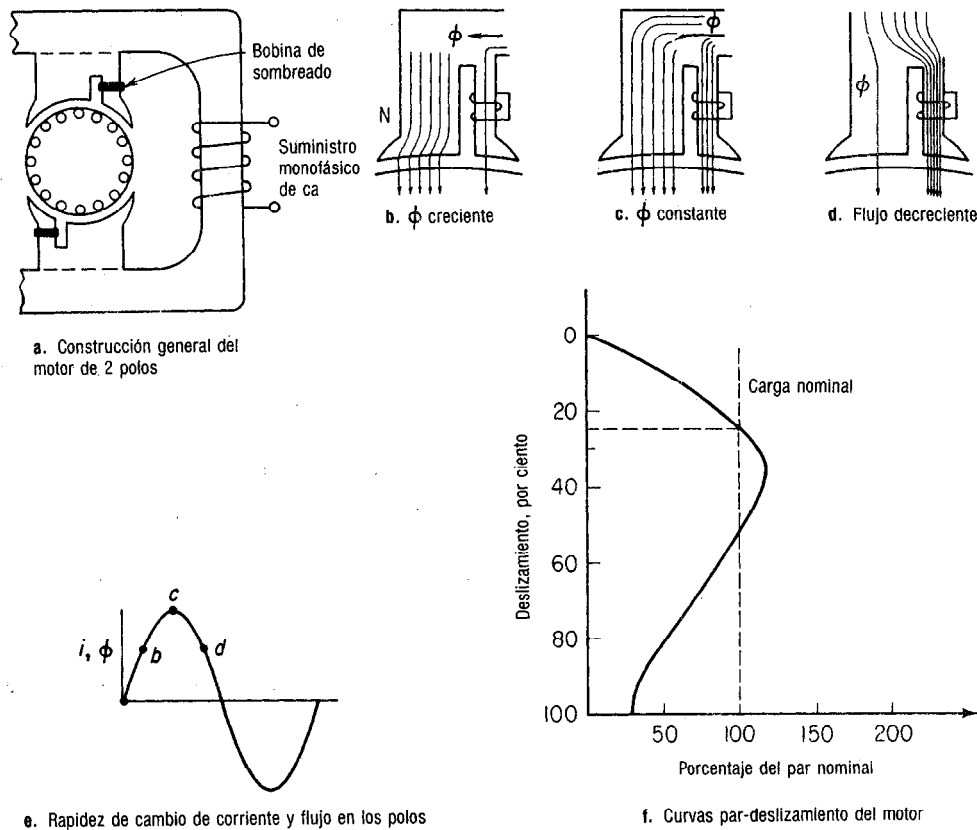
## 10-9 MOTOR DE INDUCCION DE POLO SOMBREADO

Todos los motores monofásicos que se describieron en las secciones anteriores emplean estatores con entrehierros uniformes con respecto a sus devanados de rotor y estator, que están distribuidos uniformemente por la periferia del estator. Los métodos de arranque que se han empleado hasta ahora se basan en general en el principio de la fase partida de producir un campo magnético rotatorio para iniciar el giro del rotor.

Los motores de inducción de fase partida se fabrican en tamaños tanto fraccionarios como de caballaje integral.

El motor de polo sombreado es, en general, un motor pequeño de potencia fraccionaria que no es mayor de 1/10 hp, aunque se han producido motores hasta de  $\frac{1}{4}$  hp. La gran ventaja de este motor estriba en su extrema simplicidad: un devanado monofásico de rotor, rotor con jaula de ardilla vaciada y piezas polares especiales. No tiene interruptores centrífugos, capacitores, devanados especiales de arranque ni conmutadores. Tiene tan sólo un devanado monofásico, pero es inherentemente *de arranque propio*. Dado que tanto la teoría del doble campo revolvente como la del campo transversal indican que esto es imposible, debe haber algún medio *auxiliar* para producir el efecto de un campo magnético rotatorio con un suministro monofásico y sólo un devanado del estator.

La figura 10-8a muestra la construcción general de un motor de dos polos *salientes*, de polos sombreados. Las piezas polares especiales se forman con laminaciones y una bobina de *sombreado* en cortocircuito, o bien un anillo de cobre macizo de una sola vuelta, alrededor del segmento más pequeño de la pieza polar. La bobina de



**Figura 10-8** Construcción, funcionamiento y características del motor de polos sombreados.

sombreado está separada del devanado principal de ca, y sirve para proveer una división de fase del flujo principal del campo, demorando el cambio de flujo en el segmento menor.

Como se ve en la figura 10-8b, cuando tiende a aumentar el flujo en las piezas polares, se induce una corriente de cortocircuito en la bobina de sombreado, que de acuerdo con la ley de Lenz se opone a la fuerza y al flujo que lo produce. Así, a medida que aumenta el flujo en cada polo de campo, hay una concentración de él en el segmento principal de cada polo, mientras que el segmento sombreado se opone al flujo del campo principal.

En el punto *c* que aparece en la figura 10-8e, la rapidez de cambio del flujo y la corriente es cero y no se induce voltaje en la bobina de sombreado. En consecuencia, el flujo está distribuido uniformemente a través de los polos. Cuando el flujo disminuye, la corriente se invierte en la bobina sombreada para mantener al flujo en la misma dirección. El resultado es que ahora el flujo se concentra en el segmento sombreado del polo.

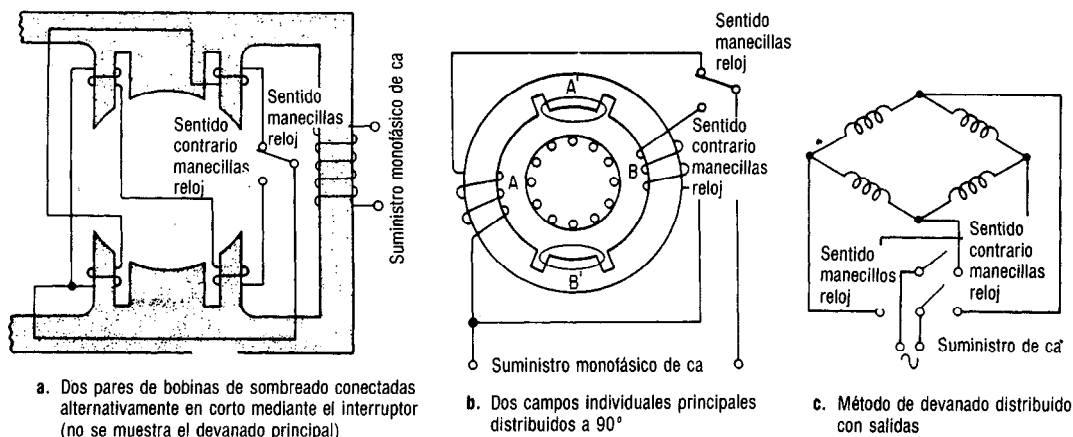
Si examinamos las figuras 10-8b, *c* y *d*, notaremos que en los intervalos *b*, *c* y *d* el efecto neto de la distribución de flujo en el polo ha sido producir un movimiento de barrido de flujo a través de la cara polar que representa una rotación en el sentido de las manecillas del reloj. El flujo en el segmento del polo sombreado siempre está en retraso al correspondiente en el segmento principal, tanto en tiempo como en espacio físico, aunque no existe entre ellos una verdadera relación de  $90^\circ$ . El resultado es que se produce un campo magnético rotatorio, suficiente para originar un *pequeño desbalanceo* en los pares del rotor (teoría del doble campo revolvente), tal que el par en el sentido de las manecillas del reloj es mayor que el contrario, o viceversa, y el rotor siempre gira en la dirección del campo rotatorio.

Las características eléctricas del motor de polos sombreados se muestran en la curva par-deslizamiento de la figura 10-8f. El par de arranque es muy pequeño, nominalmente de un 25 por ciento del par de plena carga. El par nominal, dependiendo de la potencia, se presenta entre un 10 y 25 por ciento de deslizamiento. El par máximo de falla es ligeramente mayor que el nominal y se presenta en deslizamientos del 30 a 40 por ciento. Las eficiencias varían entre 5 y 35 por ciento.

Para el tipo de motor de polo sombreado que se muestra en la figura 10-8, el giro es en el sentido de las manecillas del reloj, ya que el flujo en el segmento sombreado está retrasado con respecto al flujo principal. Para invertir la rotación sería necesario desarmar la estructura polar e invertirla físicamente. Para eliminar este proceso tan lento y complicado se han ideado nuevas técnicas para producir motores *reversibles* de polos sombreados.

El primero de esos métodos consiste en conectar las bobinas de sombreado en serie en los correspondientes segmentos de sombreado y conectarlas en corto mediante un interruptor. Como se ve en la figura 10-9a, las bobinas de sombreado en los extremos de polos salientes, de un lado, se conectan en corto para tener rotación en el sentido de las manecillas del reloj, y las caras polares del lado opuesto del polo se conectan en corto para tener rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Sin embargo, en ningún caso están en corto ambos conjuntos de terminales.

El segundo método se usa en general con estatores de polos *no salientes*. Hay dos devanados *separados distribuidos*, a  $90^\circ$  en el espacio con respecto a los polos sombreados en cortocircuito, que se indican como devanados A y B en la figura 10-9b.



**Figura 10-9** Métodos de inversión del sentido de giro para motores de polos sombreados.

Cuando se energiza el devanado A (que no se muestra como distribuido), la distribución de flujo es en el sentido de las manecillas del reloj: devanado A, polo sombreado A', devanado A (en la ubicación de B), y polo sombreado B'. Cuando se energiza un devanado B, el patrón de flujo es en sentido contrario al de las manecillas del reloj: devanado B, bobina sombreada A', devanado B distribuido en A y bobina sombreada B'.

El tercer método, que se muestra en la figura 10-9c, también emplea un devanado único distribuido con salidas adecuadas en los puntos a 90°. Cuando se energizan las salidas de un conjunto mediante el interruptor de dos polos doble tiro, el rotor gira en sentido de las manecillas del reloj. Cuando se energizan las salidas de un segundo conjunto, desplazado 90° con respecto a las bobinas de sombreado, el motor gira en la dirección opuesta.

La ventaja de los estatores distribuidos de polos no salientes, con respecto a los de polos salientes que aparecen en las figuras 10-8 y 10-9 es que, una vez que se ha iniciado la rotación, el rotor con el flujo uniforme de entrehierro tiende a producir un campo magnético más uniforme, y no el elíptico, debido a su FEM de velocidad (teoría del campo transversal).

El motor de polos sombreados es robusto, barato, pequeño y necesita de poco mantenimiento. Su corriente de rotor bloqueado sólo es ligeramente mayor que su corriente nominal normal, y por lo tanto hasta puede permanecer detenido durante cortos periodos sin sufrir daños. Desafortunadamente tiene bajo par de arranque, baja eficiencia y bajo factor de potencia. Tratándose de un motor pequeño, las últimas dos consideraciones no son serias. Su bajo par de arranque limita su aplicación a motores económicos de tornamesas, proyectores de cine, asadores eléctricos, ventiladores y fuelles pequeños, máquinas expendedoras, tornamesas de exhibición en escaparates, sintonizadores de TV de control remoto y otras cargas relativamente ligeras de servo-mecanismos.

En general, los métodos básicos de control de velocidad usan algún medio de reducir el voltaje de suministro de ca para producir un aumento en el deslizamiento, semejante al motor de capacitor, como se muestra en la figura 10-5d.

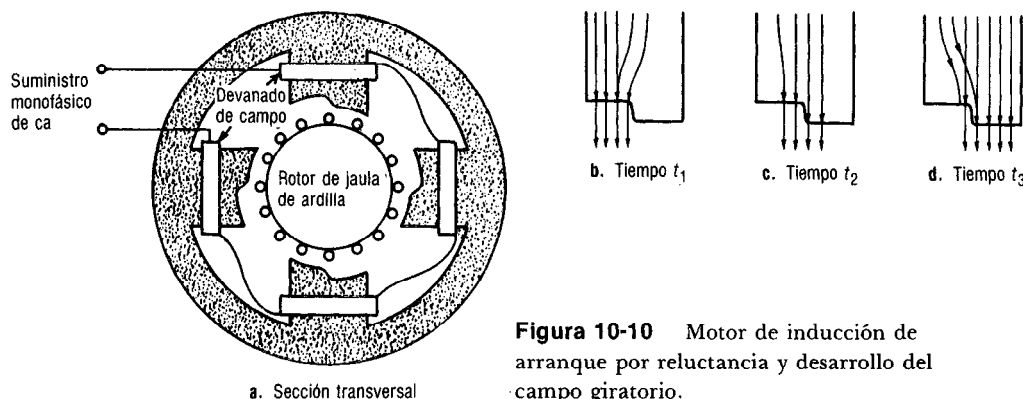
Por último, se debe advertir que mientras el motor de polos sombreados es un motor *reversible*, si se usan los métodos de la figura 10-9, no es un motor *invertible*.

Una vez que se pone en movimiento en dirección específica, se debe detener por completo antes de invertir la dirección de giro. Pero, como sigue siendo reversible, tiene ciertas ventajas sobre el motor de reluctancia (sección 8-27) y el de inducción de arranque por reluctancia (sección 10-10).

## 10-10 MOTOR DE INDUCCION DE ARRANQUE POR RELUCTANCIA

Otro motor de inducción que usa estator con entrehierro no uniforme es el de arranque por reluctancia. Su rotor es el convencional de jaula de ardilla, que desarrolla por una vez que se ha iniciado la rotación, debido al *principio de reluctancia*.<sup>10</sup> En virtud de los entrehierros desiguales entre el rotor y los polos salientes no uniformes, como se ve en la **figura 10-10**, se produce un efecto de barrido sobre el flujo del campo principal.

El principio de reluctancia, de acuerdo con el cual trabaja el motor, es tal que, cuando es pequeño el entrehierro, la autoinductancia en el devanado de campo es grande y hace que la corriente en el devanado de campo se retrase con respecto al flujo que la produce (en un circuito altamente inductivo, la corriente se retrasa casi  $90^\circ$  con respecto al voltaje). A la inversa, cuando el entrehierro es muy grande, se reduce la autoinductancia y la corriente queda más enfasada con el flujo. Por lo tanto, se demora el flujo mutuo de entrehierro en la cercanía del entrehierro más pequeño y produce un efecto de barrido semejante al que se produce en el motor de polos sombreados. Como los flujos están algo desplazados en el tiempo y también en el espacio, se produce un campo magnético rotatorio en todos los polos de campo en los instantes  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$ , sucesivamente, como se muestra en la **figura 10-10**.



**Figura 10-10** Motor de inducción de arranque por reluctancia y desarrollo del campo giratorio.

<sup>10</sup> El motor de *arranque* por reluctancia es un motor de inducción cuyo *arranque* se inicia debido al principio de reluctancia (sección 1-2). No es lo mismo que el motor de reluctancia, que es motor síncrono sin excitación, que se describió en la sección 8-27. El motor monofásico de reluctancia, el motor de histéresis y el motor subsíncrono son en realidad motores monofásicos, pero su semejanza de funcionamiento con el principio del motor síncrono impulsó al autor a describirlos en el capítulo 8 (sección 8-27, 8-28 y 8-29). Esta separación es intencional y evita la confusión de costumbre entre los principios de funcionamiento de esos motores monofásicos.



Las características de par de funcionamiento normal del motor de inducción de arranque por reluctancia y de polos salientes no son tan buenas como las del motor de polos sombreados no salientes. Esto es evidente debido a que, para que la FEM de velocidad desarrolle un campo magnético rotatorio una vez que se ha iniciado el giro, el entrehierro debe ser bastante uniforme. Además, como el motor de polo sombreado, el par de arranque del motor de arranque por reluctancia también es deficiente, menor que el 50 por ciento del par nominal. Aparte de invertir los polos del estator, *no* hay modo de cambiar la dirección de giro del motor de inducción de arranque por reluctancia. El funcionamiento *siempre* es en la dirección que va del entrehierro grande al bajo, es decir, la que maximiza al campo. (Véase principio de reluctancia, sección 1-2.2.)

En general, se prefiere el motor de polos sombreados en comparación con el de arranque por reluctancia porque su fabricación no es costosa, tiene mayor eficiencia y mejores características de par de marcha, y es reversible. El control de velocidad del motor de inducción de arranque por reluctancia es igual al que se usa con el motor de polos sombreados.

## 10-11 MOTORES MONOFASICOS CON CONMUTADOR

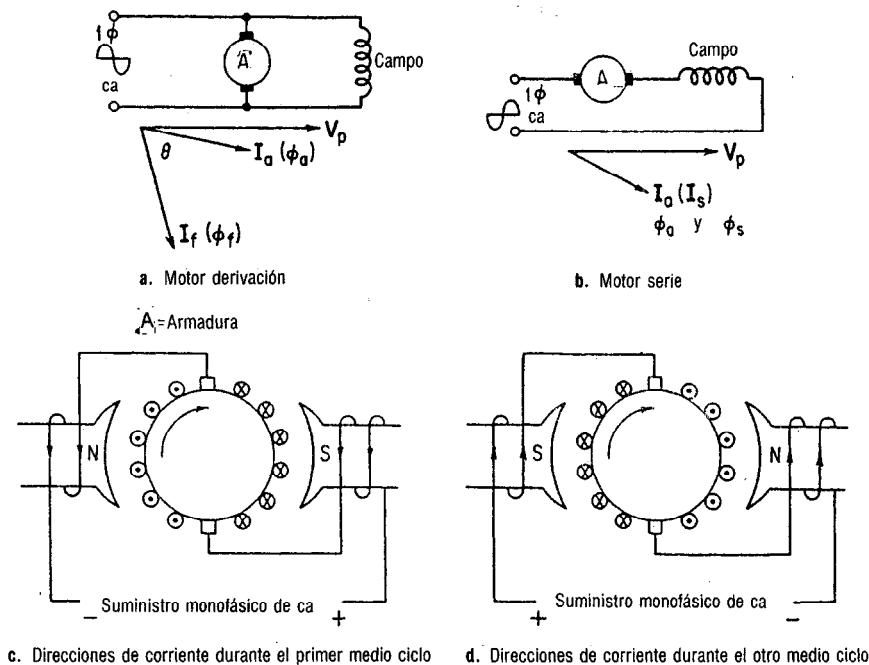
Los motores que se han descrito hasta aquí en este capítulo han sido todos monofásicos con rotor de jaula de ardilla *fundidos, vaciados o colados*, cuyas variaciones radicaban fundamentalmente en el principio de arranque. Hay otro grupo de motores que se llama monofásico de conmutador, debido a que tienen rotor devanado con conmutador y escobillas. Este grupo consta de dos clases:

1. Los motores que trabajan con el principio de repulsión (motores de repulsión), según el cual la energía se transfiere *por inducción* del devanado monofásico de campo del estator al rotor.
2. Los motores que funcionan según el principio del motor serie, en el que la energía se transporta *por conducción* tanto a la armadura del rotor como a su campo monofásico del estator, conectado en serie.

Los diversos tipos de motores de repulsión han sido remplazados ahora (en su mayor parte) por motores de capacitor único y dual. Ya no se consiguen en el comercio. Consecuentemente, sólo trataremos la segunda clase, que consta de los motores de conmutador *universal y de serie*.

## 10-12 MOTOR UNIVERSAL

Siempre ha existido la demanda de un motor que pueda emplearse en aplicaciones portátiles pequeñas y que pueda trabajar a cualquier frecuencia, con cualquiera de las fuentes de potencia de las que se dispone en los diversos países que puede visitar un turista o viajero. Además, un aparato dotado de tal motor se podría vender en forma internacional. Se podrían eliminar las diferencias en los voltajes de varios países empleando un transformador o resistencia con salidas en conjunción con un motor de mayor capacidad de voltaje.



**Figura 10-11** Funcionamiento del motor serie o universal.

A primera impresión, parecería que el motor de cd derivación es el ideal como motor universal. Si las terminales de línea de un suministro de cd que alimentan a cualquier motor de éstos se invierten, el motor continúa trabajando en la misma dirección. Sin embargo, si se aplica corriente alterna como fuente de voltaje a un motor derivación, se tiene un par de arranque o de marcha muy pequeños. Como el par es el producto de la interacción entre el flujo de armadura y flujo de campo ( $T = k\phi_f I_a \cos \theta$ ), es evidente el motivo de la incapacidad de estos motores de producir un par tan grande como el de un motor de ca. El campo en derivación es muy inductivo, mientras que la armadura es esencialmente muy resistiva. Así, la armadura y el campo no están en fase, sus flujos máximos respectivos están separados por un ángulo  $\theta$  bastante grande, como se ve en la figura 10-11a, y casi no se produce par.

Sin embargo, en el motor serie, dado que el campo conectado en serie y la armadura siempre tienen la misma corriente, sus campos siempre están en fase y el par que se produce es alto ( $\theta = 0$ ). Se necesitan algunas modificaciones de diseño en el caso de los motores de serie grandes para asegurar un buen funcionamiento con ca (véase sección 10-13). Un motor serie pequeño, de potencia fraccionaria, de cd, trabaja por igual con ca por los motivos que se muestran en las figuras 10-11b, c y d. Cuando se invierte la polaridad del suministro, se invierten tanto la polaridad del campo como la dirección de las corrientes en la armadura, y se continúa produciendo par en la misma dirección, como se muestra.

El motor universal se diseña para frecuencias comerciales desde 60 Hz hasta cd (frecuencia cero), y voltajes de 250 V hasta 1.5 V. Un motor universal comercial puede tener un campo serie algo más débil y más conductores en la armadura que un motor

serie de cd de igual potencia por las razones que se describirán en la siguiente sección. Se fabrica en capacidades hasta de  $\frac{3}{4}$  hp, en especial para aspiradoras y máquinas de coser industriales. En los tamaños menores, de  $\frac{1}{4}$  hp o menos, se emplea en taladros de mano, lijadoras, batidoras, abrelatas, licuadoras y herramientas portátiles de pilas, como aspiradoras.

Al igual que en todos los motores serie, la *velocidad sin carga* del motor universal es extremadamente *alta*. Con frecuencia, se tienen engranajes de reducción en la caja del motor de algunos de estos motores para dar par extremadamente alto a bajas velocidades ( $T = k \text{ hp/S}$ ) y también para limitar la gran velocidad en vacío, porque con ello se da algo de carga debida a la resistencia de los engranajes. En los motores muy pequeños, de  $\frac{1}{20}$  hp o menos, la velocidad a plena carga puede ser hasta de 10000 rpm y la velocidad en vacío mucho mayor. Cuando se usan esos motores en electrodomésticos comerciales, como rasuradoras eléctricas, máquinas de coser, de oficina y pequeños secadores de pelo o aspiradoras, siempre se conectan directamente a su carga y hay poco peligro de desbocamiento del motor. .

## 10-13 MOTOR SERIE DE CA

Los motores serie de cd de caballaje integral, en especial en tamaños superiores a algunos hp, trabajan mal en la corriente alterna. Se presenta mucho arqueado en las escobillas, y la eficiencia y el factor de potencia son bajos. Algunas modificaciones en el diseño del motor serie son necesarias para mejorar su funcionamiento en corriente alterna. Se enumerarán las modificaciones necesarias y los motivos de cada una de ellas. Los motores comerciales serie de ca se diseñan de acuerdo con lo siguiente:

1. Una estructura de campo más laminada para reducir las mayores pérdidas de corrientes parásitas que se presentan con la corriente alterna.
2. Menos vueltas en serie para reducir la caída reactiva de voltaje a través del campo serie y las pérdidas debidas a corrientes parásitas e histéresis.
3. Más polos que las máquinas de ca correspondientes para volver a tener el par total [ecuación (4-3)].
4. Más conductores de armadura y más segmentos de conmutador para compensar el menor flujo de campo [ecuación (4-3)].
5. Más resistencia en serie con las conexiones entre la armadura y el conmutador para reducir las corrientes circulantes, el chisporroteo en las escobillas y las mayores dificultades de conmutación debidas al funcionamiento con ca.
6. Tipos especiales de devanados de compensación para reducir la mayor reacción de armadura originada por el mayor número de conductores de armadura.
7. Tipos especiales de devanados de interpolos, por la misma razón que en el punto 6.
8. Devanados que con frecuencia están conectados en forma inductiva y no en forma conductiva, como se ve en la figura 10-11c, para reducir la caída de voltaje en serie a través del interpolo y los devanados de compensación. Al aumentar la corriente de armadura debido a la mayor carga, el flujo de armadura induce una mayor corriente en esos devanados, y con ello el efecto del interpolo y la fuerza magnetomotriz de compensación es proporcional a la carga o la corriente de

armadura. Puesto que se produce corriente alterna en los conductores de armadura, aun cuando estén conectados a un suministro de cd, se puede emplear acoplamiento inductivo para esos devanados hasta en el motor serie de cd. La caída de voltaje a través de esos devanados es en general pequeña con corriente directa. Sin embargo, hay menos problemas de diseño con el acoplamiento conductivo, como se muestra en la figura 10-12a.

Con las modificaciones que acabamos de describir, los motores serie que trabajan con corriente alterna se desempeñan igual que sus homólogos de cd, y producen la curva característica que se ve en la figura 10-12d.

En la figura 10-12b se muestra el diagrama fasorial para el motor acoplado en forma conductiva. La potencia desarrollada por la armadura del motor serie de ca es  $E_g I_a$  [ecuación (4-7)], y por ello la corriente de armadura se limita por la fuerza contraelectromotriz generada en la armadura,  $E_g$ , y además por todas las caídas por impedancia en serie como se indica con la ecuación de esta figura.

La ventaja del acoplamiento inductivo es un aumento de la FEM generada y de la potencia de armadura, que se indica en la figura 10-12c. Con un acoplamiento débil de transformador, los devanados de interpolos y de compensación se reflejan en forma capacitiva a la armadura, tendiendo a reducir la caída por impedancia en la armadura y a mejorar el ángulo del factor de potencia  $\theta$  entre  $V_p$  e  $I_a$ .

En su mayor parte, los motores ca serie monofásicos grandes han sido sustituidos en sus aplicaciones con los motores polifásicos de inducción y síncronos, que son más

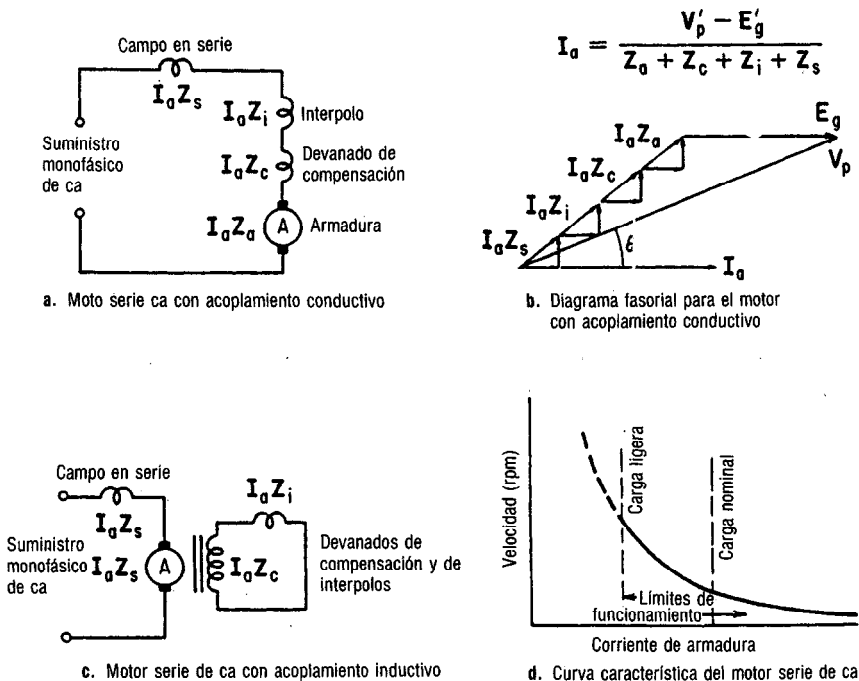


Figura 10-12 Motores serie de ca y sus características.

sencillos. Sin embargo, su uso es aún muy extenso en sistemas troncales e interurbanos de ferrocarriles (servicio de tracción) para locomotoras eléctricas. Estos motores se diseñan para voltajes menores a 300 V, y toman su potencia secundaria de fuentes de 11 000 V, 25 Hz, la norma para servicios de ferrocarriles en los Estados Unidos.

Las capacidades de potencia de los motores para ferrocarriles pueden variar desde algunos cientos hasta ligeramente más de mil caballos, y sus factores de potencia son de 0.95, y eficiencias aproximadas a 0.88, como resultado de las modificaciones que se describieron anteriormente. El servicio europeo de tracción emplea una frecuencia normal de  $16\frac{2}{3}$  Hz. Se prefieren las frecuencias menores (menos que 60 Hz) debido a las menores caídas de voltaje por impedancia con menor frecuencia y a la mayor potencia que se desarrolla por consiguiente. Esto ocasiona mejor eficiencia así como menores pérdidas por corrientes parásitas e histéresis, también a menores frecuencias.

Se obtiene con facilidad la regulación de velocidad mediante un cambio de voltaje de suministro al motor serie de ca mediante un transformador con salidas o un regulador de inducción. Puesto que las eficiencias de los transformadores son extremadamente altas, hay prácticamente pocas pérdidas en este método de control de voltaje de armadura o línea en comparación con el método resistivo que se emplea en los motores serie de cd. También se obtiene fácilmente la inversión de giro al invertir el campo serie con respecto a la armadura, mediante la conmutación adecuada.

## **10-14 COMPARACION DE DIVERSOS TIPOS DE MOTORES MONOFASICOS**

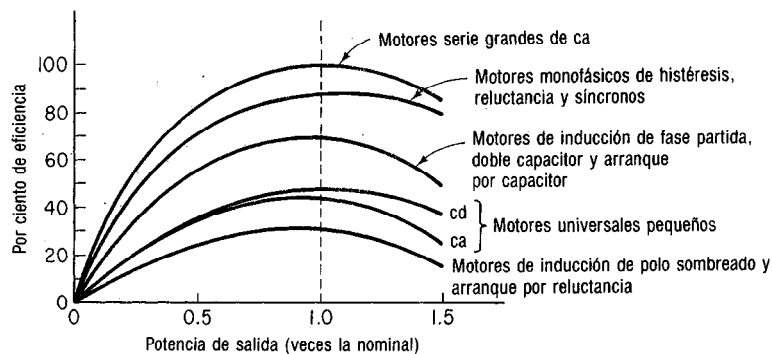
Las características eléctricas de los motores monofásicos que se han descrito en este capítulo y en el capítulo 8, secciones 8-26 a 8-28, se resumen en las figuras 10-13 a 10-15, para fines de comparación.

### **10-14.1 Comparación por eficiencias de los motores**

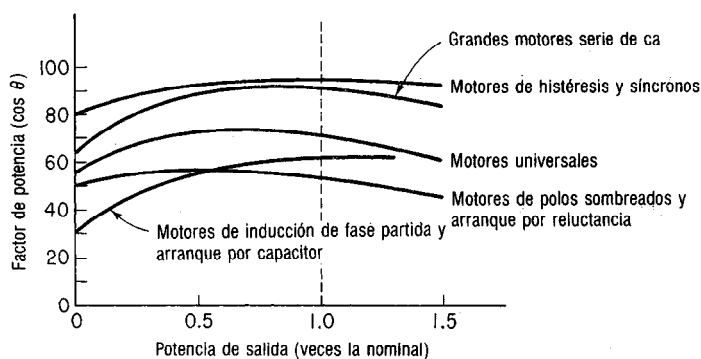
La figura 10-13 muestra las características generalizadas de eficiencia de los diversos motores monofásicos. En general, los motores menores tienen eficiencias bajas. Los motores serie grandes tienen eficiencias tan altas como 90 por ciento a la carga nominal. Los motores de histéresis, reluctancia y síncronos (capítulo 8) tienen eficiencias relativamente altas, porque trabajan a velocidad constante con deslizamiento cero. Las menores eficiencias, del 20 al 30 por ciento, se tienen con los motores de polos sombreados y de arranque por reluctancia.

### **10-14.2 Comparación de los motores por el factor de potencia**

El factor de potencia de los motores monofásicos se mide como relación entre la potencia verdadera y la potencia aparente que se toma del suministro monofásico. En general, hay una mejora (elevación) entre sin carga y plena carga, con la excepción de los motores de polos sombreados, arranque por reluctancia y universales. Estos últimos tienen un factor de potencia bastante constante entre sin carga y plena carga. Los



**Figura 10-13** Comparación de eficiencias de los motores monofásicos en función de la carga.

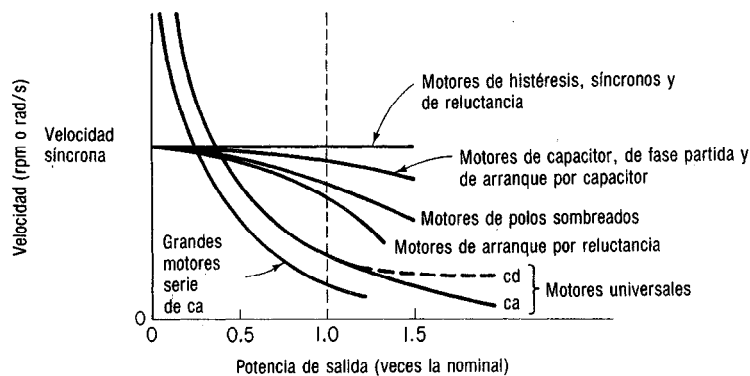


**Figura 10-14** Comparación de factores de potencia de diversos motores monofásicos en función de la carga.

motores grandes serie de ca tienen factores de potencia relativamente altos a la carga nominal, junto con los motores de histéresis y los síncronos, como se ve en la **figura 10-14**.

### 10-14.3 Comparación de los motores por la velocidad y regulación de ésta

La **figura 10-15** muestra las características de velocidad en estado estable de los diversos motores monofásicos después de haber llegado hasta su velocidad, desde sin carga hasta plena carga. Sólo los motores serie, universal y de repulsión muestran velocidades (con deslizamiento negativo) mayores que la síncrona, cuando las cargas son menores que la nominal. La regulación de velocidad de los motores de histéresis, síncronos y de reluctancia es 0 por ciento, porque trabajan a velocidad síncrona constante, desde sin carga hasta plena carga. De los motores restantes, los de polos sombreados y los de reluctancia tienen menor regulación de velocidad que los de fase partida, arranque por capacitor, arranque por repulsión y de capacitor, todos los cuales muestran deslizamientos positivos a la velocidad nominal.



**Figura 10-15** Comparación de las curvas características velocidad-carga de diversos motores monofásicos.

#### 10-14.4 Comparación por las propiedades de funcionamiento y aplicaciones típicas

Además de las figuras 10-13 a 10-15, que resumen las características eléctricas desde sin carga hasta plena carga, la **tabla 10-3** resume las principales propiedades de funcionamiento de los motores que se describieron en este capítulo, así como sus aplicaciones típicas.

#### 10-14.5 Comparación por el principio de funcionamiento

Debido a las muchas variaciones en cuanto a principios de funcionamiento y al hecho de que determinados tipos de motores monofásicos síncronos se describieron en el capítulo 8, la lista siguiente resume los diversos tipos de motores monofásicos respecto a su principio de funcionamiento (se dan entre paréntesis los números aplicables a la sección en la que se describen):

1. **Motores monofásicos de inducción**
  - a. Motores de fase partida:
    - Motor de arranque por resistencia (sección 10-5)
    - Motor de arranque por capacitor (sección 10-6)
    - Motor de fase partida y capacitor permanente de un valor (sección 10-7)
    - Motor de capacitor de dos valores (sección 10-8)
  - b. Motor de inducción de arranque por reluctancia (sección 10-10)
  - c. Motor de inducción de polos sombreados (sección 10-9)
2. **Motores monofásicos síncronos**
  - a. Motor de reluctancia (sección 8-27)
  - b. Motor de histéresis (sección 8-28)
  - c. Motor subsíncrono (sección 8-29)
3. **Motores monofásicos con conmutador**
  - a. Motor serie de CA (sección 10-13)
  - b. Motor universal (sección 10-12)

**Tabla 10-3 Motores monofásicos: características, rangos y aplicaciones\***

Tipo de motor	Par de arranque		Par de aceleración		Par crítico		Factor de potencia nominal	Eficiencia nominal (%)	Rango (hp)	Aplicación
	(% del nominal)	(% del nominal)	(% del nominal)	(% del nominal)	(% del nominal)	(% del nominal)				
Propósito general, fase partida	90-200 medio normal	200-250	185-250	55-65	62-67	1/20 a 3/4				Ventiladores, fuelles, máquinas de oficina, maquinaria de preparación de alimentos. Par de arranque bajo o medio, baja inercia, cargas de funcionamiento continuo.
Fase partida (alto par)	200-275 alto	160-350 alto	hasta 350	50-62	46-61	1/6 a 1/3				Lavadoras, bombas de sentina, talleres caseros, quemadores de aceite. Cargas de arranque medias a altas.
Fase partida permanente, con capacitor (bajo par)	60-75 bajo	60-75 bajo	hasta 225	80-95	55-65	1/20 a 3/4				Ventiladores, fuelles y bombas centrífugas de acoplamiento directo. Bajo par de arranque. No para transmisión por bandas.
Fase partida permanente, con capacitor (alto par)	hasta 200 normal	200	260	80-95	55-65	1/6 a 3/4				Ventiladores y fuelles con transmisión de bandas o directa, bombas centrífugas, quemadores de petróleo. Cargas de par moderado de arranque.
Propósito general, arranque por capacitor	hasta 435 muy alto	265 alto	hasta 400	80-95	55-65	1/8 a 3/4				Voltaje dual. Compresores, alimentadores de combustibles sólidos para caldera, transportadores, bombas. Cargas de transmisión por bandas con alta fricción estática.
Arranque por capacitor, marcha con capacitor	380 alto	260	hasta 260	80-95	55-65	1/8 a 3/4				Compresores, alimentadores de combustibles sólidos para caldera, transportadores, bombas. Cargas con alto par. Alto factor de potencia.
Polos sombreados	50 muy bajo	50	150	40-50	30-40	1/300 a 1/3				Ventiladores, juguetes, secadoras de pelo, unidades calefactoras, fuelles. Cargas de bajo par de arranque.
Serie (universal)	400-500 muy alto	alto	400-500	85-95	40-60	1/150 a 1				Alta velocidad (300 a 11000 rpm). Aspiradoras, quitanieves, centrifugas, batidoras.

\*Adaptado de M. Liwshitz-Garik y C.C. Whipple, *Electric Machinery*, Vol. II, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N.J., 1946, Págs. 453-454.



## 10-15 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

**Deslizamiento negativo** Deslizamientos que se presentan siempre que los motores trabajan a velocidades mayores que la síncrona.

**Devanado de arranque** El devanado auxiliar de cualquier estator monofásico, de fase partida, conectado en cuadratura espacial con el devanado de marcha. El devanado de arranque, como tiene pocas vueltas de alambre delgado (de alta resistencia) en comparación con el devanado de marcha, está diseñado para servicio intermitente.

**Devanado de marcha** Devanado de cualquier motor monofásico de fase partida conectado en cuadratura espacial con el devanado de arranque. El devanado de marcha, como tiene muchas vueltas de alambre de baja resistencia, está diseñado para servicio continuo.

**Interruptor centrífugo** Mecanismo de interrupción que funciona por fuerza centrífuga y que se usa para llevar a cabo una función de cambio de circuito en el devanado primario de un motor monofásico de inducción después de que el rotor ha llegado a una velocidad predeterminada y también para llevar a cabo una operación de cambio de circuito para entrar en reversa, antes de que el rotor se detenga.

**Motor de caballaje integral** Motor que se construye en un armazón mayor que la de un motor de construcción abierta y que tiene capacidad continua de 1 hp o más a 1700-1800 rpm.

**Motor de fase partida** Cualquier motor de inducción monofásico que tenga un devanado auxiliar desplazado en posición magnética de un devanado principal de marcha y conectado en paralelo con éste.

**Motor de inducción** Motor de ca en el cual se conecta el estator, o devanado primario, a la fuente de corriente, y el devanado secundario lleva la corriente inducida.

**Motor de potencia fraccionaria** Motor construido en un armazón más pequeña que la de un motor de construcción abierta

con capacidad continua de 1 hp a 1700-1800 rpm.

**Motor invertible** Cualquier motor cuyo par y dirección de giro se pueden invertir mediante un cambio en las conexiones eléctricas o mediante medios mecánicos, aun cuando el motor esté trabajando a la velocidad y con la carga nominales.

**Motor no reversible** Motor que es capaz de girar sólo en una dirección.

**Motor reversible** Cualquier motor cuya dirección de giro se puede cambiar ya sea en reposo o a una velocidad menor que otra determinada siempre que se haga el cambio en las conexiones eléctricas.

**Motores monofásicos de conmutador** Tipo de motores que comprende el motor universal, el motor serie de ca, el motor de inducción-repulsión y el motor de repulsión.

**Motores síncronos monofásicos** Clase de motores que comprende el de reluctancia, el de histéresis y el subsíncrono. Todos los motores de esta clase trabajan a deslizamiento cero.

**Par crítico** El valor del par aplicado que hace que se detenga un motor. Para los motores monofásicos, el valor del par crítico no es necesariamente el par máximo que desarrolla el motor.

**Par de arranque** El par que ejerce cualquier motor en su eje durante el periodo de arranque en el cual el motor está inmóvil.

**Par de falla** (Véase par crítico).

**Par máximo** (Véase par crítico).

**Par nominal** El par en el eje del motor cuando éste trabaja con la carga nominal a la velocidad nominal.

**Principio de reluctancia** Se ejerce fuerza mecánica en una porción de material magnético ubicada en un campo magnético, a manera de hacer llegar el material magnético a la parte del campo magnético que tiene la mayor densidad para aumentar el campo al máximo.

**Relevador térmico** Relevador cuyo funcionamiento se origina por medio del calor desarrollado dentro de él como resultado de condiciones externas especificadas.

**Teoría del campo cruzado** (Véase teoría del campo transversal).

**Teoría del campo rotatorio (o doblemente giratorio)** Medio de explicar por qué un motor monofásico continúa desarrollando par en la misma dirección de giro, una vez que se ha iniciado dicho giro, basado en la transformación del campo magnético pulsante del estator en dos campos rotatorios que giran en direcciones opuestas.

**Teoría del campo transversal** Medio de explicar por qué un motor monofásico con-

tinúa desarrollando par en la misma dirección de giro, una vez iniciada la rotación por medios mecánicos o eléctricos. Se basa en una FEM de velocidad que produce un campo en cuadratura con el campo primario del estator.

**Trabajo intermitente** Requisito del servicio, al contrario del trabajo continuo, en el que la carga cambia regular o irregularmente a través del tiempo.

**Velocidad síncrona** Se basa en la frecuencia y número de polos del devanado del estator y es la velocidad de rotación del flujo magnético producido por dicho devanado del estator.

## 10-16 PREGUNTAS

### 10-1 Definir

- a. Motor de caballaje integral.
- b. Motor de potencia fraccionaria.

### 10-2 Basándose en las definiciones para la pregunta 10-1, explicar

- a. Por qué los motores de alta velocidad, de más de 10000 rpm, son en general motores de potencia fraccionaria.
- b. Por qué los motores de baja velocidad, de menos de 50 rpm, son en general motores de caballaje integral.

### 10-3 Explicar

- a. Por qué ningún motor monofásico de inducción de jaula de ardilla es inherentemente de arranque propio.
- b. Por qué los diversos tipos de los motores monofásicos de inducción de jaula de ardilla se clasifican sobre la base del método de arranque (véase sección 10-14).
- c. Si hay diferencia alguna en la construcción *del rotor* para un motor polifásico y uno monofásico.
- d. Por qué un devanado monofásico *único* en un estator no produce rotación de un motor de inducción de jaula de ardilla.

### 10-4 a. Explicar por qué el devanado único de estator en la pregunta 10-3d acelera un motor de inducción si al rotor se le hace girar primero en una dirección específica. Emplear la teoría del doble campo revolvente para ilustrar la respuesta.

b. Repetir la parte (a) empleando la teoría del campo transversal.

### 10-5 En el diseño del motor de inducción monofásico con arranque por resistencia, explicar las razones por las que

- a. Un devanado de arranque consiste de pocas vueltas de alambre de cobre de diámetro pequeño en lugar de muchas vueltas de alambre grueso.

- b. Se desconecta el devanado de arranque una vez que el deslizamiento alcanza el valor de 0.25 o menos.
  - c. No se necesita que las corrientes de arranque y de marcha sean iguales.
  - d. Los devanados de arranque y marcha están desplazados  $90^\circ$  en el espacio.
- 10-6 a. Explicar por qué la gran corriente de arranque de un motor de arranque por resistencia no es característica indeseable.
- b. Indicar las principales objeciones y tres desventajas de este motor.
- c. Basándose en el parte (b), mencionar las principales aplicaciones de este motor.
- 10-7 a. ¿Es posible controlar la velocidad de un motor de fase partida en movimiento, estando desconectado el devanado de marcha? Explicar cómo, suponiendo que no hay cambio de frecuencia.
- b. ¿Dentro de qué límites de deslizamiento es posible el control de velocidad mediante el método de la parte (a)?
- c. ¿Es posible obtener control de velocidad con grandes cargas? Explicar
- 10-8 Definir
- a. El motor reversible.
  - b. El motor invertible.
  - c. El motor no reversible.
  - d. El motor no invertible.
- 10-9 Sobre la base de las definiciones que se presentaron en la pregunta 10-8, explicar
- a. Por qué se clasifica a un motor de fase partida y arranque con capacitor como reversible, pero no invertible.
  - b. Por qué es necesario desconectar en forma temporal el motor del suministro para lograr la marcha en sentido contrario.
  - c. Modificar la figura 10-4 empleando un interruptor de dos polos doble tiro para indicar cómo se obtiene la inversión de marcha. Incluir un interruptor de dos polos un tiro en la línea de suministro.
- 10-10 a. A veces se dice que el motor de capacitor de un valor es un motor bifásico. Explicar por qué.
- b. ¿Por qué el motor de la parte (a) tiene un bajo par de arranque?
- c. ¿Por qué el motor de la parte (a) tiene un bajo par de marcha normal?
- d. Mencionar tres ventajas de este motor en comparación con los motores de fase partida y arranque por capacitor.
- e. ¿Por qué se usan con este motor capacitores de aceite y no capacitores electrolíticos?
- 10-11 Para el motor de inducción de jaula de ardilla con polos sombreados, indicar
- a. Por qué el flujo en la parte sombreada del polo siempre está en retraso con respecto al flujo en el segmento de polo no sombreado, tanto en espacio como en tiempo, produciendo el giro de un rotor de jaula de ardilla.
  - b. Por qué los motores reversibles de polo sombreado emplean técnicas de devanado distribuido en estatores de polos no salientes o devanados de sombreado en estatores de polos salientes.
  - c. Las ventajas de los estatores de polos no salientes con respecto a los de polos salientes.
  - d. Las ventajas y desventajas de los tipos comerciales.
  - e. Los métodos de control de velocidad para estos motores.

- 10-12 a. Explicar por qué un motor derivación de cd no trabaja satisfactoriamente en ca, a pesar del hecho de que la inversión de la polaridad de la línea no origina cambio en la dirección de rotación.
- b. Repetir lo anterior para un motor serie indicando por qué debe trabajar en forma intermitente en la ca (ver pregunta 10-13a).
- c. Por qué la velocidad de un motor universal es independiente de la frecuencia.
- d. Qué precauciones se requieren en el uso de los motores universales y cómo se supera esto.
- 10-13 a. ¿Qué modificaciones se les hacen a los motores serie de cd para adecuarlos al funcionamiento comercial con ca?
- b. ¿Por qué se prefieren los motores monofásicos serie para servicio de tracción en lugar de los motores de inducción o los síncronos?
- c. ¿Cuáles son los límites de potencia de los motores comerciales serie de ca?
- d. ¿Cómo se controla la velocidad y la inversión de giro de los motores serie de ca?

## 10-17 PROBLEMAS

- 10-1 De acuerdo con la definición que se dio en la sección 10-1, determinar si los siguientes motores son de caballaje integral o de potencia fraccionaria:
- a.  $\frac{3}{4}$  hp, 1200 rpm.
- b.  $\frac{3}{4}$  hp, 1800 rpm.
- c.  $1\frac{1}{2}$  hp, 6000 rpm.
- d.  $1\frac{1}{4}$  hp, 3600 rpm.
- 10-2 Calcular el par en el eje del motor en onzas-pulg y/o en mN·m para un motor pequeño cuya capacidad es
- a. 0.03 hp a 2700 rpm.
- b. 10 W a 125 rad/s.
- c. 12 W a 2600 rpm.
- d. 0.05 hp a 200 rd/s.
- 10-3 Calcular la potencia de salida en W y hp de un motor pequeño cuyo par de salida y velocidad nominal, respectivamente, son:
- a. 12 onzas-pulg a 3000 rpm.
- b. 150 mN·m a 150 rad/s.
- c. 25 onzas-pulg a 2650 rpm.
- d. 250 mN·m a 100 rad/s.
- 10-4 Los datos nominales de un motor de fase partida son 220 V, 175 W, 180 rad/s, 0.5 FP y 45 por ciento de eficiencia a la carga nominal. A su carga nominal, calcular
- a. La corriente de línea.
- b. El par en mN·m y en onzas-pulg.
- 10-5 Los datos de un motor de fase partida son 115 V, 120 W, 3.5 A,  $36\pi$  rad/s y 50 por ciento de eficiencia a la carga nominal. Calcular los siguientes parámetros nominales:
- a. Factor de potencia.
- b. Par en mN·m y en onzas-pulg.
- 10-6 Un motor de fase partida permanente, de doble capacitor, tiene capacidad de 250 W, 230 V, 2.2 A,  $28\pi$  rad/s a un factor de potencia de 0.65 en retraso. Calcular

- a. La eficiencia nominal.
  - b. El par nominal en N·m y en pie·lb.
- 10-7 Un motor de arranque a capacitor de 600 W, 115 V, 60 Hz toma 13.8 A del suministro a carga nominal. Si la eficiencia es 65 por ciento y la velocidad nominal es 1750 rpm, calcular
- a. La potencia de entrada a la carga nominal.
  - b. El factor de potencia a la carga nominal.
  - c. La potencia nominal del motor en hp.
- 10-8 Un motor monofásico de ca de cuatro polos, de fase partida, 1/3 hp, toma 7.2 A de un suministro de 115 V, 60 Hz con factor de potencia de 75 por ciento y trabaja a una velocidad de 1720 rpm cuando la carga nominal se aplica a su eje. Calcular
- a. La eficiencia a plena carga.
  - b. El deslizamiento a plena carga.
  - c. El par nominal de salida en lb·pie y en N·m.
  - d. El par máximo si la falla se presenta a un deslizamiento de 30 por ciento.
  - e. El par de arranque en lb·pie y en N·m.
  - f. La relación de pares máximo y de arranque, respectivamente, al par nominal.
- 10-9 Un motor monofásico de inducción de dos polos, 60 Hz, 115 V, de arranque por reluctancia tiene una capacidad de  $\frac{1}{25}$  hp a 3000 rpm y tiene una eficiencia de 30 por ciento a plena carga. Calcular
- a. La entrada de potencia a plena carga.
  - b. La corriente de plena carga, si el factor de potencia a plena carga es 0.45.
  - c. El deslizamiento y el par de plena carga.
  - d. El par máximo, en onzas·pulg, si la falla se presenta a un deslizamiento de 40 por ciento.
  - e. El par de arranque.
  - f. La relación de pares máximo y de arranque, respectivamente, con el par de plena carga.
  - g. Explicar por qué el par de arranque es menor que el par nominal.
- 10-10 Una prueba de dinamómetro de un motor monofásico de cuatro polos, 115 V, trabajando a la velocidad nominal, arrojó los siguientes datos: potencia tomada por el motor, 150 W; corriente de entrada, 2.0 A; velocidad, 1750 rpm; longitud del brazo del freno, 12 pulg; indicación en la escala del dinamómetro, 6 oz a carga nominal. Cuando el motor se hizo trabajar con sobrecarga para determinar el par *máximo*, se obtuvieron los siguientes datos: potencia tomada por el motor, 550 W; corriente de entrada, 10.0 A; velocidad, 1400 rpm; indicación en la escala del dinamómetro, a carga máxima, 26.5 oz. Calcular
- a. La eficiencia a la carga nominal.
  - b. El factor de potencia a carga nominal.
  - c. El caballaje al par nominal.
  - d. Los pares máximo y de arranque.
  - e. La eficiencia y el factor de potencia a par máximo.
  - f. El par nominal a partir del par máximo.
  - g. El porcentaje de error en el par nominal que se obtuvo en la parte (f) en comparación con el que se obtuvo en la parte (c).
- 10-11 Un motor de polos sombreados tiene cuatro polos de campo. Cada devanado de campo está constituido de 220 vueltas y está diseñado para funcionamiento a 110 V. Se saca cada

terminal de bobina de campo a una caja de conexiones para permitir el empleo del motor con varios voltajes de suministro. Trazar el diagrama de circuito y calcular la relación de volts por vuelta para cada uno de los siguientes voltajes de suministro:

- a. 110 V.
- b. 220 V.
- c. 440 V.

- 10-12 Un motor universal de 115 V toma 1.0 A de un suministro de 115 V cd a una velocidad de 2500 rpm cuando entrega la potencia nominal. Cuando se conecta con la misma carga a un suministro de 115 V y 60 Hz, toma 1.2 A a un factor de potencia igual a 0.85 en retraso. La armadura y el circuito de campo en serie tienen una resistencia total de  $12\ \Omega$  y una inductancia de 50 mH. Si las pérdidas rotacionales son 20 W, calcular
- a. La fuerza contraelectromotriz que se desarrolla con cd.
  - b. La fuerza contraelectromotriz que se desarrolla con ca, suponiendo que la caída de voltaje por impedancia está en fase con el voltaje de suministro.
  - c. La velocidad del motor cuando se conecta con el suministro de ca.
  - d. La potencia de armadura que se desarrolla con cd.
  - e. La potencia de armadura que se desarrolla con ca (use  $E_c I_a \cos \theta$ ).
  - f. El par en el eje que se desarrolla con cd, en lb·pie y en N·m.
  - g. El par en el eje que se desarrolla con ca, en lb·pie y en N·m.
  - h. La potencia en el eje, en hp, cuando el motor se usa con cd.
  - i. La potencia en el eje, en hp, cuando el motor se usa con ca.
  - j. La capacidad promedio nominal en hp del motor.

## Dínamos especializadas

### 11-1 GENERALIDADES

Los principios básicos de las máquinas de ca y cd que se describieron en los capítulos anteriores se han empleado para desarrollar diversas dínamos y combinaciones de ellas. Estas máquinas se usan, en general, para convertir la energía mecánica en energía eléctrica o viceversa. Este capítulo tratará con otros tipos de dínamos y sus combinaciones que, aunque también alcanzan conversiones semejantes de energía, son *más especializadas*, por naturaleza y por aplicaciones. El estudio de estas dínamos especializadas se ha demorado hasta esta ocasión porque para comprenderlas y apreciarlas es necesario tener un conocimiento básico de las máquinas que se han descrito con anterioridad.<sup>1</sup>

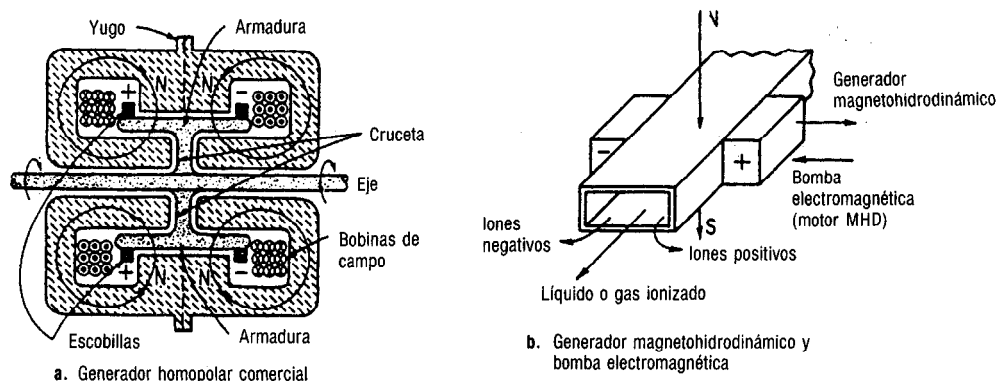
### 11-2 DINAMO HOMOPOLAR (ACICLICA)

El *generador homopolar*, que inventó Faraday (sección 1-11 y figura en nota que lo acompaña), es la respuesta a la pregunta normal de si se podría construir un generador o motor de cd de modo que los conductores siempre corten el flujo en la misma dirección. Este generador nunca podría sufrir las pérdidas normales por histéresis o corrientes parásitas que se tienen en todas las máquinas rotatorias, porque básicamente es una máquina *acíclica* que no necesita conmutador.

En la *figura 11-1a* se muestra el generador homopolar acíclico en su forma comercial. La armadura es un cilindro hueco de cobre o latón que está sostenido por una

---

<sup>1</sup> La primera edición de este libro, que se publicó en 1972, describía varias máquinas especializadas que se han omitido en esta edición: el generador de polos divisores, el generador de tercera escobilla, dinamotor, el convertidor rotatorio monofásico y polifásico, los generadores de tres conductores, el generador Dobrowolsky, el convertidor de fase por inducción, el generador de Rosenberg, los generadores Rotorol, Regulex y Amplidina y los dispositivos selsin de sincronización y selsin de potencia. Casi todos ellos son ahora obsoletos y se han remplazado sus funciones por circuitos y métodos electrónicos que emplean las máquinas más modernas que se describen en este capítulo y en los anteriores.



**Figura 11-1** Generadores homopolar comercial y magnetohidrodinámico.

cruceta soldada al eje. Las escobillas son anillos gruesos de cobre que hacen contacto con el cilindro en cada lado. Los campos son un par de bobinas concéntricas al eje. El yugo se arma en dos mitades para hacer posible su construcción.

La polaridad de la FEM de las escobillas queda determinada (regla de la mano derecha) por la dirección de giro que se muestra en la figura. Debido a su conductor *único*, el generador homopolar produce un voltaje muy bajo, de aproximadamente 3 V a 1500 rpm, pero la corriente es función del tamaño físico y la densidad de flujo. Se han obtenido corrientes intermitentes hasta de 10 000 A, así como corrientes continuas de unos 6000 A en generadores de Westinghouse Electric Company, ya por el año de 1896.

Si se suministra cd al campo y las escobillas, la dinamo trabajará como *motor homopolar*.

Los generadores homopolares se usan en servicio de ferrocarriles para generar las grandes corrientes e intensos campos magnéticos en máquinas especiales que contienen aparatos para detectar defectos ocultos y grietas en los carriles. Durante la Segunda Guerra Mundial, también se usaron en servicio marino para excitar grandes cables "degaussificadores" a bordo, eficaces contra dispositivos de minas magnéticas submarinas.

En generación de energía magnetohidrodinámica, el principio del generador homopolar se ha experimentado extensamente.<sup>2</sup> Un líquido o gas conductor ionizado, como sodio o potasio vaporizado, escapa de un reactor de fusión nuclear a altas velocidades que se mueve a través de un campo magnético extremadamente intenso, como se muestra en la figura 11-1b. Los iones positivos del gas se impulsan hacia un electrodo (regla de la mano derecha para la dirección del "conductor" gaseoso); los iones negativos (electrones) hacia el otro electrodo. La fuente de energía mecánica es la velocidad del gas que escapa del reactor. Así, la densidad de corriente en coulombs/seg en los electrodos es estrictamente función de la cantidad de materia que pasa por ellos

<sup>2</sup> Para información más detallada acerca de los generadores magnetohidrodinámicos, véase S. W. Angrist, *Direct Energy Conversion* (Boston: Allyn and Bacon, 1965), págs. 272-305; y/o G. W. Sutton, ed., *Direct Energy Conversion* (New York: McGraw-Hill, 1966), págs. 181-238.



por segundo, mientras que el potencial es función de la intensidad del campo magnético y la velocidad del gas ionizado. Si se convierte el campo magnético directo en campo de ca, también es posible generar ca en los electrodos.

El gas se puede acelerar también de acuerdo con el principio del motor homopolar. La *bomba electromagnética*, que es un motor magnetohidrodinámico, no tiene partes que se muevan y, por lo tanto, no produce fuga del gas radiactivo o del líquido conductor de enfriamiento que se usan en el reactor. Un voltaje que se aplique a los electrodos, como se muestra en la figura 11-1b, produce una fuerza sobre el gas conductor que tiende a acelerarlo. La fuerza es proporcional a la densidad de flujo, la corriente en los electrodos y la distancia promedio entre ellos [ecuación (1-7)]. Por lo tanto, la presión del gas está limitada principalmente por la densidad de flujo del campo y de la corriente que se puede suministrar a la bomba electromagnética. ¿De dónde provienen corrientes tan altas? Desde luego, de un generador homopolar como el que se muestra en la figura 11-1a. Además, se puede aumentar el flujo de la bomba empleando varias veces tanto el flujo magnético como la corriente en serie mediante diversos arreglos ingeniosos del flujo de líquidos.<sup>3</sup>

### 11-3 SERVOMOTORES DE CD

Los servomotores de cd son motores impulsados por una corriente que procede de amplificadores electrónicos de cd o ca con demoduladores internos o externos, reactores saturables, tiratrones o amplificadores rectificadores controlados de silicio. Los servomotores de CD son de muchos tamaños, desde 0.05 hp hasta 1000 hp.

Las características fundamentales que se deben buscar en cualquier servomotor, de cd o ca, son las siguientes:

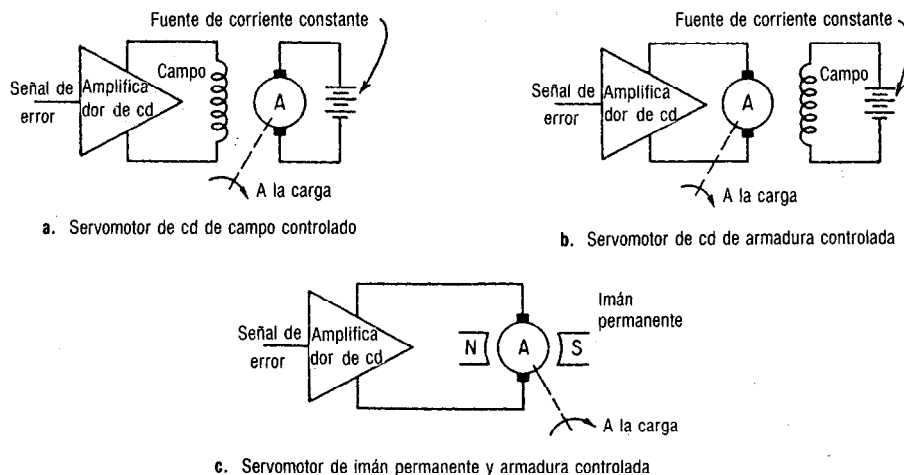
1. Que el par de salida del motor sea aproximadamente proporcional a su voltaje de control aplicado (desarrollado por el amplificador en respuesta a una señal de error).
2. Que la dirección del par esté determinada por la polaridad instantánea del voltaje de control.

Se usan cuatro tipos de servomotores de cd y a continuación se describirán. Son 1) el motor derivación de campo controlado, 2) el motor derivación de armadura controlada, 3) el motor serie y 4) el motor derivación de imán permanente o de excitación de campo fijo.

#### 11-3.1 Servomotor de cd de campo controlado

Este motor y este tipo de control, como se muestra en la figura 11-2a, son de hecho los mismos que se describieron en detalle en la sección 4-7 y que aparecen en la figura 4-6. Adviértase que el par que produce este motor es cero cuando el amplificador de error de cd no le suministra excitación de campo. Como la corriente de armadura *siempre*

<sup>3</sup> Véase M. L. Vautrey, "L'emploi des pompes électromagnétiques", en *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, junio de 1960, pág. 399; y M. B. Schwab, "Différents types de pompes électromagnétiques", *ibid.*, pág. 404.



**Figura 11-2** Servomotores cd con excitación separada.

es constante, el par varía directamente de acuerdo con el flujo del campo y también de acuerdo con la corriente de campo hasta la saturación ( $T = k\phi I_a$ ). Si se invierte la polaridad del campo, se invierte la dirección del motor. El control de la corriente del campo mediante este método se usa sólo en servomotores muy pequeños, debido a que 1) no es deseable suministrar una corriente de armadura grande y fija como la que se necesitaría para los servomotores grandes de cd, y 2) su respuesta dinámica es más lenta que la del motor de armadura controlada, debido a la mayor constante de tiempo del circuito altamente inductivo de campo.

### 11-3.2 Servomotor de cd de armadura controlada

Este servomotor emplea una excitación de campo de cd fija que suministra una fuente de corriente constante, como se muestra en la figura 11-2b. Como se dijo, este tipo de control posee determinadas ventajas dinámicas que no tiene el método de control de campo. Un cambio súbito, grande o pequeño, en el voltaje de armadura ocasionado por una señal de error provocará una respuesta casi instantánea en el par debido a que el circuito de armadura es esencialmente resistivo en comparación con el circuito de campo, altamente inductivo.

El campo de este motor se trabaja en forma normal bastante más allá del punto máximo de la curva de saturación, para mantener el par menos sensible a pequeños cambios en el voltaje de la fuente de corriente constante. Además, un alto flujo en el campo aumenta la sensibilidad del motor al par ( $T = k\phi I_a$ ) para el mismo cambio pequeño en la corriente de armadura. Los motores de cd hasta de 1000 hp se impulsan de este modo mediante control de voltaje de armadura. Si la señal de error y la polaridad del voltaje de armadura se invierten, el motor invierte su dirección.

### 11-3.3 Servomotor de cd de imán permanente de armadura controlada

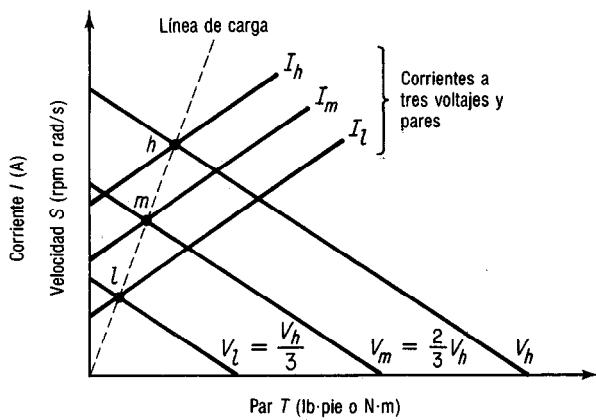
Este tipo de servomotor, mucho muy difundido, emplea imanes permanentes (ya sea de Alnico o de cerámica) para tener excitación constante del campo, en oposición a una fuente constante de corriente de campo, como se muestra en la figura 11-2c. Se fabrica en general para 6 V y 28 V en tamaños fraccionarios y en 150 V para caballajes integrales hasta de 2 hp. La estructura del campo para este tipo de motor consiste en general de aleación Alnico VI, vaciada o colada en forma de anillo circular que rodea por completo la armadura y da un flujo fuerte y constante. Los motores de imán permanente están bien compensados mediante devanados de conmutación para evitar la desmagnetización de los imanes del campo siempre que se invierte súbitamente el voltaje de cd de armadura. En estos motores, las corrientes parásitas y los efectos de histéresis, en general, son desdéniables y las zapatas polares son por lo común, laminadas, para reducir el arqueo en las escobillas siempre que se tiene un cambio rápido del voltaje de la señal. Estos dispositivos también se controlan mediante la regulación del voltaje de armadura de igual manera que el motor derivación de armadura controlada.

El servomotor de imán permanente de cd se usa en dos modos de funcionamiento: 1) de control de posición y 2) de control de velocidad. Los que se usan para control de posición a veces se llaman "motores de par" debido a que desarrollan pares extremadamente altos en reposo o a bajas velocidades. A la inversa, a altas velocidades, ya que el par varía inversamente con la velocidad [ecuaciones (4-15) y (4-16)], el par desarrollado es extremadamente pequeño. El par que se desarrolla también es función del voltaje aplicado a la armadura.

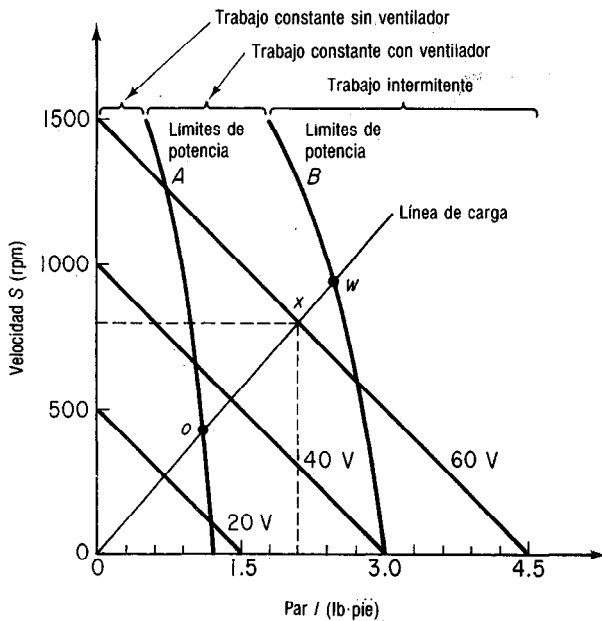
La figura 11-3a muestra las curvas características de par (inverso)-velocidad para tres voltajes (bajo, medio y alto). Obsérvese que las curvas son muy lineales y que el par varía en forma inversa con la velocidad. También se muestra en la figura 11-3a la familia de corrientes que se toman del suministro de cd a voltajes aplicados bajos, medios y altos. La línea de carga que se produce en las intersecciones de las curvas par-velocidad con las curvas corriente-par es una indicación de la velocidad del par y la corriente que se producen a voltajes bajos (*l*), medianos (*m*) y altos (*h*).

Cuando los servomotores de cd de imán permanente se usan en control de velocidad, trabajan en forma continua para mantener determinada velocidad predeterminada o deseada. Puesto que  $P = kTS$  [ecuación (4-15)], siempre que sean relativamente pequeños las velocidades y los pares, la potencia que se desarrolla y la que se disipa son pequeñas. La figura 11-3b muestra las curvas par-velocidad para tres voltajes (bajo, medio y alto), así como las zonas de funcionamiento seguro del motor.

Estos servomotores son, por lo general, totalmente cerrados y tienen grandes tamaños de armazón para permitir una disipación adecuada del calor. Dependiendo de la velocidad por controlar y de las necesidades de par de la carga que se impulsa, un motor también puede necesitar de un ventilador interconstruido (límites *B* de potencia) para mejorar la disipación del calor y enfriar la armadura. La figura 11-3b muestra además los límites de potencia para 1) funcionamiento seguro en trabajo continuo sin enfriamiento de aire, cuando las necesidades de par son bastante bajas y la velocidad puede ser bastante alta; 2) la zona de trabajo intermitente, para la cual las necesidades de par son de moderadas a altas y 3) el funcionamiento seguro con tra-



a. Relaciones par-velocidad y par-corriente a tres voltajes de armadura distintos



b. Relaciones par-velocidad y rangos de potencia para funcionamiento seguro, continuo e intermitente

**Figura 11-3** Curvas características de un servomotor de cd y datos para el ejemplo 11-1.

bajo continuo con ventilador de aire de enfriamiento. Se muestran dos líneas de límites de potencia (*A* y *B* respectivamente) y representan al producto par-velocidad basado en la potencia, hp, nominal del motor, sin y con las ventajas de enfriamiento por aire. La línea de carga representa la carga fija que debe acelerar el motor.

Como se muestra en la figura 11-3b, el punto *o* representa la velocidad y el par máximo que puede desarrollar el motor sin enfriamiento por aire y para funcionamiento continuo sin sobrecalentarse. El punto *w* representa la velocidad y el par máximo que puede desarrollar con ventilador de enfriamiento y en trabajo continuo. El ejemplo 11-1 muestra la utilidad de los datos de la característica.

**EJEMPLO 11-1**

Dadas las relaciones par-velocidad de la figura 11-3b, para un servomotor de cd, calcular:

- La velocidad del motor y el voltaje de armadura a los cuales el par de carga es 2.1 lb·pie en el punto *x*.
- El par de arranque del motor, empleando el voltaje que se calculó en la parte (a).
- La potencia entregada a la carga bajo las condiciones de la parte (a), en hp y en watts.
- La velocidad y par máximo de la carga para servicio continuo sin ventilador de enfriamiento.
- La velocidad y par máximo de carga para servicio continuo con ventilador de enfriamiento.
- La potencia que se entrega a la carga en la parte (d).
- La potencia que se entrega a la carga en la parte (f).
- El límite superior de rangos de potencia *A* y *B*, respectivamente, como valores aproximados.

**Solución**

- Extrapolando el punto *x* de la línea de carga,

$$S = 800 \text{ rpm.}$$

- El voltaje de la línea de carga es 60 V. En reposo, 60 V dan 4.5 lb·pie de par de arranque

$$c. P = \frac{TS}{5252} = \frac{4.5 \times 800}{5252} = 0.685 \text{ hp} = 511 \text{ W}$$

- En el punto *o*:

$$T \approx 1.1 \text{ lb·pie} \quad y \quad S \approx 410 \text{ rpm}$$

- En el punto *w*:

$$T = 2.4 \text{ lb·pie} \quad y \quad S = 900 \text{ rpm}$$

$$f. P = \frac{TS}{5252} = \frac{1.1 \times 410}{5252} = 0.0859 \text{ hp} \\ = 64.1 \text{ W} \quad (4-15a)$$

$$g. P = \frac{TS}{5252} = \frac{2.4 \times 900}{5252} = 0.411 \text{ hp} = 307 \text{ W}$$

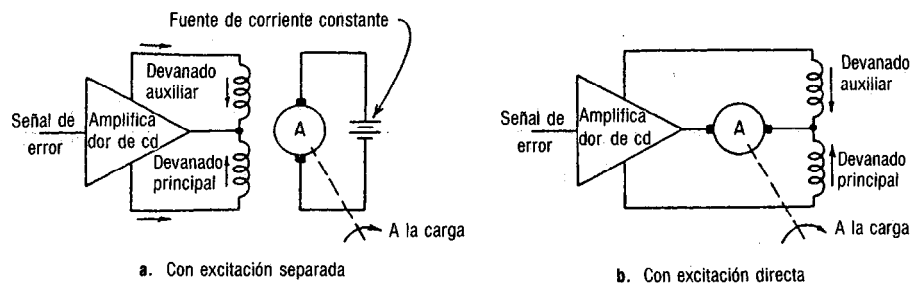
$$h. A \approx 65 \text{ W} \quad y \quad B \approx 305 \text{ W}$$

**11-3.4 Servomotores serie de cd de campo dividido**

Los motores pequeños de potencia fraccionaria, de cd y campo dividido, se pueden hacer trabajar como motores con excitación separada y de campo controlado, como se muestra en la figura 11-4a. Un devanado se llama devanado principal y al otro se le llama devanado auxiliar, aunque ambos son generalmente iguales en fuerza magnetomotriz y están devanados alrededor de los polos de campo en tal dirección que producen inversión de rotación entre sí. Como se muestra en la figura 11-4a, los motores se pueden excitar por separado y se puede abastecer a la armadura con una fuente de corriente constante.

Las ventajas del método de campo dividido, para controlar el campo, son 1) que la respuesta dinámica de la armadura se mejora, porque los campos siempre están excitados —no hay demora debida a constante de tiempo inductiva— y 2) que se obtiene un grado más exacto de control debido a que la dirección de rotación responde más a diferencias extremadamente pequeñas de corriente entre los devanados principal y auxiliar.

Los motores serie mayores se hacen funcionar empleando la configuración que se muestra en la figura 11-4b, porque es difícil obtener una excitación separada de armadura empleando grandes corrientes constantes. En esta configuración, la corriente de armadura del motor serie de campo dividido es la suma de las corrientes por los devanados auxiliar y principal. Pero cuando estas corrientes del campo en serie son



**Figura 11-4** Servomotores de cd, tipo campo dividido serie.

iguales y opuestas no se produce par. Un pequeño aumento o disminución de la corriente en el devanado auxiliar producirá un par instantáneo en la *dirección que le corresponda*. El servomotor serie produce un alto par de arranque y una rápida respuesta a pequeñas señales de error. La regulación de velocidad es mala en el caso de este motor, pero esta desventaja, en general, no es importante en un servosistema, porque la carga es usualmente fija. El empleo de dos devanados en oposición reduce algo la eficiencia del motor, aunque con los motores pequeños lo anterior no es gran problema.

En general, los motores de cd "derivación" o "shunt" y los serie tienen mayor inercia en su rotor que los motores de ca, para determinada potencia en hp, debido a los devanados más toscos de sus armaduras. La resistencia adicional que resulta por la fricción de las escobillas hace que disminuya el empleo de motores de cd en servosistemas extremadamente pequeños y de instrumentos sensibles.

Las armaduras pequeñas también están en diagonal para reducir el fenómeno llamado "amarre de ranuras" a bajas velocidades. También la conmutación es problema con los servomotores de cd, aunque ayudan mucho los interpolos y devanados de compensación. Sin embargo, a grandes altitudes, debido a la falta de oxígeno, la capa de óxido se puede raspar de las delgas, ocasionando fallas de conmutación. Se han desarrollado servomotores pequeños herméticamente sellados para superar este problema en particular.

Se presentan peores problemas de conmutación debido al hecho de que los motores trabajan la mayor parte del tiempo desde posiciones de reposo o casi de reposo (nulas) y pasan altas corrientes a las delgas o segmentos del conmutador, produciendo mucho arqueado y picadura del conmutador. Además, el arqueado en cualquier motor de conmutador produce radiación y radiointerferencia. Finalmente, las escobillas necesitan mantenimiento periódico.

Por todas las razones que se han dado en los párrafos anteriores, la mayor parte de los motores más pequeños que se usan en los servomecanismos son del tipo de motor de inducción de ca bifásico o de polo sombreado (sección 10-9, figuras 10-8 y 10-9), del tipo de cd sin escobillas (sección 11-4), o bien del tipo de motor de pasos (sección 11-5).

## 11-4 MOTOR DE CD SIN ESCOBILLAS

La designación de "motor de cd sin escobillas" no se puede usar para describir un tipo específico de motor. Con el paso del tiempo, han entrado a esta categoría varios diseños distintos. Estos diseños diferentes se pueden clasificar en tres tipos generales:

- Motores de conmutación electrónica (sin escobillas) de cd
- Motores cd/ca inversores (sin escobillas) que trabajan con suministro de cd
- Motores de cd de rotación limitada (sin escobillas)

Cada una de las tres categorías comprende motores de diseños y técnicas distintas. El estado del desarrollo es tan fluido y dinámico que no predomina un diseño en particular en cada categoría. Esta sección no describirá cada uno de los tipos disponibles. En lugar de ello, pone al lector en contacto con los tipos de empleo más común en los sistemas espaciales y complicados de control.

Los motores de cd sin escobillas, si bien son en general más costosos para la misma capacidad de hp, poseen determinadas ventajas en comparación con los que tienen conmutador y escobillas:

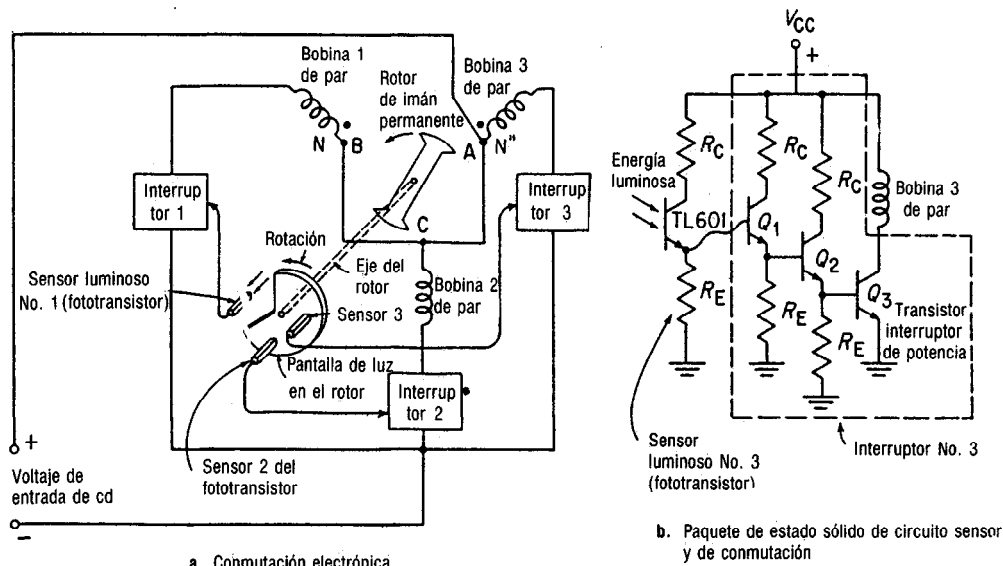
1. Necesitan poco o ningún mantenimiento.
2. Tienen una vida de trabajo mucho mayor.
3. No tienen arqueos y con ello se elimina el peligro de explosión o la posibilidad de radiación de radiofrecuencia.
4. No producen partículas ni gases de escobilla o conmutador, ni subproductos de su funcionamiento.
5. Son capaces de trabajar sumergidos en fluidos y en gases combustibles y hasta se les puede sellar en forma hermética.
6. En general, son más eficientes que los servomotores del tipo con escobillas, o que los motores convencionales de cd.
7. Dan una respuesta más rápida (menor constante de tiempo servo) y una curva característica bastante constante de par de salida contra corriente de entrada, la cual se presta a aplicaciones como servomotores.

Las desventajas de los diversos tipos de motores de cd sin escobillas son las siguientes:

1. Tienen un tamaño total mayor debido al espacio adicional para los circuitos electrónicos asociados, aunque los motores mismos sin escobillas son en general más pequeños que los convencionales de cd de la misma potencia.
2. Su costo inicial es mayor, pero los costos de mantenimiento son menores.
3. El "surtido" de tamaños es limitado, y las aplicaciones particulares requieren pedidos "especiales".

### 11-4.1 Motor de cd de conmutación electrónica (sin escobillas)

Todos los motores de cd sin escobillas que pertenecen a esta clase tienen un estator devanado y un rotor de imán permanente, como se muestra en la figura 11-5a. Se tiene



**Figura 11-5** Conmutación electrónica para el motor de cd sin escobillas.

un *sensor-transductor de posición del rotor* asegurado al eje del rotor, que sirve como entrada al sistema de conmutación de estado sólido, el cual elimina la necesidad de conmutador y escobillas.

En la figura 11-5a se muestra el motor con conmutación electrónica que incorpora tres interruptores (transistores) de estado sólido en serie con los tres devanados del estator, que equivale a un motor de escobillas que tiene conmutador de tres segmentos. Diversos diseños comerciales emplean de 6 a 12 y hasta 100 o más devanados de estator e interruptores de transistores de estado sólido o de rectificador controlado de silicio.

Asegurada al eje del motor se encuentra una *pantalla de luz* en forma de leva que "sensa" o "siente" la posición del rotor y activa el interruptor de transistor desde su estado de corte hasta la saturación, y con ello excita al devanado de par que se necesita en el estator. La técnica que se muestra en la figura 11-5a es de detección fotoeléctrica, que se usa con frecuencia. Los motores de conmutación electrónica comerciales pueden emplear otras técnicas de detección, como transductores magnéticos, de efecto Hall, sensores electrostáticos y bobinas de inducción electromagnética. La función del transductor o sensor es dar la señal que activa determinado interruptor de transistor desde su estado de corte al de saturación. Con ello, el transistor cierra el circuito a su bobina de par en el estator. El motor que se muestra en la figura 11-5a trabaja como sigue:

1. El fototransistor 1 activa al transistor interruptor 1 en la posición A que se indica. Los fototransistores 2 y 3 no se activan porque la fuente de luz, que no se muestra, está bloqueada por la pantalla de luz.
2. El transistor interruptor 1 energiza a la bobina 1, que está devanada en dirección tal que produce un polo de signo contrario al del imán permanente del rotor. El rotor es atraído de la posición A a la posición B.



3. En la posición B, el fototransistor 1 y su bobina 1 correspondiente se desactivan y se activa el transistor 2. Este a su vez, energiza la bobina 2, la cual, a su vez, atrae el rotor de la posición B a la posición C.
4. La acción del sensor y del interruptor es para energizar en forma secuencial cada uno de los devanados productores de par en el estator y con ello tener un giro continuo del eje del rotor en la misma dirección, en este caso, en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

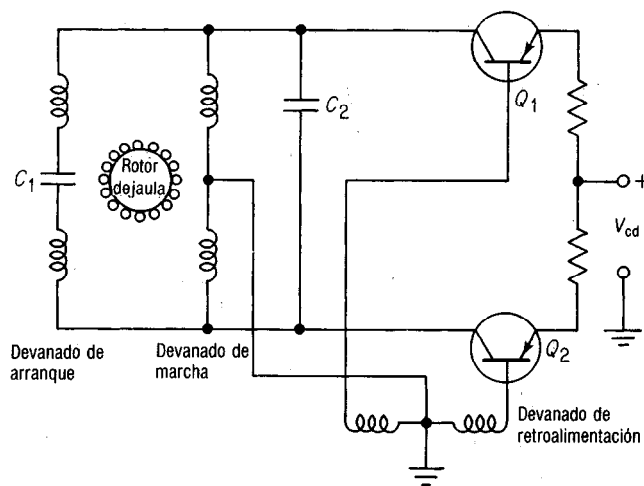
En sus aplicaciones comerciales, los circuitos de detección con fototransistores y de conmutación con transistores emplean etapas de amplificación de corriente ( $Q_1$  y  $Q_2$ ) con un transistor de potencia ( $Q_3$ ) que es el interruptor de salida en serie con cada una de las respectivas bobinas de par del estator, como se muestra en la figura 11-5b. Los resistores de polarización de colectores y emisores se seleccionan para polarizar al fototransistor (TL601) y a los transistores hasta saturación completa cuando están conduciendo y al corte en ausencia de señal positiva en la base de cada transistor npn. Puesto que los transistores sólo conducen durante una pequeña fracción de una revolución, las pérdidas de potencia en este amplificador son mucho menores que cuando se trabajan en forma continua en su región activa. En muchos diseños comerciales, el paquete de amplificador y conmutador electrónico de transistores está ubicado a distancia y externamente con respecto al motor sin escobillas.

#### 11-4.2 Motor de cd tipo inversor cd/ca (sin escobillas)

Varios motores de cd sin escobillas hacen uso de un servomotor de ca (véase sección 11-6) junto con un *inversor* electrónico para trabajar con una fuente de cd. El paquete electrónico de inversión puede estar separado o incorporado dentro de la caja del motor de ca (tipo integral). En general, los inversores son entradas de 12 V o de 24 a 28 V cd, que dan salidas de 50, 60 o 400 Hz a motores de inducción de capacitor, de polos sombreados estándar, o de taza de freno (sección 11-6), o motores síncronos monofásicos tipo de histéresis (sección 8-28). Los circuitos inversores, en general, incorporan técnicas para variar la frecuencia y/o el voltaje de salida a fin de dar una diversidad de velocidades de salida. Algunos paquetes electrónicos incluyen opciones tanto para *entrada de ca* como de cd, con lo cual se tiene un paquete universal controlado por velocidad, con frecuencias de entrada desde la cd hasta 400 Hz, con varios voltajes de entrada.

La figura 11-6 muestra un motor típico sin escobillas de cd con inversor de cd/ca. El motor de la figura es del tipo de capacitor permanente con rotor de jaula de ardilla. Los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$ , junto con el devanado de retroalimentación, constituyen un inversor de transistores de interrupción. Las salidas de los colectores se alimentan a los devanados de arranque y marcha del motor de capacitor. El capacitor  $C_1$  da el desplazamiento de fase necesario para el arranque y la marcha del motor. El capacitor  $C_2$  mantiene constante la frecuencia del motor y reduce los picos de voltaje que puedan llegar a éste.

Si bien los paquetes para los tipos inversores no son tan eficientes como los de conmutación electrónica, tienen las ventajas de la velocidad constante y baja inercia en los tamaños menores, típicas de las características del motor de inducción de ca de taza de freno (véase sección 11-6).



**Figura 11-6** Motor de cd sin escobillas tipo inversor cd/ca.

### 11-4.3 Motores de cd de rotación limitada (sin escobillas)

Las dos clases anteriores de motores de cd sin escobillas están hechas para trabajo de rotación continua. Sin embargo, los motores de rotación limitada sólo dan par de salida en un máximo de 180 grados (más o menos 90° en dirección de las manecillas del reloj, o la opuesta). No se requiere conmutación en esos motores debido a que no se necesita inversión del sentido de corriente para producir rotación continua.

Los motores de rotación limitada tienen un rotor de imán permanente y un estator devanado. Cuando el suministro de cd energiza al estator, el rotor de imán permanente hace palanca en determinado sentido, dependiendo de la polaridad del suministro, dando un par bastante constante durante 90° de rotación en una de las direcciones.

Estos motores encuentran sus aplicaciones como motores de par para soportes universales giroscópicos en elementos estables de plataformas espaciales, en motores para plumillas de registradoras gráficas, como fuentes de par de control de ajuste de posición en servomecanismos y como servomotores de instrumentos de cd (por ejemplo, indicadores tacométricos de cd).

Algunos motores sin escobillas de rotación limitada tienen la apariencia de motores homopolares, porque contienen discos en forma de rosquillas sin armazón y sin conmutadores que sirvan como productores de par. Se debe notar que, aunque el motor homopolar (secciones 11-1 y 11-2) no necesita conmutador, *no se puede* considerar como motor "sin escobillas" porque se necesitan las escobillas en cada extremo del disco del rotor.

## 11-5 MOTORES DE PASOS DE CD

En todos los tipos de motores de pasos se produce la rotación por *conmutación de devanados* conectados en forma adecuada en cierta *secuencia predeterminada* para producir *pasos* separados de giro que son esencialmente de *magnitud uniforme*. Los tres tipos más usados de motores de pasos son los siguientes:

De *imán permanente*, a veces llamados “de rotor activo”

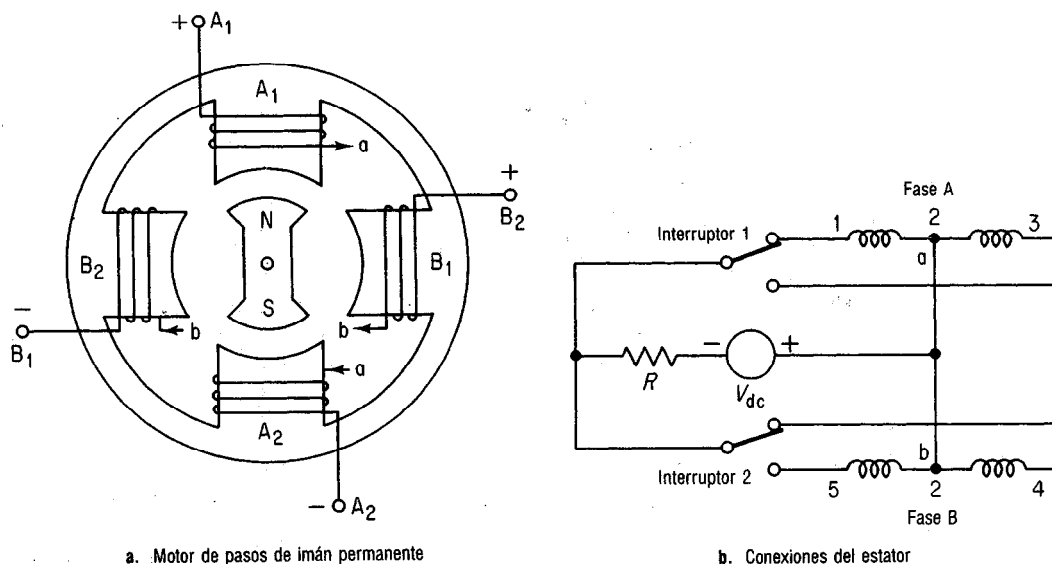
De *reluctancia variable*, que también se conocen como “de rotor reactivo”

*Híbridos*, que son una combinación de los anteriores.

## 11-5.1 Motor de pasos de imán permanente

El rotor de un motor de imán permanente tiene número par de polos fabricado en aleación de acero de alta retentividad (Alnico) que produce un imán permanente de varios polos. Los devanados del estator son semejantes a los de un motor de inducción o síncrono convencional de dos, tres o más fases, y se sacan terminales de todos los devanados para excitación de cd. Tanto el rotor como el estator pueden emplear polos salientes o no salientes. Los motores de pasos que tienen ángulos pequeños son, en general, del tipo de polos no salientes.

La figura 11-7a muestra un motor típico de pasos de imán permanente. Estando energizadas sólo  $A_1 - A_2$  del estator, para la polaridad que se muestra, el rotor de



Paso de conmutación	Interrupción 1	Interrupción 2	Angulo de rotación
1	1	4	90°
2	3	4	180°
3	3	5	270°
4	1	5	360° (0°)
1	1	4	90°

c. Secuencia de conmutación para funcionamiento de motor de imán permanente como motor de pasos

**Figura 11-7** Construcción, conexiones del estator y secuencia de conmutación de un motor de pasos bifásico de imán permanente, de dos polos.

imán permanente está "amarrado" en la posición que se indica también. Si se desenergiza la bobina A del estator y se energizan  $B_1 - B_2$ , la polaridad que aparece en B produce un sur (S) en  $B_1$  y un norte (N) en  $B_2$ , haciendo que gire  $90^\circ$  el rotor en respuesta al par de *excitación* que produce el devando B. El par de excitación es máximo cuando el ángulo entre el rotor y el devanado del estator es  $90^\circ$ .

Si se invierte la corriente en los devanados A y B en forma consecutiva, se tiene a su vez, una rotación continua del rotor de imán permanente en el sentido de las manecillas del reloj. En lugar de invertir los voltajes de suministro que alimentan cada fase, un dispositivo de conmutación simplificado que emplea dos interruptores de estado sólido (transistores o tiristores) logra las inversiones de corriente de cada fase de los devanados bifásicos, como se indica en la figura 11-7b.

La figura 11-7c muestra la secuencia de conmutación del motor de cuatro pasos. Adviértase que para un motor de pasos de dos polos y dos fases, el producto de polo por fase es 4. Si se divide a éste entre  $360^\circ$ , se obtiene el ángulo de paso de  $90^\circ$ . Se puede demostrar que la *longitud de paso* o el *ángulo de paso* para cualquier motor de pasos de imán, permanente o de reluctancia variable, para cada cambio de excitación, es

$$\alpha = \frac{360^\circ}{nP} \quad \text{grados} \quad (11-1)$$

siendo  $n$  el número de fases o grupo fase y

$P$  el número de polos o dientes del rotor

#### EJEMPLO 11-2

Calcular el ángulo de paso para

- Un motor de pasos de 3 pilas y rotor de 16 dientes
- Un motor de pasos de 3 fases y rotor de imán permanente de 24 polos.

#### Solución

$$\text{a. } \alpha = \frac{360^\circ}{nP} = \frac{360^\circ}{3 \times 16} = 7.5^\circ/\text{paso}$$

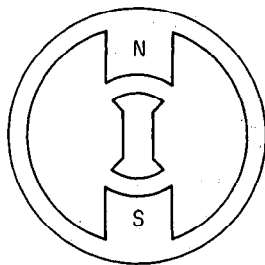
$$\text{b. } \alpha = \frac{360^\circ}{nP} = \frac{360^\circ}{3 \times 24} = 5^\circ/\text{paso}$$

Puesto que el número de dientes o polos de un rotor de diámetro dado es limitado, podría parecer que la solución para tener menores longitudes de paso sería aumentar el número de fases. Pero, como se muestra en la figura 11-7b, si se aumenta el número de fases (o pilas), se obtiene un aumento correspondiente del número de circuitos del control de estado sólido. Puesto que si se aumenta el número de fases no se obtienen ventajas particulares en el funcionamiento, se encuentran sólo raramente los motores de pasos con más de tres fases o pilas.

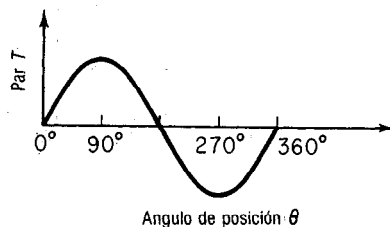
Finalmente, si se desea invertir el giro de un motor de pasos, se pueden invertir los pasos de conmutación que aparecen en la figura 11-7c, leyendo de arriba abajo, llevando a cabo la secuencia de pasos 4-3-2-1 (o sea, leyendo de abajo hacia arriba).

### 11-5.2 Motor de pasos de reluctancia variable

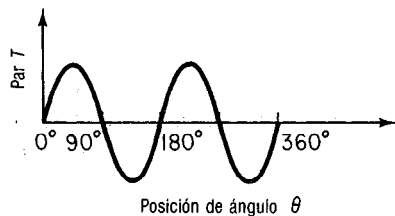
La diferencia fundamental entre los motores de pasos de reluctancia variable y de imán permanente es que el de reluctancia variable emplea aleación de hierro dulce o suave, o de baja retentividad, y que el par del rotor se desarrolla como resultado de un



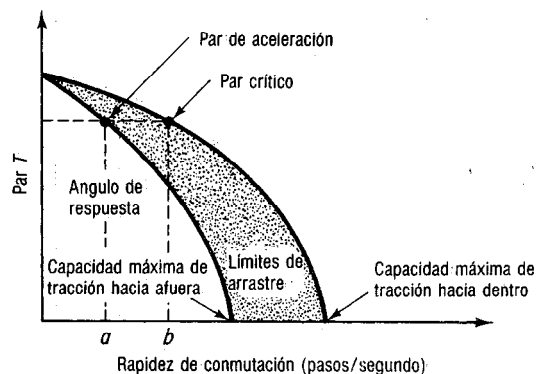
a. Motor monofásico de dos polos, de imán permanente o de reluctancia variable



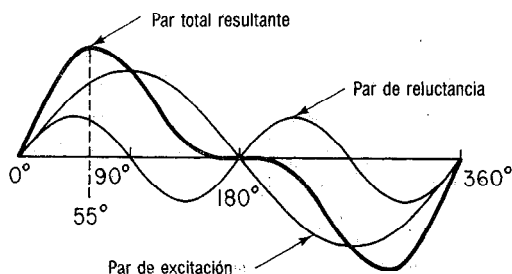
b. Variación del par de excitación con el ángulo de posición del rotor, para rotor de imán permanente



c. Variación del par de reluctancia con el ángulo de posición del rotor



d. Par de aceleración y crítico en función de la velocidad de conmutación



e. Variación del par con la posición del rotor de un motor de pasos híbrido

**Figura 11-8** Características de par del motor de pasos.

*par de reluctancia.* Esto es, el rotor se mueve hacia aquella posición en la cual *se reduce al mínimo la reluctancia* y el flujo de entrehierro aumenta al máximo (sección 1-2.2). La **figura 11-8a** muestra un motor de reluctancia variable o de imán permanente de dos polos y monofásico. Cuando se energiza el estator, el rotor tirará hacia una posición nula en respuesta al par de excitación en el caso de un rotor de imán permanente, o al par de reluctancia, en el caso de un rotor de reluctancia variable y hierro suave.

La figura 11-8b muestra la variación del *par de excitación* con la posición del rotor para un rotor de imán permanente. Obsérvese que se desarrolla el par máximo

cuando el rotor se desplaza con respecto al campo ya sea  $90^\circ$  o  $270^\circ$  y que se desarrolla par cero cuando el rotor está alineado, o es paralelo, con respecto al campo del estator.

La figura 11-8c muestra la variación correspondiente del par de reluctancia con la posición del rotor de reluctancia variable o hierro suave. Estando el rotor ya sea a  $0^\circ$  o  $90^\circ$ , no se desarrolla par. El par máximo se desarrolla a  $45^\circ$  o a  $135^\circ$ , posición a la cual impulsa el par de reluctancia al rotor para llegar al punto nulo o de reluctancia mínima.

Si se comparan las figuras 11-8b y 11-8c se ve que el par de reluctancia varía de acuerdo con el seno del doble del ángulo de posición del par de excitación, como se hizo notar antes en la sección 8-17.2.

Si el motor de pasos es de imán permanente o del tipo de reluctancia variable, las curvas características de par-velocidad varían en forma inversa, de modo semejante a las de los motores de inducción. La velocidad de estos motores se incrementa al aumentar la velocidad de conmutación, medida por el número de pasos por segundo. La figura 11-8d muestra que, cuando la rapidez de conmutación es relativamente pequeña, el par de aceleración (que se desarrolla en respuesta a un cambio de la rapidez de pasos en el motor con carga) y el par crítico (que es el par real en el eje del motor cuando el motor cargado alcanza su nueva velocidad de pasos) son ambos relativamente grandes. A medida que aumenta la rapidez de pasos, disminuyen el par de aceleración y el par crítico.<sup>4</sup>

La curva del par de aceleración de la figura 11-8d representa los límites superiores de respuesta, o de arranque. Los límites de arrastre, que se muestran en lo sombreado de la figura, comprenden a la zona de inestabilidad originada por la inercia del motor y la carga, que ocasiona un sobretiro y/u oscilación al final de cada paso. Los límites de arrastre se estrechan a medida que disminuye la rapidez de conmutación y a medida que se desarrolla más par en el rotor de pasos. El par que se desarrolla es prácticamente cero en las velocidades máximas de aceleración y críticas o de falla, lo cual también se muestra en la figura 11-8d. Dado que el par de reluctancia es, por lo general, menor que el de excitación, los pares del motor de pasos de reluctancia variable son, en forma correspondiente, menores que los del motor de pasos de imán permanente.

### 11-5.3 Motor híbrido de pasos

Como se podría anticipar, el motor híbrido de pasos es una combinación de los tipos de imán permanente y de reluctancia variable. En forma típica, la mayor parte de los estatores híbridos tienen ocho polos y cada polo tiene entre dos y cuatro dientes. Se devanan dos fases sobre los ocho polos, es decir, hay cuatro polos por fase. El rotor tiene siempre un imán permanente junto con una estructura polar de hierro suave con un número par de dientes, 18 en forma típica. A diferencia de los motores de pasos de imán permanente o de reluctancia variable, el ángulo o longitud de paso es independiente del número de fases y sólo es función del número de dientes en el rotor,  $P$ . Para cada cambio de excitación del rotor, la longitud de paso, o ángulo de paso, es

<sup>4</sup> La figura 11-8d se adaptó de E. H. Wernick, *Electric Motor Handbook*, (Londres: McGraw-Hill Book Co., Ltd, 1978), figura 18-35, pág. 566.

$$\alpha = \frac{90^\circ}{P}$$

grados

(11-2)

### EJEMPLO 11-3

Un motor de pasos híbrido tiene 50 dientes en el rotor de reluctancia variable. Calcular la longitud de paso en grados.

### Solución

$$\alpha = \frac{90^\circ}{P} = \frac{90^\circ}{50} = 1.8^\circ$$

En vista de que los motores híbridos desarrollan tanto par de excitación (que varía de acuerdo con el seno del ángulo de desplazamiento) como par de reluctancia (que varía de acuerdo con el doble del seno del ángulo de desplazamiento), el par resultante que se desarrolla es mayor que el de cualquiera de los dos tipos, de reluctancia variable o de imán permanente, como se ve en la figura 11-8e, y también alcanza un máximo a unos  $55^\circ$  o  $305^\circ$ .

## 11-5.4 Comparación de diversos tipos de motores de pasos

La ventaja principal de los motores híbridos es su pequeño ángulo de paso (véase ejemplo 11-3). Esto es importante siempre que se necesite una alta resolución angular. Como se ve en la figura 11-8e, el par que producen los motores híbridos es mayor que cualquier de los tipos de reluctancia variable o de imán permanente, para determinado volumen del motor. En consecuencia, cuando se necesita un alto par y pequeña longitud de paso, y cuando es limitado el espacio, se usa el motor *híbrido* de pasos.

Se seleccionan los motores de pasos de reluctancia variable para dos aplicaciones principales:

1. El motor de pasos de reluctancia variable se usa siempre que se debe mover una carga una gran distancia y se requiere de varias revoluciones del motor. Como es mayor la longitud de paso, se necesitan menos pasos, y en forma correspondiente, menos cambios de excitación para alcanzar la distancia establecida. Esto hace que se necesite menos tiempo para producir el cambio exigido.
2. La inercia del motor de reluctancia variable es menor, debido a que no soporta un imán permanente. Esta baja inercia permite que el motor de reluctancia variable acelere en forma más rápida a la carga, y reduce la posibilidad de sobretirarse o de oscilaciones al final de un paso.

Los motores de pasos de imán permanente presentan la mayor inercia y la mayor velocidad de giro porque, en general, giran a mayores ángulos de paso. Debido a su mayor velocidad propia, es menor el par para una potencia determinada. Por lo tanto, la producción de motores de pasos de imán permanente se limita, la mayoría de las veces, a las potencias menores.

## 11-5.5 Aplicaciones del motor de pasos

Estos motores se emplean con frecuencia como dispositivos de salida de sistemas de control basados en microprocesadores, tales como impulsores de papel en impresoras y graficadores X—Y. Por ejemplo, una pluma de graficador impulsada a lo largo de los ejes X y Y por sendos motores de pasos está controlada por un microprocesador cuyas

señales controladas por fases hacen trabajar a los circuitos de impulsión que producen corrientes de fase para cada motor. Los motores de pasos también se emplean en servosistemas de circuito cerrado, sustituyendo a los servomotores convencionales de cd con servomecanismos accionados con cd, para ubicar máquinas herramienta y válvulas. Además, dado que las señales que alimentan a un motor de pasos consisten en un tren de pulsos digitales (de ceros y unos), a determinada rapidez de repetición, el motor de pasos también puede servir como convertidor digital a analógico.

## 11-6 SERVOMOTORES DE CA

Junto con los motores de pasos pequeños de cd, la mayor parte de los servomotores más pequeños de ca son del tipo de motor bifásico de inducción de polo sombreado. La figura 11-9a muestra el diagrama esquemático del *servomotor bifásico*. Este motor es un motor bifásico verdadero, con dos devanados de estator desplazados  $90^\circ$  en el espacio. El devanado de referencia es constante y por lo general se excita mediante un capacitor por el suministro fijo de ca. Si no hay señal de error, el rotor de jaula de ardilla está en reposo. Una pequeña señal de error de determinada polaridad instantánea con respecto al devanado de referencia se amplifica y se envía o alimenta al devanado de control. Se produce la rotación del motor en una dirección tal que se reduce la señal de error y el motor cesa de girar cuando se produce una señal nula en el devanado de control.

El *servomotor de polos sombreados*, que se muestra en el diagrama esquemático de la figura 11-9b, emplea un relevador sensible a la fase, para accionar aquellos contactos que producen un cortocircuito del devanado del polo sombreado, para desarrollar rotación en la dirección deseada. Como con todos los devanados de polos sombreados, se conecta un devanado monofásico de campo de ca con el suministro de ca. En presencia de una señal de error suficiente para accionar el relevador, se pone en cortocircuito un par de devanados de polo sombreado; con ello, el servomotor gira hasta que se produce el cero, en el cual se sale el relevador, y se detiene el motor. Una señal de error de polaridad opuesta accionará el relevador sensible a la fase poniendo en cortocircuito otro par de devanados, originando la rotación del servomotor en dirección inversa (sección 10-9).

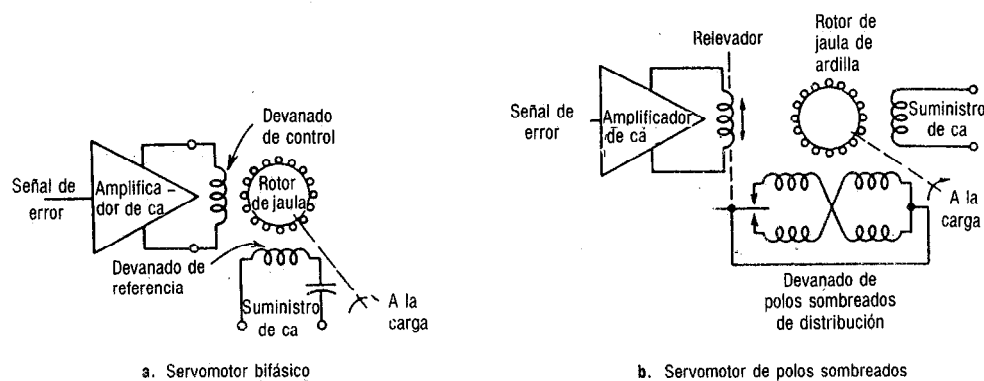


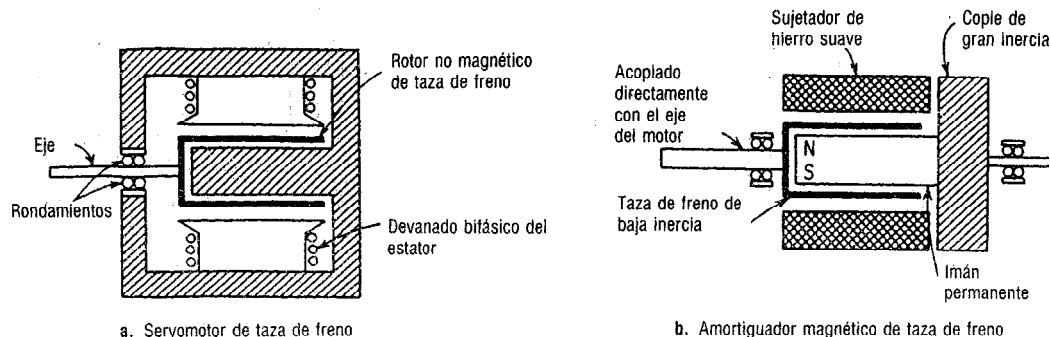
Figura 11-9 Servomotores de ca.



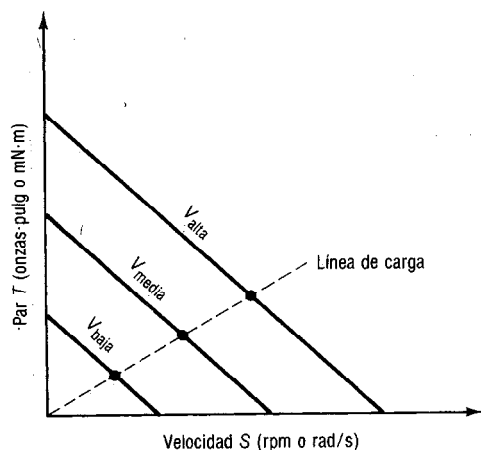
Es bastante evidente que el diseño del motor bifásico de la figura 11-9a es el mejor de los dos tipos, porque es capaz de responder a señales pequeñas de error. Un servomotor de polos sombreados sólo responderá cuando la señal amplificada de error sea de la magnitud suficiente para hacer que trabaje el relevador. La respuesta del servomotor bifásico a señales de control muy pequeñas se mejora todavía más si se reduce el peso y la inercia del motor, en un diseño que se conoce como servomotor de "taza de freno", o "copa de freno". En la figura 11-10a se muestran estos servomotores de ca de bajo par, que se prestan muy bien para los servosistemas de instrumentación de ca. Como todo el hierro del circuito magnético es estacionario, el rotor consiste sólo de una caja cilíndrica delgada de cobre o latón, y su eje se sujeta con un rodamiento único. Debido a su baja inercia, el motor de taza de freno es capaz, por lo tanto, de ponerse en marcha hasta cuando se aplican señales extremadamente pequeñas a su devanado de control.

El principio de la taza de freno se usa también para *amortiguar* o desacelerar los servomotores de cd o ca para que puedan detenerse en forma instantánea cuando la señal de error es nula; de este modo reducen el penduleo o el sobretiro exagerado siempre que se tenga una señal de error. Como se ve en la figura 11-10b, se acopla al motor una taza de freno de bajo peso y baja inercia. Esta taza rodea a un imán permanente y, a su vez, está rodeada por sujetadores de hierro suave para preservar la retentividad del imán permanente. Cualquier cambio en la velocidad, es decir, arranque, paro o reversa, produce una acción de amortiguación. Las ventajas de este método de amortiguamiento son su larga vida y resistencia al desgaste.

Las características par-velocidad del servomotor bifásico se muestran en la figura 11-11. Tanto el par como la velocidad son funciones de la magnitud de la señal amplificada de voltaje de error que se aplica al devanado de control. Los voltajes mayores de señal de error producen pares correspondientes mayores. Cuando se reduce en forma gradual el error, se reduce en forma correspondiente el voltaje de error para determinada carga, produciéndose una reducción tanto en velocidad como en par a medida que el motor se acerca a su posición nula. Adviértase la semejanza entre las características del servomotor de ca con las que se mostraron para el de cd en la figura 11-3b.



**Figura 11-10** Servomotor de ca de taza de freno y amortiguamiento magnético.



**Figura 11-11** Curvas características par-velocidad del servomotor de ca.

Puesto que el devanado de referencia en la figura 11-9a se energiza en forma continua, los voltajes mayores de señal de error pueden abrir la posibilidad de hacer que el motor pase a monofásico, aun cuando el voltaje de la señal de error tienda a reducirse a lo largo de la línea de carga que aparece en la figura 11-11. Para evitar esto, los rotores de los servomotores de ca están diseñados con longitudes relativamente grandes en aleaciones de alta resistencia, para aumentar así la resistencia del rotor y el deslizamiento, y reducir con rapidez la velocidad. Los rotores de alta resistencia tienden también a dar el par máximo a deslizamiento unidad, o sea al arranque, cuando se presenta una señal de error.

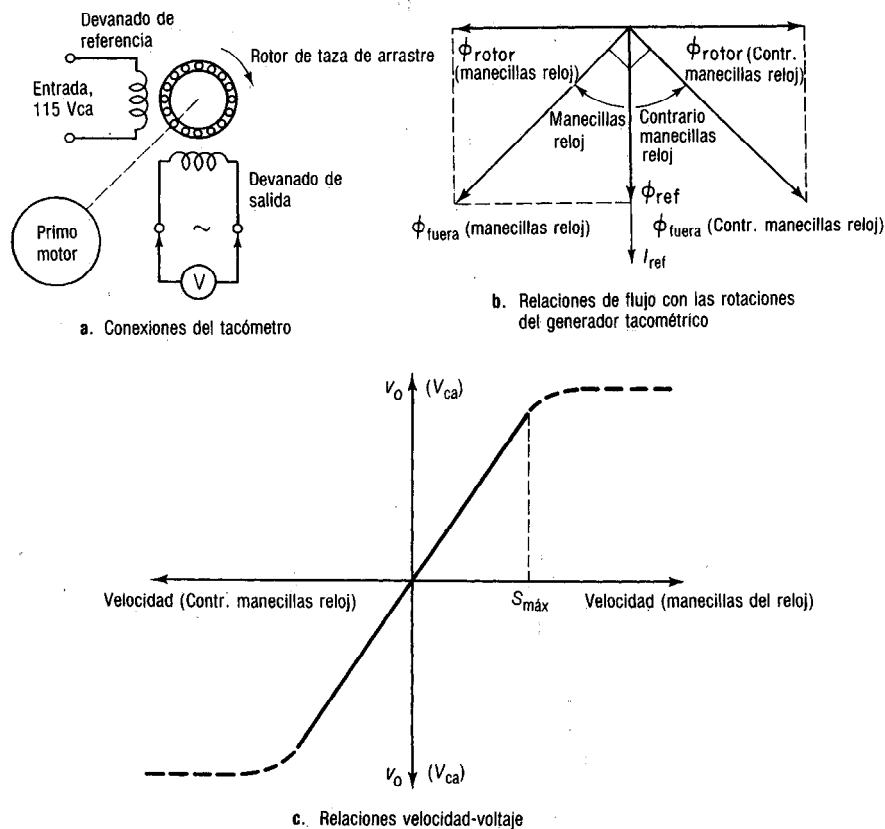
La fase de las señales de error que se aplican al devanado de referencia en la figura 11-9a determina la dirección de rotación, para que se produzca un nulo, o cero, y se reduzca a cero la señal de error. En consecuencia, el servomotor bifásico es sensible tanto a la fase como al voltaje.

## 11-7 GENERADORES TACOMETRICOS DE CA

El servomotor bifásico de taza de freno que aparece en la figura 11-10a puede servir como tacómetro de ca si se le impulsa como *generador de inducción* (sección 9-22). A diferencia del generador polifásico de inducción, al que se le debe impulsar a velocidades mayores que la síncrona para que se produzca acción de generador, el generador de taza de freno producirá un voltaje de salida de ca desde aproximadamente velocidad cero hasta su máximo voltaje a velocidad lineal máximo.

Como se muestra en la figura 11-12a, se impulsa al motor convencional de taza de freno mediante una máquina. El devanado de referencia, que usualmente tiene capacidad de 115 V ca, 60 Hz, produce el flujo necesario de referencia,  $\phi_{ref}$ . El devanado de salida en cuadratura se conecta con un voltímetro de ca convencional, calibrado directamente en rpm.

El principio de funcionamiento se muestra en la figura 11-12b. Ya que el devanado de referencia es muy inductivo, su corriente está en retraso en comparación con el voltaje aplicado, unos  $90^\circ$  aproximadamente, y se produce el flujo de referencia.



**Figura 11-12** Generador tacométrico de ca, de taza de freno.

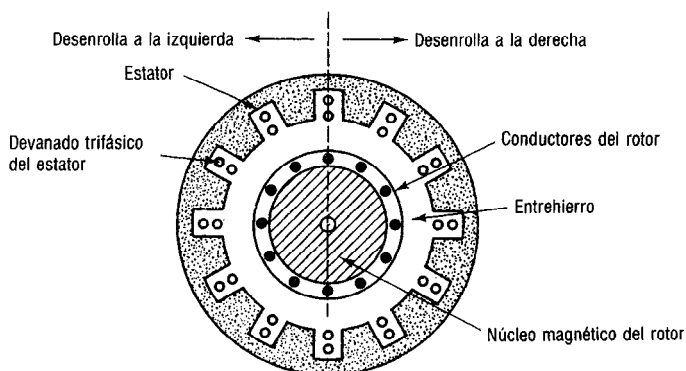
Cuando se hace girar al rotor de taza de freno en el sentido de las manecillas del reloj, se inducen corrientes parásitas en el rotor que producen flujo en ese sentido. La suma fasorial del flujo de referencia y del flujo en el rotor, en el sentido de las manecillas del reloj, produce un flujo resultante,  $\phi_{salida}$  en el sentido de las manecillas del reloj, el cual genera un voltaje inducido de ca en el devanado de salida, en cuadratura. Como el devanado de salida está en ángulo recto con el de referencia, no existe acoplamiento entre ellos y no se induce voltaje desde el devanado de referencia hasta el de salida. La figura 11-12b muestra que para rotación en el sentido de las manecillas del reloj, el flujo resultante está desplazado en esa dirección. La rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj provoca un desplazamiento del flujo resultante en su misma dirección.

La magnitud del flujo en el rotor es función de su velocidad. A velocidades extremadamente altas, la densidad de corrientes parásitas en el rotor es tan alta que se produce un efecto de saturación. En la figura 11-12c se muestran las relaciones lineales de velocidad-voltaje, para rotaciones en uno u otro sentido. Ya que se emplea un voltímetro de ca, la inversión instantánea de polaridades tiene pocos efectos. Sin embargo, la velocidad máxima en la escala del voltímetro calibrado es ligeramente menor que el límite superior del intervalo de funcionamiento lineal en cualquier dirección, para asegurar su exactitud.

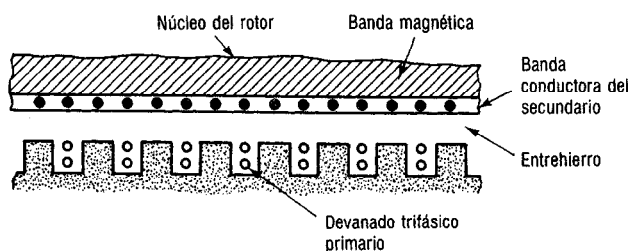
Como veremos a continuación, la diferencia fundamental entre un motor convencional de inducción, que produce movimiento giratorio, y un motor lineal de inducción, que produce movimiento lineal, es *la diferencia entre sus entrehierros respectivos*. El motor rotatorio de inducción tiene un entrehierro *cerrado*. El motor lineal de inducción tiene un entrehierro *abierto* con un *extremo de entrada* y un *extremo de salida*.<sup>5</sup>

La figura 11-13a muestra el corte transversal de un motor convencional de inducción y de jaula de ardilla. Los conductores primarios están embebidos en el núcleo del estator y los conductores secundarios del rotor, en el núcleo de éste. El entrehierro está cerrado sobre sí mismo. Si imaginamos que se desenrolla el motor de inducción convencional de jaula de ardilla a la izquierda y derecha como se muestra en la figura 11-13a, tendremos el motor lineal de inducción, que se muestra en la figura 11-3b.

En efecto, el núcleo magnético del rotor se puede considerar ahora como *banda magnética* y los conductores secundarios del rotor se pueden considerar como *banda conductora*. Los conductores primarios embebidos en un lecho magnético y ranurado



a. Sección transversal de un motor comercial de inducción de rotor de jaula de ardilla convencional



b. Motor convencional de inducción de rotor de jaula desenrollado para obtener un motor lineal de inducción

**Figura 11-13** Desenrollado de un motor convencional de inducción de jaula de ardilla para producir un motor lineal de inducción.

<sup>5</sup> A veces se citan otras diferencias características, como el mayor entrehierro y una lámina conductora secundaria para los motores lineales de inducción. Hay motores de taza de freno con entrehierros grandes y motores de inducción con rotor de rejilla que tienen hojas secundarias conductoras. Por lo tanto, la diferencia principal reside en la naturaleza del entrehierro con extremos abiertos, peculiar de los motores lineales de inducción.

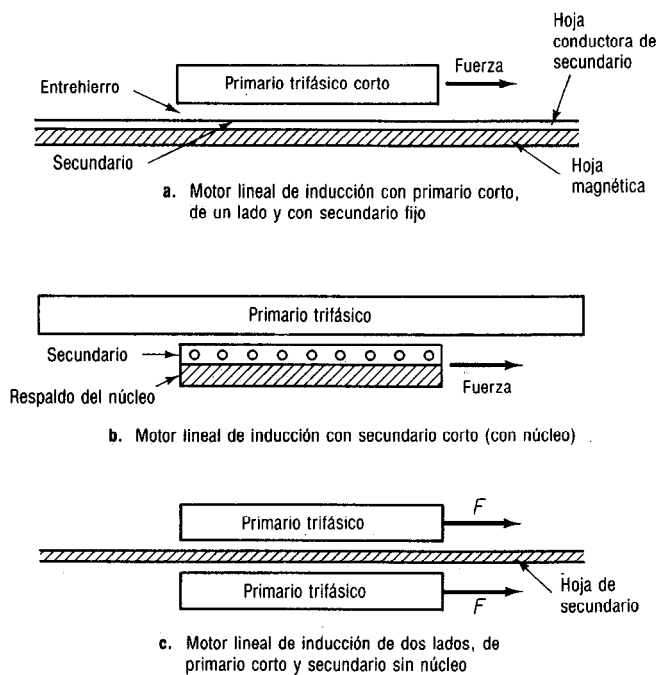
alineado continuarán produciendo un flujo móvil, llano, como resultado de sus corrientes polifásicas.

El principio del motor lineal de inducción es el mismo que descubrió Michael Faraday (que se presentó en la sección 9-4, y se mostró en la figura 9-3). Si suponemos que el devanado primario en la figura 11-13b es estacionario y produce un *flujo llano* en forma continua de izquierda a derecha, la banda secundaria, conductora y magnética también se moverá de izquierda a derecha, pero no a la misma velocidad del flujo. Teóricamente debe haber cierto deslizamiento para que se desarrolle fuerza en el secundario.

La figura 11-14a muestra una forma común de motor lineal de inducción con un primario corto y una lámina de secundario y conductiva relativamente larga. En este motor de inducción de primario corto y un solo lado lineal, el secundario es estacionario y el primario es capaz de moverse. En este modo, se usa el motor de inducción lineal de un lado para distancias grandes de funcionamiento porque sería demasiado caro construir un devanado primario en toda la longitud. Como el secundario es estacionario y fijo, las corrientes secundarias inducidas producen flujo que reacciona contra el flujo primario para impulsar al primario a lo largo de la banda conductiva. Este diseño se usa en forma típica en grúas, en donde se dispone de corriente trifásica en la cabina de la grúa y el secundario es una viga I de acero.

La figura 11-14b muestra el motor lineal de inducción de secundario corto y un lado en el que los conductores del secundario están embebidos en un núcleo plano y ranurado. Este tipo de motor lineal de inducción es adecuado para distancias limitadas, pero desarrolla fuerzas de empuje relativamente altas.

La figura 11-14c muestra el motor de inducción lineal de primario de dos lados (lado doble), con un secundario sin núcleo. La construcción con doble primario da un



**Figura 11-14** Motores de inducción lineales, planos y trifásicos.

circuito magnético más definido. En esencia es el diseño que se usa en los ferrocarriles con motor lineal de inducción. La hoja del secundario que se muestra en la figura 11-14c puede ser de material magnético o no magnético.

En todos los casos, ya sea el primario estacionario o móvil, se puede demostrar que la velocidad del *extremo lineal* del flujo llano que produce el primario es<sup>6</sup>

$$v_e = \frac{\omega \tau_e}{\pi} = v_s \frac{\tau_e}{\tau} = 2f\tau_e \quad \text{metros/segundo (m/s)} \quad (11-3)$$

en donde  $\omega$  es la velocidad angular en rad/s (es decir,  $2\pi f$ )

$v_e$  es la velocidad de la onda de efecto extremo en m/s

$v_s$  es la velocidad lineal síncrona en m/s

$f$  es la frecuencia en Hz, o  $s^{-1}$

$\tau_e$  es el paso polar (media longitud de onda), o sea la distancia entre los polos adyacentes, en m, de las ondas de *efecto extremo*

$\tau$  es el paso polar de la onda de velocidad síncrona

Despejando la ecuación (11-3) para la velocidad lineal síncrona se obtiene la siguiente relación sencilla:

$$v_s = 2f\tau \quad \text{metros/segundo (m/s)} \quad (11-4)$$

para la cual ya se definieron todos sus términos.

La ecuación (11-3) muestra la sencilla relación entre la velocidad extrema y la síncrona como ni más ni menos que la relación del paso del extremo final al paso polar síncrono, que es la media longitud de onda o paso polar del devanado primario. La ecuación (11-4) da la velocidad síncrona del devanado primario como función de la frecuencia y distancia entre dos polos adyacentes.

<b>EJEMPLO 11-4</b>	<b>Solución</b>
El paso polar de un motor de inducción lineal con primario de doble lado es 10 cm, y la frecuencia que se aplica al primario es 60 Hz. Calcular la velocidad síncrona en metros/segundo.	$v_s = 2f\tau$ $= 2 \times 60 \times 0.1$ $= 12 \text{ m/s}$

Teóricamente, la velocidad síncrona del motor lineal de inducción de doble lado que se calcula en el ejemplo 11-4 es algo mayor que la velocidad que se imparte a la hoja del secundario (sin embargo, hay excepciones; véase figura 11-15). Por lo tanto, podemos inferir que si  $s$  es el deslizamiento, la *velocidad real* del motor lineal de inducción de doble lado,  $v$ , es

$$v = v_s(1 - s) \quad \text{metros/segundo} \quad (11-5)$$

<sup>6</sup> Véase S. Yamamura, *Theory of Linear Induction Motors*, 2a. edición, New York: John Wiley, 1979), pág. 22.

para la cual se han definido ya todos sus términos.<sup>7</sup>

#### EJEMPLO 11-5

Si la hoja del secundario en el ejemplo 11-4 se mueve a una velocidad lineal igual a 10 m/s, calcular el deslizamiento del motor de inducción lineal de doble lado.

#### Solución

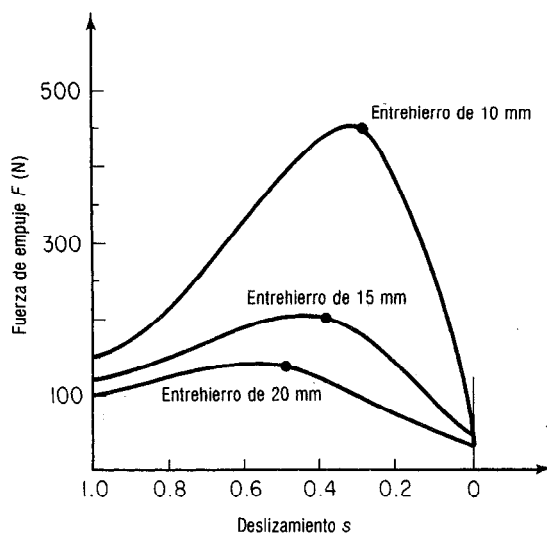
De la ecuación (11-5),

$$s = \frac{v_s - v}{v_s} = \frac{12 - 10}{12} = 0.1\bar{6}$$

La figura 11-15 muestra las curvas de empuje contra deslizamiento para tres entrehierros distintos en newtons. El motor que se usa para estos datos es uno lineal de inducción de doble lado, baja velocidad, con una frecuencia de 50 Hz, un secundario de cuatro polos de aluminio de 5 mm de espesor, densidad de corriente de 500 A/cm, y que tiene una velocidad síncrona igual a 9 m/s. La figura 11-15 muestra que a medida que aumenta el espesor del entrehierro, disminuye el empuje y aumenta un poco el deslizamiento al cual se presenta el empuje máximo. También muestran las curvas un empuje pequeño a deslizamiento cero debido a la onda de efecto de entrada por los extremos.<sup>8</sup> Esta diferencia entre motores de inducción de jaula de ardilla y de inducción lineales se debe esencialmente a las diferencias de sus entrehierros, como se hizo notar antes.

### 11-9 OTROS MOTORES LINEALES DE PROPULSION

Llegados a este punto, surge la pregunta: "Si el motor lineal de inducción es el homólogo del motor rotatorio de inducción, ¿es posible diseñar otros tipos de motores linea-



**Figura 11-15** Empuje en función de deslizamiento para diversos entrehierros.

<sup>7</sup> Adviértase que esta relación es precisamente análoga a la ecuación (9-1a) para el motor de inducción de jaula de ardilla, como debería ser, ya que la única diferencia entre los motores de inducción de jaula y los de inducción lineales es la naturaleza de los entrehierros respectivos.

<sup>8</sup> S. Yamamura, *ibid.*, p. 95.

les empleando los principios de otros motores?" Como principio guía, se puede decir que, *para cada máquina rotatoria, hay una máquina lineal correspondiente*. Debido a limitaciones de espacio, esta sección sólo describe unas pocas de las posibilidades viables.

### 11-9.1 Motor homopolar de cd tipo escobilla lineal

El motor homopolar de cd del tipo de escobilla lineal es el equivalente lineal del motor y bomba magnetohidrodinámicos que se exhibieron al principio en la figura 11-1b, y se muestra en la figura 11-16. Una corriente de campo estacionario y constante de cd produce un flujo magnético  $\phi$  en la dirección que se indica, hacia abajo. Se aplica una corriente directa a las escobillas en ángulos rectos al flujo del campo, y se produce movimiento (fuerza) ortogonal tanto al flujo como a la corriente. También se muestra en la figura 11-16 la *regla de fuerza ortogonal de Lorentz*, mediante una regla de dedos para establecer la dirección de la fuerza ortogonal. Si se dan la densidad de corriente en la banda y la densidad de flujo, se puede cuantificar la densidad de fuerza en newtons/metro cuadrado ( $\text{N/m}^2$ ).<sup>9</sup>

### 11-9.2 Motor de cd lineal sin escobillas

El equivalente lineal del motor rotatorio sin escobillas (véase sección 11-4) se muestra en la figura 11-17. La armadura consiste de grupos de bobinas estacionarias, desplazadas, que reciben su excitación a través de un sistema de control con tiristor, que produce pulsos de cd en las bobinas alternadas en el instante adecuado dependiendo de la posición del campo móvil. El campo magnético puede ser un imán permanente o se

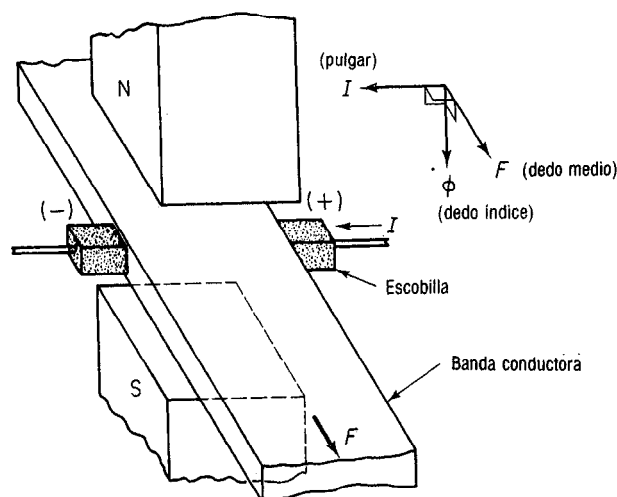
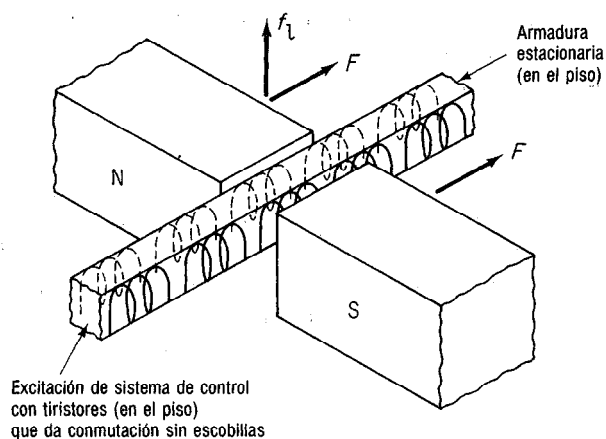


Figura 11-16 Motor homopolar lineal de cd de tipo de escobillas.

<sup>9</sup> La fuerza de Lorentz es igual a  $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$ , en donde  $\vec{J} = (\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B}) \sigma$ . En estas expresiones,  $J$  es la densidad de corriente ( $\text{A/m}^2$ );  $B$  es la densidad de flujo magnético en teslas (T);  $E$  es la intensidad de campo eléctrico ( $\text{V/m}$ );  $U$  es el vector velocidad ( $\text{m/s}$ ) y  $\sigma$  es la conductividad eléctrica de la banda en movimiento, en siemens/metros ( $\text{S/m}$ ).





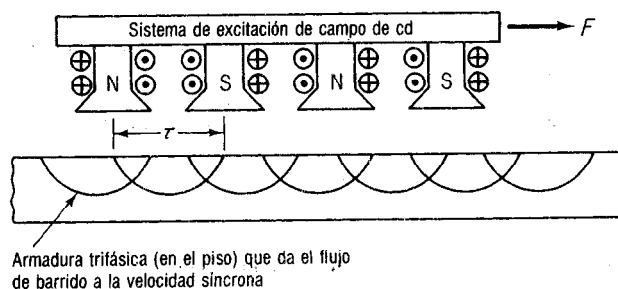
**Figura 11-17** Motor lineal de cd sin escobillas.

puede excitar a partir de un suministro de cd a un electroimán en la estructura de campo del vehículo lineal. Es interesante notar que la configuración de la figura 11-17 no sólo imparte fuerza de propulsión ( $F$ ) a la estructura del campo, sino que también produce una fuerza de levitación ( $f_l$ ) (véase sección 11-10) en forma simultánea y en ángulo recto (normal) con la fuerza de propulsión. Como en el caso del motor tipo escobilla lineal, la fuerza es función directa de la magnitud de la corriente de armadura, la cual determina la velocidad del vehículo.

### 11-9.3 Motor síncrono lineal de polos salientes (LSM)

El motor síncrono lineal es bastante semejante al motor de cd sin escobillas que se describió en la sección 11-9.2, con la excepción de que la armadura de cd se sustituye con un devanado trifásico excitado desde una fuente trifásica. El motor síncrono lineal se muestra en la **figura 11-18**. Los devanados de campo de polos salientes se excitan con una fuente de cd en el vehículo en movimiento. Se produce un flujo lineal de barrido en el estator estacionario, que es semejante en su diseño y construcción al de un motor lineal de inducción (véase sección 11-8). Dado que el flujo del estator se mueve a la velocidad síncrona, los polos salientes están trabados en sincronismo con él, haciendo que el vehículo se mueva también a la velocidad síncrona.

Debido a su alta velocidad, que esencialmente es función de la frecuencia, el motor lineal síncrono se usa en transportación terrestre de alta velocidad como motor de



**Figura 11-18** Motor lineal síncrono de polos salientes.

propulsión. En años recientes, se ha concentrado la experimentación en el desarrollo de devanados superconductores de campo en los polos salientes.

#### 11-9.4 Motor homopolar síncrono lineal (LSHM)

Este motor pertenece a los lineales síncronos. Recibe excitación tanto de cd como polifásica de ca en un núcleo fijo y común en forma de U, como se muestra en las figuras 11-19a y b. El núcleo secundario móvil no contiene devanados. Sus polos se producen mediante la barra de distribución de cd, como se ve en la figura 11-19a. Ya que todos los polos salientes en el núcleo secundario son de la misma polaridad (norte), el paso polar del secundario es el doble del que produce el devanado primario trifásico, como se muestra en la figura 11-19b.

Como todos los motores síncronos rotatorios, el síncrono y el homopolar síncrono se deben llevar a la velocidad síncrona antes de aplicar la corriente directa a los polos de campo. Una vez que éstos están energizados, las características operacionales del motor síncrono y del homopolar síncrono son idénticas.

#### 11-9.5 Motor lineal de reluctancia (LRM)

A diferencia de su homólogo rotatorio, el motor lineal de reluctancia no tiene devanado de campo. El devanado primario ubicado en la estructura en movimiento, como se

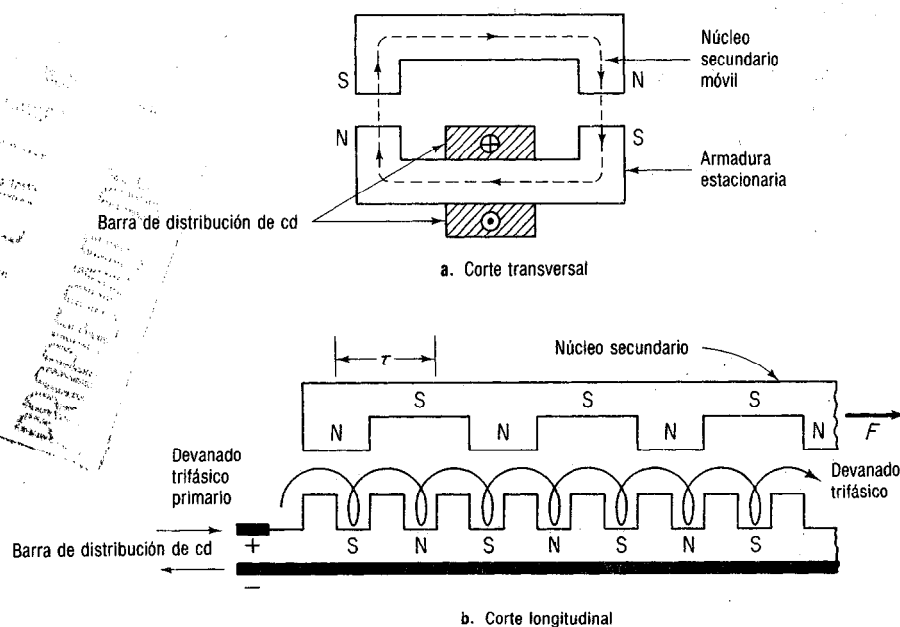
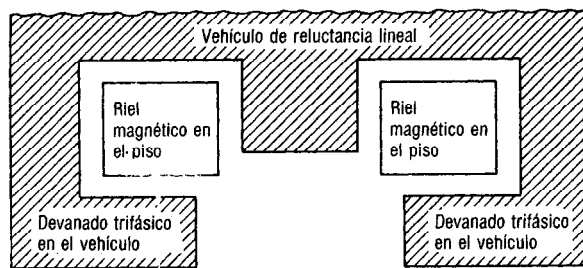
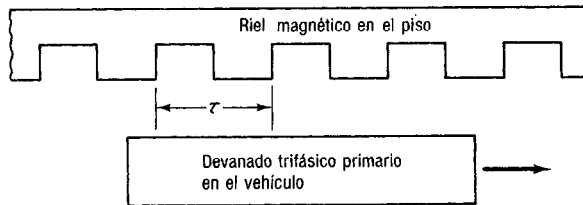


Figura 11-19 Motor homopolar lineal síncrono.



a. Corte transversal



b. Corte longitudinal

**Figura 11-20** Motor lineal de reluctancia.

ve en la **figura 11-20**, puede ser polifásico o monofásico. Los rieles magnéticos fijos y con muescas dan la prominencia necesaria de polos para producir el par de reluctancia requerido, como resultado del flujo de barrido que produce el devanado primario que está en el vehículo móvil. Como en el caso de su homólogo rotatorio, el motor lineal de reluctancia tiene par de reluctancia, tanto de arranque como de marcha, que es pequeño en comparación con los lineales de inductancia y los lineales síncronos.

## 11-9.6 Comparación de los diversos motores lineales

La **tabla 11-1** muestra una comparación cuantitativa y cualitativa de los motores que se han descrito en la sección anterior y en la presente.

## 11-10 DISPOSITIVOS DE LEVITACION MAGNETICA

Siempre que un cuerpo se levanta del suelo y se sostiene en el espacio *contra la fuerza de gravedad* se dice que *levita*. Los astronautas en un medio "sin peso" están en levitación, al igual que los diversos tipos de cohetes que expulsan una corriente de gases, líquidos o partículas sólidas hacia abajo para dar un empuje hacia arriba. En esta sección nos limitaremos sólo a fuerzas magnéticas y electromagnéticas que producen la levitación.

### 11-10.1 Repulsión magnetostática

Si se fija un imán permanente al piso y otro se coloca directamente sobre él de modo que las polaridades iguales se opongan, la fuerza de repulsión entre los polos iguales

**Tabla 11-1 Comparación de diversos motores lineales<sup>10</sup>**

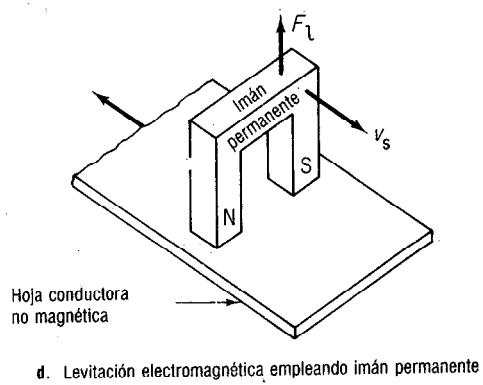
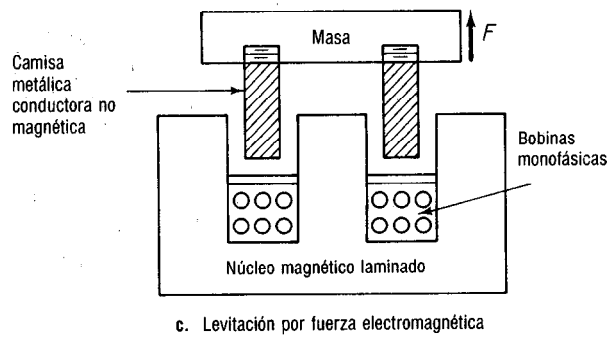
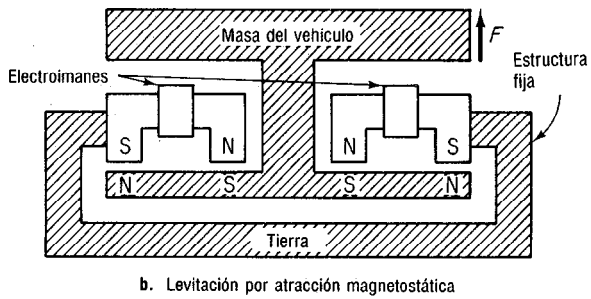
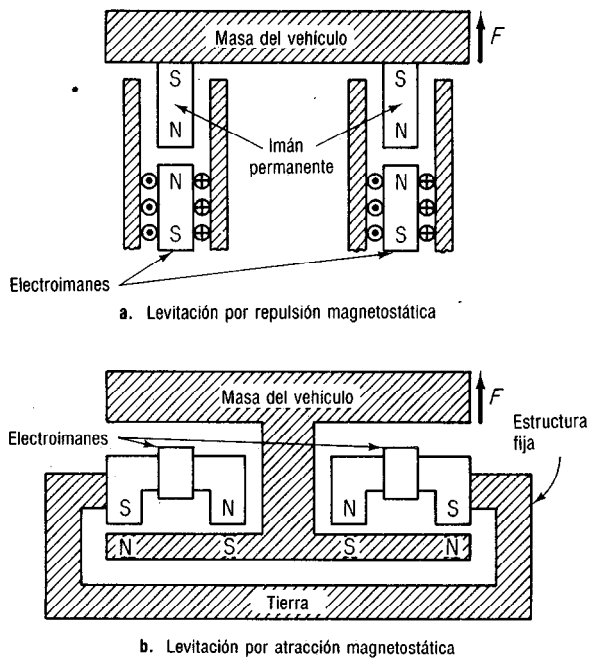
Tipo de motor lineal	Empuje/Area (lb/pulg <sup>2</sup> )	Eficiencia (relativa)	Potencia/ Peso (relativa)	Confiabilidad (relativa)	Controlabilidad (relativa)
Motor lineal de inducción de dos lados (DSLIM)	6.8	Media	Media	Alta	Buena
Motor lineal de inducción de un lado (SLIM)	3.4	Media	Media	Alta	Buena
Motor homopolar lineal de cd	0.15	Baja	Alta	Baja	Buena
Motor lineal de cd sin escobillas	1.65	Alta	Baja	Alta	Complicada
Motor lineal síncrono (LSM) (campo excitado o imán permanente)	5.5	Media	Media	Media	Buena
Motor lineal homopolar síncrono (LSHM)	2.4	Alta	Alta	Media	Buena
Motor lineal (síncrono) de reluctancia	2.5	Media	Media	Alta	Buena

produce levitación. La *repulsión magnetostática* necesita ya sea de dos imanes permanentes de igual polaridad o bien un imán permanente y un electroimán. La **figura 11-21a** muestra dos electroimanes fijos que repelen a otros dos imanes permanentes atornillados a una masa. La masa levita siempre que los electroimanes se energicen y que la fuerza hacia abajo debida a la gravedad se equilibre por la fuerza magnetostática ascendente de repulsión. El principio que aparece en la figura 11-21a se emplea en sistemas de suspensión automotriz y en los amortiguadores. La magnitud de la fuerza de repulsión se puede controlar variando la corriente de excitación de los electroimanes para mantener una altura deseada de levitación, medida y controlada por un transductor de desplazamiento lineal en un servosistema de circuito cerrado.

## 11-10.2 Atracción magnetostática

La *atracción magnetostática* entre polos opuestos de dos imanes permanentes o de uno permanente y un electroimán también puede producir levitación contra la fuerza de gravedad. La figura 11-21b muestra una masa a la cual se ha pegado o atornillado un imán permanente en forma de "lavadora magnética". La orilla externa de la lavadora

<sup>10</sup> Adaptada de las tablas 2.3 y 2.4, Boldea y Nasar, *Linear Motion Electromagnetic Systems* (New York: John Wiley & Sons, 1985), págs. 46-47.



**Figura 11-21** Sistemas de levitación magnético y electromagnético.

es un polo norte. Cuando los electroimanes se energizan por primera vez, los imanes pueden producir contacto debido a las grandes fuerzas levantadoras que se necesitan para elevar la masa. Sin embargo, si se controla la corriente de excitación mediante un transductor de desplazamiento lineal en un ciclo de retroalimentación, se produce el grado de levitación que se desea, para que la masa permanezca suspendida en el espacio. Nuevamente, la fuerza de gravedad está compensada por la fuerza magnetostática de atracción para sostener la levitación.

### 11-10.3 Repulsión electromagnética

Se puede usar el principio del solenoide para producir levitación, como se muestra en la figura 11-21c. Se atornilla una *camisa metálica no magnética* a una masa. El devanado monofásico en un núcleo laminado induce corrientes secundarias en la camisa que, por la ley de Lenz, producen un flujo de repulsión para mantener la levitación en el espacio. Nuevamente, la corriente de excitación primaria se puede controlar mediante un transductor en un sistema de retroalimentación para mantener la altura deseada de levitación.

Puesto que las corrientes secundarias son capaces de producir flujo magnético, también se puede aplicar el principio de levitación a un imán permanente que se mueve con respecto a una *lámina conductora no magnética*. La figura 11-21d muestra una fuerza que se aplica a un imán permanente que se mueve en dirección paralela a una hoja fija conductora no magnética. Mientras más sea la velocidad del imán, mayores son las corrientes parásitas en la hoja. Arriba de cierta velocidad crítica, el campo de repulsión que producen las corrientes parásitas es suficiente para producir la levitación del imán. Los imanes superconductores producen campos más intensos y su peso es menor que los imanes permanentes convencionales de aleación, y por lo tanto se produce levitación a menores velocidades.

Los principios que aparecen en las figuras 11-21a a d se usan en conjunto con motores lineales de inducción y síncronos para dar levitación electromagnética en transporte terrestre de alta velocidad (HSGT), o en vehículos de transporte superficial de alta velocidad (HSST).

## 11-11 VEHICULOS DE LEVITACION MAGNETICA (MAGLEV)

Tanto los motores lineales de inducción como los lineales síncronos tienden a producir fuerzas *normales* (en ángulo recto) de levitación, *en cuadratura* con sus fuerzas de empuje. Desafortunadamente, esos motores no producen velocidades suficientemente altas para desarrollar fuerza de levitación ( $f_l$ ) suficiente para levantar sus vehículos. Como sus fuerzas normales son mucho menores que las de empuje, los vehículos equipados con motores lineales de inducción o síncronos emplean en general dispositivos *auxiliares* de atracción o repulsión electromagnética, empleando los principios de levitación que se muestran en la figura 11-21.

Los *maglevs*, o vehículos de levitación magnética (*Magnetic Levitation Vehicles*), o los llamados "trenes voladores" son hoy objeto de extensa experimenta-

ción en Japón, Alemania, Francia, y Estados Unidos. Son posibles, teóricamente, velocidades de 480 km/h (300 mi/h), y la levitación se presenta entre 32 y 95 km/h. Los vehículos de levitación magnética tienen determinadas y notables ventajas con respecto a las locomotoras convencionales eléctricas, diesel o de vapor, en el sentido de que son rápidos, silenciosos y sin fricción. En estos transportes terrestres o transportes superficiales de alta velocidad, no hay necesidad de cajas de velocidades, ruedas o dispositivos de frenado. Se elimina por completo el ruido, porque la fuerza de frenado no se aplica a través de ruedas o engranes, sino por medio de empuje eléctrico inverso. Hasta ahora, la investigación y experimentación de los vehículos de levitación ha seguido dos líneas, dependiendo de si la levitación es de atracción o de repulsión.

### **11-11.1 Transporte superficial de alta velocidad (HSST) con levitación de atracción**

En este tipo de vehículos, el riel secundario estacionario está hecho de un material magnético, como acero o sus aleaciones, y de electroimanes que se ubican en el vehículo en movimiento. Estos maglevs de riel magnético tienen las siguientes ventajas:

1. La levitación no depende de la velocidad del vehículo, sino más bien de la corriente de excitación de los electroimanes, ya que se usa levitación de atracción.
2. Se necesita menor potencia en el electroimán porque el entrehierro del vehículo al riel es de 10 cm o menos.
3. Como el riel mismo se vuelve un electroimán permanente, no hay necesidad de una hoja conductora separada o de un núcleo magnético en el secundario.
4. Se desarrolla una fuerza de atracción entre el vehículo (elemento activo) y el riel secundario (elemento pasivo) que puede ser hasta de 10 veces la fuerza de empuje.

Sin embargo, el vehículo de levitación de atracción no carece de desventajas, en comparación con el de levitación de repulsión:

1. La levitación de atracción es inherentemente inestable y mucho más difícil de controlar por medio de sistemas de circuito cerrado, en comparación con la de repulsión. Mientras menor sea el entrehierro, mayores serán las fuerzas de atracción. Se necesitan grandes fuerzas de atracción para iniciar la levitación y, una vez que se presenta, es necesario reducir inmediatamente la excitación electromagnética. Lo anterior es difícil con sistemas de entrehierros pequeños.
2. Los imanes superconductores no se pueden usar en sistemas de levitación de atracción. Una vez que se inicia la corriente en una bobina superconductora, la corriente fija pasa indefinidamente con resistencia cero y no se puede aumentar ni disminuir. Así, se deben emplear imanes más grandes y pesados, convencionales, con un sistema de control, y todo el equipo se monta en el vehículo.
3. Para trabajar con eficiencia, debido al peso adicional del equipo auxiliar de control, se necesitan entrehierros menores en comparación con la levitación de repulsión.
4. La levitación de atracción, como la de repulsión, está sujeta a "fuerzas de resistencia" que reducen el empuje de propulsión y la velocidad del vehículo.

### 11-11.2 Transporte superficial de alta velocidad (HSST) con levitación de repulsión

Si se fabrica el riel con algún material no magnético, como aluminio o cobre, las fuerzas normales entre el vehículo y el riel se hacen de repulsión, como se muestra en la figura 11-21d. En este caso, se pueden emplear poderosos imanes superconductores para inducir corrientes secundarias en un riel de guía de material conductor no magnético bajo el vehículo. Mientras más cercanos se encuentren el vehículo y la guía, mayor será la fuerza de repulsión entre ellos. Las ventajas de los vehículos de levitación por repulsión con riel no magnético son las siguientes:

1. Se pueden usar imanes superconductores, que son más livianos y más potentes.
2. Los entrehierros entre el vehículo y el riel pueden ser mayores. Se ha demostrado la factibilidad y posibilidad de emplear entrehierros entre 10 y 60 cm.
3. Los sistemas de control para mantener el entrehierro deseado son más sencillos debido a que el sistema es *autocorregible*. Cualquier tendencia del vehículo a descender hacia el riel reduce el entrehierro, aumentando la fuerza de repulsión y con ello se regresa al entrehierro original que se desea.

Sin embargo, el maglev de levitación de repulsión tiene sus desventajas:

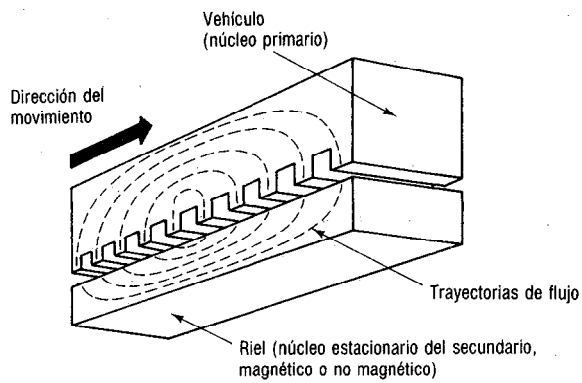
1. Debido al mayor entrehierro, se necesita más potencia, incluyendo la necesaria para el sistema criogénico de baja temperatura.
2. Además del riel no magnético, se necesitan otros rieles para sostener al vehículo hasta que llega a la velocidad mínima de levitación.
3. Se presentan fuerzas de resistencia, que reducen tanto el empuje de propulsión como la velocidad.

### 11-11.3 Sistemas de levitación magnética con flujo transversal

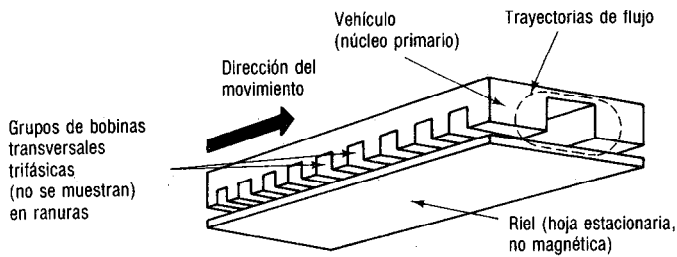
Debido a las fuerzas de resistencia, las velocidades máximas de los motores lineales de inducción se limitan cuando se usan sistemas de levitación ya sea de atracción o de repulsión. La figura 11-22a muestra el vehículo convencional de motor lineal de inducción, o síncrono, y el riel inferior, ya sea magnético o no magnético. Tanto los motores lineales de inducción como los síncronos producen un empuje lineal debido al flujo magnético de barrido, que está en la misma dirección que la del movimiento del vehículo (figura 11-22a) a lo largo del eje *longitudinal* del vehículo.

Si se colocan las bobinas polifásicas del primario de tal manera que produzcan un flujo de barrido en un plano perpendicular (transversal) a la dirección del movimiento, como en la figura 11-22b, el resultado es un *motor de flujo transversal* o *motor lineal de inducción de flujo transversal*. La figura 11-22 muestra la comparación entre un motor lineal convencional de un lado y uno de flujo transversal de un lado. Este último tiene varias ventajas importantes con respecto al motor lineal de inducción; las más notables son las siguientes:

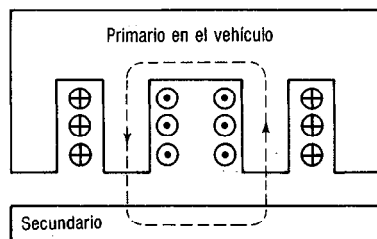




a. Motor convencional lineal de inducción



b. Motor de flujo transversal (TFM) (no aparecen las bobinas)



c. Bobinas de flujo transversal y forma instantánea de flujo

**Figura 11-22** Comparación del motor lineal de inducción (LIM) convencional con el motor de flujo transversal (TFM) en la que se muestran las diferencias en trayectorias de flujo, espesor relativo de los rieles, núcleos de primario magnéticos y devanados.

1. Se necesita menos corriente de magnetización para producir un empuje lineal.
2. El espesor del núcleo del motor de flujo transversal es independiente del paso polar. En consecuencia, se necesita un núcleo menor y más ligero.
3. Cuando el riel secundario del motor de flujo transversal es de material conductor y no magnético, como aluminio y cobre, se presentan *tanto* propulsión *como* levitación, debida a corrientes parásitas, y también las fuerzas laterales de estabilización.
4. El mismo devanado trifásico de excitación del primario del motor de flujo transversal sirve para los tres propósitos: propulsión, levitación y estabilidad lateral

(esta última evita que el vehículo se descarrile), sin necesidad de devanados o sistemas separados para producir esas fuerzas.<sup>11</sup>

5. Puesto que las trayectorias de flujo del motor de flujo transversal (figura 11-22b) son considerablemente más cortas que las del motor lineal de inducción convencional (figura 11-22a), se reduce la fuga de flujo y se tienen mayores eficiencias.
6. Para altas velocidades en los motores lineales de inducción, se necesitan grandes pasos polares, de acuerdo con la ecuación (11-4). El motor de flujo transversal no tiene esos problemas porque no se produce flujo en dirección axial. En consecuencia, se pueden obtener velocidades mucho mayores con el motor de flujo transversal, hasta de 480 km/h.
7. La mayor parte de los motores lineales de inducción necesitan de frecuencia variable y voltaje variable que producen controladores de velocidad de estado sólido, ubicados en el vehículo. Los controladores de velocidad equivalentes para los motores de flujo transversal son de diseño más sencillo.

## 11-12 MAQUINAS SINCRONAS ASINCRONIZADAS (ASM)

Quedaría incompleto este capítulo sobre dinamos especializadas sin una breve mención de la dinamo síncrona asíncrona. Esa máquina se propuso en trabajos escritos que datan de 1930, cuando se notó que la dinamo síncrona posee determinado número de ventajas sobre la convencional de inducción, que son 1) mayor eficiencia, 2) excelente regulación de velocidad como motor, 3) regulación sencilla de voltaje como alternador, 4) producción de factor reactivo de potencia que corrige el FP y 5) sencillez de construcción que origina menores costos de fabricación.

Desde que se propuso esa máquina por primera vez, se han hecho trabajos experimentales para construir una sola máquina que combine las ventajas de la dinamo síncrona y la de inducción, sin las desventajas de una y otra. A esa máquina se le llama *máquina síncrona asincronizada (ASM)*.

Esta máquina necesita de dos reguladores auxiliares o dispositivos de control:

1. Una computadora reguladora de estado sólido para medir y corregir en forma constante el voltaje de excitación del devanado de cd de campo en el rotor.
2. Una computadora reguladora de estado sólido, para conectar el voltaje polifásico de excitación en el estator y la frecuencia, y a la vez producir deslizamiento del rotor cuando el estator está a circuito abierto.

El uso práctico y teórico de esas máquinas todavía se encuentra en las primeras fases de su desarrollo. La mayor potencia, la alta velocidad y las computadoras reguladoras de estado sólido han originado que los diseñadores revisen las potencialidades para producir y usar la máquina síncrona asincronizada.<sup>12</sup>

---

<sup>11</sup> E. R. Laithwaite, y colabs., "Linear Motors With Transverse Flux", *Proceedings of the IEE*, Vol. 118, 1971, págs. 1761-1767; y E. R. Laithwaite, *All Things Are Possible*, IPC Electrical-Electronic Press, 1976.

<sup>12</sup> M.M. Botvinnik, *Asynchronized Synchronous Machines*, Pergamon Press-International Series of Electronics and Instrumentation, Vol. 2, (Nueva York: The Macmillan Company, 1964).

## 11-13 GLOSARIO DE TERMINOS EMPLEADOS

- Bomba magnetohidrodinámica** Dínamo magnetohidrodinámica en modo motor que produce sobre los conductores líquidos o gaseosos una fuerza que es ortogonal al flujo del campo y al voltaje aplicado a los electrodos.
- Dínamo acíclica** (Véase *dínamo homopolar*).
- Dínamo homopolar** Máquina acíclica en la que el flujo magnético pasa en la misma dirección de un miembro a otro sobre el total de una zona única de entrehierro. Un generador o motor homopolar no necesita conmutador.
- Dínamo magnetohidrodinámica** Dínamo acíclica que se basa en la máquina homopolar de Faraday, que emplea gases ionizados o metales fundidos como conductores para generar corriente directa ortogonal a las direcciones de flujo de campo y flujo del conductor.
- Dínamo síncrona asincronizada** Dínamo síncrona que se controla esencialmente para producir deslizamiento de rotor cuando se trabaja como motor y que combina las ventajas de los motores síncronos y los de inducción.
- HS GT** Siglas de las palabras inglesas *high speed ground transport*, transporte terrestre de alta velocidad.
- HST** Siglas de las palabras inglesas *high speed surface transport*, transporte de superficie de alta velocidad.
- Levitación magnética** Empleo de fuerzas magnéticas de atracción o repulsión para contrarrestar la fuerza de la gravedad.
- LIM** Siglas de las palabras inglesas *linear induction motor*, motor lineal de inducción.
- LRM** Siglas de las palabras inglesas *linear reluctance motor*, motor lineal de reluctancia.
- LSHM** Siglas de las palabras inglesas *linear synchronous homopolar motor*, motor lineal homopolar síncrono.
- LSM** Siglas de las palabras inglesas *linear synchronous motor*, motor lineal síncrono.
- Maglev** Contracción de las palabras inglesas *magnetic levitation vehicle*, vehículo de levitación magnética.
- Motor de cd sin escobillas** Motor pequeño de cd en el cual se produce la conmutación por medios electrónicos, empleando varios diseños ingeniosos.
- Motor de flujo transversal** Motor lineal cuya variación de flujo es perpendicular, o transversal, a la dirección de la fuerza que produce el movimiento lineal.
- Motor de pasos** Motor cuya rotación se produce mediante señales de conmutación que van a devanados conectados en forma adecuada para producir pasos angulares uniformes de rotación. Tres tipos de esos motores son el de *imán permanente*, el de *reluctancia variable* y el *híbrido*, que es una combinación de los dos anteriores.
- Motor lineal** Cualquier motor con entrehierro abierto capaz de convertir corriente directa o alterna para producir una fuerza de empuje lineal y movimiento lineal.
- Servomotor** Fuente de poder para el movimiento en un servosistema de circuito cerrado.
- Servomotor de copa de freno** Servomotor pequeño de ca que tiene un rotor en forma de taza de material no magnético, caracterizado por la baja inercia y rápida respuesta a pequeñas señales de servoamplificador de ca.
- Servosistema** Sistema de control de ciclo cerrado en el cual una pequeña señal de entrada controla una señal mucho mayor de salida de modo estrictamente proporcional para efectuar un cambio en la posición mecánica de cualquiera de sus derivadas con respecto al tiempo.
- Tacómetro de copa de freno** Es en esencia un motor de taza de freno que funciona como generador con un devanado de campo que produce la excitación y otro que pro-

duce un voltaje de salida de ca en proporción directa con la velocidad del eje.

**Transductor** Dispositivo de conversión de energía que recibe ésta de una fuente y la

entrega a otra de modo que las características deseadas de la entrada aparezcan a la salida.

## 11-14 PREGUNTAS

- 11-1 a. Empleando la regla del generador de mano derecha, determinar la polaridad del eje del generador homopolar que se muestra en la figura que acompaña a la nota de la sección 1-11, si la parte superior del disco de Faraday se hace girar hacia el observador.
- b. ¿Por qué se dice que el generador homopolar es el único generador verdadero de cd?
- c. ¿Cómo se puede invertir la polaridad de las escobillas del generador comercial homopolar que se muestra en la figura 11-3a? Mencionar dos métodos.
- d. ¿Cómo se puede invertir la polaridad del generador magnetohidrodinámico? Describir dos métodos.
- e. ¿Qué modificación se necesita para tener un generador magnetohidrodinámico de corriente alterna?
- f. ¿Cuáles son las ventajas posibles de la generación magnetohidrodinámica, empleando el principio de Faraday, en comparación con la generación convencional a base de vapor empleando un alternador?
- g. ¿Cuál es el significado de la afirmación de que "con la fusión nuclear a altas temperaturas regresamos, de nuevo, al primer descubrimiento de Faraday"? Explicar la respuesta.
- 11-2 a. ¿Qué fuentes electrónicas de poder se usan para controlar los servomotores de cd?
- b. Mencionar cuatro tipos de servomotores de cd.
- c. Para cada tipo, indicar específicamente los límites de potencia en hp.
- 11-3 a. ¿Cuál es la ventaja del método de control que se muestra en la figura 11-2a y por qué se limita a motores pequeños? ¿Por qué no puede el motor desbocarse en ausencia de corriente de campo?
- b. ¿Cuál es la ventaja del servomotor que se muestra en la figura 11-2b y por qué este método se aplica en especial para motores extremadamente grandes?
- c. ¿Cuál es la ventaja del servomotor que aparece en la figura 11-2c y por qué su uso se limita en especial a servomecanismos de instrumentos de corriente directa?
- 11-4 a. Mencionar dos razones por las que los servomotores serie de cd son en general del tipo de campo dividido.
- b. ¿Cuál es la ventaja del servomotor de campo dividido que aparece en la figura 11-4a y por qué se confina a los tamaños de potencia fraccionaria?
- c. ¿Cuál es la ventaja del servomotor serie de cd con excitación directa del campo dividido, que se muestra en la figura 11-4b, y por qué se emplea en tamaños de caballaje integral?
- d. Describir tres clases generales de motores de cd sin escobillas.
- e. Dar una lista de siete ventajas y tres desventajas de los motores sin escobillas, en comparación con los motores convencionales de cd.
- 11-5 a. Dar los nombres de tres tipos de motores de pasos
- b. ¿Qué diferencias hay en la construcción que distingan a los tipos de motores que se mencionaron en la parte (a)?
- c. Para el mismo número de polos en el rotor, ¿qué motor de pasos de cd produce el mayor y el menor ángulo de paso, respectivamente?
- d. Mencionar al menos una aplicación comercial de cada tipo de motor de pasos de cd.

- 11-6 a. Para los servosistemas pequeños y sensibles, mencionar cuatro razones por las que se prefieren los servomotores de ca sobre los de cd.  
 b. ¿Por qué se prefieren los motores de ca de fase partida, los de polos sombreados o los de taza de freno?  
 c. ¿Qué tipos de servomotores se prestan a necesidades de grandes caballajes?  
 d. ¿Qué tipos de servomotores se prestan en general para las necesidades de pequeñas potencias?
- 11-7 a. Mencionar una ventaja del servomotor bifásico sobre el tipo de polos sombreados que aparece en la figura 11-9.  
 b. Describir el diseño del principio de la taza de freno e indicar por qué se usa extensamente en diseños de rotor para servomotores bifásicos.  
 c. ¿Cómo se emplea el principio de la taza de freno en la amortiguación magnética de servomotores de cd y ca?  
 d. ¿Cuáles son las ventajas de este método de amortiguación en comparación con el de amortiguación por fricción?  
 e. ¿Por qué es necesaria la amortiguación en un servomotor, específicamente, y en general, en un servosistema?
- 11-8 a. Explicar cómo se puede usar el servomotor de taza de freno como generador tacométrico.  
 b. Explicar por qué en este dispositivo no importa la dirección de giro.  
 c. ¿Qué factores limitan la linealidad de la respuesta velocidad-voltaje de este dispositivo?  
 d. ¿Por qué se prefiere el tipo de taza de freno en comparación con cualquier motor bifásico pequeño para el generador tacométrico?
- 11-9 Con respecto a los diversos tipos de motores lineales de inducción, explicar  
 a. La diferencia esencial entre los motores lineales de inducción y los motores de inducción de jaula de ardilla.  
 b. La ventaja de un respaldo magnético sobre una banda conductora no magnética.  
 c. Por qué la velocidad lineal que se produce no es tan alta como la del flujo llano que produce el primario.  
 d. Por qué el empuje aumenta en todos los valores de deslizamiento a medida que disminuye el entrehierro, como se ve en la figura 11-15.
- 11-10 a. Explicar por qué cualquier principio del motor rotatorio puede tener un homólogo lineal.  
 b. Describir dos tipos de motores lineales de cd.  
 c. Describir dos tipos de motores lineales síncronos.  
 d. Describir las diferencias entre un motor lineal de reluctancia y un motor rotatorio de reluctancia.
- 11-11 Mediante los datos de la tabla 11-1, seleccionar dos motores lineales que proporcionen  
 a. El mayor empuje por área unitaria de la hoja conductora.  
 b. La mayor eficiencia.  
 c. La mayor potencia por unidad de peso.
- 11-12 a. Describir tres tipos de fuerzas que produzcan "carencia de peso".  
 b. Describir dos fuerzas magnéticas distintas que produzcan levitación.  
 c. Hacer la distinción entre levitación magnetostática y electromagnética.  
 d. Mencionar dos ventajas del empleo de imanes superconductores en lugar de los electroimanes convencionales para producir las fuerzas de levitación.

- 11-13 Describir el significado de las siguientes siglas y contracciones:  
 a. HSGT      b. HSST      c. Maglev
- 11-14 Describir tres ventajas y tres desventajas de los  
 a. Transportes superficiales de alta velocidad con levitación por atracción.  
 b. Transportes superficiales de alta velocidad con levitación por repulsión.
- 11-15 Describir los cinco motivos por los cuales el motor de flujo transversal o el lineal de flujo transversal podrían impulsar al transporte superficial de alta velocidad del futuro.

## 11-15 PROBLEMAS

- 11-1 Un generador homopolar consta de un disco de cobre de 36 pulgadas de diámetro que gira en un campo de 80 000 líneas/pulg<sup>2</sup> a una velocidad de 5000 rpm. El eje del generador tiene 2 pulgadas de diámetro. Calcular:  
 a. El voltaje inducido entre la orilla exterior del disco de cobre y la superficie exterior del eje.  
 b. Si el disco en este problema se mantuviera estacionario y se hiciera girar el campo a su alrededor a 5000 rpm en *la misma dirección*, explicar la naturaleza de la FEM en las escobillas.  
 c. Si se conectara un suministro de 67.7 V de cd a las escobillas del generador homopolar comercial que se muestra en la figura 11-1a, conservando la misma polaridad en las escobillas, ¿cuál sería la dirección de giro del motor homopolar? Explicar la respuesta.
- 11-2 Cuando un servomotor de imán permanente toma la corriente nominal de 2 A de un servoamplificador de 6 V cd, tiene una resistencia de armadura igual a  $0.5 \Omega$  a la velocidad nominal de 800 rpm. Calcular  
 a. La relación de la constante del motor ( $k\phi$ ) en términos de  $E_c/S$ , en V/rpm  
 b. La potencia que desarrolla el motor a 800 rpm, en watts  
 c. La potencia, en watts, que desarrolla el motor a 500 rpm con corriente nominal  
 d. La resistencia necesaria en el circuito de armadura en serie para tener una velocidad nominal de 500 rpm.
- 11-3 Un motor de pasos de imán permanente tiene dos devanados de control y un total de 16 polos. Calcular  
 a. El ángulo de paso del motor  
 b. El ángulo de paso del eje de salida del motor, cuando impulsa una caja de engranajes con relación 10:1.
- 11-4 Un motor de pasos híbrido de tres pilas tiene 10 polos y cada polo tiene 6 dientes. Calcular:  
 a. El número total de dientes del rotor por pila  
 b. El ángulo de paso del eje de salida del motor.
- 11-5 Para el motor de pasos de imán permanente del problema 11-3, calcular  
 a. La velocidad de conmutación para obtener una velocidad en el eje del motor igual a 30 rpm  
 b. La rapidez de repetición de pulsos para obtener una velocidad de eje de motor igual a 30 rpm.
- 11-6 Para el motor de pasos híbrido del problema 11-4, repetir las dos partes del problema 11-5 para una velocidad deseada en el eje igual a 12 rpm.

- 11-7 Un motor de pasos de cd tiene 20 polos y dos conjuntos (fases) de devanados de control. Calcular:
- El ángulo de paso del motor
  - El ángulo de paso del eje de salida cuando el motor está conectado a una caja de engranajes con relación 20/1
  - La velocidad de conmutación para obtener una velocidad de eje igual a 60 rpm
  - La rapidez de repetición de pulsos para obtener una velocidad de eje igual a 60 rpm.
- 11-8 El primario de un motor lineal de inducción tiene un paso polar de 20 cm y una frecuencia de 400 Hz. Calcular:
- La velocidad síncrona del flujo llano
  - La velocidad lineal del vehículo a un deslizamiento de 5%.

## Relaciones de potencia, energía y eficiencia para dinamos de cd y ca

### 12-1 GENERALIDADES

De los capítulos 1 al 11 se trató principalmente de las *dinamos* eléctricas rotativas de varios tipos, tanto generales como especializadas. Como tales, funcionan como dispositivos de *conversión de energía*, porque convierten energía mecánica en energía eléctrica o viceversa. Cuando y si esta conversión de energía sucede a un ritmo *uniforme*, es decir, cuando la energía puesta en cualquier dínamo por unidad de tiempo y entregada por la dínamo por unidad de tiempo es tanto uniforme como constante, podemos considerar que la dínamo sirve como dispositivo de *conversión de potencia*.

Una *dínamo* es, como lo dice su nombre, un dispositivo *dinámico*. No convierte energía o potencia cuando está en estado inmóvil o estático. Debe estar trabajando o funcionando para convertir energía. Por este motivo, es incapaz de tener la propiedad de *almacenamiento de energía*. También, por este motivo, de acuerdo con la ley de la conservación de la energía, la potencia total que recibe una dínamo en cualquier instante debe ser igual a la potencia total entregada por la dínamo en ese instante. La potencia total que recibe una dínamo debe ser igual a su potencia de salida (útil) y su pérdida total de potencia, siguiendo la ley de la conservación de la potencia, o sea

$$P_{\text{entr}} = P_{\text{sal}} + P_{\text{pérd}} \quad \text{watts (W)} \quad (12-1)$$

donde  $P_{\text{entr}}$  es la potencia total que recibe la dínamo

$P_{\text{sal}}$  es la potencia útil entregada por la dínamo para efectuar trabajo

$P_{\text{pérd}}$  es la pérdida total que se produce dentro de la dínamo como resultado de la conversión de energía, es decir,  $P_{\text{entr}} - P_{\text{sal}}$

De la ecuación (12-1) es evidente que la potencia que se suministra a una dínamo *siempre* debe ser mayor que la potencia de salida, o sea, que la potencia *que suministra* la dínamo para efectuar trabajo útil. Así, un motor o generador nunca pueden convertir toda la potencia que reciben en potencia mecánica o eléctrica de salida. Como se define en la ecuación (12-1), la diferencia entre la entrada y salida de la dínamo es su *pérdida de potencia*, que no lleva a cabo trabajo útil. Ya que esta pérdida de



potencia no produce ni energía eléctrica ni mecánica, las cuales son útiles para la máquina, sólo puede producir calor, luz o energía química. Casi toda la pérdida de energía aparece como energía calorífica o potencia calorífica.<sup>1</sup>

Mientras mayor sea la pérdida de potencia en la ecuación (12-1) como porcentaje de la entrada total de potencia, mayor será la potencia térmica o calorífica y más caliente estará la máquina, es decir, mayor será el aumento de temperatura de la máquina rotatoria.

La eficiencia de una máquina se puede definir entonces en términos de la ecuación (12-1), como la relación adimensional  $\eta$ , siendo

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \quad (12-2a)$$

$$= \frac{P_{\text{ent}} - P_{\text{pérd}}}{P_{\text{ent}}} = 1 - \frac{P_{\text{pérd}}}{P_{\text{ent}}} \quad (\text{para un motor}) \quad (12-2b)$$

$$= \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{sal}} + P_{\text{pérd}}} \quad (\text{para un generador}) \quad (12-2c)$$

Como se mostrará, la ecuación (12-2b) se presta para la eficiencia de un motor, mientras que la (12-2c) es adecuada para un generador.

La relación de la ecuación (12-2a), expresada como porcentaje, también es una medida de la cantidad de potencia térmica que se produce en proporción con la entrada total. Una máquina que trabaja con alta eficiencia, o con una alta relación de potencia de salida a entrada, produce en comparación poco calor comparado con su entrada o salida. A la inversa, una máquina que trabaja con baja eficiencia produce gran cantidad de calor en comparación con su salida.

Dependiendo de la capacidad termodinámica de la máquina para disipar el calor que se genera internamente, la temperatura de la máquina tenderá a *aumentar* hasta encontrar el nivel en el que la potencia térmica disipada sea igual a la pérdida de potencia térmica generada internamente. Si esta temperatura final de equilibrio es muy alta, es decir, si es mayor que el límite de los materiales aislantes que se usan en los devanados de la máquina, se requiere entonces una de dos alternativas: 1) Se deben emplear dispositivos externos de enfriamiento para que la capacidad de la máquina, o sea la potencia de salida, permanezca igual, o bien 2) la salida se debe *reducir*, reduciendo la entrada y las pérdidas, para una capacidad a la cual las pérdidas y el aumento de temperatura *no* sean excesivos. (Véanse secciones 13-3 y 13-6.)

En el caso de un motor, es más fácil medir la potencia eléctrica de entrada que la potencia mecánica de salida y de ahí la forma de la ecuación (12-2b). En el caso de un generador, es más fácil medir la potencia eléctrica de salida que la mecánica de entrada, y de ahí la forma de la ecuación (12-2c). Por lo tanto, en ambos casos *se deben evaluar las pérdidas*.

Es precisamente por motivos de *capacidad de salida*, expresada ya sea en hp para un motor o en kW o kVA para un generador, que se trata de estudiar aquellos

<sup>1</sup>En las máquinas con conmutador, una pequeña parte de la pérdida produce luz visible y otras pérdidas de radiación, pero son despreciables en comparación con la pérdida calorífica.

factores que afectan a la eficiencia de una dinamo para asegurar que las *pérdidas* y la potencia calorífica se reduzcan y que la eficiencia sea alta. Primero veremos los factores que afectan a diversos tipos de pérdidas de calor y a continuación veremos los que afectan a las capacidades de las dinamos y a la selección de éstas tomando en cuenta esas pérdidas.

## 12-2 PERDIDAS DE POTENCIA EN LA DINAMO

Las pérdidas de potencia de la dinamo se pueden dividir en dos grandes clases: 1) las que se producen por el flujo de la corriente a través de las diversas partes de los devanados de la dinamo, que se llaman pérdidas *eléctricas*, y 2) las que son función directa de la rotación dinámica de la dinamo, que se llaman pérdidas *rotacionales*, o de potencia parásita. Las pérdidas rotacionales o *de potencia parásita* se dividen en general en dos categorías: a) las pérdidas *mecánicas*, que resultan de la rotación, y b) las pérdidas en el hierro o *núcleo* que resultan de la rotación.

El análisis de las pérdidas revela que algunas de ellas son resultado directo de, y varían con, la *carga*, mientras que otras pérdidas son *independientes* de la carga. En la *tabla 12-1* se presenta una descomposición de las pérdidas eléctricas y rotacionales, se enumeran las pérdidas *sin carga* y *con carga* y se dan las fórmulas y ecuaciones que contienen los factores que contribuyen a la pérdida. Con esta tabla es posible generalizar las pérdidas que son funciones de la carga y/o de la velocidad, y las que son independientes de esos factores.<sup>2</sup>

Las *pérdidas eléctricas*, como se ve en la *tabla 12-1*, son primordialmente resultado del flujo de la corriente eléctrica. Si, por ejemplo, el campo en serie de un generador compuesto de cd se pone en cortocircuito, y todas las demás condiciones permanecen igual, se reducen las pérdidas lo correspondiente a la pérdida en el cobre del campo en serie, y aumenta la eficiencia, aunque podría empeorar la regulación de voltaje. A las pérdidas eléctricas se les llama a veces pérdidas "en el cobre", o "de cobre", pero ni las escobillas ni la resistencia del contacto de éstas son de cobre. Además, los devanados de armadura y rotor a veces se fabrican con aluminio fundido y el término "devanado" es más descriptivo y técnicamente más exacto que el término "cobre". Todas esas pérdidas eléctricas tienden a variar de acuerdo con el *cuadrado* de la corriente de carga, excepto aquellas como la pérdida en el campo, que es independiente de la carga, y la pérdida en escobillas, que varía directamente con la carga.

Las *pérdidas rotacionales* se subdividen en pérdidas que *sólo* son funciones de la velocidad (las llamadas *pérdidas mecánicas*, que son esencialmente pérdidas por fricción) y en aquellas que son función *tanto* del flujo *como* de la velocidad, las llamadas *pérdidas en el núcleo*. Esas pérdidas ocurren cuando una armadura de hierro o una estructura de rotor giran en un campo magnético o cuando se presenta un cambio de encadenamientos de flujo en cualquier estructura de hierro.

La pérdida por histéresis ( $P_h$ ) es una medida de la energía eléctrica necesaria para superar la retentividad del hierro en la trayectoria de flujo magnético. En watts,<sup>3</sup>

<sup>2</sup> La *tabla 12-1* es muy importante y se debe estudiar con mucho cuidado.

<sup>3</sup> Para una descripción más detallada de la pérdida por histéresis, véase Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), Secc. 11-13.2, págs. 298-301.

$$P_h = K_h B^x f V$$

watts (W)

(12-3)

- donde  $V$  es el volumen de hierro en la dínamo que está sujeto al cambio de flujo  
 $K_h$  es una constante para el grado de hierro que se emplee  
 $B$  es la densidad de flujo elevada al exponente de Steinmetz. Con los valores modernos para el hierro de dínamos,  $x$  ya no es 1.6, sino que se acerca más a 2.0. Lo anterior no implica que para un volumen  $V$  determinado de hierro haya aumentado la pérdida porque  $K_h$  se haya reducido mucho.  
 $f$  es la frecuencia de inversión de flujo, en hertz.

**Tabla 12-1 Distribución de las pérdidas de potencia en la dínamo**

<u>A. Pérdidas eléctricas</u>	
Descripciones y fórmulas para los componentes de las pérdidas	Efectos de la aplicación de la carga
1. Pérdida por excitación del campo con cd Reóstato, $I_f^2 R_r$ Devanado de campo, $I_f^2 R_f$ } $V_f I_f$	1. Bastante constante con la carga, pero puede aumentar un poco, dependiendo de la regulación necesaria y del factor de potencia: función de $I_f$
2. Pérdida en el devanado de la armadura, $I_a R_a$	2. Aumenta con el cuadrado de la carga
3. Pérdida por excitación del estator ca, $I_a R_a$	3. Aumenta con el cuadrado de la carga
4. Pérdida en el devanado del rotor $I_r R_r$	4. Aumenta con el cuadrado de la carga
5. Pérdida en escobillas y por resistencia en contacto de escobillas, $V_b I_a$ (o pérdida en los anillos rozantes)	5. Aumenta con el cuadrado de la carga
6. Pérdidas en interpolos, devanados compensadores, campos en serie, campos de control, etc.	6. Aumenta con el cuadrado de la carga

B. Pérdidas rotacionales (potencia parásita)	
Descripciones y fórmulas para los componentes de las pérdidas	Efectos de aplicar la carga
*Pérdidas mecánicas*	
1. Fricción en cojinetes	Estas pérdidas son constantes a velocidad constante; sólo varían en razón directa de los cambios de velocidad
2. Fricción con el aire en el rotor	
3. Fricción en escobillas	
4. Fricción con el aire en el ventilador	
5. Pérdidas en el aceite de cojinetes y/o por la bomba de enfriamiento (si la hay en el eje del rotor)	
*Pérdidas en el núcleo (o pérdidas en el hierro)*	
1. Pérdida por histéresis,  $P_h = K_h B^x f V$	Estas pérdidas son constantes a velocidad y flujo de campo constantes; varían en razón directa de los cambios tanto de flujo como de velocidad (frecuencia)
2. Pérdida por corrientes parásitas,  $P_e = K_1 B^2 f^2 t^2 V$	

1. Fugas de flujo en los dientes, cuñas de ranura, rayos, caras polares, etc.
2. Flujos de reacción de armadura en los dientes, cuñas de ranuras, rayos y caras polares

Estas pérdidas en general se evalúan como 1 por ciento de la salida para generadores mayores de 150 kW y para motores mayores de 200 hp; se les considera desdéniables en máquinas de menor capacidad.

Las *pérdidas por corrientes parásitas* no sólo se presentan en el hierro de la dinamo, sino que en *todos* los materiales conductores dentro de la trayectoria de flujo del campo magnético rotatorio o variable de la dinamo. La pérdida por corrientes parásitas ( $P_e$ ) en watts es<sup>4</sup>

$$P_e = K_1 t^2 B^2 f^2 V \quad \text{watts (W)} \quad (12-4)$$

en la cual  $K_1$  es una constante de corriente parásita para el material conductor

$t$  es el espesor del material conductor

$B$  es la densidad de flujo

$f$  es la frecuencia de inversiones de flujo, en hertz

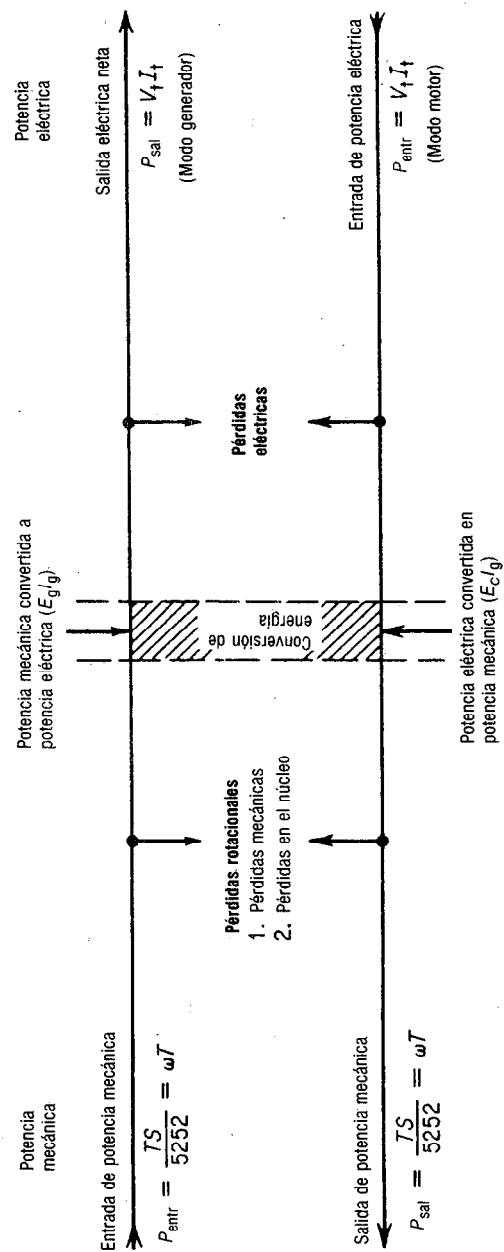
$V$  es el volumen de material sujeto al cambio de flujo

Para una dinamo de cd la frecuencia ( $f$ ) de inversión de flujo varía con la velocidad. Así, la pérdida por histéresis varía en forma directa con la velocidad, mientras que la pérdida por corrientes secundarias varía de acuerdo con el cuadrado de la velocidad. Tanto la pérdida por histéresis como la pérdida por corrientes parásitas varían aproximadamente de acuerdo con el cuadrado de la densidad de flujo. Por este motivo, las pérdidas *del núcleo* son función *tanto* del flujo como de la velocidad. Las pérdidas del núcleo se presentan esencialmente en el hierro de la dinamo, y de ahí el término *pérdidas en el hierro*.

Si bien las *pérdidas del núcleo* que se acaban de describir y que aparecen en la tabla 12-1B son de naturaleza esencialmente *electromagnética*, las *pérdidas mecánicas* que contribuyen a las pérdidas rotacionales (potencia parásita) son esencialmente de naturaleza de *fricción*. Las dinamos grandes necesitan determinados métodos de enfriamiento externo, y la pérdida de potencia que se necesita para ese enfriamiento se toma en cuenta como pérdida rotacional (de potencia parásita). Todas las pérdidas mecánicas varían en función directa de la velocidad.

Las *pérdidas por carga parásita* representan pérdidas adicionales debidas a la carga, como se describe en la tabla 12-1C. Estas pérdidas son mayores en motores de inducción y en máquinas de entrehierro pequeño. Representan 1) pérdidas en hierro debidas a distorsión de flujo (reacción de armadura) en máquinas de cd y armónicas de paso en máquinas de ca, 2) pérdidas de efectos superficiales en conductores de armadura o de estator y 3) pérdidas en hierro en las partes estructurales de las máquinas.

<sup>4</sup> Para una descripción más detallada de la pérdida por corriente parásita, vea Kosow, *op. cit.*, Secc. 11-13.1, págs. 297-298.



**Figura 12-1** Diagrama de flujo de potencia combinado para acción de motor o de generador.

## 12-3 DIAGRAMAS DE FLUJO DE POTENCIA

En la figura 12-1 se muestra un diagrama combinado de flujo de potencia que presenta un cuadro claro de la dínamo, trabajando como motor o como generador. En el lado izquierdo del diagrama se encuentra la potencia mecánica y en el derecho la potencia eléctrica. Usaremos este diagrama como medio de análisis de la eficiencia del generador y el motor.

### 12-3.1 Flujo de potencia en el generador

Si se aplica potencia mecánica al eje de una dínamo en calidad de entrada, la potencia en el eje es  $TS/5252$  hp. Una dínamo impulsada en forma mecánica como generador mantiene ciertas pérdidas rotacionales. La diferencia entre dichas pérdidas rotacionales y la potencia mecánica de entrada representa la potencia mecánica neta que se convierte en potencia eléctrica mediante la conversión electromecánica ( $E_g I_a$ ). Pero el generador también sostiene determinadas pérdidas eléctricas internas, que se restan de la potencia eléctrica que se desarrolla. Por lo tanto, la potencia eléctrica neta es  $E_g I_a$  menos las pérdidas eléctricas, o sea el voltaje de terminales por la corriente total entregada a la carga ( $V_t I_t$  que se indica a la derecha en la figura 12-1).

En resumen, como se muestra en la figura 12-1, para una dínamo que trabaje como *generador* o como *alternador*:

$$\begin{array}{rcl} \text{Salida de} & \text{Entrada de} & \\ \text{potencia} & = \text{potencia} & - \left( \begin{array}{l} \text{Pérdidas rotacionales} \\ + \text{Pérdidas eléctricas} \end{array} \right) \\ \text{eléctrica} & \text{mecánica} & \end{array}$$

Potencia

$$\text{eléctrica desarrollada} = E_g I_a = \text{Entrada de potencia mecánica}$$

$$- \text{Pérdidas rotacionales} = \text{Potencia eléctrica de salida} + \text{Pérdidas eléctricas}$$

### 12-3.2 Flujo de potencia en el motor

La potencia eléctrica que se aplica a las terminales de un motor ( $V_t I_t$ , indicada a la derecha en la figura 12-1) se reduce inmediatamente debido a determinadas pérdidas eléctricas dentro del motor. La diferencia aparece como potencia (interna) eléctrica ( $E_c I_a$ ), que se convierte en potencia mecánica por conversión electromecánica. La potencia mecánica disponible que ha producido el par motor interno ( $E_c I_a/746$ ) sostiene algunas pérdidas mecánicas internas. La diferencia entre esas pérdidas mecánicas y la potencia mecánica que se produce como resultado de la conversión electromecánica es la potencia mecánica de salida.

En resumen, como indica la figura 12-1, para una dínamo que trabaja como *motor*:

$$\begin{array}{rcl} \text{Salida de} & \text{Salida de} & \\ \text{potencia} & = \text{potencia} & - \left( \begin{array}{l} \text{Pérdidas eléctricas} \\ + \text{Pérdidas rotacionales} \end{array} \right) \\ \text{mecánica} & \text{eléctrica} & \end{array}$$

$$\text{Potencia mecánica desarrollada} = E_c I_a = \text{Entrada de potencia eléctrica}$$

$$- \text{Pérdidas eléctricas} = \text{Salida de potencia mecánica} + \text{Pérdidas rotacionales}$$

Así, la dínamo es, en realidad, verdaderamente sencilla y sin complicaciones, como se ve en la figura 12-1. El área de la potencia mecánica está al lado izquierdo de las líneas verticales de puntos, y la zona de potencia eléctrica está al lado derecho de esas líneas. El área central se representa por el cambio de estado de energía, o sea la *conversión electromecánica*, ya que la energía no se puede crear ni destruir, y en esa zona no se tienen pérdidas.

El alimentar potencia *mecánica* a una dínamo implica una pérdida de potencia *mecánica*, cambio de estado, pérdida de potencia eléctrica, y salida eléctrica. El alimentar potencia *eléctrica* a una dínamo implica pérdida *eléctrica*, cambio de estado de energía, pérdida de potencia mecánica, y salida mecánica.

La figura 12-1 es fundamental para comprender la eficiencia de todas las dínamos, y se debe estudiar cuidadosamente.

## 12-4 CALCULO DE LAS PERDIDAS

Sería, y es, un asunto relativamente sencillo 1) medir la entrada mecánica a una dínamo y 2) con instrumentos eléctricos medir su salida eléctrica, y con ello calcular la eficiencia de una dínamo como generador. En el caso de dínamos *pequeñas*, menores de 1000 W, se determina con frecuencia la eficiencia *en forma directa*, es decir, midiendo directamente la entrada y la salida con dinamómetros o frenos de prony, y a veces hasta con máquinas calibradas cuyas eficiencias sean ya conocidas.

Sin embargo, en el caso de las dínamos *grandes*, no es económico, posible, y ni siquiera cómodo el determinar la eficiencia mediante carga directa.<sup>5</sup>

Sin embargo, *es* posible determinar las pérdidas, ahora que ya sabemos lo que son, o bien *simular* las condiciones de pérdida mediante determinados métodos *convencionales* (carga ligera) o mediante pruebas *a rotor bloqueado*, y usar esa información en la ecuación (12-2) para calcular la eficiencia. El valor de la eficiencia para toda maquinaria eléctrica rotatoria grande es invariablemente un *valor calculado* basado en mediciones específicas sin carga (*convencionales*) o en vacío. Primero describiremos cómo determinar la eficiencia de la dínamo de cd y después la de la dínamo síncrona de ca y la de la dínamo de inducción usando métodos *convencionales*, al igual que métodos de carga directa.

## 12-5 EFICIENCIA DE LA DINAMO DE CD

Un paso importante en el cálculo de la eficiencia de las dínamos de cd es el cálculo de la pérdida rotacional (o potencia parásita). Como se hizo notar antes, esta pérdida es estrictamente función tanto del flujo como de la velocidad; la pérdida rotacional *no es*

<sup>5</sup> Un ejemplo posible de la dificultad que esto supone podría quedar claro si se imagina uno el siguiente caso hipotético. Supongamos que se construye un alternador de 1000 kVA en una fábrica ubicada en una zona suburbana. Se acaba de terminar y está lista para una prueba de su eficiencia relativa. Si el gerente de planta preguntara: "¿Dónde puedo conseguir una carga de un millón de watts?", su capataz o contratista le podría responder: "Pidamos a los alcaldes de las tres o cuatro ciudades más próximas que nos presten sus ciudades durante unas horas para poder cargar nuestro alternador".

función de la corriente de armadura o de carga. Describiremos tres métodos de determinación de la pérdida rotacional:

1. Determinación de pérdida rotacional a determinada velocidad constante, la nominal, empleando la prueba de marcha con carga ligera (figura 12-2a).
2. Determinación de pérdida rotacional a diversas velocidades empleando la prueba de marcha con carga ligera y duplicando flujo y velocidad (figura 12-2b).
3. Determinación de pérdida rotacional a partir de diferencias de potencia de entrada cuando una dinamo se impulsa mediante un motor (figura 12-2c).

### 12-5.1 Prueba de funcionamiento con carga ligera a velocidad constante

Independientemente de si una dinamo trabaja como motor o como generador, su pérdida rotacional se determina siempre haciéndola funcionar como motor sin carga mecánica, es decir, *haciéndola funcionar con carga ligera*, a su velocidad nominal con un voltaje aplicado a la armadura que corresponda a su FEM generada, o fuerza contraelectromotriz a plena carga. Puesto que los generadores de cd se trabajan en general a velocidad constante, la nominal, sólo se necesita un conjunto de mediciones. El voltaje de terminales de cd en la figura 12-2a se ajusta a la FEM generada a plena carga ( $E_g$ ), calculada en la ecuación (1-9).

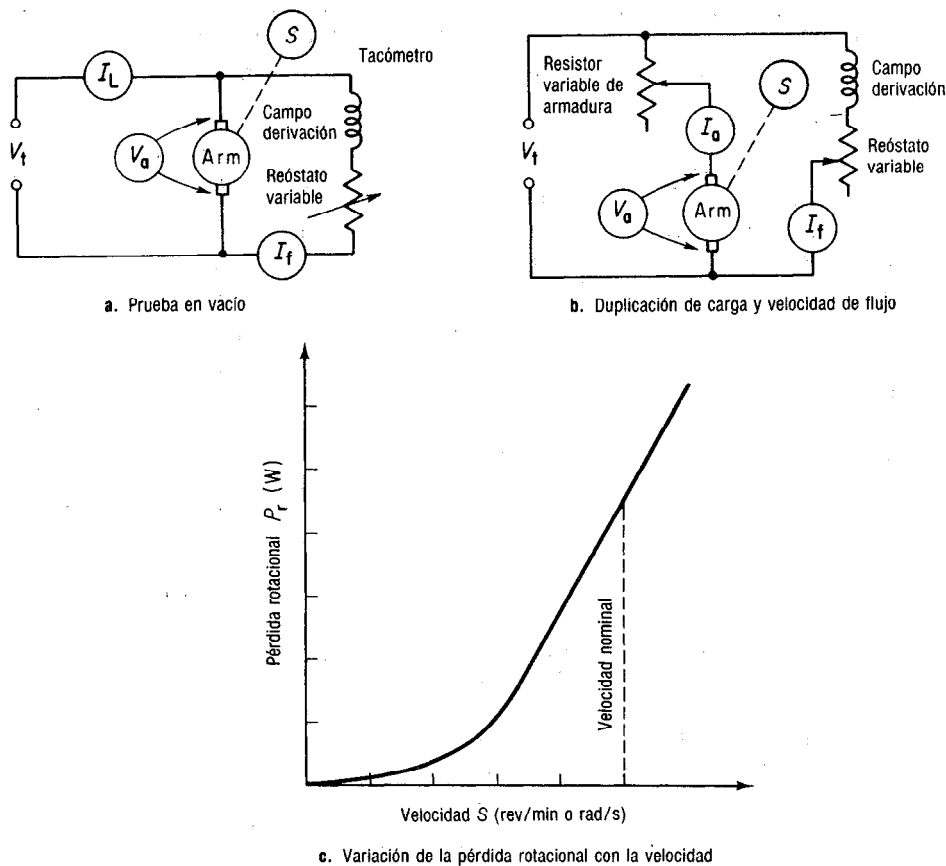
En el caso de un motor de cd de velocidad constante, el voltaje de cd de terminales en la figura 12-2a se ajusta al valor calculado de su fuerza contraelectromotriz de plena carga, de acuerdo con la ecuación (1-8).

Ya que la FEM generada y la velocidad se duplican en ambos casos, se concluye automáticamente que el flujo se duplica, ya que el voltaje generado es una función directa de flujo y velocidad ( $E = k\phi S$ ). En la figura 12-2a la velocidad se obtiene variando el reóstato de campo al punto en el que se obtenga la  $S$  deseada. Se registra la indicación de todos los instrumentos cuando la velocidad y el voltaje generado ( $V_a$ ) corresponden a los valores deseados.

Si se hace trabajar una dinamo como motor *sin carga*, o *en vacío*, significa que *no* hay potencia mecánica de salida. Por lo tanto, si se mide la entrada eléctrica y se calculan las pérdidas eléctricas, la diferencia entre la entrada eléctrica total y la pérdida eléctrica calculada *debe ser* igual a las pérdidas rotacionales del rotor a la velocidad nominal, como se muestra en la figura 12-1. Enunciado, para la dinamo de cd como motor de cd, en forma de ecuación,

$$\begin{aligned} \text{Pérdidas rotacionales} &= \text{Entrada de potencia eléctrica} - \text{Pérdidas eléctricas} \\ &= \text{Entrada de potencia eléctrica} - (\text{Pérdidas en el circuito} \\ &\quad \text{del campo} + \text{Pérdida combinada en circuito de armadura}) \\ \text{Pérdidas rotacionales} &= V_a I_L - (V_a I_f + I_a^2 R_a) \\ &= V_a I_L - V_a I_f - I_a^2 R_a \\ &= V_a (I_L - I_f) - I_a^2 R_a \end{aligned}$$





**Figura 12-2** Determinación de las pérdidas rotacionales de la dínamo cd (potencia parásita).

$$\text{Pérdidas rotacionales (potencia parásita)} = V_a I_a - I_a^2 R_a \approx V_a I_a \text{ watts (W)} \quad (12-5)$$

La ecuación (12-5) es una comprobación de la figura 12-1, porque afirma que las pérdidas rotacionales de un motor que trabaja sin carga, o sea que no tiene salida mecánica, son iguales a la entrada de potencia eléctrica a la armadura menos las pérdidas eléctricas en la armadura ( $I_a^2 R_a$ ). Como se demostrará en el ejemplo 12-1a, las pérdidas eléctricas en la armadura son tan pequeñas que en general se pueden despreciar, y con ello las pérdidas rotacionales se pueden suponer como iguales a  $V_a I_a$ , como se afirma en la ecuación (12-5).

Se pueden sacar algunas conclusiones importantes de los ejemplos 12-1 y 12-2:

1. Independientemente de la salida, la *pérdida rotacional es una pérdida constante*, siempre que la velocidad permanezca constante.
2. Independientemente de la salida, la pérdida en el campo en derivación se puede *suponer* que es una pérdida fija o constante.

**EJEMPLO 12-1**

Un generador derivación de 10 kW, 230 V, 1750 rpm se hizo trabajar sin carga, como motor a 1750 rpm, para determinar sus pérdidas rotacionales a su carga nominal. El voltaje aplicado a la armadura ( $V_a$ ) calculado para la prueba fue 245 V, y la corriente que tomó la armadura fue 2 A. La resistencia del campo del generador fue  $230 \Omega$ , y la resistencia del circuito de armadura que se midió fue  $0.2 \Omega$ . Calcular

- Las pérdidas rotacionales (potencia parásita) a plena carga
- La pérdida en el circuito de armadura y en el campo a plena carga
- La eficiencia del generador a la carga nominal.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. Pérdida rotacional} &= V_a I_a - I_a^2 R_a \\ &\quad [\text{de la ecuación (12-5)}] \\ &= (245 \times 2) - (2^2 \times 0.2) \\ &= 490 - 0.8 = \mathbf{489.2 \text{ W}} \end{aligned}$$

Nótese que se puede usar 490 W con un mínimo error debido a la pérdida eléctrica despreciable en la armadura.

- b. A la carga nominal,

$$I_L = \frac{P}{V_t} = \frac{10\,000 \text{ W}}{230 \text{ V}} = \mathbf{43.5 \text{ A}}$$

$$I_a = I_f + I_L = \frac{230 \text{ V}}{230 \Omega} + 43.5 = \mathbf{44.5 \text{ A}}$$

La pérdida en armadura a plena carga es

$$I_a^2 R_a = (44.5)^2 \times 0.2 = \mathbf{396 \text{ W}}$$

La pérdida en el campo es

$$V_f I_f = 230 \text{ V} \times 1 \text{ A} = \mathbf{230 \text{ W}}$$

- c. La eficiencia del generador, a *cualquier* carga es, según la ecuación (12-2c),

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\text{Salida a esa carga}}{\text{Sal. a esa car.} + \text{Pérd. rotac.} + \text{Pérd. eléctrica a esa carga}} \\ &= \frac{\text{Salida nominal}}{\text{Salida nominal} + \text{Pérd. rotac.} + \text{Pérds. cobre a carga nom.}} \end{aligned}$$

Efic. a plena carga

$$\begin{aligned} &= \frac{10\,000}{10\,000 + 489.2 + (396 + 230)} \times 100 \\ &= \mathbf{90.0 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

**EJEMPLO 12-2**

De los datos de la solución del ejemplo 12-1, calcular la eficiencia del generador bajo las siguientes condiciones de carga:

- $\frac{1}{4}$  de carga
- $\frac{1}{2}$  de carga
- $\frac{3}{4}$  de carga
- $\frac{5}{4}$  de carga

**Solución**

La eficiencia de un generador a *cualquier* carga es, de acuerdo con la ecuación (12-2c).

$$\eta = \frac{\text{Salida a esa carga}}{(\text{Sal. a esa carga} + \text{Pérd. Rotac.} + \text{Pérdidas eléctricas a esa carga})}$$

- a. Eficiencia a  $\frac{1}{4}$  de carga

$$\begin{aligned} &\frac{10\,000/4}{(10\,000/4) + 489.2 + [(396/16) + 230]} \\ &= \mathbf{77.1 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

- b. Eficiencia a  $\frac{1}{2}$  carga

$$\begin{aligned} &\frac{10\,000/2}{(10\,000/2) + 489.2 + [(396/4) + 230]} \\ &= \mathbf{85.9 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

- c. Eficiencia a  $\frac{3}{4}$  de carga

$$\begin{aligned} &\frac{10\,000(3/4)}{[10\,000(3/4)] + 489.2 + [(396(9/16)) + 230]} \\ &= \mathbf{88.8 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

- d. Eficiencia a  $1\frac{1}{4} \times$  carga nominal, o sean  $\frac{5}{4}$  de carga nom.

$$\begin{aligned} &\frac{10\,000(5/4)}{[10\,000(5/4)] + 489.2 + [(396(25/16)) + 230]} \\ &= \mathbf{90.3 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

3. La salida del generador varía directamente con la carga, tanto en el numerador como en el denominador. A  $\frac{1}{4}$  (25 por ciento) de la carga nominal, la salida es  $\frac{1}{4}$  de la capacidad nominal.
4. Aquellas pérdidas que varían con la corriente de armadura lo hacen de acuerdo con el *cuadrado* de la carga. A la carga nominal, la pérdida en el cobre de la armadura es 396 W. A  $\frac{1}{4}$  de la carga, esta pérdida es  $396/16$ , o sea 24.75 W. Igualmente, a  $\frac{3}{4}$  de carga, la pérdida en el cobre de la armadura es  $9/16$  de su valor a la carga nominal.
5. Sin carga, la eficiencia es cero, ya que la salida es cero. *A medida que aumenta la carga aumenta la eficiencia.*
6. Las pérdidas fijas consisten en la pérdida de campo y la rotacional (230 W y 489.2 W, respectivamente).
7. Las pérdidas variables, es decir, las que varían según el cuadrado de la corriente de armadura, son las del cobre de la armadura. A  $\frac{3}{4}$  de carga, la pérdida variable es 618.75 W, la cual es, todavía, menor que la pérdida fija (719.2 W). La pérdida variable aumenta de acuerdo con el cuadrado de los aumentos de carga. El apéndice A-8 muestra que la máxima eficiencia se da cuando las pérdidas variables son iguales a las pérdidas fijas.
8. Para calcular la eficiencia del generador en cualquier condición de carga, sólo es necesario hacer trabajar sin carga a la máquina como motor y emplear sus datos de placa para poder llevar a cabo los cálculos necesarios.

## 12-5.2 Prueba sin carga a varias velocidades

La figura 12-2b muestra el circuito que se presta a la determinación de la potencia parásita a diversas velocidades. Este método es útil para encontrar la eficiencia de un motor serie o compuesto cuya velocidad pueda variar a medida que varíe la carga. En esencia, el circuito permite una duplicación del flujo y la velocidad duplicando la fuerza contraelectromotriz a la velocidad específica de la dinamo. Como en el caso de la figura 12-2a, la caída  $I_a R_a$  a través de la armadura es relativamente pequeña durante la prueba sin carga. En consecuencia, se puede suponer que el voltaje ( $V_a$ ) a través de la armadura es igual a la fuerza contraelectromotriz del motor. Los pasos de esta prueba, a diversas velocidades, son los siguientes:

1. Se calculan las fuerzas contraelectromotrices, o las FEM generadas en el caso de un generador, a las diversas velocidades del motor (secciones 4-4 y 4-5).
2. Se ajusta la velocidad de armadura mediante el reóstato variable del campo, y el voltaje de armadura  $V_a$  mediante el resistor variable de la armadura, de tal modo que se obtengan la velocidad y fuerza contraelectromotriz deseadas respectivamente (véase figura 12-2b).
3. A cada paso de velocidad, se miden la corriente resultante de armadura  $I_a$  y el voltaje de armadura  $V_a$ .
4. A cada paso de velocidad, se calcula el producto  $V_a I_a$  que es la pérdida rotacional (potencia parásita) ( $P_r$ ), de acuerdo con la ecuación (12-5).

### EJEMPLO 12-3

Un motor derivación de cd, de 25 hp, 240 V, 1800 rpm, toma una corriente de línea a plena carga igual a 89 A, y tiene una resistencia de armadura igual a  $0.05 \Omega$ , y una resistencia del circuito de campo igual a  $120 \Omega$ . Calcular

- El voltaje de armadura que se debe aplicar al motor cuando éste trabaja sin carga a 1800 rpm durante la determinación de potencia parásita.
- La potencia parásita cuando el voltaje de la parte (a) produce una corriente de armadura igual a 4.2 A a una velocidad de 1800 rpm.

### Solución

$$\text{a. } I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{240 \text{ V}}{120 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_a = I_L - I_f = 89 - 2 = 87 \text{ A}$$

$$E_c = V_a - I_a R_a = 240 - (87 \times 0.05) = 235.65 \text{ V}$$

$$\text{b. } P_r = V_a I_a = 235.65 \times 4.2 = 989.7 \text{ W} \quad (12-5)$$

### 12-5.3 Pérdida rotacional a partir de diferencias en entrada de potencia a diversas velocidades

Hay un tercer método que se presta a la determinación de la potencia parásita a varias velocidades, y se aplica en especial a dínamos pequeñas y aun de tamaño mediano. Este método necesita un motor de impulsión, acoplado y desacoplado a la dinamo que se prueba, cuya pérdida rotacional se desea a diversas velocidades. Los pasos para efectuar esta prueba, a varias velocidades, son los siguientes:

- Se hace trabajar la dinamo de prueba como generador con excitación completa del campo y se acopla a un motor de impulsión cuya entrada de potencia se registra mediante un vatímetro.
- Se ajusta al motor de impulsión para trabajar desde velocidad cero hasta la velocidad nominal de la dinamo de prueba, en una serie de incrementos. En cada uno de los pasos se anota la entrada de potencia al motor impulsor. No hay carga en el generador.
- La dinamo de prueba se desacopla del motor de impulsión.
- Se ajusta de nuevo el motor de impulsión para funcionar desde velocidad cero hasta velocidad nominal en la misma serie de etapas de velocidad. En cada etapa se anota la entrada del motor sin carga.
- A cada una de las velocidades, la diferencia de potencia acoplada contra la desacoplada se calcula. Esta diferencia representa la pérdida rotacional (de potencia parásita) de la dinamo de prueba a cada velocidad respectiva.
- Se traza una curva de pérdida de potencia parásita contra velocidad, como se muestra en la figura 12-2c. Esta curva se puede usar entonces para calcular la pérdida rotacional de la dinamo, cuando se use ya sea como generador o como motor, desde velocidad cero hasta velocidad nominal, calculando la eficiencia siempre a partir de los datos de placa mediante el método convencional.

Se debe advertir que la curva que aparece en la figura 12-2c es bastante lineal a velocidades no muy apartadas de la nominal. El ejemplo 12-4 muestra que es posible

**EJEMPLO 12-4**

Un motor compuesto de 150 hp, 600 V, muestra en su placa que tiene una capacidad a plena carga igual a 205 A, y una velocidad a plena carga de 1500 rpm. La resistencia del circuito del campo en derivación es 300  $\Omega$ , y la resistencia total del circuito de armadura es 0.05  $\Omega$ , y la resistencia del campo en serie es 0.1  $\Omega$ . Cuando se probó sin carga como motor a la velocidad nominal con un voltaje aplicado ( $V_a$ ) igual a 570 V, la armadura tomó 6 A. La velocidad del motor sin carga fue 1800 rpm. Calcular:

- Las pérdidas rotacionales a plena carga y a  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $1\frac{1}{4}$  de la carga nominal
  - Las pérdidas eléctricas variables a plena carga y a las cargas que se dieron en la parte (a)
  - La eficiencia del motor a las cargas que se dieron en la parte (a)
- Para simplificar todos los cálculos, redondear todos los números a tres cifras significativas.
- Hacer una tabla de todas las pérdidas y eficiencias a las cinco cargas que se piden, para tener una referencia y comparación rápida.

**Solución**

a. Pérdida rotacional =  $V_a I_a = 570 \text{ V} \times 6 \text{ A}$   
 $= 3420 \text{ a } 1500 \text{ rpm}$   
 (carga nominal) (12-5)

Velocidad a  $\frac{1}{4}$  de carga  
 $= 1800 - \frac{300}{4} = 1800 - 75 = 1725 \text{ rpm}$   
 Pérdida rotacional a 1725 rpm =  $\frac{1725}{1500} \times 3420 \text{ W}$   
 $= 3930 \text{ W}$

Velocidad a  $\frac{1}{2}$  carga =  $1800 - \frac{300}{2} = 1650 \text{ rpm}$   
 Pérdida rotacional a 1650 rpm =  $\frac{1650}{1500} \times 3420 \text{ W}$   
 $= 3760 \text{ W}$

Velocidad a  $\frac{3}{4}$  de carga =  $1800 - (\frac{3}{4} \times 300)$   
 $= 1575 \text{ rpm}$   
 Pérdida rotacional a 1575 rpm =  $\frac{1575}{1500} \times 3420 \text{ W}$   
 $= 3590 \text{ W}$

Veloc. a  $\frac{5}{4}$  de plena carga =  $1800 - (\frac{5}{4} \times 300)$   
 $= 1425 \text{ rpm}$   
 Pérdida rotacional a 1425 rpm =  $\frac{1425}{1500} \times 3420 \text{ W}$   
 $= 3250 \text{ W}$

b.  $I_a^2(R_a + R_s) = (203)^2(0.05 + 0.1)$   
 $= 6180 \text{ W a plena carga}$   
 $= \text{pérdidas variables a plena carga}$

Pérdidas variables

a  $\frac{1}{4}$  de carga =  $6180 \text{ W} \times (\frac{1}{4})^2 = 386 \text{ W}$   
 a  $\frac{1}{2}$  carga =  $6180 \text{ W} \times (\frac{1}{2})^2 = 1545 \text{ W}$   
 a  $\frac{3}{4}$  de carga =  $6180 \text{ W} \times (\frac{3}{4})^2 = 3480 \text{ W}$   
 a  $\frac{5}{4}$  de carga =  $6180 \text{ W} \times (\frac{5}{4})^2 = 9660 \text{ W}$

c. Eficiencia del motor

$$= \frac{\text{Entrada} - \text{Pérdidas}}{\text{Entrada}} \quad (12-2b)$$

en la cual

Entrada = volts  $\times$  amperes  $\times$  Frac. de carga  
 Pérdidas = pérdidas en campo + pérdidas rotacionales + pérdidas eléctricas variables

Entrada

a  $\frac{1}{4}$  de carga =  $600 \times 205 \times \frac{1}{4} = 30\,750 \text{ W}$   
 (redondeado)

a  $\frac{1}{2}$  carga =  $600 \times 205 \times \frac{1}{2} = 61\,500 \text{ W}$

a  $\frac{3}{4}$  de carga =  $600 \times 205 \times \frac{3}{4} = 92\,250 \text{ W}$

a  $\frac{5}{4}$  de carga =  $600 \times 205 \times \frac{5}{4} = 153\,750 \text{ W}$

Pérdida en el campo para cada uno de los casos de carga =  $600 \text{ V} \times 2 \text{ A} = 1200 \text{ W}$

Las pérdidas rotacionales para cada uno de los casos se calcularon en la parte (a).

Pérdidas eléctricas variables para cada uno de los casos se calcularon en la parte (b).

Eficiencia a  $\frac{1}{4}$  de carga

$$\frac{30\,750 - (1200 + 3930 + 386)}{30\,750} \quad (12-2b)$$

$$= 0.821 \text{ o } 82.1 \text{ por ciento}$$

a  $\frac{1}{2}$  carga =  $\frac{61\,500 - (1200 + 3760 + 1545)}{61\,500}$

$$= 0.894 \text{ por } 89.4 \text{ por ciento}$$

a  $\frac{3}{4}$  de carga =  $\frac{92\,250 - (1200 + 3590 + 3480)}{92\,250}$

$$= 0.910, \text{ o } 91.0 \text{ por ciento}$$

a  $\frac{5}{4}$  de carga =  $\frac{123\,000 - (1200 + 3420 + 6180)}{123\,000}$

$$= 0.912, \text{ o } 91.2 \text{ por ciento}$$

a  $\frac{5}{4}$  de carga =  $\frac{153\,750 - (1200 + 3250 + 9660)}{153\,750}$

$$= 0.908, \text{ o } 90.8 \text{ por ciento}$$

d. Los resultados se tabulan en la tabla 12-2.

emplear el método de relación para calcular la pérdida rotacional, sin necesidad de recurrir a una curva para calcular la eficiencia.

## 12-6 EFICIENCIA MAXIMA

Si se examina la tabla 12-2 se ve que la eficiencia del motor compuesto del ejemplo 12-4 aumenta con la aplicación de la carga hasta llegar a la carga nominal (plena carga) y disminuye a 125 por ciento de la carga nominal. Esto hace que surjan las siguientes preguntas:

1. ¿Se presenta la eficiencia máxima exactamente a la carga nominal?
2. Si no es así, ¿a qué carga se presenta la máxima eficiencia?
3. ¿Cómo se puede calcular la eficiencia máxima de un motor o generador de cd?

El apéndice A-8 presenta una deducción sencilla mediante cálculo para la eficiencia máxima de una dinamo de cd. Muestra que *una dinamo alcanza eficiencia máxima siempre que las pérdidas variables son iguales a las pérdidas fijas*. Para la dinamo de cd, las pérdidas variables son las que varían de acuerdo con el cuadrado de la corriente de armadura, es decir, las pérdidas en el cobre de la armadura,  $I_a^2 R_a$ . Las pérdidas fijas, que en el apéndice A-8 se representan por  $K$ , son la suma de la pérdida en el circuito de campo ( $V_f I_f$ ) y la pérdida rotacional ( $P_r$ ), suponiendo que la *velocidad* de la dinamo de cd sea constante, como en el caso de un generador de cd o de un motor derivación. Podremos escribir, de acuerdo con el apéndice A-8, que para la máxima eficiencia,

$$K = V_f I_f + P_r = I_a^2 R_a \quad \text{watts (W)} \quad \text{a la } \eta_{\max} \quad (12-6a)$$

Se aplicaría con facilidad la ecuación (12-6a) al caso del generador de cd, de velocidad constante, de los ejemplos 12-1 y 12-2. El ejemplo 12-2 mostró que la eficiencia de este generador de velocidad constante continuaba aumentando hasta más allá del 125 por ciento de la carga nominal. ¿A qué valor de la carga se presentará la máxima eficiencia para esta dinamo? Esta pregunta la contesta el ejemplo 12-5, partes (b) y (d).

Del ejemplo 12-5 se pueden sacar las siguientes conclusiones:

**Tabla 12-2 Pérdidas y eficiencias para el ejemplo 12-4**

Concepto	At $\frac{1}{4}$ de carga	A $\frac{1}{2}$ carga	A $\frac{3}{4}$ de carga	A plena carga	A $\frac{5}{4}$ de carga
Entrada (watts)	30 750	61 500	92 250	123 000	153 750
Pérdidas en campo (watts)	1200	1200	1200	1200	1200
Pérdidas rotacionales, de la parte (a) (watts)	3930	3760	3590	3420	3250
Pérdidas eléctricas variables, de la parte (b) (watts)	386	1545	3480	6180	9660
Total de las pérdidas (watts)	5516	6505	8270	10 800	14 110
Eficiencia $\eta$ (por ciento)	82.1	89.4	91.0	91.2	90.8

**EJEMPLO 12-5**

De los ejemplos 12-1 y 12-2, la pérdida rotacional del generador derivación es 489.2 W, la pérdida del circuito de campo en derivación es 230 W, y la resistencia del circuito de armadura es 0.2  $\Omega$ . Calcular

- El valor de la corriente de armadura al cual se presenta la eficiencia máxima
- La fracción de carga, o por ciento de la carga nominal, para  $\eta_{\max}$
- La eficiencia máxima,  $\eta_{\max}$
- La fracción de carga (FC) de las pérdidas fijas y las pérdidas nominales variables. (Sugerencia: véase ejemplo 12-1.)

**Solución**

$$\text{a. } I_a = \sqrt{\frac{V_f I_f + P_r}{R_a}} = \sqrt{\frac{230 + 489.2}{0.2}} \quad (12-6a)$$

$$= \sqrt{\frac{719.2}{0.2}} = 60 \text{ A}$$

$$\text{b. } FC = \frac{I_a(\eta_{\max})}{I_a(\text{nominal})} = \frac{60 \text{ A}}{44.5 \text{ A}} = 134.8 \text{ por ciento} = 1.348 \times \text{nominal}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \eta_{\max} &= \frac{10\,000 \times 1.348}{10\,000 \times 1.348 + (230 + 489.2) + 719.2} \\ &= \frac{13\,483}{13\,483 + (719.2) \times 2} = 90.36 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

$$\text{d. } FC = \sqrt{\frac{P_k}{I_a^2 R_a}} = \sqrt{\frac{719.2}{396}} = 1.348 \times \text{carga nominal}$$

- La eficiencia máxima que se calculó en el ejemplo 12-5 es, ciertamente, mayor que las eficiencias que se calcularon en el ejemplo 12-2.
- La eficiencia máxima se presenta más allá del 125 por ciento de la carga nominal, para esta dínamo.
- La solución del ejemplo 12-5c implica un método abreviado que conduce a las siguientes ecuaciones útiles.

Como las pérdidas fijas y variables siempre son iguales entre sí cuando la eficiencia es máxima, se concluye en forma lógica, de las ecuaciones (12-2b) y (12-2c), que

$$\eta_{\max}(\text{motor}) = \frac{\frac{FC(\text{entrada nominal})}{-2(\text{pérdidas variables})}}{\frac{FC(\text{entrada nominal})}{-2(\text{pérdidas fijas})}} = \frac{FC(\text{entrada nominal})}{FC(\text{entrada nominal})} \quad (12-6b)$$

$$\eta_{\max}(\text{generador}) = \frac{\frac{FC(\text{salida nominal})}{FC(\text{salida nominal}) + 2(\text{pérdidas variables})}}{\frac{FC(\text{salida nominal})}{FC(\text{salida nominal}) + 2(\text{pérdidas fijas})}} = \frac{FC(\text{salida nominal})}{FC(\text{salida nominal}) + 2(\text{pérdidas fijas})} \quad (12-6c)$$

en las cuales FC representa la *fracción de carga* ya sea de la salida nominal o de la entrada nominal a la cual se presenta la máxima eficiencia. [Véanse las partes (b) y (d) del ejemplo 12-5.]

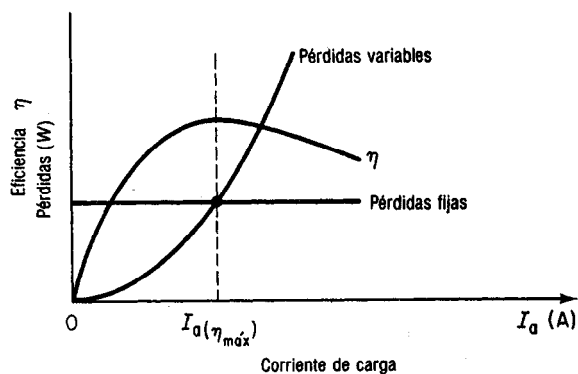
Como se hizo notar antes, la ecuación (12-6b) se presta al funcionamiento de motores, porque se puede medir eléctricamente la entrada. Igualmente, la ecuación (12-6c) se presta al funcionamiento del generador ya que se mide eléctricamente la salida con la mayor facilidad.

Las ecuaciones (12-6b) y (12-6c) se aplican por igual a todas las dínamos, de cd y ca, y también a los transformadores. Sin embargo, éste no es el caso de la ecuación

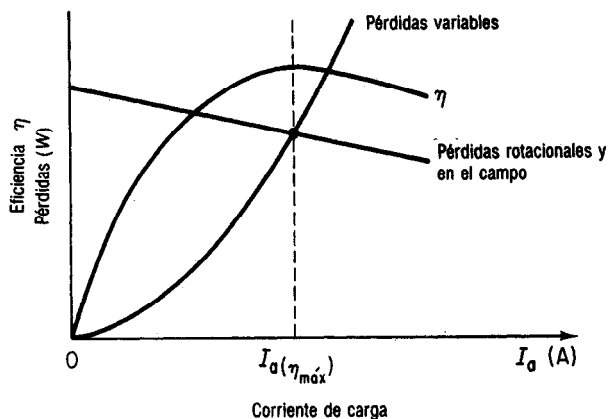
(12-6a), la cual sólo se aplica a un generador o motor de cd derivación impulsado a una velocidad relativamente constante. Está claro que, si el motor es un cd compuesto o serie las pérdidas rotacionales ya no serán constantes. Igualmente, si un generador se impulsa mediante un primomotor de velocidad variable, como en el caso de un automóvil, las pérdidas rotacionales varían como función de la velocidad, como se ve en la figura 12-2c.

Por fortuna, la mayor parte de los impulsores tienen una velocidad ya sea constante o que disminuye a medida que se aplica carga. Igualmente, los motores de cd, como los serie o los compuestos, también presentan curvas características en las que la velocidad decrece al aplicar la carga.

La figura 12-3a muestra el caso de las máquinas de velocidad constante: generadores de cd o alternadores de ca impulsados por máquinas de velocidad constante; motores derivación; o motores síncronos, en los cuales son constantes las pérdidas rotacionales (potencia parásita). El punto en el cual se igualan las pérdidas fijas y las variables es el que determina la eficiencia máxima. El valor de la corriente de armadura que produce la eficiencia máxima,  $I_a(\eta_{\text{máx}})$ , es determinado con facilidad de la gráfica. A continuación se calcula la fracción de carga como en la solución del ejemplo 12-5b.



a. Eficiencia máxima en máquinas de velocidad constante



b. Eficiencia máxima en máquinas de velocidad variable

**Figura 12-3** Eficiencia máxima de la máquina.



La figura 12-3b muestra el caso de las dínamos de velocidad variable: generadores de cd o alternadores impulsados por máquinas cuya velocidad disminuye con la carga; motores de cd compuestos o serie; motores serie de ca, etc. En este caso, las pérdidas eléctricas variables y las combinadas rotacionales y de campo se grafican contra la corriente de armadura como abscisa. El punto en el que se cruzan ambas curvas indica con exactitud el valor de  $I_a$  que produce la eficiencia máxima, al igual que la fracción de carga (FC), es decir la relación de  $I_a(\eta_{\text{máx}})$  a  $I_a(\text{nominal})$ . Véase ejemplo 12-5b.

## 12-7 SEPARACION DE LAS PERDIDAS DE POTENCIA EN DINAMOS DE CD

Las secciones anteriores nos ofrecen alguna comprensión respecto a cómo se evalúan las pérdidas y cómo afectan a la eficiencia. Esta sección tiene como propósito demostrar que es posible calcular las pérdidas rotacionales simplemente con los datos de placa de la dínamo. Dada esta información, podremos calcular entonces la eficiencia a la carga nominal y también la eficiencia máxima.

Primeramente examinaremos con más detenimiento el resumen de ecuaciones para el generador o motor de las secciones 12-3.1 y 12-3.2, así como el diagrama combinado de potencia de la figura 12-1, del cual se derivan. Vemos que, en el caso del motor de cd, la diferencia entre la salida mecánica nominal del motor, en hp, y la potencia mecánica que se desarrolla ( $E_c I_a$ ) se representa por la pérdida rotacional (potencia parásita). La figura 12-4a muestra esta separación del flujo de potencia para un motor de cd.

En el caso del generador de cd, la potencia interna que se genera en la dínamo es la diferencia entre la entrada de potencia mecánica, en hp, y la pérdida rotacional, o de potencia parásita. La figura 12-4b muestra lo anterior en el diagrama de separación de flujo de potencia, para un generador de cd.

Los ejemplos siguientes muestran la utilidad de las figuras 12-4a y b en la determinación de pérdida de potencia parásita, eficiencia a carga nominal y eficiencia máxima, a partir de los datos normales de placa para un motor o generador de cd. Se debe hacer notar que esta información se obtiene *sin* necesidad de una prueba convencional que determine las pérdidas rotacionales

### EJEMPLO 12-6

Un motor de cd derivación, de 5 hp y 240 V a carga nominal tiene una velocidad de 1100 rpm. Su resistencia de circuito de armadura es 0.4  $\Omega$ , y la de su circuito de campo es 240  $\Omega$ . Si la corriente nominal de línea es 20 A, calcular

- La potencia que desarrolla la armadura
- Las pérdidas rotacionales a plena carga
- La eficiencia a plena carga.

### Solución

Cálculos preliminares empleando datos de placa:

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{240 \text{ V}}{240 \Omega} = 1 \text{ A}$$

$$I_a = I_L - I_f = 20 - 1 = 19 \text{ A}$$

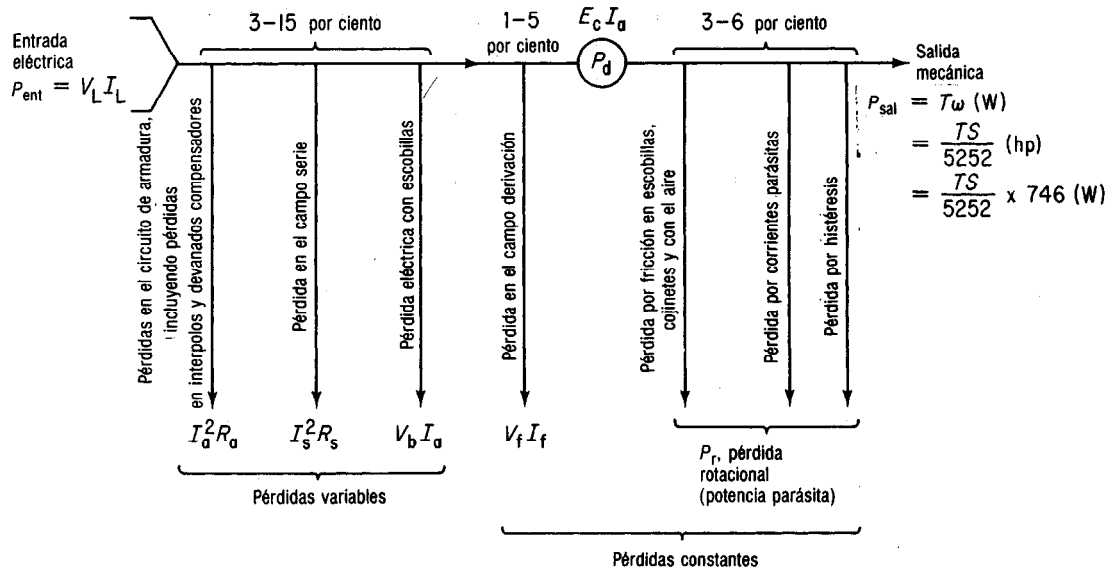
$$P_o = 5 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp} = 3730 \text{ W}$$

$$E_{c(tl)} = V_a - I_a R_a = 240 - (19 \times 0.4) = 232.4 \text{ V}$$

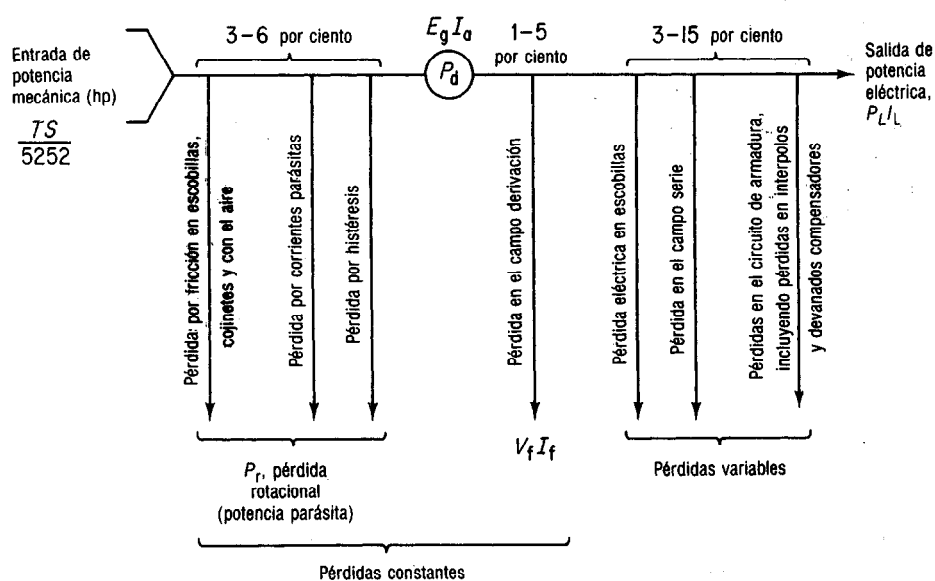
$$\text{a. } P_d = E_c I_a = 232.4 \times 19 = \mathbf{4415.6 \text{ W}}$$

$$\text{b. } P_r = P_d - P_o = 4415.6 - 3730 = \mathbf{685.6 \text{ W}}$$

$$\text{c. } \eta = \frac{P_o}{P_{\text{entr}}} = \frac{3730}{240 \times 20} = \mathbf{77.7 \text{ por ciento}}$$



a. Separación de flujo de potencia para las pérdidas de un motor de cd



b. Separación de flujo de potencia para las pérdidas de un generador de cd

**Figura 12-4** Diagramas de separación de flujo de potencia para motor y generador de cd.

**EJEMPLO 12-7**

Un motor derivación de cd, de 25 hp 240 V, tiene una velocidad nominal de 1100 rpm. La resistencia de su circuito de campo es 80  $\Omega$ , y la de su circuito de armadura es 0.15  $\Omega$ . Si la corriente nominal de línea es 89 A, calcular

- La potencia desarrollada por la armadura
- Las pérdidas rotacionales a plena carga
- La eficiencia a plena carga
- Las pérdidas totales constantes, suponiendo velocidad constante independiente de la carga
- La corriente de armadura para eficiencia máxima
- La fracción de carga a la cual se produce máxima eficiencia
- La eficiencia máxima. Compararla con la obtenida en la parte (c).

**Solución**

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{240 \text{ V}}{80 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$I_a = I_L - I_f = 89 - 3 = 86 \text{ A}$$

$$P_{\text{sal}} = 25 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp} = 18\,650 \text{ W}$$

$$E_{c(f)} = V_a - I_a R_a = 240 - (86 \times 0.15) = 227.1 \text{ V}$$

$$\text{a. } P_d = E_c I_a = 227.1 \times 86 = \mathbf{19\,530.6 \text{ W}}$$

$$\text{b. } P_r = P_d - P_{\text{sal}} = 19\,530.6 - 18\,650 = \mathbf{880.6 \text{ W}}$$

$$\text{c. } \eta_{\text{fl}} = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{entr}}} = \frac{18\,650}{240 \times 89} = \mathbf{87.3 \text{ por ciento}}$$

$$\text{d. } P_k = V_f I_f + P_r = (240 \times 3) + 880.6 = \mathbf{1600.6 \text{ W}}$$

$$\text{e. } I_a = \sqrt{\frac{P_k}{R_a}} = \sqrt{\frac{1600.6}{0.15}} = \mathbf{103.3 \text{ A}} \quad (12-6a)$$

$$\text{f. } \text{FC} = \frac{I_{a(\eta_{\text{máx}})}}{I_{a(\text{nomin})}} = \frac{103.3 \text{ A}}{86 \text{ A}} = \mathbf{1.2}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } \eta_{\text{máx}} &= \frac{\text{FC}(\text{entr. nomim.}) - 2P_k}{\text{FC}(\text{entr. nomin.})} \quad (12-6b) \\ &= \frac{1.2(240 \times 89) - 2(1600.6)}{1.2(240 \times 89)} \\ &= \mathbf{87.5 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

El ejemplo 12-7 revela los siguientes puntos:

- Sólo se necesitaron los datos de placa para calcular la eficiencia nominal, pérdidas rotacionales, fracción de carga a la que se tiene la eficiencia máxima y la eficiencia máxima.
- Las pérdidas constantes son la suma de la pérdida en el campo y las rotacionales, como se ve en la figura 12-4a, al igual que en la ecuación 12-6a. [Véase la parte (d) de la solución.]

**EJEMPLO 12-8**

La placa de un motor derivación de cd tiene la siguiente información: 240 V, 5 hp, velocidad nominal 1100 rpm, resistencia del circuito de armadura igual a 0.4  $\Omega$ , resistencia del circuito de campo igual a 240  $\Omega$ , eficiencia a plena carga 75 por ciento. Calcular

- Las corrientes nominales de línea y de armadura
- La potencia desarrollada en la armadura a la carga nominal
- Las pérdidas rotacionales a la carga nominal
- Las pérdidas rotacionales sin carga, suponiendo velocidad constante y caídas  $I_a R_a$  despreciables
- La corriente de armadura sin carga
- La velocidad sin carga
- La regulación de velocidad (RV) del motor.

**Solución**

$$\text{a. } I_L = \frac{P_{\text{sal}}}{\eta V_L} = \frac{5 \times 746}{0.75 \times 240} = \mathbf{20.72 \text{ A}}$$

$$I_a = I_L - I_f = 20.72 - \frac{240 \text{ V}}{240 \Omega} = \mathbf{19.72 \text{ A}}$$

$$\text{b. } E_c = V_a - I_a R_a = 240 - (19.72 \times 0.4) = \mathbf{232.1 \text{ V}}$$

$$P_d = E_c I_a = 232.1 \times 19.72 = \mathbf{4577 \text{ W}}$$

$$\text{c. } P_r = P_d - P_{\text{sal}} = 4577 - (5 \times 746) = \mathbf{847 \text{ W}}$$

$$\text{d. Sin carga, } P_{\text{sal}} = 0, \text{ por lo tanto, } P_d = P_r = \mathbf{847 \text{ W}}$$

(Véase figura 12-4a.)

$$\text{e. } I_{a(\text{sc})} = \frac{P_d}{V_a} = \frac{847}{240} = \mathbf{3.53 \text{ A}}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } S_{\text{sc}} &= \frac{E_{c(\text{sc})}}{E_{c(\text{pc})}} \times S_{\text{pc}} = \frac{240}{232.1} \times 1100 \text{ rpm} \\ &= \mathbf{1137 \text{ rpm}} \end{aligned}$$

$$\text{g. } \text{RV} = \frac{S_{\text{sc}} - S_{\text{pc}}}{S_{\text{pc}}} = \frac{1137 - 1100}{1100} = \mathbf{3.4 \text{ por ciento}}$$

3. Para un motor de cd, las pérdidas rotacionales son la diferencia entre la potencia mecánica que se desarrolla ( $P_d$ ) y la potencia mecánica nominal de salida ( $P_{sal}$ ), como se ve en la figura 12-4a. [Véase la parte (b) de la solución.]
4. La eficiencia máxima que se calculó en la parte (g) es un poco mayor que la de carga nominal que se calculó en la parte (c). Esto comprueba la validez de los cálculos y del procedimiento usado.

En la solución del ejemplo 12-8 se hicieron varias suposiciones:

1. Sin carga, se supone que hay una caída  $I_a R_a$  despreciable. Esta hipótesis es razonable, en especial en el caso de motores grandes de cd, que tienen resistencias de armadura extremadamente bajas.
2. Si se supone caída  $I_a R_a$  despreciable, entonces el voltaje de armadura  $V_a$  y la fuerza contraelectromotriz  $E_c$  son las mismas sin carga, como se muestra en las partes (e) y (f) de la solución.
3. La suposición de que las pérdidas rotacionales son iguales sin carga que a plena carga es válida, ya que la regulación de velocidad es menor de 5 por ciento.

También se llama la atención del lector hacia lo siguiente:

1. Ya que  $P_d = P_{sal} + P_r$  en la figura 12-4a, entonces  $P_d = P_r$  sin carga, ya que no hay salida. [Véase la parte (d) de la solución.]
2. Sin carga,  $P_d = V_a I_a$  en la parte (e), basada en la segunda hipótesis de la lista anterior.
3. El ejemplo 12-8 muestra cómo se pueden emplear los datos de placa para calcular la pérdida rotacional que, a su vez, se usa para calcular la regulación de velocidad del motor.

### EJEMPLO 12-9

Un motor derivación de cd de 240 V toma 55 A a una velocidad base igual a 1200 rpm. Sus pérdidas rotacionales son 406.4 W, su resistencia de circuito de campo es 120  $\Omega$ , y su resistencia de armadura es 0.4  $\Omega$ . Calcular

- a. La fuerza contraelectromotriz y la potencia desarrollada a la carga nominal
- b. La potencia nominal de salida en watts y en hp (véase apéndice A-3, tabla 430-147)
- c. Par nominal de salida en lb·pie y en N·m
- d. La eficiencia a la carga nominal
- e. La corriente de armadura y la velocidad sin carga, suponiendo pérdidas rotacionales constantes y caída  $I_a R_a$  despreciable.
- f. La regulación de la velocidad.

#### Solución

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{240 \text{ V}}{120 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_a = I_L - I_f = 55 - 2 = 53 \text{ A}$$

$$\text{a. } E_c = V_a - I_a R_a = 240 - (53 \times 0.4) = 218.8 \text{ V}$$

$$P_d = E_c I_a = 218.8 \times 53 = 11\,596.4 \text{ W}$$

$$\text{b. } P_{sal} = P_d - P_r = 11\,596.4 - 406.4 = 11\,190 \text{ W}$$

$$P_{sal} = 11\,190 \text{ W} / 746 \text{ W/hp} = 15 \text{ hp}$$

$$\text{c. } T_o = \frac{P_{sal} \times 5252}{S} = \frac{15 \times 5252}{1200} = 65.65 \text{ lb·pie}$$

$$= 65.65 \text{ lb·pie} \times 1.356 \frac{\text{N·m}}{\text{lb·pie}} = 89 \text{ N·m}$$

$$\text{d. } \eta = \frac{P_{sal}}{P_{entr}} = \frac{11\,190}{240 \times 55} = 84.8 \text{ por ciento}$$

$$\text{e. Sin carga, } P_{sal} = 0, \text{ por lo tanto,}$$

$$P_r = P_d = E_c I_a = V_a I_a = 406.4 \text{ W}$$

$$I_{a(sc)} = \frac{P_r}{V_a} = \frac{406.4}{240} = 1.693 \text{ A}$$

$$S_{sc} = S_{pc} \frac{E_{c(sc)}}{E_{c(pc)}} = 1200 \frac{240}{218.8} = 1316 \text{ rpm}$$

$$\text{f. } FC = \frac{S_{sc} - S_{pc}}{S_{pc}} = \frac{1316 - 1200}{1200} = 9.3 \text{ por ciento}$$

Como se hizo notar con anterioridad, el caso de la dínamo de cd impulsada como generador es algo más simple que el del motor, porque la mayor parte de los generadores se impulsan a velocidad constante. En consecuencia, las pérdidas rotacionales son constantes, no se necesitan suposiciones acerca de ellas y no se requieren relaciones de corrección para cambios de velocidad. La figura 12-4b muestra el diagrama de separación de flujo de potencia para un generador de cd que se usa en el ejemplo 12-10. Nótese que en este caso, la potencia desarrollada por el generador ( $E_g I_a$ ) es la diferencia entre la entrada de potencia mecánica y las pérdidas rotacionales, o sea  $P_d = P_{\text{entr}} - P_r = E_g I_a$ .

### EJEMPLO 12-10

Un generador derivación de 12.5 kW, 125 V, está impulsado por un motor de 20 HP, y produce su potencia nominal. La resistencia de su circuito de armadura es 0.1  $\Omega$ , y la de su circuito de campo es 62.5  $\Omega$ . Las pérdidas variables nominales eléctricas son 1040 W. A la salida nominal, calcular

- Eficiencia
- Pérdidas en el campo derivación
- La potencia eléctrica generada, mediante dos métodos.
- La pérdida de potencia rotacional
- La corriente de armadura para eficiencia máxima
- La fracción de carga para máxima eficiencia
- La eficiencia máxima. Compararla con la parte a.

### Solución

- $\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{entr}}} = \frac{12\,500}{20 \times 746} = 83.8 \text{ por ciento}$
- $\frac{V_f^2}{R_f} = \frac{(125)^2}{62.5} = 250 \text{ W}$

$$c. I_L = \frac{P_{\text{sal}}}{V_L} = \frac{12\,500}{125} = 100 \text{ A}$$

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{125}{62.5} = 2 \text{ A}$$

$$I_a = I_L + I_f = 100 + 2 = 102 \text{ A}$$

$$E_g = V_L + I_a R_a = 125 + (102 \times 0.1) = 135.2 \text{ V}$$

$$1. P_d = E_g I_a = 135.2 \times 102 = 13\,790 \text{ W}$$

$$2. P_d = P_{\text{sal}} + P_{\text{var}} + P_f = 12\,500 + 1040 + 250 = 13\,790 \text{ W (Ver figura 12-4b.)}$$

$$d. P_r = P_{\text{entr}} - P_d = (20 \times 746) - 13\,790 = 1130 \text{ W}$$

$$e. \text{ De la figura 12-4b, la pérdida constante es } P_k = P_r + V_f I_f = 1130 + 250 = 1380 \text{ W}$$

$$I_a = \sqrt{\frac{P_k}{R_a}} = \sqrt{\frac{1380}{0.1}} = 117.5 \text{ A} \quad (12-6a)$$

$$f. FC = \frac{I_a (\eta_{\text{máx}})}{I_{\text{(nomin)}}} = \frac{117.5 \text{ A}}{102 \text{ A}} = 1.15$$

$$g. \eta_{\text{máx}} = \frac{FC (\text{sal nom.})}{FC (\text{sal nom.}) + 2P_k} \quad (12-6c)$$

$$= \frac{1.15(12.5)}{1.15(12.5) + 2(1.38)} = 83.89 \text{ por ciento}$$

Del ejemplo 12-10 se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- Tanto la pérdida en el campo como la rotacional  $P_r$ , calculada en la parte (d), son constantes porque al generador derivación (normalmente) se le impulsa a velocidad constante.
- La potencia que desarrolla el generador se calcula mediante dos métodos en la parte (c), comprobando así el diagrama de separación de flujos de la figura 12-4b.
- La eficiencia máxima que se calculó en la parte (g) sólo es ligeramente más alta que la eficiencia a la carga nominal calculada en la parte (a), y la eficiencia máxima se presenta a 115 por ciento de la carga nominal.

4. Si se cambia la fracción de carga a 0.25, 0.5, 0.75, 1.0 y 1.25 respectivamente, se puede construir una curva completa de eficiencia para este generador derivación, mediante la ecuación (12-2c). En el ejemplo 12-11 se muestra esto último.

### EJEMPLO 12-11

Con los datos y cálculos del ejemplo 12-10, calcular la eficiencia del generador derivación de cd

- A 25 por ciento de la potencia nominal
- A 50 por ciento de la potencia nominal
- A 75 por ciento de la potencia nominal
- A 125 por ciento de la potencia nominal

#### Solución

$$a. \eta = \frac{\text{salida} \times FC}{\text{salida} + P_k + (FC)^2 \times P_{a(\text{nomin})}}$$

$$\eta \text{ a } \frac{1}{4} = \frac{12\,500 \times (1/4)}{[12\,500 \times (1/4)] + 1380 + 1040/16}$$

$$= 68.4 \text{ por ciento}$$

$$b. \eta \text{ a } \frac{1}{2} = \frac{12\,500 \times (1/2)}{[12\,500 \times (1/2)] + 1380 + 1040/4}$$

$$= 76.7 \text{ por ciento}$$

$$c. \eta \text{ a } \frac{3}{4} = \frac{12\,500 \times (3/4)}{[12\,500 \times (3/4)] + 1380 + [1040 \times (9/16)]}$$

$$= 82.7 \text{ por ciento}$$

(Nota:  $\eta = 83.8$  por ciento del ejemplo 12-10a.)

$$d. \eta \text{ a } \frac{5}{4} = \frac{12\,500 \times (5/4)}{[12\,500 \times (5/4)] + 1380 + [1040 \times (25/16)]}$$

$$= 83.87 \text{ por ciento}$$

Del ejemplo 12-11 se pueden sacar las siguientes conclusiones:

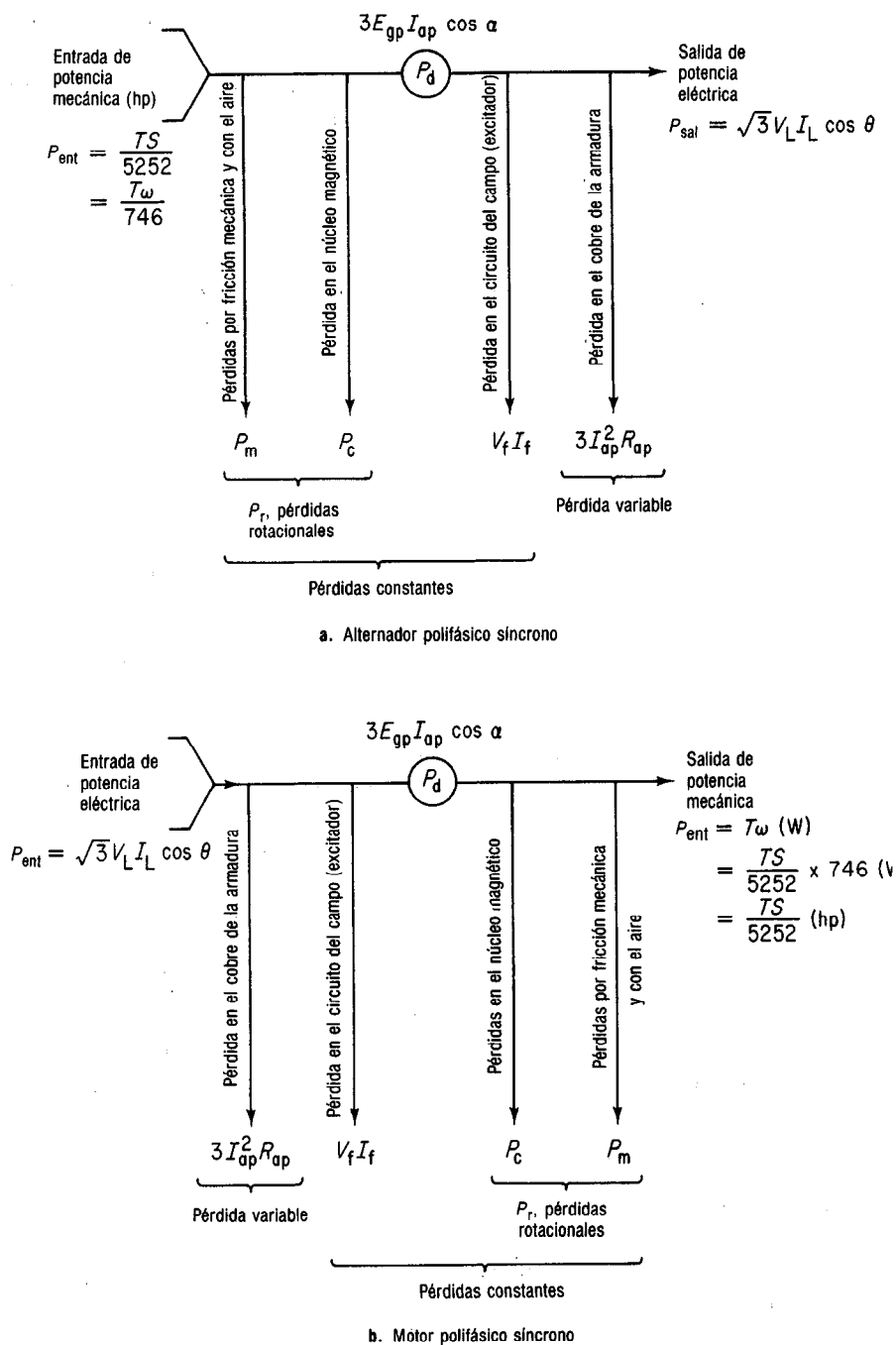
- En la ecuación de la eficiencia, se toma la salida como la nominal multiplicada por la fracción de carga, tanto en el numerador como en el denominador.
- La pérdida fija es la suma de la pérdida en el campo y la pérdida rotacional en el ejemplo 12-10, es decir, 1380 W en este caso.
- Se toma a la pérdida variable como la pérdida nominal en el cobre multiplicada por el cuadrado de la fracción de carga.
- La eficiencia máxima, tal como se determina en el ejemplo 12-10g, es 83.89 por ciento. Es mayor que la eficiencia a la carga nominal (83.8 por ciento) y a 125 por ciento de la carga nominal (83.87 por ciento). Estos cálculos comprueban que la eficiencia máxima se tiene a 115 por ciento de la potencia nominal.

## 12-8 SEPARACION DE LAS PERDIDAS DE POTENCIA EN LA DINAMO SINCRONA DE CA

En la dinamo síncrona de ca, la separación de pérdidas es esencialmente la misma que para la dinamo de cd. En general, las ecuaciones que se presentaron en la sección 12-3 para el flujo de potencia y la separación de las pérdidas siguen siendo válidas. Repase-mos primero el alternador polifásico de ca y a continuación el motor síncrono polifásico. Dado que ambas máquinas siempre trabajan a velocidad *constante*, las pérdidas rotacionales, tanto mecánicas como magnéticas, son constantes, y con ello se simplifica en forma considerable el cálculo de la eficiencia.

### 12-8.1 Flujo de potencia en el alternador síncrono polifásico

La figura 12-5a muestra el diagrama de separación de flujo de potencia para un alternador polifásico síncrono. Ya que la salida eléctrica del alternador se mide con más fa-



**Figura 12-5** Diagramas de separación de flujo de potencia para alternador y motor síncronos.

cilidad que su entrada mecánica, usaremos dicha salida como referencia para cálculos de eficiencia.

Como se indicó en la sección 12-3.1, se puede calcular con facilidad la potencia mecánica que desarrolla el alternador. Empleando la figura 12-5a, podemos escribir

$$\text{Potencia eléctrica desarrollada en la armadura} = \text{Potencia eléctrica de salida} + \text{Pérdidas eléctricas}$$

$$P_d = 3E_{gp}I_{ap} \cos \alpha = \sqrt{3}V_L I_L \cos \theta + (3I_{ap}^2 R_{ap} + V_f I_f) \quad (12-7)$$

Una vez que hemos calculado la potencia eléctrica desarrollada en (o por) la armadura, podremos calcular la entrada de potencia mecánica, mediante la figura 12-5a, como sigue:

$$\text{Entrada de potencia mecánica} = \text{Potencia eléctrica en la armadura} + \text{Pérdidas rotacionales}$$

$$P_{ent} = P_d + P_r \quad \text{watts (W)} \quad (12-8)$$

Se deben estudiar la figura 12-5a y la sección 12-3 con mucho detenimiento para asegurar una familiaridad completa con la deducción de las ecuaciones 12-7 y 12-8.

## 12-8.2 Flujo de potencia en el motor polifásico síncrono

La figura 12-5b muestra el diagrama de separación de potencia para un motor polifásico síncrono. Como lo que se mide con más facilidad es la entrada eléctrica al motor y no su salida mecánica, podemos usar la anterior como referencia para cálculos de eficiencia.

De la sección 12-3.2, la potencia mecánica que se desarrolla se puede calcular con la ayuda de la figura 12-5b:

$$\begin{aligned} &\text{Potencia mecánica desarrollada en la armadura} \\ &= \text{Entrada de potencia eléctrica} - \text{Pérdidas eléctricas} \end{aligned}$$

$$P_d = 3E_{gp}I_{ap} \cos \alpha = \sqrt{3}V_L I_L \cos \theta - (3I_{ap}^2 R_{ap} + V_f I_f) \quad \text{watts (W)} \quad (12-9)$$

Una vez habiendo calculado la potencia mecánica que se desarrolla en la armadura, podremos calcular la salida de potencia mecánica mediante la figura 12-5b como sigue:

$$\begin{aligned} &\text{Salida de potencia mecánica} \\ &= \text{Potencia eléctrica de la armadura} - \text{Pérdidas rotacionales} \end{aligned}$$

$$P_{sal} = P_d - P_r \quad (12-10)$$

Se deben estudiar también la figura 12-5b y la sección 12-3 con mucho cuidado, en este caso, para asegurar una familiaridad completa con la deducción de las ecuaciones 12-9 y 12-10.



## 12-9 PRUEBA CONVENCIONAL EN VACIO O CON CARGA LIGERA PARA UNA DINAMO SINCRONA DE CA

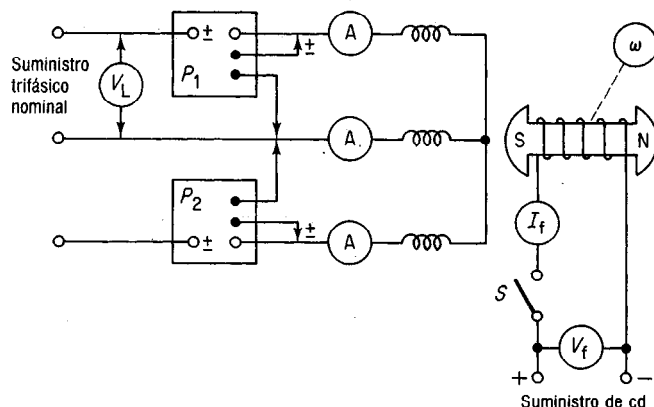
El método *convencional* para una dinamo síncrona se simplifica algo debido a que, en comparación con una dinamo de cd, la prueba sólo se lleva a cabo a una velocidad, que es la velocidad *nominal* síncrona.<sup>6</sup>

En esencia, la única diferencia real entre un alternador síncrono y un generador de cd es el hecho de que, en el anterior, la armadura es estacionaria y el campo gira a una velocidad constante. La resistencia efectiva de la armadura del alternador (a ca) por fase se obtiene en forma normal del mismo modo que se usó en el método de impedancia síncrona para determinar la regulación del alternador (sección 6-10, figura 6-8a) a partir de mediciones de resistencia. La pérdida en el cobre del circuito de campo de cd  $V_f I_f$  también se determina mediante mediciones de cd.

Como en el caso de una dinamo de cd (sección 12-5), independientemente de si se va a determinar la eficiencia de un motor o de un alternador síncrono, se hace trabajar la dinamo síncrona de ca como motor síncrono sin carga a velocidad síncrona: la prueba convencional sin carga.

En general, se ajusta la corriente de campo al valor de placa que corresponde al factor de potencia al cual se tiene el funcionamiento normal del alternador o, en el caso de un motor síncrono, para dar una corriente *mínima* (FP *unidad*). Se registran las corrientes trifásicas balanceadas en la armadura al voltaje y potencia de entrada nominales de línea (con el método de uno, dos o tres vatímetros) como se ve en la figura 12-6. Se calcula la corriente de armadura como el promedio de las corrientes en los tres amperímetros.

El motor síncrono se lleva a velocidad mediante sus devanados amortiguadores. Al acercarse a la velocidad síncrona, se excita el campo de cd, y el motor cae en sincronismo sin carga.



**Figura 12-6** Prueba sin carga (convencional) de una dinamo síncrona para determinar  $P_r$  y  $V_f I_f$ .

<sup>6</sup> Un alternador polifásico se debe impulsar a la velocidad síncrona nominal para producir una salida de frecuencia constante. Un motor síncrono trabaja ya sea a velocidad síncrona o no trabaja.

Las pérdidas rotacionales ( $P_r$ ), como en el caso de la dinamo de cd, son iguales a la entrada de armadura menos las pérdidas en cobre *sin carga*, o sea

Pérdida rotacional de la dinamo síncrona de CA  
 = Entrada de potencia a la armadura sin carga  
 - Pérdidas en el cobre de la armadura (sin carga)

$$P_r = \sqrt{3} V_a I_a \cos \theta - 3 I_a^2 R_a \quad \text{watts (W)} \quad (12-11)$$

donde  $I_a$  es la corriente de fase sin carga, o de línea a la armadura, conectada en Y  
 $R_a$  es la resistencia efectiva de armadura por fase

Puesto que tanto el motor como el generador síncrono se hacen trabajar a velocidad constante a una frecuencia fija, se puede considerar como constante la pérdida rotacional. La eficiencia de plena carga a un FP unidad o a cualquier otro factor de potencia se calcula entonces como en el ejemplo 12-12.

### EJEMPLO 12-12

El alternador trifásico de 100 kVA, 1100 V, conectado en Y, que se probó mediante el método de impedancia síncrona del ejemplo 6-4 se prueba en vacío como motor síncrono a su voltaje nominal de línea para determinar sus pérdidas rotacionales. La corriente de armadura sin carga es 8 A, y la entrada de potencia a la armadura es 6 kW. Del alternador se obtiene un voltaje a circuito abierto igual a 1350 V con una excitación de cd de 18 A a 125 V cd. Suponiendo que la pérdida en el núcleo y la excitación de cd no cambian desde sin carga a plena carga, calcular

- La pérdida rotacional de la dinamo síncrona
- La pérdida en el cobre del campo
- Las pérdidas fijas a la velocidad síncrona nominal
- Las pérdidas eléctricas en el cobre de la armadura ( $P_{Cu}$ ) a  $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ , y la carga nominal
- La eficiencia a las cargas del punto (d) a 0.9 de FP en retraso.
- La eficiencia máxima a FP 0.9 en retraso
- La potencia de armadura que se desarrolla a un FP de 0.9 en retraso.

### Solución

Del ejemplo 6-4,

$$R_a = 0.45 \Omega/\text{fase}$$

$$I_{a(\text{nomin})} = 52.5 \text{ A}$$

$$\text{a. } P_r = P_{\text{ent}(\text{sc})} - 3 I_{a(\text{sc})}^2 R_a \quad (12-11)$$

$$R_a = 6000 - (3 \times 8^2 \times 0.45) = 5914 \text{ W}$$

- $P_r = V_f I_f = 125 \text{ V} \times 18 \text{ A} = 2250 \text{ W}$
- $P_k = P_r + P_f = 5914 + 2250 = 8164 \text{ W}$
- $P_{Cu} \text{ a carga nom} = 3 I_{a(\text{nom})}^2 R_a = 3 \times 52.5^2 \times 0.45 = 3721 \text{ W}$
- a  $1/4$  de la nominal =  $3721/16 = 232.6 \text{ W}$   
 a  $1/2$  de la nominal =  $3721/4 = 930.3 \text{ W}$   
 a  $3/4$  de la nominal =  $3721(9/16) = 2093 \text{ W}$   
 $[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP]$
- $\eta = \frac{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP] + P_k + P_{Cu}}{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP]}$   
 $\eta \text{ a } 1/4 = \frac{[1/4(100 \text{ kVA}) \times 0.9]}{[22.5] + 8.164 + 0.2326} = 72.8 \text{ por ciento}$   
 $\eta \text{ a } 1/2 = \frac{[1/2(100 \text{ kVA}) \times 0.9]}{[45] + 8.164 + 0.9303} = 83.2 \text{ por ciento}$   
 $\eta \text{ a } 3/4 = \frac{[3/4(100 \text{ kVA}) \times 0.9]}{[67.5] + 8.164 + 2.093} = 86.8 \text{ por ciento}$   
 $\eta_n = \frac{[100 \text{ kVA} \times 0.9]}{[90] + 8.164 + 3.721} = 88.3 \text{ por ciento}$
- $I_{a(\text{máx})} = \sqrt{\frac{P_k}{3 R_a}} = \sqrt{\frac{8164}{3 \times 0.45}} = 77.8 \text{ A}$   
 $\text{L.F.} = \frac{I_{a(\text{máx})}}{I_{a(\text{nomin})}} = \frac{77.8}{52.5} = 1.48$   
 $\eta_{\text{máx}} = \frac{[1.48(100 \text{ kVA}) \times 0.9]}{[133.3] + 2 \times 8.164} = 89.1 \text{ por ciento}$
- $P_d = P_{\text{sal}} + 3 I_a^2 R_a + V_f I_f \quad (12-7)$   
 $= (100 \times 0.9) + 3.721 + 2.25 = 95.97 \text{ kW}$

Esta vez se pide al lector dirija su atención a los siguientes puntos importantes de la solución del ejemplo 12-12:

1. En la parte (d), la pérdida en el cobre de la armadura varía de acuerdo con el cuadrado del factor de carga.
2. La ecuación de la eficiencia de la parte (e) debe contener no sólo el factor de carga, sino también el factor de potencia que se usó para obtener la salida del alternador.
3. No se debe omitir el factor 3 de la parte (f), ya que la máquina es trifásica.
4. La eficiencia máxima que se obtiene en la parte (f) es mayor que todas las eficiencias anteriores.
5. La potencia que desarrolla la armadura del alternador en la parte (g) es mayor que la salida de potencia de éste.

## 12-10 VENTILACION DE LOS ALTERNADORES

Una parte de la pérdida rotacional del ejemplo 12-12 es la fricción con el aire creada por el campo rotatorio y el ventilador que está en el eje del alternador. Sin embargo, el enfriamiento por aire mediante ventiladores internos es, en general, inadecuado para los alternadores de gran tamaño, y se necesita determinado tipo de sellos y ventilación forzada para 1) llevarse el calor que se genere con un aumento razonable de temperatura tanto del alternador como del medio gaseoso de enfriamiento que se emplee; 2) tener un enfriador gaseoso con menos pérdidas por fricción y posiblemente un mayor calor específico que el aire; 3) sellar el sistema de enfriamiento del alternador para evitar que entren polvo y humedad, ya que acortarían la vida de la máquina; 4) aumentar la eficiencia y 5) aumentar la capacidad del alternador.

En los modernos turboalternadores, que se impulsan a altas velocidades y que emplean enfriamiento por aire, sellado y forzado, la mitad o más de las pérdidas rotacionales totales a plena carga (véase ejemplo 12-12) con frecuencia son el resultado de forzar aire a través de ductos axiales que hay en el rotor y el estator.

El hidrógeno tiene menos viscosidad que el aire, unas 8 veces la conductividad térmica y casi la misma capacidad calorífica, por unidad de volumen, que el aire. El enfriamiento con un flujo dado de hidrógeno gaseoso en comparación con el aire 1) es más eficiente para disminuir la temperatura del alternador y 2) necesita menos pérdida por fricción para hacer circular el enfriador. Dos ventajas más que tiene el empleo del hidrógeno son 3) que no se produce efecto oxidante en el aislamiento debido a la corona (o descarga corona) que se produzca y 4) que se necesita mayor potencial para producir corona en atmósfera de hidrógeno-aire que en la atmósfera ordinaria de aire.

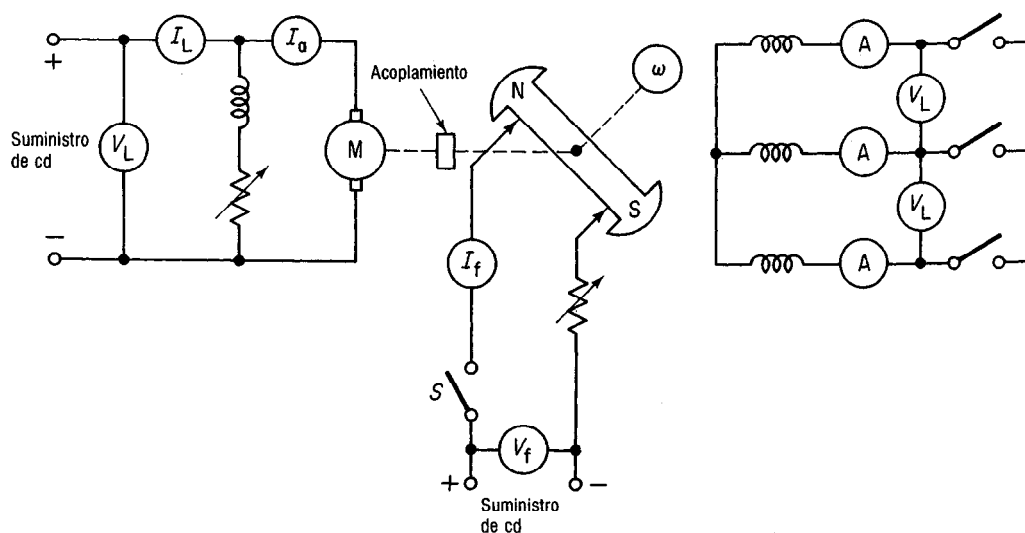
Sin embargo, como las mezclas hidrógeno-aire son extremadamente explosivas, y ya que en forma experimental se ha determinado que los límites explosivos son de 6 hasta 94 por ciento de hidrógeno en aire, cuando haya más de 71 por ciento de hidrógeno, la cantidad de oxígeno en el gas no es suficiente para sostener la combustión. En consideración a lo anterior se usan mezclas con 90 por ciento de hidrógeno, sin peligro de explosión, aun a las altas temperaturas de ignición.

Se necesita un *sistema completamente sellado* en el cual se emplee enfriamiento por hidrógeno. Este gas se hace circular mediante sopladores y ventiladores a través del rotor y el estator, y luego se lo hace pasar por serpentines de enfriamiento dentro de una carcasa sellada; los serpentines contienen un medio de enfriamiento, que en general es aceite o agua, para conducir el calor y alejarlo del hidrógeno. El gas se mantiene a una presión mayor que la atmosférica para evitar la entrada por fugas de aire que contaminen al medio de enfriamiento, y se regula con cuidado la presión para evitar y descubrir las fugas.

El enfriamiento por hidrógeno aumenta la eficiencia general a plena carga en aproximadamente 1 por ciento, pero aumenta la *capacidad* del alternador en un 25 por ciento. Esta última razón es el factor principal que justifica su empleo.

## 12-11 EFICIENCIA (Y REGULACION) DE LA DINAMO SINCRONA DE CA MEDIANTE EL METODO DEL MOTOR CALIBRADO DE CD

Otro procedimiento convencional que recomendó originalmente la AIEE — que ahora es el IEEE — para determinar la eficiencia del alternador (o motor) síncrono y también la regulación del voltaje del alternador, en forma simultánea, se muestra en la **figura 12-7**. Un motor pequeño, de menor caballaje, se acopla a un alternador síncrono cuya eficiencia y regulación se van a determinar. El motor es uno de cd calibrado cuya eficiencia se conoce desde sin carga hasta plena carga. En consecuencia, para cualquier entrada al motor ( $V_L I_L$ ), se calculan con facilidad las entradas mecánica y eléctrica al alternador impulsado.



**Figura 12-7** Método del motor calibrado IEEE para determinar  $P_r$ ,  $V_f I_f$ ,  $I_a^2 R_a$  (a plena carga) y  $Z_s$ .

Los pasos del procedimiento, con el propósito de cada uno de ellos, y las ecuaciones pertinentes para este método se resumen como sigue:

<i>Paso del procedimiento</i>	<i>Propósito</i>	<i>Ecuaciones</i>
1. Hacer girar el alternador a la velocidad síncrona <i>sin excitación del campo</i> mediante el motor calibrado de cd.	1. La entrada del motor de cd por su eficiencia (conocida) es la entrada al alternador, que (sólo) representa la pérdida por fricción mecánica y con el aire ( $P_m$ ). (Véase figura 12-5a).	1. $P_1 = P_m$
2. Repetir el paso 1, pero excitar a su nivel normal el campo del alternador, es decir, excitación a circuito abierto, que produzca el voltaje nominal a la carga nominal	2. La entrada adicional al motor por su eficiencia representa la entrada adicional al alternador, o pérdidas en el núcleo (de corrientes parásitas e histéresis). También se obtiene la pérdida de cobre en el campo del alternador (es decir, $V_f I_f$ ). También está incluida la pérdida en escobillas. Todas esas pérdidas son fijas. <sup>7</sup>	2. $P_2 = P_m + P_c = P_r$ $P_c = P_2 - P_1$ (12-12) $P_f = V_f I_f$ (Fig. 12-7)
3. Se reduce a cero la excitación del campo, poniendo en cortocircuito la armadura del alternador y se lleva a cabo la prueba de impedancia síncrona en cortocircuito (sección 6-10), es decir, se eleva la corriente de campo hasta que se produzca la corriente nominal de armadura	3. Se considera despreciable la pérdida en el núcleo por ser tan baja la excitación. La entrada al motor por su eficiencia representa ahora la pérdida en el cobre de la armadura a plena carga más las pérdidas por fricción mecánica y con el aire (paso 1 arriba).	3. $P_3 = 3I_a^2 R_a + P_m$ $3I_a^2 R_a = P_3 - P_1 = P_{Cu}$ (12-13)

<sup>7</sup> Si se desea medir por separado la pérdida por fricción de las escobillas en los anillos rozantes del alternador y las escobillas de la excitatriz, se ponen (o bajan) esas partes, *sin voltaje de excitación* y se mide de nuevo la entrada al motor calibrado. El aumento de entrada en comparación con el paso 1, es la pérdida por fricción de escobillas a la velocidad síncrona.

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <p>a la velocidad nominal.</p> <p>4. Se quita el cortocircuito de la armadura y se mide el voltaje de armadura a circuito abierto a su excitación (prueba a circuito abierto).</p> | <p>El paso 3 menos el paso 1 representan la pérdida a plena carga en el cobre de la armadura.</p> <p>4. Esto da como resultado la impedancia y la reactancia síncronas de armadura por fase (esta última por cálculos de la manera normal).</p> | $Z_s = \frac{E_{gl}/\sqrt{3}}{I_{a(nomin)}} \quad (12-14)$ $X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_a^2} \quad (6-7)$ |
|--|---|---|

Respecto a la prueba de cuatro pasos que acabamos de describir, adviértase lo siguiente:

1. La ventaja obvia de la prueba es que determina en forma simultánea la eficiencia y regulación del alternador síncrono, con el mismo dispositivo experimental.
2. Puesto que con el método se encuentran las pérdidas rotacionales [ecuación (12-12)] y pérdidas nominales en el cobre (de la armadura y del campo) [ecuación (12-13)], también se puede usar para calcular la eficiencia síncrona del motor (véase figura 12-5b), a la velocidad síncrona del motor.
3. Las pruebas 3 y 4 representan, respectivamente, la prueba de cortocircuito y a circuito abierto de un alternador, que se describieron en la sección 6-10, empleando el método de impedancia síncrona. Este método convencional de "carga" necesita mucho menor potencia que el de carga directa, como se muestra en el ejemplo 12-13.

Del ejemplo 12-13 se concluyen los siguientes puntos:

1. La demanda máxima del motor de cd de 100 hp se presenta en la prueba 3, cuando su salida es 64.2 kW, u 86 hp. Sin embargo, esta demanda es mucho menor que los 1000 kW que se necesitarían para probar el alternador por el método de carga *directa*. Para los datos del ejemplo 12-13, la potencia que se consume durante la prueba 3 es aproximadamente el 7 por ciento de la potencia nominal del alternador, tomada para el breve periodo durante el que se registran las lecturas de los instrumentos.
2. Los datos de la prueba 1, que representan las pérdidas de eficiencia mecánica (fricción mecánica y con el aire) del alternador, son importantes en comparación del resultado de la parte (b) de la solución. Como se hizo notar, la prueba de cortocircuito se lleva a cabo a un valor extremadamente bajo de la excitación del campo. En consecuencia, las pérdidas en el núcleo, por histéresis magnética y por corrientes parásitas, son despreciables. Sólo se necesitan tomar en cuenta las pérdidas mecánicas, para restarlas de la potencia de salida calculada para el motor de cd; en este caso, 64.2 kW.

**EJEMPLO 12-13**

Un alternador trifásico conectado en Y de 1000 kVA, 2300 V, se somete a la prueba de cuatro pasos, de eficiencia y regulación. Se impulsa al alternador mediante un motor de 100 hp y 240 V, cuya eficiencia se conoce desde sin carga hasta plena carga. Las salidas respectivas del motor son: prueba 1, 7.5 kW; prueba 2 16.0 kW, siendo  $V_d I_f = 14.0$  kW; prueba 3, 64.2 kW, siendo  $I_{sc} = 251$  A; prueba 4,  $V_L = 1443$  V entre líneas. Con los valores anteriores, calcular

- Las pérdidas rotacionales,  $P_r$
- La pérdida en el cobre de la armadura a plena carga,  $P_{Cu}$
- La impedancia síncrona de la armadura,  $Z_s$
- La reactancia síncrona de la armadura,  $X_s$
- La regulación de voltaje del alternador a FP 0.8 en retraso
- La eficiencia del alternador a plena carga o nominal, a un FP 0.8 en retraso
- La eficiencia máxima a un FP igual a 0.8 en retraso
- La potencia que desarrolla la armadura del alternador a plena carga, FP unidad, en kW.

(Nota: la resistencia de armadura del alternador a la ca se mide con el método que se muestra en la figura 6-8, y es  $0.3 \Omega$ ).

**Solución**

- De la prueba 2,  $P_r = 16.0$  kW (12-12)
- $P_{Cu} = P_3 - P_1 = 64.2 - 7.5 = 56.7$  kW (12-13)

$$c. Z_s = \frac{E_{gl}/\sqrt{3}}{I_{a(sc)}} = \frac{1443/\sqrt{3}}{251 \text{ A}} = 3.32 \Omega \quad (12-14)$$

$$d. jX_s = \sqrt{Z_s^2 - R_a^2} = \sqrt{3.32^2 - 0.3^2} = 3.31 \Omega \quad (6-7)$$

$$e. E_{gp} = (V_p \cos \theta + I_a R_a) + j(V_p \sin \theta + I_a X_s) \quad (6-8)$$

$$= (1328 \times 0.8 + 251 \times 0.3) + j(1328 \times 0.6 + 251 \times 3.31)$$

$$= 1137.7 + j1637.5 = 1994 \angle 55.2^\circ \text{ V}$$

$$VR = \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} = \frac{1994 - 1328}{1328} = 50.15 \text{ por ciento}$$

$$f. \eta_{nomin} = \frac{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP]}{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP] + (P_r + P_r) + P_{Cu}}$$

$$= \frac{[1 \times 1000 \times 0.8]}{[800] + (14 + 16) + 56.7} = 90.2 \text{ por ciento}$$

- $(FC)^2 P_{Cu} = P_k$ , y despejando a FC se obtiene

$$FC = \sqrt{\frac{P_k}{P_{Cu}}} = \sqrt{\frac{30}{56.7}} = 0.7274$$

$$\eta_{m\acute{a}x} = \frac{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FP]}{[FC(\text{kVA nomin.}) \times FC] + 2P_k}$$

$$= \frac{0.7274 \times 1000 \times 0.8}{[581.9] + 30 \times 2} = 90.65 \text{ por ciento}$$

$$h. P_d = P_{sal} + 3I_a^2 R_a + V_d I_f$$

$$= (1000 \times 1) + 56.7 + 14.0 = 1071 \text{ kW}$$

- El factor de carga (FC) de la parte (g) se calcula con un método alternativo, empleando la ecuación  $P_k = (FC)^2 P_{Cu}$ , que se presenta a la eficiencia máxima. Se debe comparar este método con el que se muestra en el ejemplo 12-5.
- La eficiencia máxima igual a 90.65 por ciento se presenta a aproximadamente los  $\frac{3}{4}$  de la salida nominal, mientras que la eficiencia a la carga nominal es ligeramente menor que 90.2 por ciento. Ello implica que la eficiencia subirá hasta los  $\frac{3}{4}$  de la carga nominal y disminuirá para cargas nominales mayores de  $\frac{3}{4}$ .
- La potencia de salida a la carga nominal del alternador, a FP unidad, es 1000 kW. La potencia interna que se desarrolla, de la parte (h), es ligeramente más alta (a 1071 kW) bajo las mismas condiciones de carga.

La *dinamo de inducción*, sea que se trabaje como motor de inducción o como generador de inducción, sufre un cambio de *velocidad del rotor* con la carga al igual que un cambio en la *frecuencia* de éste, que resulta del cambio en la velocidad, como se describió en el capítulo 9.

A diferencia de las máquinas síncronas de ca, *ni* las pérdidas rotacionales, que son funciones de la velocidad y la frecuencia, *ni* las pérdidas eléctricas en el estator y rotor, que son funciones de la carga, son constantes. Por lo tanto, se deben emplear otros métodos para determinar la eficiencia de las máquinas síncronas de inducción de ca. Dado que la eficiencia de los generadores de inducción *rara vez* es cosa que interese, la siguiente descripción se restringe principalmente al motor síncrono de inducción de ca, tanto polifásico como monofásico.

En general se emplean dos métodos. El primero es el método *convencional*, porque *no* implica cargar el motor de inducción, y se le llama la *prueba en vacío*, o sin carga, que se usa con el método del *rotor bloqueado*. Este método se emplea en general en motores de inducción *extremadamente grandes* en los cuales es impráctico, incómodo o antieconómico el cargarlos.

El segundo método es el de la AIEE (ahora el IEEE), del circuito equivalente de carga-deslizamiento. En general, este método es más exacto que el del rotor bloqueado convencional, pero necesita la medición de deslizamientos a diversas cargas, desde sin carga hasta la plena carga o carga nominal del motor de inducción. Se acostumbra llevarlo a cabo en motores pequeños de inducción, que se puedan cargar mediante frenos de prony o con generadores eléctricos.

Desde luego, esta última afirmación sugiere que, si es posible la carga directa, se puede emplear un generador para determinar la eficiencia. Esto constituye evidentemente un tercer procedimiento y se puede registrar eléctricamente la eficiencia como relación de la entrada calibrada al generador (o sea, la salida del motor) a la entrada eléctrica del motor a cualquier carga determinada.

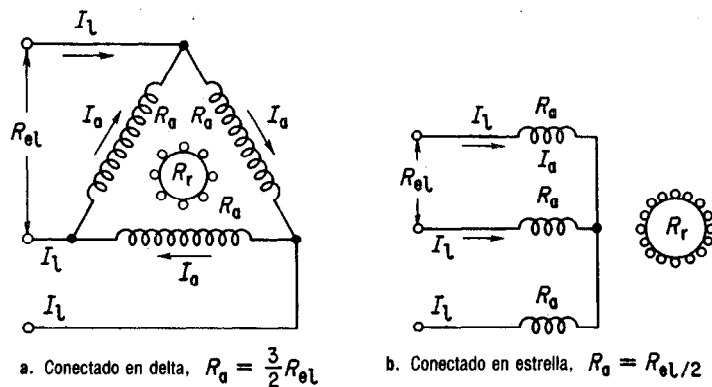
Como se dijo antes, también se puede determinar la eficiencia de los motores pequeños, polifásicos de inducción (lo cual constituye un cuarto método), mediante un dinamómetro o freno de prony para registrar su salida a cualquier carga mecánica dada, y registrarse eléctricamente la entrada. Los últimos tres métodos sólo son posibles con motores pequeños de inducción. El primer método es aplicable a todos los motores de inducción, sean grandes o pequeños.

Describiremos en detalle sólo el método convencional (véase sección 12-13) y el método AIEE (véase sección 12-14). Pero antes de ello, se presentará algo de teoría preliminar.

### 12-12.1 Resistencia equivalente de un motor de inducción

Ambas pruebas para la determinación de la eficiencia del motor de inducción necesitan una ecuación de la resistencia equivalente *entre líneas*, tanto del *rotor* como del *estator* del motor de inducción, *asignadas al estator*, en condiciones de rotor bloqueado. Por lo tanto, será necesario deducir esa ecuación. La **figura 12-8a** muestra un motor de inducción con estator conectado en delta y rotor en reposo. Al momento del arranque, estando bloqueado el rotor, se puede considerar que el estator conectado en delta





**Figura 12-8** Determinación de la resistencia equivalente del estator (y el rotor) entre conductores de estator.

es el primario de un transformador, y que el rotor en cortocircuito es el secundario. La resistencia *total equivalente* entre los conductores o líneas ( $R_{el}$ ), asignada a dos de las terminales (cualesquiera) del estator en la figura 12-8a, debido a la teoría de circuitos en paralelo, es

$$R_{el} = \frac{R_a \times 2R_a}{R_a + 2R_a} = \frac{2}{3} R_a \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (12-15a)$$

y también  $R_a = \frac{3}{2} R_{el} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (12-15b)$

Si el rotor está bloqueado, se puede aplicar un voltaje de excitación de menos del 10 por ciento del voltaje nominal al estator para desarrollar la corriente nominal de armadura  $I_a$  en el estator, como resultado de la corriente nominal de carga en la resistencia del rotor,  $R_r$ . A esta excitación reducida, son despreciables las pérdidas en el núcleo,  $P_c \times B^2 \times (\frac{1}{10})^2$ , ya que son menos que  $\frac{1}{100}$  de su valor a voltaje nominal.<sup>8</sup>

## 12-2.2 Pérdida equivalente en el cobre, del estator y rotor combinados

La entrada de potencia al estator representa, en reposo, sólo la pérdida equivalente combinada, en el cobre del estator y rotor ( $P_{Cu}$ ) en la figura 12-8a, o sea

$$P_{Cu} = 3I_a^2 R_a = 3 \left( \frac{I_L}{\sqrt{3}} \right)^2 R_a = I_L^2 R_a$$

<sup>8</sup> En algunos casos se podrá necesitar el empleo de más voltajes (más del 10 por ciento) de excitación para obtener la corriente de armadura nominal para el estator. En tales casos, *no* se pueden despreciar las pérdidas en el núcleo. En esas condiciones, se acostumbra emplear voltajes de excitación que produzcan la mitad de la corriente nominal y de pérdidas en cobre, y modificar, de acuerdo con ello, las ecuaciones (12-16) y (12-16a), para determinar a  $R_{el}$  y  $P_{Cu}$ .

Sustituyendo la  $R_a$  de la ecuación (12-15b) en esta ecuación, se obtiene

$$P_{Cu} = \frac{3}{2} I_1^2 R_{el} \quad \text{watts (W)} \quad (12-16)$$

siendo  $I_1$  la corriente de línea de un motor trifásico de inducción

$R_{el}$  es la resistencia equivalente total entre las líneas de un motor trifásico de inducción, que representa a la resistencia combinada del estator y rotor, referida al estator.

Igualmente, suponiendo que el estator del motor de inducción esté conectado en estrella como se ve en la figura 12-8b,

$$R_{el} = 2R_a \quad \text{y} \quad R_a = \frac{R_{el}}{2}$$

La potencia de entrada, o pérdida equivalente en el cobre, para un estator conectado en estrella, a voltaje reducido es

$$P_{Cu} = 3I_a^2 R_a = 3I_1^2 R_a = \frac{3}{2} I_1^2 R_{el} \quad \text{watts (W)} \quad (12-16a)$$

Adviértase que esta ecuación es la misma que la ecuación (12-16) para un estator conectado en delta. Por lo tanto, es *completamente innecesario* saber si el estator está conectado en estrella o en delta. La pérdida equivalente en el cobre se puede medir entre las líneas, y la resistencia total *equivalente*, del rotor y el estator, entre las líneas, se puede calcular con la ecuación (12-16) para la resistencia combinada total del rotor y estator, *referida al estator*. Esto se ilustrará en el ejemplo 12-14.

## 12-13 EFICIENCIA DEL MOTOR DE INDUCCION A PARTIR DE PRUEBAS SIN CARGA Y A ROTOR BLOQUEADO

Como se indicó en el capítulo 9, para el motor de inducción, el circuito equivalente para éste, ya sea trabajando bajo carga o en el instante del arranque, se puede representar como el de un transformador. Esto se mostró antes en la figura 9-11 y se expresó en las ecuaciones (9-9a) y (9-16).

El método convencional de determinación de eficiencia mediante las pruebas sin carga y de rotor bloqueado se aplica por igual al motor de inducción de gran tamaño. Como en el transformador (sección 13-8), la determinación de la eficiencia se lleva a cabo en dos pasos, como se describirá a continuación en las secciones 12-13.1 y 12-13.2.

### 12-13.1 Prueba sin carga (en vacío)

Se conecta al motor de inducción con su línea de suministro a su voltaje nominal y se hace trabajar sin carga alguna acoplada a su eje. Bajo estas condiciones, como en el caso de las pruebas anteriores sin carga, la entrada al estator del motor de inducción está constituida por 1) las pérdidas rotacionales, tanto en el núcleo como mecánicas,  $P_c$  y  $P_m$ , respectivamente, y 2) una pequeña pérdida equivalente en el cobre del estator y del rotor, sin carga,  $P_{Cu}$ .

En forma de ecuación,

$$P_{ent(sc)} = (P_c + P_m) + \frac{3}{2} I_{sc}^2 R_{el} = P_r + \frac{3}{2} I_{sc}^2 R_{el}$$

**EJEMPLO 12-14**

Un motor de inducción trifásico, de 5 hp, cuatro polos, 60 Hz, 220 V, con FP 0.9, tiene en su placa una corriente nominal de línea igual a 16 A y una velocidad de 1750 rpm. Los datos obtenidos mediante pruebas sin carga y a rotor bloqueado fueron los siguientes:

	<i>Prueba</i>	
	Sin carga	Rotor bloqueado
Corr. línea	6.5 A	16 A
Voltaje de lín.	220 V	50 V
Vatímetro polifásicoer	300 W	800 W (pérdidas equivalentes en cobre a plena carga)

Calcular

- La resistencia equivalente total del motor de inducción entre las líneas
- Las pérdidas rotacionales
- La pérdida equivalente en el cobre a  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ , y  $1\frac{1}{4}$  de la carga nominal
- La eficiencia a esos puntos de carga
- La potencia de salida a esos puntos de carga, en hp
- El par de salida a plena carga en lb·pie y en N·m.

**Solución**

- $R_{cl} = \frac{P_{Cu}}{\frac{3}{2}I^2} = \frac{800}{\frac{3}{2} \times 16^2} = 2.08\bar{3} \Omega$
- $P_r = P_{ent} - \frac{3}{2}I^2 R_{cl} = 300 - \frac{3}{2}(6.5)^2 \times 2.08\bar{3} = 168 \text{ W}$
- A plena carga,  $P_{Cu} = 800 \text{ W}$   
 $P_{Cu(0.25)} = (FC)^2 P_{Cu} = (0.25)^2 \times 800 = 800/16 = 50 \text{ W}$   
 $P_{Cu(0.5)} = (FC)^2 P_{Cu} = 800/4 = 200 \text{ W}$   
 $P_{Cu(0.75)} = (FC)^2 P_{Cu} = 800(9/16) = 450 \text{ W}$   
 $P_{Cu(1.25)} = (FC)^2 P_{Cu} = 800(25/16) = 1250 \text{ W}$

- $\eta$  a cualquier factor de carga

$$= \frac{(\text{Entr. plena carga} \times PC) - \text{Példs.}}{(\text{Entr. plena carga} \times PC)}$$

$$\text{Entrada a plena carga} = \sqrt{3} \times 220 \times 16 \times 0.9 = 5487 \text{ W}$$

Pérdidas rotacionales, de la parte (b) = 168 W

Las pérdidas equivalentes en cobre se calcularon en la parte (c).

$$\eta \text{ a } \frac{1}{4} = \frac{(5487/4) - (168 + 50)}{(5487/4)} \times 100$$

$$= 84.1 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{1}{2} = \frac{(5487/2) - (168 + 200)}{(5487/2)} \times 100$$

$$= 86.6 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{3}{4} = \frac{[5487(3/4)] - (168 + 450)}{5487(3/4)} \times 100$$

$$= 85.0 \text{ por ciento}$$

$$\eta_{\text{nomin}} = \frac{5487 - (168 + 800)}{5487} \times 100$$

$$= 82.4 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{5}{4} = \frac{[5487(5/4)] - (168 + 1250)}{5487(5/4)} \times 100$$

$$= 79.3 \text{ por ciento}$$

$$\text{e. } P_{\text{sal}}(\text{hp}) = \frac{P_{\text{ent}} \times \eta}{746}$$

$$\frac{1}{4} P_{\text{sal}} = \frac{(5487/4) \times 0.841}{746} = 1.546 \text{ hp}$$

$$\frac{1}{2} P_{\text{sal}} = \frac{(5487/2) \times 0.866}{746} = 3.185 \text{ hp}$$

$$\frac{3}{4} P_{\text{sal}} = \frac{[5487(3/4)] \times 0.85}{746} = 4.69 \text{ hp}$$

$$P_{\text{sal}} = \frac{5487 \times 0.824}{746} = 6.06 \text{ hp}$$

$$\frac{5}{4} P_{\text{sal}} = \frac{[5487(5/4)] \times 0.793}{746} = 7.29 \text{ hp}$$

$$\text{f. } T_{\text{sal}} = \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{6.06 \times 5252}{1750} = 18.2 \text{ lb·pie}$$

$$T_{\text{salSI}} = 18.2 \text{ lb·pie} \times 1.356 \frac{\text{N·m}}{\text{lb·pie}} = 24.66 \text{ N·m}$$

en la cual  $P_r$  es la pérdida rotacional y la suma de la pérdida por fricción mecánica y con el aire ( $P_m$ ), más las pérdidas en el núcleo magnético ( $P_c$ ).

Despejando la pérdida rotacional  $P_r$  de la ecuación anterior, se obtiene

$$P_r = P_{\text{ent(sc)}} - \frac{3}{2} I_{\text{sc}}^2 R_{\text{el}} \quad \text{watts (W)} \quad (12-17)$$

Se debe hacer notar que la pérdida equivalente de cobre (del estator y del rotor) sin carga *no* es despreciable en la ecuación (12-17), especialmente en motores de gran caballaje, que es para los que se lleva a cabo esta prueba normalmente.

## 12-13.2 Prueba a rotor bloqueado

Se desconecta eléctricamente el motor y se asegura firmemente su rotor para evitar que gire. Se aplica un voltaje trifásico bajo, que aumenta gradualmente (ya sea de un variac trifásico o de un regulador polifásico de inducción) al estator hasta que pase la corriente nominal de línea que aparece en la placa del motor.

Como en la prueba de cortocircuito de un transformador, y por los motivos demostrados en el paso 3 de la sección 12-11, las pérdidas en el núcleo (en el hierro) son despreciables, y no hay pérdidas mecánicas, ya que el motor está estacionario. La potencia total que toma el motor representa entonces las *pérdidas eléctricas en el cobre, a plena carga* del estator y del rotor. La resistencia total equivalente (entre líneas) del motor se calcula de acuerdo con la ecuación (12-16). Este valor de  $R_{\text{el}}$  se usa a continuación para calcular la pérdida rotacional a partir del resultado de la prueba anterior sin carga, como en el caso de la determinación de la eficiencia. (Véase ecuación 12-17.)

El ejemplo 12-14 muestra el tratamiento de los datos y el cálculo de la eficiencia mediante este método.

En resumen, la prueba a rotor bloqueado ofrece dos tipos importantes de información necesaria para el cálculo de la eficiencia: 1) las pérdidas equivalentes a plena carga en el cobre y 2) el valor de  $R_{\text{el}}$  necesario para calcular las pérdidas rotacionales.

El cálculo de la eficiencia del motor de inducción se apega a la ecuación general del motor, ecuación (12-2b):

$$\eta_{\text{FC}} = \frac{(\text{Fracc. carga}) \text{ Entrada} - [\text{Pérd. Rotac.} + (\text{FC})^2 \text{Pérd. Nomi. Cu}]}{(\text{Fracción de carga}) \text{ Entrada}}$$

Con respecto a la solución del ejemplo 12-14, se notan los siguientes puntos:

1. Para los datos con que se cuenta, la eficiencia máxima se presenta entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{2}$  de la carga nominal. Esto se puede notar revisando la parte (d).
2. Los caballos nominales de salida calculados en la parte (e) resultaron 6 hp en lugar del dato de 5 hp. En el apéndice A-3, tabla 430-150, se muestra una corriente de línea de 15.2 A para el motor trifásico de 230 V (y no de 220 V). Puesto que el dato de corriente de línea era 16.0 A, esta corriente mayor produce un aumento en la entrada y salida de potencia en cada paso de la carga.
3. El empleo del factor de carga (FC) es de la mayor importancia en todos los cálculos de las partes c, d y e. Este factor de carga siempre se eleva al cuadrado cuando se calculan las relaciones de pérdidas en cobre, como en la parte c.

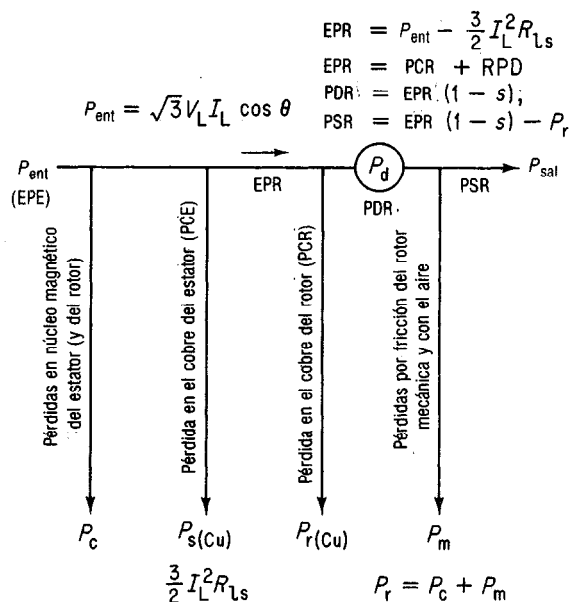
Se hicieron varias hipótesis en la determinación de la eficiencia del motor de inducción mediante el método del rotor bloqueado, a circuito abierto y en cortocircuito, en el ejemplo 12-14. Como indica la solución, se supuso una pérdida rotacional *constante* a todos los puntos de carga. La tabla 12-1 indica que las pérdidas mecánicas como fricción en rodamientos y con el aire son funciones de la velocidad. Además, las pérdidas en el núcleo de hierro son función tanto de la velocidad como, en parte, de la frecuencia del rotor, que aumenta con el deslizamiento. La frecuencia ligeramente incrementada tiende a contrabalancear la disminución de velocidad, de modo que se justifica esta hipótesis. Además, como el deslizamiento a plena carga rara vez es mayor que el 5 por ciento y como la pérdida rotacional es una pequeña parte de la pérdida total a medida que aumenta la carga, este error que se introduce en la eficiencia no es muy importante.

Además, la prueba a rotor bloqueado supone pérdidas insignificantes en el núcleo. La pérdida en el núcleo varía de acuerdo con el voltaje de excitación impreso en el estator bajo condiciones de rotor bloqueado. Si el voltaje de excitación es un pequeño porcentaje del voltaje nominal, como por ejemplo, menos del 10 por ciento, se justifica la hipótesis. Pero algunos motores de inducción, debido a las fugas y a una alta reactancia en reposo, necesitan hasta de 33 por ciento del voltaje nominal para hacer pasar la corriente de línea al estator. Bajo estas condiciones, las pérdidas en el núcleo a rotor bloqueado no son  $\frac{1}{100}$  de la pérdida nominal de excitación, sino  $\frac{1}{6}$  de ella. El valor ya no es despreciable y se deben compensar los datos de la prueba a rotor bloqueado en cortocircuito como se dice en la nota 8 al pie de página.

Finalmente, la prueba a rotor bloqueado se llevó a cabo sin movimiento a la frecuencia de línea para determinar la resistencia total efectiva a la ca de rotor y estator combinados. Esta no es la frecuencia a la cual estará sujeto el rotor a la carga y deslizamiento nominales, y el componente de resistencia del rotor, de la resistencia total equivalente  $R_{el}$  puede ser un poco alto y, por lo tanto, las pérdidas calculadas en el cobre, un poco altas. Con ello también se obtiene un valor un tanto alto de la pérdida rotacional, a partir de los datos sin carga. Para motores de inducción de tamaño extremadamente grande, que normalmente se prueban con este método convencional sin carga, la eficiencia que se calcula es un valor *pesimista*, porque *cada una* de las hipótesis anteriores da un *menor* valor de eficiencia, entre 2 y 3 por ciento menos, que el que se tiene en realidad bajo condiciones de la carga real. A veces se prefiere el valor pesimista porque el fabricante puede afirmar que en el funcionamiento real su motor tendrá una eficiencia mayor.

## 12-14 EFICIENCIA DEL MOTOR DE INDUCCION A PARTIR DEL METODO DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DE CARGA-DESLIZAMIENTO DEL AIEE

Este método lo recomendó originalmente el AIEE (que ahora es el IEEE) como norma usual para probar motores pequeños de inducción. La razón por la cual se usa para motores pequeños es que necesita que el motor se cargue realmente en una serie de pasos, desde en vacío hasta la carga nominal. A cada escalón de carga, se llevan a cabo las diversas mediciones, incluyendo el deslizamiento. La ventaja del método de carga-deslizamiento es que da un valor calculado de la eficiencia un poco más cercano al que se obtiene bajo las condiciones de carga real.



**Figura 12-9** Diagrama de separación de flujo de potencia para el motor de inducción.

El concepto fundamental bajo la teoría de este método surge de las ecuaciones (9-9a), (9-17) y (9-18a) que se desarrollaron en la sección 9-12 y se resumieron en la tabla 9-1. Estas relaciones nos permiten trazar el diagrama de separación de flujo de potencia del motor de inducción que se ve en la **figura 12-9**. Se debe estudiar este diagrama con el mayor cuidado porque es básico para comprender el método de carga-deslizamiento.

De acuerdo con la ecuación 2 de la tabla 9-1, podemos escribir para la salida de potencia del rotor, que

$$PDR = EPR - PCR$$

Esto es, la potencia desarrollada por el rotor es igual a la entrada de potencia al rotor menos la pérdida de cobre en el rotor (véase **figura 12-9**).

Y, de acuerdo con la **figura 12-9**, podemos escribir también para la salida de potencia del rotor:

$$PSR = EPR - PCR - P_r \quad (12-18)$$

donde  $P_r = P_c + P_m$ , o sea, la pérdida rotacional es igual a la pérdida en el núcleo más la pérdida mecánica.

Sin embargo, otra vez de acuerdo con la ecuación 2 de la tabla 9-1, vemos que  $PCR = EPR(s)$ . Reformulando la ecuación (12-18) tenemos que

$$PSR = EPR - EPR(s) - P_r = EPR(1 - s) - P_r \quad (12-18a)$$

siendo  $P_r$  = pérdida rotacional obtenida en la prueba sin carga

$EPR$  es la  $P_{entr} - \frac{3}{2} I_L^2 R_{Ls}$  a cada paso de carga

$P_{entr}$  es la entrada total trifásica eléctrica al motor

$R_{Ls}$  es la resistencia total del estator a la ca medida entre las líneas

Se calcula la eficiencia como igual a la relación PSR/PEE (véase figura 12-9) en cada paso, o sea

$$\eta_p = \frac{(P_{ent} - \frac{3}{2} I_L^2 R_{ls})(1-s) - P_r}{P_{ent}} \times 100 \quad (\text{por ciento}) \quad (12-19)$$

Nótese que la ecuación (12-19) especifica la medición de la resistencia de la *armadura del estator*. Esta medición es la misma que la que se usó en la medición del estator de la máquina síncrona de ca (sección 6-10). Se hace una medición de la resistencia a la cd entre cualesquiera dos de las líneas para no obtener resultados falsos causados por la resistencia inducida efectiva en el rotor. Se usa un factor de multiplicación para la resistencia del estator entre líneas, que en general es 1.25 para máquinas de 60 Hz.<sup>9</sup> La ventaja de usar el método medición de resistencia entre líneas es que *no tiene repercusión alguna si la armadura del estator está conectada en estrella o en delta*.

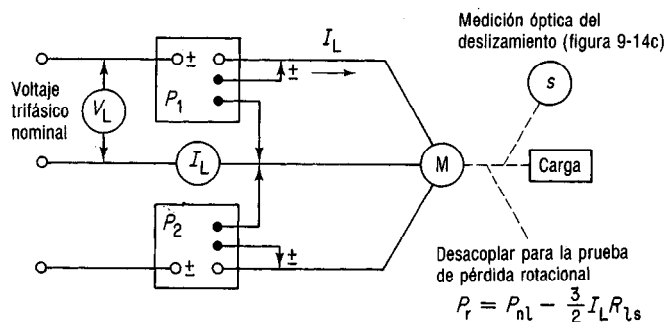
Como en el caso de la sección 12-13, se hace una prueba sin carga a la excitación nominal; de los resultados de esta prueba se calcula la pérdida rotacional restando la pérdida en el cobre del estator, de la entrada. A continuación se acopla una carga al eje del motor de inducción y se lleva a cabo una serie completa de pruebas bajo condiciones reales de carga en las que se determinan la potencia de entrada, la corriente del estator y el deslizamiento para cada paso de carga. Después se calcula la eficiencia como se describe en los pasos 1 a 5 de la lista que se presentará en breve.

Así, el método de la AIEE consiste de tres *pruebas*:

Una medición de la resistencia de la armadura del estator a la ca.

Una medición de pérdida rotacional sin carga

Carga directa para determinar el deslizamiento, la potencia de entrada y la corriente por el estator a cada valor del deslizamiento, empleando el dispositivo de la figura 12-10.



**Figura 12-10** Eficiencia del motor de inducción empleando el método AIEE de deslizamiento-carga.

<sup>9</sup> Se debe hacer notar que  $R_{ls}$  es la resistencia de la *armadura del estator* ca entre líneas, mientras que  $R_{cl}$  en la ecuación (12-17), descrita en la sección 12-12.1 representa la resistencia equivalente combinada a la ca del estator y el rotor. En el método de carga-deslizamiento, si se resta la pérdida en el cobre del estator de la entrada, podremos evaluar la entrada de potencia al rotor (EPR). Véase figura 12-9.

Los datos de la prueba de carga se procesan de la siguiente forma para calcular la eficiencia:

1. Se calcula la pérdida en el cobre del estator (PCE) a cada valor particular de la corriente por éste y de deslizamiento, empleando  $\frac{3}{2} I_L^2 R_{ls}$ , en donde  $R_{ls}$  (solo) es la resistencia del devanado de armadura a la ca, medida entre líneas.
2. A continuación se resta a la entrada de potencia que se midió, la pérdida de cobre en el estator, a cada valor particular de deslizamiento, para obtener la entrada de potencia al rotor (EPR).
3. A continuación se multiplica la EPR por el factor  $(1-s)$  para calcular la potencia desarrollada por el rotor (PDR).
4. Entonces se resta de la EPR la pérdida rotacional ( $P_r$ ) para obtener la potencia de salida del rotor (PSR, o  $P_{sal}$ , o  $P_o$ ).
5. Se calcula la eficiencia a cada paso como la relación  $P_{sal}/P_{ent}$ .

El ejemplo 12-15 hace uso del mismo motor de inducción que el que se tenía en el ejemplo 12-14 y que se probó mediante los métodos de circuito abierto y rotor bloqueado. Este segundo ejemplo nos permitirá comparar el método de carga-deslizamiento con el método convencional de pruebas de motores de inducción.

### EJEMPLO 12-15

Una prueba de resistencia a la cd del motor de inducción de jaula de ardilla que se empleó en el ejemplo 12-14 dio un valor de  $1.0 \Omega$  entre las líneas. Cuando se trabajó a la corriente, carga y velocidad nominales, de acuerdo con la placa, la potencia tomada del suministro de 220 V era 5.5 kW, medida con el método de los dos vatímetros. Calcular

- a. La eficiencia a la carga nominal
- b. La potencia de salida en hp y el par a plena carga
- c. Comparar los resultados que se obtengan con los del ejemplo 12-14.

Cálculos preliminares:

$$R_{el} = 1.25 R_{cd} = 1.25 \times 1.0 = 1.25 \Omega$$

$$\begin{aligned} P_r &= P_{ent} - \frac{3}{2} I_L^2 R_{el} \\ &= 300 - \left[ \frac{3}{2} (6.5)^2 \times 1.25 \right] \\ &= 300 - 79.2 = 220.8 \text{ W (Ver ejemplo 12.14b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PCE_{pc} &= \frac{3}{2} I_L^2 R_{el} \\ &= \frac{3}{2} (16)^2 \times 1.25 = 480 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EPR &= EPE - PCE @ \text{ plena carga} \\ &= 5500 - 480 = 5020 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PDR_{pc} &= EPR(1 - s) \\ &= 5020(1 - 0.0278) = 4880.4 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SPR_{pc} &= PDR - P_r \\ &= 4880.4 - 220.8 = 4660 \text{ W} \end{aligned}$$

### Solución

$$\text{a. } \eta_n = \eta_s = \frac{P_{ent}}{P_{sal}} = \frac{4660}{5500} \times 100 = 84.7 \text{ por ciento}$$

$$\text{b. } hp = \frac{P_{sal}}{746} = \frac{4660}{746} = 6.25 \text{ hp a plena carga}$$

$$\begin{aligned} T_{sal} &= \frac{hp \times 5252}{S} = \frac{6.25 \times 5252}{1750} \\ &= 18.8 \text{ lb}\cdot\text{pie} = 25.4 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

c. Comparación de resultados:

	Ejemplo 12-14	Ejemplo 12-15
$\eta_n$ (por ciento)	82.4	84.7
Potencia nominal (hp)	6.06	6.25
Par nominal de salida (lb·pie)	18.2	18.8



Las conclusiones que se sacan al comparar los resultados que aparecen en la parte (c) del ejemplo 12-15 son las siguientes:

1. Las condiciones más reales del método del AIEE (ahora IEEE), por carga directa, dan un valor alto de la eficiencia, lo que indica que el método es menos pesimista en cuanto al funcionamiento del motor.
2. La mayor eficiencia del método del AIEE da como resultado mayor potencia y par de salida a la carga nominal.
3. Si el motor de inducción es lo suficientemente pequeño como para poder cargarse directamente para determinar su deslizamiento y demás parámetros, entonces se debería emplear el método más exacto y realista del AIEE.
4. Desafortunadamente, el método del AIEE no se presta a probar motores grandes de inducción de jaula por carga directa.
5. En el caso de los motores de inducción grandes, las eficiencias ligeramente pesimistas que se obtienen con la prueba del rotor bloqueado, de modo semejante a la regulación pesimista de un alternador a partir de la prueba de la impedancia síncrona, se prefieren en vista de la facilidad de medición, la sencillez de los cálculos y la confianza en que el funcionamiento de la máquina sobrepasará el rendimiento calculado.

Vale la pena hacer notar dos puntos más:

1. El dispositivo instrumental que se muestra en la figura 12-10 con el método de los dos vatímetros<sup>10</sup> tiene la ventaja de dar el cálculo del factor de potencia a cada paso de carga, a partir de las lecturas de los vatímetros. Se puede calcular, en forma alternativa, el factor de potencia como la relación  $(P_1 + P_2)/\sqrt{3} V_L I_L$ , empleando toda la instrumentación que se muestra.
2. El lector habrá advertido en la figura 12-9 que sólo se resta la pérdida en el cobre del estator (PCE) de la entrada de potencia al estator (EPE) para obtener la entrada de potencia al rotor (EPR) en los cálculos. No se restaron las pérdidas en el núcleo sino hasta después de haber calculado la potencia desarrollada en el rotor (PDR). Como no hay forma sencilla de separar  $P_c$  de  $P_m$ , la pérdida rotacional combinada  $P_r$  se resta de la potencia desarrollada por el rotor (PDR) para obtener la salida de potencia del rotor (SPR). Esta desviación del diagrama correcto de flujo de potencia ocasiona poco error en el cálculo de la eficiencia general.

## 12-15 EFICIENCIA DEL MOTOR DE INDUCCION EMPLEANDO LAS CONSTANTES DE LA MAQUINA

El circuito equivalente completo de un motor polifásico de inducción se presentó en la sección 9-12.3 y se muestra en los esquemas de las figuras 9-12 y 9-13. Se dieron las constantes de máquina y se expuso un método de solución con análisis de redes, o mallas, para obtener diversos parámetros importantes de la máquina, como se vio en el ejemplo 9-15 para las constantes de la figura 9-13.

<sup>10</sup> Para una descripción completa del método de los dos vatímetros para medir la potencia trifásica, consulte Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1988), págs. 712-720.

La deducción del diagrama de circuito equivalente y las constantes de máquina no se describieron en la sección 9-12.3. El diagrama del circuito equivalente se deriva de la teoría del transformador, que se presentará en el capítulo 14. En realidad, las constantes de máquina salen de la información que se obtiene en las pruebas en vacío y a rotor bloqueado de un motor de inducción. La teoría y el procedimiento que se usan para obtener esas constantes en realidad cae fuera del propósito de este texto.<sup>11</sup>

Ya que el método de las constantes de máquina proporciona tanta información útil acerca de motores grandes de inducción que se prueban sin carga y a rotor bloqueado, se repetirá el procedimiento que se describió en la sección 9-12.3 y en el ejemplo 9-15, pero para un conjunto distinto de constantes de máquina.

Como se dijo antes, el procedimiento de usar las constantes de máquina y el método del circuito equivalente al motor de inducción para calcular la eficiencia tiene algunas ventajas:

1. Permite una separación de pérdidas de cobre en el estator y en el rotor, como resultado de calcular tanto la corriente (primaria) en el estator como en el rotor (secundaria).
2. Es una comprobación de la exactitud de los cálculos que se llevan a cabo. En la parte (g), la EPR se forma según dos métodos. El primero emplea la corriente *primaria* para calcular la PCE, y el segundo usa la corriente *en el rotor* (secundaria) para calcular la EPR. Si la EPR es la misma en ambos casos, sabremos que las corrientes son correctas.
3. La potencia calculada de salida, 7.14 hp, concuerda bastante con el dato de  $7\frac{1}{2}$  hp. Con ello se demuestra que las constantes dadas del motor y el dato de la pérdida rotacional para el motor representan a éste con bastante exactitud.
4. Según el apéndice A-3, tabla 430-150, un motor de  $7\frac{1}{2}$  hp, 230 V, tiene una corriente de plena carga igual a 22 A. El motor del ejemplo 12-16 tiene una corriente de fase (y de línea) de casi 19 A. Esto se debe al factor de potencia relativamente alto del motor, que en la parte (d) es 0.85.
5. También permite el cálculo del par máximo. Recuerdese de la ecuación (9-12) que el par máximo se presenta cuando  $s_b = R_r / jX_{lr} = 0.144 / 0.2 = 72$  por ciento de deslizamiento.
6. Podemos ahora calcular las corrientes en el estator y el rotor para el caso del par máximo. El único factor que ha cambiado en la figura 12-11 es  $R_r/s$ , que ahora es  $0.144 / 0.72$ , o sea  $0.2\ \Omega$ . Las corrientes tanto del estator como del rotor se cambiarían empleando este nuevo valor de  $R_r/s$  en la figura 12-11. Despejando a  $I_2$  de la nueva matriz se obtiene una corriente  $I_r$  en el rotor. Esto permite el cálculo de una nueva EPR con la ecuación (9-17) y de un nuevo par máximo con la ecuación (9-19).
7. Una vez conocido el par máximo y también el deslizamiento al cual se presenta, es posible calcular el par a *cualquier valor del deslizamiento*, empleando la ecuación (9-23) y el método que se presenta en el ejemplo 9-14. Por ejemplo, se puede calcular el par de arranque con más facilidad utilizando este método, a deslizamiento unidad.

<sup>11</sup> Para tener una descripción completa de la teoría y procedimiento que se usan para deducir las constantes de la máquina, véase Fitzgerald, Kingsley y Umans, *Electric Machinery*, 4a. ed. (New York: McGraw-Hill Book Co., 1983), págs. 429-434.

**EJEMPLO 12-16**

Un motor trifásico de  $7\frac{1}{2}$  hp, de seis polos, 1176 rpm, 220 V, 60 Hz, letra J de código, de inducción de jaula de ardilla conectado en estrella tiene las siguientes constantes de máquina:  $R_{ap} = 0.3\ \Omega$ ;  $R_r = 0.144\ \Omega$ ;  $jX_m = 13.5\ \Omega$ ;  $jS_s = 0.5\ \Omega$ ;  $jS_{tr} = 0.2\ \Omega$ ; pérdida rotacional  $P_r = 300\text{ W}$  (total). Trazar un diagrama de circuito equivalente (figura 12-11) para estas constantes. A la velocidad nominal, 1176 rpm, calcular, por fase:

- El deslizamiento y  $R_r/s$
- La corriente de armadura en estator  $I_p$  por fase
- La corriente del rotor  $I_r$  por fase
- El factor de potencia del motor
- La entrada de potencia al rotor (EPR), por fase
- La pérdida en el cobre del estator (PCE) por fase
- La entrada de potencia al rotor (EPR), por fase, por dos métodos
- La pérdida en el cobre del rotor (PCR), por fase
- La potencia desarrollada por el rotor (PDR), por fase, mediante dos métodos
- La salida de potencia trifásica total del rotor (SPR) en el eje
- El par total desarrollado en la salida
- La salida de potencia, en hp. Compararla con los datos.
- La eficiencia a la carga nominal
- El diagrama de flujo de potencia, que muestre todos los parámetros.

**Solución**

$$a. \quad s = \frac{1200 - 1176}{1200} = 0.02$$

$$\frac{R_r}{s} = \frac{0.144}{0.02} = 7.2\ \Omega$$

De la figura 12-11, con el método del formato para el análisis de mallas o redes, podemos escribir el arreglo por simple examen:

$I_1$	$I_2$	$V$
$0.3 + j14$	$-(0 + j13.5)$	$127 + j0$
$-(0 + j13.5)$	$7.2 + j13.7$	$0$

**Determinante**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.3 + j14 & -j13.5 \\ -j13.5 & 7.2 + j13.7 \end{vmatrix}$$

$$= -7.39 + j104.91$$

$$b. \quad I_p = I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 127 + j0 & 0 - j13.5 \\ 0 & 7.2 + j13.7 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{914.4 + j1739.9}{-7.39 + j104.91} = 15.89 - j9.835$$

$$= 18.69 \angle -31.75^\circ \text{ A}$$

$$c. \quad I_r = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.3 + j14 & 127 + j0 \\ -j13.5 & 0 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{0 + j1714.5}{-7.39 + j104.91} = 16.26 - j1.1455$$

$$= 16.3 \angle -4.03^\circ \text{ A}$$

$$d. \quad \cos \theta = \cos -31.75^\circ = 0.850$$

$$e. \quad EPR = V_p I_p \cos \theta = 127 \times 18.69 \times 0.85$$

$$= 2018 \text{ W}$$

$$f. \quad PCE = I_p^2 R_{ap} = (18.69)^2 \times 0.3 = 104.8 \text{ W}$$

$$g. \quad EPR = EPR - PCE = 2018 - 104.8 = 1913.2 \text{ W}$$

$$EPR = I_r^2 \left( \frac{R_r}{s} \right) = (16.3)^2 \times 7.2 = 1913.0 \text{ W}$$

$$h. \quad PCR = s(EPR) = 0.02(1913.1) = 38.3 \text{ W}$$

$$i. \quad PDR = EPR - PCR = 1913.1 - 38.3$$

$$= 1874.8 \text{ W}$$

$$PDR = EPR(1 - s) = 1913.1(1 - 0.02)$$

$$= 1874.8 \text{ W}$$

$$j. \quad SPR = 3PDR - P_r = 3 \times 1874.8 - 300$$

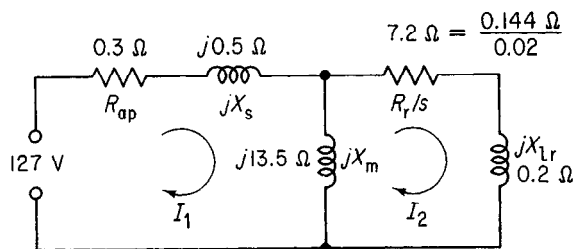
$$= 5324.4 \text{ W}$$

$$k. \quad T_{sal} = \frac{7.04 \times P_{to}}{S_r} = \frac{7.04 \times 5324.4}{1176} = 31.87 \text{ lb} \cdot \text{pie}$$

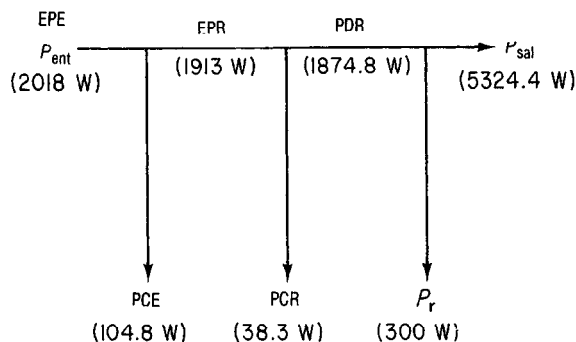
$$l. \quad \text{hp} = \frac{P_{to}}{746} = \frac{5324.4}{746} = 7.14 \text{ hp} \quad (\text{nom } 7\frac{1}{2} \text{ hp})$$

$$m. \quad \eta \text{ a } 0.02 = \frac{P_o}{P_{in}} = \frac{5324.4}{3 \times 2018} = 87.95 \text{ por ciento}$$

$$n. \quad \text{Véase figura 12-12.}$$



**Figura 12-11** Diagrama de circuito equivalente para el ejemplo 12-16.



**Figura 12-12** Diagrama de flujo de potencia para el ejemplo 12-16.

8. También es posible calcular la corriente de arranque empleando un deslizamiento unidad en la figura 12-11 y despejando de la matriz la corriente primaria en el estator  $I_1$ . Un modo mucho más sencillo de calcular la corriente de arranque es emplear las letras indicadoras del código a rotor bloqueado del apéndice A-3, tabla 430-7(b), lo cual se explica en la sección 12-16, ejemplo 12-17.
9. Finalmente, se puede calcular la eficiencia desde sin carga hasta la carga nominal seleccionando incrementos iguales de deslizamiento entre ellas. El valor específico del deslizamiento se sustituye entonces en la relación  $R_r/s$  de la figura 12-11, y se repiten todas las partes del ejemplo 12-16 para obtener la eficiencia a ese deslizamiento.
10. De modo alternativo, para el valor dado del deslizamiento, se puede emplear la ecuación (9-23) para calcular el par de salida  $T_o$ . También se usa el deslizamiento para calcular la velocidad del rotor  $S_r$ . Dados  $T_o$  y  $S_r$ , se puede calcular la potencia total en el eje empleando la ecuación (9-19).

## 12-16 CORRIENTE DE ARRANQUE DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN A PARTIR DE LAS LETRAS DE CODIGO PARA ROTOR BLOQUEADO

Todos los motores comerciales de inducción en la actualidad deben mostrar una letra de código en sus placas. Esta letra establece los límites de *corriente de arranque*, máxima y mínima, en kilovoltamperes por caballo (kVA/hp), para la máquina en particular. El apéndice A-3, tabla 430-7(b) indica las letras de código de la A a la V, como lo pide la NEMA (*National Electrical Manufacturers Association*, Asociación Nacional de Fabricantes Eléctricos). Conocida la letra de código, es relativamente sencillo el cálculo de los límites inferior y superior de la corriente de arranque. Dada la corriente

de arranque, podremos determinar y seleccionar la protección adecuada de cortocircuito para el motor. El ejemplo 12-17 muestra cómo se hace esto para el motor del ejemplo 12-16.

### EJEMPLO 12-17

El motor comercial de inducción de jaula de ardilla del ejemplo 12-16 tiene una letra J de código en su placa. Calcular

- El límite superior de la corriente de arranque
- El límite inferior de la corriente de arranque.

#### Solución

- Del apéndice A-3, tabla 430-7(b), los kVA/hp de arranque, con el rotor bloqueado, son menores de 7.99, los cuales, cuando se sustituyen en la siguiente ecuación dan una corriente máxima de arranque igual a

$$I_s = \frac{7.99 \text{ kVA/hp} \times (7.5 \text{ hp} \times 1000)}{\sqrt{3} \times 220 \text{ V}} = 157.3 \text{ A}$$

- El límite inferior, letra J de código, es 7.1 kVA/hp. Entonces

$$I_s = \frac{7.1 \text{ kVA/hp} \times (7.5 \text{ hp} \times 1000)}{\sqrt{3} \times 220 \text{ V}} = 139.7 \text{ A}$$

El ejemplo 12-17 muestra que la corriente de arranque debe caer entre un límite inferior de 139.7 A y uno superior igual a 157.3 A. Hay un método alternativo para comprobar lo anterior a partir de las constantes de motor que se dieron en el ejemplo 12-16, porque reconocemos que la corriente de arranque, con el rotor bloqueado, se presenta a un deslizamiento igual a uno. Este método se muestra en el ejemplo 12-18.

### EJEMPLO 12-18

- Calcular la corriente de arranque por el estator del motor de inducción de jaula cuyas constantes aparecen en el ejemplo 12-16. (Sugerencia: usar todas las constantes que se dieron a un deslizamiento igual a uno.)
- Calcular el FP del motor de arranque.

#### Solución

La relación  $R_r/s = 0.144/1 = 0.144 \Omega$  en la figura 12-11. Con el método de formato del análisis de redes, formulamos, por inspección, la siguiente formación:

$I_1$	$I_2$	$V$
$0.3 + j14$	$-j13.5$	$127 + j0$
$-j13.5$	$0.144 + j13.7$	$0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.3 + j14 & -j13.5 \\ -j13.5 & 0.144 + j13.7 \end{vmatrix} = -9.51 + j6.126$$

$$\begin{aligned} \text{a. } I_s = I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 127 + j0 & -j13.5 \\ 0 & 0.144 + j13.7 \end{vmatrix}}{\Delta} \\ &= \frac{18.29 + j1739.9}{-9.51 + j6.126} = 81.93 - j130.18 \\ &= 153.8 \angle -57.8^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \cos \theta = \cos 57.8^\circ = 0.533$$

Nótese que la corriente de arranque de 153.8 A que se calculó en (a) cae entre los límites que se encontraron en el ejemplo 12-17. Con ello se comprueba la técnica del análisis de red.

Se puede determinar la eficiencia de un motor monofásico por:

- Carga directa con un dinamómetro
- Carga directa con un freno de prony
- Carga directa con un generador calibrado de cd, de eficiencia conocida
- Carga directa con el método del AIEE (hoy IEEE) (sección 12-14)
- Prueba convencional con las determinaciones sin carga (pérdida rotacional) y a rotor bloqueado (sección 12-13)
- Eficiencia convencional con constantes de circuito obtenidas a partir de pruebas sin carga y a rotor bloqueado

El apéndice A-3, tabla 430-148, muestra que la mayor parte de los motores monofásicos rara vez tienen capacidades mayores de 10 hp.<sup>12</sup> La mayor parte de los motores monofásicos fabricados en la actualidad son motores de *potencia fraccionaria*. En consecuencia, se pueden probar casi todos los motores monofásicos con carga directa, dependiendo de la disponibilidad de un generador calibrado, un freno de prony o un dinamómetro. Si no hay alguno de ellos a la mano, se puede emplear el método del AIEE porque también necesita de carga directa.

En general, la carga directa produce resultados más exactos que los que se obtienen mediante la técnica convencional de prueba sin carga y a rotor bloqueado. Describiremos primero el método del AIEE, que se presentó antes en la sección 12-14 para el motor polifásico de inducción, y a continuación el método convencional, que se describió en la sección 12-13. Estos dos métodos sólo se aplican a motores de fase partida con arranque por capacitor y por resistencia, de capacitor permanente (de un valor), de capacitor de dos valores, motores de inducción de polo sombreado y de arranque por reluctancia.

### 12-17.1 Eficiencia de los motores monofásicos de inducción mediante el método de carga-deslizamiento del AIEE

En general, este método sigue el procedimiento y las ecuaciones que se presentaron en la sección 12-14 con las siguientes diferencias:

1. La resistencia de armadura (del estator) entre conductores es una medición de cd multiplicada por un factor igual a 1.25, como antes. Sin embargo, en motores de fase partida permanente o de capacitor de dos valores, se debe medir la resistencia de ambos devanados, principal y auxiliar, junto con las ca que pasan por cada uno de ellos.
2. Se omite el factor  $\frac{3}{2}$  de las ecuaciones (12-18a) y (12-19).
3. Las pérdidas rotacionales  $P_r$  de los motores de fase partida permanente o de capacitor de dos valores se calculan mediante una prueba sin carga como sigue:

$$P_{ro} = V_L I_L \cos \theta - (I_a^2 R_a + I_m^2 R_m) \quad \text{watts (W)} \quad (12-20)$$

<sup>12</sup> Las únicas excepciones a este límite de caballaje son los motores de serie de ca, que se pueden encontrar en capacidades hasta de varios miles de caballos, y que se emplean en servicio de trenes.

donde  $I_a$  e  $I_m$  son, respectivamente, las corrientes sin carga en los devanados auxiliar y principal

$R_a$  y  $R_m$  son las resistencias de los devanados auxiliar y principal, respectivamente

4. En el caso de otros tipos monofásicos de inducción,  $R_{ls}$ , la resistencia del estator entre líneas, se puede emplear para el factor de pérdidas en el cobre del estator en paréntesis, y las pérdidas rotacionales se calculan sin carga como sigue:

$$P_{ro} = V_L I_L \cos \theta - I_{ls}^2 R_{ls} \quad \text{watts (W)} \quad (12-21)$$

5. Puesto que los motores monofásicos presentan un deslizamiento mayor entre el caso sin carga y el de a plena carga, se deben medir con cuidado la potencia de entrada, y las corrientes del estator y el deslizamiento para cada valor de éste en la tercera prueba que se menciona en la sección 12-14.
6. Para mayor exactitud en el cálculo de la eficiencia, la pérdida rotacional *ya no se puede considerar constante*. Se acostumbra multiplicar la pérdida rotacional sin carga ( $P_{ro}$ ) por un factor de corrección de deslizamiento para cada valor de éste en la prueba Núm. 3:

$$P_{rs} = P_{ro} \frac{(1-s)}{(1-s_o)} \quad \text{watts (W)} \quad (12-22)$$

donde  $P_{rs}$  es la pérdida rotacional a cualquier valor del deslizamiento  $s$   
 $s_o$  es el deslizamiento sin carga

Además de esas diferencias, el método de carga-deslizamiento del AIEE para motores monofásicos sigue el que se presentó antes para motores trifásicos de inducción de jaula (sección 12-14).

## 12-17.2 Determinación de la eficiencia del motor monofásico de inducción a partir de las pruebas sin carga y a rotor bloqueado

Como se indicó antes, este método se presta a pruebas convencionales de motores grandes, de caballaje integral. Si bien no es tan exacto como cualquiera de los cuatro de carga directa que aparecen en la lista del principio de esta sección, tiene la ventaja de dar un valor pesimista de la eficiencia, al igual que las mismas ventajas que se notaron al final de la sección 12-13 para las pruebas convencionales de los motores trifásicos de inducción de jaula de ardilla.

La prueba de pérdidas rotacionales sin carga es la misma que la que se lleva a cabo en el método del IEEE, de carga-deslizamiento. Siguen aplicándose las ecuaciones (12-20), (12-21) y (12-22), incluyendo a la corrección de deslizamiento para pérdidas rotacionales.<sup>13</sup>

<sup>13</sup> La velocidad nominal a plena carga se da en general entre los datos de placa. Si se conocen los deslizamientos sin carga y a plena carga, es asunto sencillo dividir la diferencia en deslizamientos entre un número conveniente de pasos, digamos 4 o 5.

La prueba a rotor bloqueado se lleva a cabo como se describe en la sección 12-13.2 con una diferencia notable: la *resistencia equivalente* a la resistencia combinada del rotor reflejada en el estator, y la resistencia del estator es ahora

$$R_{els} = \frac{P_{br}}{I_{lbr}^2} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (12-23)$$

donde  $P_{br}$  es la potencia consumida cuando el rotor se detiene (pérdida de cobre a plena carga)

$I_{lbr}$  es la corriente de línea que el motor toma a rotor bloqueado

En el caso de motores de fase partida y arranque por resistencia o por capacitor, se acostumbra desconectar el devanado de arranque durante la prueba de rotor bloqueado, porque estos devanados permanecen desconectados durante la marcha normal desde sin carga hasta plena carga. Bajo estas condiciones, se usa la ecuación (12-21) para calcular la pérdida rotacional sin carga, usando el valor de  $R_{els}$  que se calculó con la ecuación (12-23).

El cálculo de la eficiencia sigue al que se mostró en el ejemplo 12-14. Las pérdidas en el cobre se calculan como en el ejemplo 12-14c. La eficiencia se calcula como en el ejemplo 12-14d, con una excepción importante: la pérdida rotacional ya no es constante. Se deben introducir los valores que se calculan con la ecuación (12-22). Además de lo anterior, todos los cálculos son los mismos, como se ve en el ejemplo 12-19.

Con respecto a la solución del ejemplo 12-19, se debe notar lo siguiente:

1. La prueba a rotor bloqueado no siempre se lleva a cabo a la corriente nominal. En consecuencia, la potencia que se toma no siempre es la pérdida equivalente en el cobre del rotor y el estator a plena carga. Este es el caso del ejemplo 12-19, en el que las pérdidas nominales en el cobre se calcularon en la parte (e) con el resultado de 392 W, y usando 28 A como corriente nominal.
2. Para un motor monofásico de inducción no podemos seguir suponiendo que las pérdidas rotacionales sean constantes a todos los valores de la carga. La pérdida rotacional sin carga, que se calculó en la parte (b), fue 218.5 W a un deslizamiento de 1 por ciento, como se nota en los datos. La ecuación (12-22) se usa para calcular las pérdidas rotacionales a otros valores del deslizamiento. Adviértase que, a medida que aumenta el deslizamiento en la parte (d), disminuye la pérdida rotacional.
3. En la parte (e), se puede observar que la pérdida en el cobre varía de acuerdo con el cuadrado del factor de carga, aumentando cuando aumenta éste.
4. Las pérdidas en el cobre aumentan con el cuadrado de la carga, mientras que las pérdidas rotacionales disminuyen con el mayor deslizamiento y la mayor carga. El punto en el que se cruzan esas dos pérdidas debe representar el factor de carga al cual se presenta la máxima eficiencia.
5. Por inspección de la parte (f), la eficiencia máxima para este motor monofásico se presenta entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{4}$  de la carga nominal.



### EJEMPLO 12-19

Un motor monofásico de inducción para 220 V, 60 Hz, de cuatro polos, FP 0.85, de arranque por capacitor, tiene los siguientes datos adicionales en su placa: 5 hp, corriente nominal 28 A, velocidad nominal 1620 rpm. Los datos que se obtuvieron en pruebas convencionales sin carga y a rotor bloqueado son los siguientes:

Prueba sin carga	Unidad	Prueba a rotor bloqueado
220	volts	64
6.4	amperes	62*
239	watts	1922
0.01	deslizamiento	1

Para los datos anteriores, calcular

- La resistencia total equivalente del motor de línea a línea
- Las pérdidas rotacionales sin carga
- El deslizamiento a la carga nominal ya a  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{4}$  de la nominal
- Las pérdidas rotacionales a los valores de deslizamiento que se dieron en la parte (c)
- Las pérdidas equivalentes en el cobre a los valores de deslizamiento que se dieron en la parte (c)
- La eficiencia en cada una de esas cargas.
- La potencia de salida, en caballos, a cada una de esas cargas
- El par de salida a plena carga, en pie-lb y en N·m.

\*(Sugerencia: la prueba a rotor bloqueado se llevó a cabo una corriente mayor que la nominal.)

#### Solución

$$a. R_{els} = \frac{P_{br}}{I_{br}^2} = \frac{1922}{(62)^2} = 0.5 \Omega \quad (12-23)$$

$$b. P_{ro} = P_{in} - I_{ls}^2 R_{ls} = 239 - (6.4)^2 \times 0.5 = 218.5 \text{ W} \quad (12-21)$$

$$c. s_n = \frac{\frac{120f}{P} - S_n}{\frac{120f}{P}} = \frac{1800 - 1620}{1800} = 0.1$$

$$s \text{ a } \frac{1}{4} = s_n/4 = 0.1/4 = 0.025$$

$$s \text{ a } \frac{1}{2} = s_n/2 = 0.1/2 = 0.05$$

$$s \text{ a } \frac{3}{4} = s_n \times \frac{3}{4} = 0.1 \times \frac{3}{4} = 0.075$$

$$s \text{ a } \frac{5}{4} = s_n \times \frac{5}{4} = 0.1 \times \frac{5}{4} = 0.125$$

$$d. P_{rs} = P_{ro} \frac{(1-s)}{(1-s_o)}$$

$$P_{r(\frac{1}{4})} = 218.5 \frac{(1-0.025)}{(1-0.01)} = 215.2 \text{ W}$$

$$P_{r(\frac{1}{2})} = 218.5 \frac{(1-0.05)}{(1-0.01)} = 209.67 \text{ W}$$

$$P_{r(\frac{3}{4})} = 218.5 \frac{(1-0.075)}{(1-0.01)} = 204.2 \text{ W}$$

$$P_{r(n)} = 218.5 \frac{(1-0.1)}{(1-0.01)} = 198.6 \text{ W}$$

$$P_{r(\frac{5}{4})} = 218.5 \frac{(1-0.125)}{(1-0.01)} = 193.1 \text{ W}$$

$$e. P_{Cu(n)} = I_{ls}^2 R_{ls} = (28)^2 \times 0.5 = 392 \text{ W}$$

$$P_{Cu(\frac{1}{4})} = 392/(4)^2 = 24.5 \text{ W}$$

$$P_{Cu(\frac{1}{2})} = 392/(2)^2 = 98 \text{ W}$$

$$P_{Cu(\frac{3}{4})} = 392(\frac{3}{4})^2 = 220.5 \text{ W}$$

$$P_{Cu(\frac{5}{4})} = 392(\frac{5}{4})^2 = 612.5 \text{ W}$$

$$f. \eta \text{ a } \frac{1}{4} = \frac{\text{Fe(entrada)} - (P_{r(\frac{1}{4})} + P_{Cu(\frac{1}{4})})}{\text{Fracción de carga(entrada)}} = \frac{\frac{1}{4}(220 \times 280.85) - (215.2 + 24.5)}{\frac{1}{4}(5236)} = 81.7 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2}(5236) - (209.67 + 98)}{\frac{1}{2}(5236)} = 88.2 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{3}{4} = \frac{\frac{3}{4}(5236) - (204.2 + 220.5)}{\frac{3}{4}(5236)} = 91.5 \text{ por ciento}$$

$$\eta_n = \frac{5236 - (198.6 + 392)}{5236} = 88.7 \text{ por ciento}$$

$$\eta \text{ a } \frac{5}{4} = \frac{\frac{5}{4}(5236) - (193.1 + 612.5)}{\frac{5}{4}(5236)} = 87.7 \text{ por ciento}$$

$$g. P_{sal}(\text{hp}) = \frac{P_{in} \times \eta}{746}$$

$$\frac{1}{4} P_{sal} = \frac{(5236/4) \times 0.817}{746} = 1.43 \text{ hp}$$

$$\frac{1}{2} P_{sal} = \frac{(5236/2) \times 0.882}{746} = 3.1 \text{ hp}$$

$$\frac{3}{4} P_{sal} = \frac{[5236(3/4)] \times 0.915}{746} = 4.81 \text{ hp}$$

$$P_{sal} = \frac{5236 \times 0.887}{746} = 6.22 \text{ hp}$$

$$\frac{5}{4} P_{sal} = \frac{[5236(5/4)] \times 0.877}{746} = 7.69 \text{ hp}$$

$$h. T_{sal} = \frac{\text{hp} \times 5252}{S_n} = \frac{6.23 \times 5252}{1620}$$

$$T_{salST} = 20.2 \text{ lb} \cdot \text{ft} \times 1.356 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{lb} \cdot \text{pie}} = 27.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### 12-17.3 Eficiencia del motor monofásico de inducción a partir de sus constantes de máquina

Como se hizo notar en el caso de los motores trifásicos de inducción de jaula, es posible obtener las constantes de la máquina para el motor de inducción monofásico a partir de las pruebas sin carga y a rotor bloqueado. Sin embargo, los diagramas de circuito equivalente para el motor monofásico son más complejos que los de motores trifásicos de rotor de jaula o devanado. Igualmente, también los cálculos son más complicados que los del motor trifásico de inducción de los ejemplos 12-16 y 12-18. En consecuencia, este método queda fuera del alcance de este libro.<sup>14</sup>

En vista de la existencia de los cinco métodos alternativos de prueba que se citaron al principio de esta sección, *este método se usa raramente* y sólo se menciona aquí porque aparece en los libros.

### 12-17.4 Prueba de eficiencia de motores fraccionarios muy pequeños

Los motores fraccionarios pequeños, como los de reluctancia, los síncronos, los universales y los de inducción de polos sombreados, se prueban, en general, mediante cualquiera de los siguientes métodos:

1. Bancos de prueba con dinamómetros pequeños en los cuales se acopla el motor con un generador dinamométrico de cd cargado con resistencia cuyo estator se puede usar montado en muñones en un revólver o carrusel. Se suelda un brazo de palanca al estator del dinamómetro, restringiendo su rotación a través de una celda de carga (*strain-gage*) o báscula tipo Chatillon para medir la fuerza o el par que desarrolla el dinamómetro. Este método es de *carga directa*.
2. También se pueden emplear generadores calibrados, de eficiencia conocida, para medir las eficiencias relativas de motores monofásicos de potencia fraccionaria del mismo modo que se describió en la sección 12-11. Este método es de carga directa.
3. Los motores monofásicos de potencia fraccionaria también se pueden probar mediante el método convencional de prueba a rotor bloqueado. La técnica es algo más fácil debido a la sencillez relativa de los cálculos monofásicos, y no se necesita equipo especial (sección 12-17.2).
4. El método AIEE de carga directa que se describió se puede emplear también si se necesita garantizar una determinación más exacta de la eficiencia (sección 12-17.1).
5. A veces se usa un freno de prony en lugar del generador dinamométrico del método 1, con un brazo de palanca y una báscula para indicar la potencia de salida por carga directa, y se anota la velocidad en cada paso.

<sup>14</sup> Se puede encontrar en Fitzgerald, Kingsley y Umans, *Electric Machinery*, 4a. ed. (Nueva York: Mc-Graw-Hill Book Co., 1983), págs. 491-498, una descripción completa de la deducción de circuitos equivalentes para el motor monofásico en los casos de rotor bloqueado y sin carga, así como para la deducción de las constantes del motor, y el método para calcular la eficiencia.

**Corrientes parásitas** Aquellas corrientes que existen como resultado de los voltajes inducidos tanto en los conductores magnéticos como en los no magnéticos por variación del flujo magnético y/o de la velocidad.

**Corrientes secundarias** (Véase *corrientes parásitas*.).

**Diagrama de flujo de potencia** Esquema que muestra las pérdidas de potencia, potencia de entrada y potencia de salida de cualquier dínamo.

**Dinamómetro** Generador eléctrico, motor o absorbedor de carga por corrientes parásitas, que tiene un medio de indicar tanto el par como la velocidad que desarrolla el dispositivo que se acopla con él. Cualquier prueba dinamométrica implica la carga directa de la dínamo, que se hace trabajar como motor con fines de determinación de eficiencia.

**Eficiencia ( $\eta$ )** Relación de energía útil o de potencia de salida a energía o potencia de entrada, expresada como porcentaje.

**Eficiencia máxima** Relación máxima de la salida útil a la entrada, que acontece para la dínamo o máquina, siempre que las pérdidas variables igualen a las fijas.

**Factor de carga** (Véase *fracción de carga*.)

**Fracción de carga** Fracción de un entero que se multiplica ya sea por la entrada nominal a un motor o por la salida nominal de un generador en la determinación de la eficiencia.

**Freno de prony** Medio para cargar un motor usando una banda de freno accionada con un tornillo que abraza a un tambor que gira enfriado por agua, cuyo par está relacionado con la fricción de la presión de la abrazadera sobre el tambor.

**Histéresis** Retardo o retraso de un efecto con respecto a su causa.

**Letra de código de rotor bloqueado** Identificación mediante una letra que establece

los límites inferior y superior de la corriente de arranque por el rotor, expresada en kVA/hp, que toma un motor al instante del arranque cuando se aplican el voltaje y la frecuencia nominales al estator.

**Método convencional de prueba** Cualquier método de prueba en el que se determine la eficiencia de una dínamo sin sujetarla a una carga directa a su potencia nominal. La prueba de un transformador a circuito abierto y en cortocircuito es un método convencional, así como la prueba de un motor de inducción en vacío y a rotor bloqueado. Los métodos convencionales de prueba tienen la ventaja de necesitar mucha menos potencia para probar un dispositivo dado.

**Pérdida por histéresis** Pérdida de energía o de potencia, necesaria para superar el efecto de la histéresis en los materiales magnéticos, es decir, el trabajo necesario para realinear los contornos de los materiales ferromagnéticos que tienen la propiedad de retentividad magnética, calculada en un ciclo de magnetización completo. La pérdida de potencia debida a la histéresis es proporcional al área encerrada por un ciclo de histéresis.

**Pérdidas de carga parásita** Aquellas pérdidas diversas en el núcleo y de  $I^2R$  que varían en función de la carga y que no se toman en cuenta para evaluar las pérdidas de la máquina. Estas pérdidas se consideran con frecuencia como el 1 por ciento de la salida para generadores de más de 150 kW y motores de más de 200 hp. Para las dinamos menores que las anteriores, las pérdidas por carga parásita son despreciables (véase tabla 12-1c).

**Pérdidas de potencia parásita** (Véase *pérdidas rotacionales*.)

**Pérdidas eléctricas** Todas las pérdidas en el cobre o aleación conductora que producen los diversos devanados de una dínamo dada, incluyendo las pérdidas por contacto

y por resistencia de las escobillas (véase tabla 12-1a).

**Pérdidas en el núcleo** La pérdida por histéresis en el circuito magnético y las pérdidas por corrientes parásitas tanto en el circuito magnético como en los conductores de una máquina dada. Esas pérdidas son constantes a determinada velocidad y flujo de campo; varían en proporción directa a los cambios de flujo y de velocidad (frecuencia).

**Pérdidas por corrientes parásitas** La pérdida de potencia representada por la  $I^2R$  total producida por las corrientes parásitas circulantes en conductores, núcleos magnéticos o blindaje magnético que los rodee. Las pérdidas por corrientes parásitas se reducen al mínimo empleando laminaciones con aislamiento entre ellas, núcleos pulverizados, compuestos de ferritas de alta resistividad y/o núcleos de polvos.

**Pérdidas rotacionales** Pérdidas mecánicas y en el núcleo, combinadas, de una máquina. Las pérdidas mecánicas comprenden la fricción de rodamiento, la fricción con el aire y/o la fricción con escobillas. Las pérdidas en el núcleo comprenden las pérdidas por corrientes secundarias y por histéresis. Las pérdidas rotacionales se miden mediante una prueba sin carga.

**Prueba a circuito abierto** Sinónimo de cualquier prueba sin carga. (Véase *prueba sin carga*.)

**Prueba a rotor amarrado** (Véase *prueba a rotor bloqueado*.)

**Prueba a rotor bloqueado** Método convencional de medición de las resistencias de los devanados equivalentes del rotor y estator, referidas al estator, a un voltaje de estator muy bajo, e inmovilizado el rotor. Como el rotor está estacionario, no hay pérdidas mecánicas, y las pérdidas en el núcleo son despreciables a voltaje reducido. En consecuencia, las únicas pérdidas que hay son las pérdidas eléctricas en el cobre.

**Prueba de funcionamiento con carga ligera** Sinónimo de cualquier prueba sin carga. (Véase *prueba sin carga*.)

**Prueba en cortocircuito** Aplicada a una máquina, prueba convencional en la que se hace trabajar a la máquina como generador con excitación reducida y se conectan sus terminales en cortocircuito.

**Prueba en vacío** Sinónimo de prueba sin carga. (Véase *prueba sin carga*.)

**Prueba sin carga** Prueba para determinar las pérdidas rotacionales en la cual se hace trabajar una máquina como motor sin carga a su voltaje y frecuencia nominales. La entrada al motor representa las pérdidas rotacionales más las pérdidas en el cobre sin carga.

**Salida de potencia** La potencia que sale de una máquina expresada en watts o en caballos de fuerza.

## 12-19 PREGUNTAS

- 12-1 a. Describir la relación entre potencia y energía.  
b. ¿Bajo qué condiciones se considera que un dispositivo de conversión de energía es un dispositivo de conversión de potencia?  
c. ¿Es capaz una máquina de almacenar energía? Explique la respuesta.
- 12-2 a. ¿Cuál es la relación entre potencia de entrada y de salida para una máquina, según la ley de la conservación de la potencia?  
b. ¿Por qué la potencia de salida de una máquina siempre es menor que la potencia de entrada?  
c. ¿Por qué las pérdidas siempre son la diferencia entre la potencia de entrada y la de salida?

- 12-3 a. Presentar tres formas de la ecuación para la eficiencia de la dinamo.  
 b. Describir la aplicación de cada una de esas formas.  
 c. ¿Por qué la ecuación (12-2b) se presta para la determinación de la eficiencia de un motor?  
 d. ¿Por qué la ecuación (12-2c) se presta para la determinación de la eficiencia de un generador?  
 e. Con base en las respuestas a las partes (c) y (d), ¿por qué es importante tener algún medio para evaluar las pérdidas?
- 12-4 a. Hacer una lista de aquellas pérdidas eléctricas que sean bastante constantes respecto a variaciones en la carga.  
 b. Hacer una lista de aquellas pérdidas eléctricas que varíen como función de la carga en todas las dinamos.
- 12-5 Trazar el diagrama de flujo de potencia sólo para un generador derivación de cd, que muestre  
 a. La ecuación para la potencia de entrada mecánica.  
 b. La ecuación para la potencia que se genera en la armadura (potencia eléctrica desarrollada).  
 c. Las pérdidas en el núcleo y mecánicas, en términos de las partes (a) y (b).  
 d. Las ecuaciones para las pérdidas en el cobre de la armadura y del campo (pérdidas eléctricas).  
 e. La ecuación para la potencia de salida.  
 f. La ecuación de la eficiencia, en términos de la ecuación (12-2c).
- 12-6 a. ¿Cuál es la ventaja de los métodos convencionales de determinación de la eficiencia con respecto a los de carga directa?  
 b. ¿Por qué la carga directa es relativamente imposible para las grandes dinamos?  
 c. Describir un tipo de método convencional que se preste para las dinamos de cd.  
 d. Describir otros tipos de métodos convencionales que se usen con los motores síncronos y asíncronos.
- 12-7 En la determinación de la eficiencia de un generador de cd mediante métodos convencionales, explicar  
 a. Por qué se hace trabajar sin carga como motor.  
 b. Cómo se evalúan las pérdidas eléctricas a diversos valores de carga.  
 c. Cómo se evalúa la salida a varios valores de carga.  
 d. Cómo se calcula la eficiencia a cualquier carga dada.
- 12-8 a. ¿Qué hipótesis se hacen cuando sólo se efectúa una medición en el método sin carga para determinar la pérdida rotacional?  
 b. ¿Por qué es más exacto llevar a cabo una serie de mediciones en donde se dupliquen el flujo y la velocidad a los cuales funciona la dinamo?  
 c. ¿Qué factor único se debe duplicar para que se dupliquen tanto flujo como velocidad?  
 d. ¿Por qué el método de la fuerza contraelectromotriz-velocidad es más exacto para determinar la eficiencia de una dinamo de velocidad variable que una sola medición con funcionamiento en vacío?
- 12-9 a. ¿Qué pérdida específica se evalúa cuando se emplea el método de funcionamiento sin carga para una dinamo síncrona en la determinación convencional de la eficiencia?

- b. ¿Qué pérdida específica se evalúa al emplear los datos de la prueba de cortocircuito para una dinamo síncrona cuando se determina en forma convencional la eficiencia?
  - c. ¿Cuáles pérdidas se consideran fijas para un alternador?
  - d. ¿Qué pérdidas se consideran variables para un alternador?
  - e. ¿Qué factor se cambia en la ecuación de la eficiencia como resultado de un cambio del FP del alternador?
- 12-10 a. El método de la sección 12-11, del motor calibrado, ¿es método convencional o de carga directa, para la determinación de la eficiencia?
- b. ¿Cuáles pérdidas específicas se evalúan en los pasos 1 y 2?
  - c. ¿Qué pérdida específica se evalúa en el paso 3?
  - d. ¿Qué valores se obtienen en el paso 4, que sean necesarios para un cálculo de eficiencia? Si no son necesarios, ¿para qué se usan?
- 12-11 a. Cuando se lleva a cabo la prueba en vacío, ¿por qué no es posible omitir las pérdidas en el cobre del rotor y estator de un motor de inducción?
- b. ¿En qué circunstancias se pueden omitir las pérdidas en el núcleo cuando se lleva a cabo la prueba de una dinamo de inducción a rotor bloqueado?
  - c. ¿En qué circunstancias se deben tener en cuenta esas pérdidas en el núcleo y cómo se hace esto en las pruebas reales?
  - d. Al llevar a cabo las pruebas anteriores en motores trifásicos de inducción, ¿cuál es la ventaja de  $R_{e1}$ , expresando la resistencia equivalente del rotor y el estator de línea a línea, en comparación con una medición de la resistencia por fase?
- 12-12 a. ¿Por qué se considera método pesimista a la prueba de rotor bloqueado?
- b. ¿Hay alguna ventaja en determinar una eficiencia pesimista?
  - c. ¿Por qué el método del AIEE da un valor más realista de la eficiencia asíncrona?
  - d. Compare las ventajas y desventajas de los métodos a rotor bloqueado y del AIEE.

## 12-20 PROBLEMAS

- 12-1 Una bobina de reactor con núcleo de hierro se sujeta a una frecuencia de 60 Hz y tiene una densidad de flujo en el núcleo igual a 60000 líneas/pulg.<sup>2</sup> Produce una pérdida de 2.5 W por histéresis. Calcular la pérdida por histéresis si
- a. Se eleva la frecuencia a 100 Hz.
  - b. Se reduce la densidad de flujo a 40000 líneas/pulg.<sup>2</sup> (para este tipo de hierro, emplear  $B^{1.6}$ ), pero la frecuencia permanece en 60 Hz.
- 12-2 Para los cálculos preliminares para determinar la potencia parásita (rotacional) a plena carga de un motor derivación de 10 hp, 120 V, 1750 rpm que tiene resistencias de circuitos de armadura y de campo, respectivamente, iguales a  $0.12 \Omega$  y  $60 \Omega$ , se necesita:
- a. El voltaje que se aplicará a la armadura.
  - b. La velocidad a la cual debe hacerse trabajar el motor sin carga.
- Llevar a cabo los cálculos necesarios para obtener (a) y (b). (Véase el apéndice A-3, tabla 430-147.)
- 12-3 Cuando el motor del problema 12-2 trabajó bajo las condiciones de voltaje y velocidad que se determinaron allí, el motor de 10 hp, trabajando sin carga, tomó una corriente de armadura igual a 10 A. Calcular
- a. La pérdida de potencia parásita a plena carga.
  - b. La eficiencia a plena carga.

- c. Las pérdidas rotacionales y en el cobre a media carga (usar  $I_L = 38 \text{ A}$ ).
  - d. La eficiencia a media carga.
  - e. Los hp de salida cuando el motor toma la corriente nominal de línea.
- 12-4 Un motor derivación de cd, de 25 hp, 240 V, tiene una velocidad de 1750 rpm a la carga nominal. Su resistencia de circuito de armadura es  $0.1 \Omega$  y de su circuito de campo es  $80 \Omega$ . Si su corriente nominal de línea es 80 A, calcular
- a. La potencia que desarrolla la armadura (despreciar la caída de voltaje en escobillas).
  - b. Las pérdidas rotacionales a plena carga.
  - c. La eficiencia a plena carga.
  - d. La corriente de armadura a la cual se presenta la eficiencia máxima.
  - e. La eficiencia máxima del motor.
- (Sugerencia: suponer que las pérdidas rotacionales son constantes a todos los valores de la carga.)
- 12-5 Los datos de placa de un motor derivación de cd de 50 hp, 240 V, presentan la siguiente información: eficiencia nominal 89.84 por ciento, velocidad nominal 1150 rpm, resistencia del circuito de armadura  $0.05 \Omega$ , resistencia del circuito de campo  $60 \Omega$ . Calcular
- a. Las corrientes nominales de entrada de línea y de armadura (mediante cálculos)
  - b. La potencia que desarrolla la armadura a la carga nominal (despreciar la caída de voltaje en las escobillas).
  - c. Las pérdidas rotacionales a la carga nominal.
  - d. Las pérdidas rotacionales sin carga, suponiendo velocidad constante y caída  $I_a R_a$  despreciable.
  - e. La corriente de armadura sin carga, suponiendo despreciable la caída de voltaje en las escobillas.
  - f. La velocidad en vacío, suponiendo constantes las pérdidas rotacionales.
  - g. La regulación de velocidad del motor.
- 12-6 Un motor derivación de 500 V cd toma 43 A a una velocidad base de 1000 rpm. Sus pérdidas rotacionales son 1600 W. Su resistencia de circuito de campo es  $250 \Omega$ , y su resistencia de armadura es  $0.15 \Omega$ . Calcular
- a. La fuerza contraelectromotriz y la potencia que se desarrolla a la carga nominal.
  - b. La salida nominal de potencia en watts y en hp. (Comprobar empleando el apéndice A-3.)
  - c. El par nominal de salida en lb·pie y en N·m.
  - d. La eficiencia a la carga nominal.
  - e. La corriente de armadura sin carga y la velocidad sin carga, suponiendo pérdidas rotacionales constantes y caídas despreciables  $I_a R_a$  y de escobillas.
  - f. La regulación de velocidad del motor.
- 12-7 Para el motor derivación del problema 12-5, calcular
- a. La corriente de armadura a la cual se tiene la eficiencia máxima.
  - b. La fracción de carga (FC) a la cual se tiene la eficiencia máxima.
  - c. La eficiencia máxima.
- 12-8 Repetir las partes del problema 12-7 para el motor del problema 12-6.
- 12-9 Un generador derivación de 40 kW, 500 V, impulsado por un motor de cd de 60 hp produce la salida nominal de generación. La resistencia del circuito de armadura del generador es  $0.2 \Omega$  y la del circuito de campo es  $250 \Omega$ . La pérdida eléctrica variable a la carga nominal es 1345 W. Calcular

- a. La eficiencia a la carga nominal.
- b. La pérdida en el campo derivación del generador.
- c. La potencia eléctrica que se genera, mediante dos métodos. No tomar en cuenta la caída de voltaje en escobillas.
- d. La pérdida de potencia rotacional del generador.
- e. La corriente de armadura del generador para la máxima eficiencia.
- f. La fracción de carga del generador para máxima eficiencia.
- g. La eficiencia máxima del generador. Compararla con la parte (a).

**12-10** Con los datos y los resultados del problema 12-9, calcular la eficiencia del generador derivación de cd a las cargas siguientes:

- a. 25 por ciento de la salida nominal.
- b. 50 por ciento de la salida nominal.
- c. 75 por ciento de la salida nominal.
- d. 125 por ciento de la salida nominal.
- e. Explicar por qué cada una de esas eficiencias es menor que la que se calculó en la parte (g) del problema 12-9.

**12-11** Un motor serie de 25 hp tiene una eficiencia máxima teórica igual a 85 por ciento cuando entrega  $\frac{3}{4}$  de su capacidad de salida. Suponiendo que se puede despreciar la pérdida por contacto de escobillas, y que la velocidad es constante entre  $\frac{3}{4}$  de la salida nominal, calcular

- a. Las pérdidas totales a esta carga.
- b. Las pérdidas constantes y variables en el cobre a eficiencia máxima.
- c. La eficiencia a la carga nominal.
- d. Explicar por qué la eficiencia a plena carga es menor que la correspondiente a de carga.

**12-12** Se emplea un motor derivación calibrado para impulsar a un alternador trifásico de 1000 kVA, 6990 V, a su velocidad nominal. Los datos obtenidos son los siguientes:

<i>Entrada al motor</i> (kW)	<i>Eficiencia del motor</i>	<i>Condiciones</i>
1.0	0.56	1
15.2	0.85	2
30.0	0.88	3
60.5	0.90	4

Condición: 1) Motor desacoplado del alternador. 2) Motor acoplado al alternador, sin excitación de éste. 3) El campo del alternador toma 60 A de una fuente de cd de 125 V para producir el voltaje nominal sin carga. 4) Se conecta en cortocircuito la armadura del alternador trifásico y pasa por ella la corriente *nominal*. A partir de estos datos experimentales, calcular

- a. Las pérdidas por fricción mecánica y con aire del alternador, cuando se impulsa a la velocidad nominal.
- b. Las pérdidas en el núcleo a la velocidad nominal.
- c. Las pérdidas en el campo para producir el voltaje nominal.
- d. Las pérdidas fijas totales a plena carga.
- e. La eficiencia del alternador a FP unidad, a plena carga, a media carga y máxima, suponiendo que no cambia la excitación del campo.
- f. Si se aumenta la excitación del campo a 75 A cd con FP 0.8 en atraso, calcular la eficiencia a plena carga y a media carga, a ese factor de potencia.



- g. Explicar por qué las eficiencias a plena carga y a media carga con FP igual a 0.8 son menores que las respectivas con el FP unidad.
  - h. ¿Se presentará la eficiencia máxima a la misma (o mayor o menor) fracción de carga para un alternador con FP igual a 0.8 en retraso que cuando su FP es unidad? Explicar comparando los resultados para las fracciones de carga en cada caso.
  - i. Calcular la eficiencia máxima a FP 0.8 en retraso y compararla con la eficiencia máxima a FP unidad para comprobar la respuesta que se dio en el punto h.
- 12-13 Un alternador de 10 kVA y 250 V conectado en estrella se probó siguiendo el procedimiento de circuito abierto y en cortocircuito para determinar la regulación y la resistencia efectiva de armadura por fase. Da un resultado de  $0.3 \Omega/\text{fase}$ . Cuando se hace trabajar como motor síncrono en vacío a la velocidad y el voltaje nominales, toma una potencia total de 532 W y una corriente de 7.75 A. Los datos de la prueba sin carga indican que el campo de cd necesita una excitación de 2.0 A a 120 V para producir el voltaje nominal sin carga para una carga de FP unidad. Calcular
- a. Las pérdidas rotacionales.
  - b. Las pérdidas en el cobre del campo y las pérdidas constantes.
  - c. Las pérdidas en el cobre de la armadura a  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ , y  $\frac{1}{4}$  de la carga nominal.
  - d. La eficiencia a las cargas que se mencionan en la parte (c) a FP unidad.
- 12-14 Dadas las constantes de máquina para el motor de inducción de jaula de ardilla de cuatro polos, trifásico, del ejemplo 9-15, trazar un diagrama de circuito equivalente semejante (pero no exactamente igual) al de la figura 9-13 y calcular, *para el instante del arranque*,
- a. El deslizamiento.
  - b.  $R_r/s$ . (Ponga el lector este valor en su diagrama de circuito.)
  - c. La corriente de arranque en la armadura del estator  $I_{ap}$ , por fase.
  - d. La corriente en el rotor  $I_r$ , por fase.
  - e. El factor de potencia del motor en el arranque.
  - f. La entrada de potencia al estator (EPE), por fase.
  - g. La pérdida en el cobre del estator (PCE) y en el cobre del rotor (PCR), por fase.
  - h. La entrada de potencia al rotor (EPR), por fase, empleando dos métodos.
  - i. La potencia desarrollada por fase en el rotor (PDR), usando dos métodos, en el instante del arranque.
  - j. El par total de arranque en el eje del motor.
- 12-15 El par máximo o de falla siempre se presenta a un valor del deslizamiento en el cual  $s_b = R_r/jX_{lr}$ . Para las constantes de máquina que se tienen en el ejemplo 9-15, calcular
- a. El valor de  $s_b$ .
  - b.  $R_r/s_b$ . (Ponga el lector este valor en su diagrama de circuito.)
  - c. La corriente de armadura en el estator  $I_{ap}$ , por fase.
  - d. La corriente en el rotor,  $I_r$ , por fase.
  - e. El factor de potencia del motor a par máximo.
  - f. La entrada de potencia al estator (EPE), por fase.
  - g. La pérdida en el cobre del estator (PCE), y en el del rotor (PCR), por fase.
  - h. La entrada de potencia al rotor (EPR), por fase, empleando dos métodos.
  - i. La potencia desarrollada por el rotor (PDR), mediante dos métodos.
  - j. La potencia total trifásica de salida del rotor (PSR).
  - k. El par total crítico, en lb·pie y N·m.
  - l. La potencia máxima de salida en hp.
  - m. La eficiencia del motor al par máximo o crítico.
  - n. El par de arranque a deslizamiento unidad. [Sugerencia: emplear la ecuación (9-23).]

- o. A partir de los datos calculados del ejemplo 9-15, y las partes que anteceden en el presente problema 12-15, tabular *eficiencia, deslizamiento y par en el punto crítico, al arranque y a la velocidad nominal*, con fines de comparación.
- 12-16** Un motor trifásico de inducción de jaula, conectado en estrella, de seis polos, 15 hp (nominales), 1140 rpm, 220 V, 60 Hz, tiene las siguientes constantes de máquina:  $R_a = 0.35 \Omega$ ,  $R_r = 0.15 \Omega$ ,  $jX_m = 12.5 \Omega$ ,  $jX_s = 0.1 \Omega$ ,  $jX_{lr} = 0.5 \Omega$ , y  $P_r = 550 \text{ W}$  (total). Trazar un diagrama de circuito equivalente que muestre esos parámetros a la velocidad nominal (1140 rpm) y calcular, en base por fase,
- El deslizamiento,  $s$ .
  - $R_r/s$ . Anote el lector este valor en su propio diagrama de circuito.
  - La corriente de armadura en el estator  $I_{ap}$ , por fase.
  - La corriente en el rotor  $I_{rp}$ , por fase.
  - El factor de potencia del motor a la carga nominal.
  - La entrada de potencia al estator (EPE), por fase.
  - Las pérdidas en el cobre del estator (PCE) y en el del rotor (PCR), por fase.
  - La entrada de potencia al rotor (EPR), mediante dos métodos.
  - La potencia desarrollada por el rotor (PDR), por fase, mediante dos métodos.
  - La potencia total del rotor en el eje del motor.
  - El par total trifásico de salida, nominal, en  $\text{pie}\cdot\text{lb}$  y  $\text{N}\cdot\text{m}$ .
  - La potencia nominal de salida, en caballos, a partir de la salida total de potencia del rotor en la parte (j).
  - La eficiencia nominal del motor.
  - El deslizamiento al cual se presenta el par máximo, a partir de las constantes del motor.
  - El par máximo en  $\text{lb}\cdot\text{pie}$  y en  $\text{N}\cdot\text{m}$ .
  - El deslizamiento al cual se presenta el par de arranque.
  - El par de arranque en  $\text{lb}\cdot\text{pie}$  y en  $\text{N}\cdot\text{m}$ .
  - Tabular *deslizamiento y par* para los tres casos de carga: *arranque, máxima y nominal*.
- 12-17** Con voltaje nominal aplicado en forma instantánea a sus terminales de línea, la corriente máxima (a rotor bloqueado) es 167 A en el arranque del motor trifásico de inducción de jaula de ardilla en el problema 12-16. Calcular
- Los kVA/hp para este motor en el instante del arranque.
  - La letra de código de rotor bloqueado que se debería estampar en su placa. [Véase el apéndice A-3, tabla 430-7(b).]
- 12-18** Comprobar la corriente de arranque que se dio en el problema anterior empleando las constantes de máquina del problema 12-16 para calcular esa corriente (a deslizamiento unidad) a voltaje nominal aplicado al estator. (Sugerencia: usar las constantes que se dan.) Calcular
- La corriente de arranque.
  - El factor de potencia en el instante del arranque.
- 12-19** Un motor trifásico de inducción, de rotor devanado, 50 hp, 460 V, tiene la letra F de código estampada en su placa. Calcular
- La corriente nominal de plena carga.
  - El límite superior de la corriente de arranque.
  - El límite inferior de la corriente de arranque.
- (Sugerencia: use las tablas del apéndice A-3 para la información necesaria.)

- 12-20 Una prueba de freno de prony de un motor de potencia fraccionaria, monofásico, de 115 V, cuatro polos y 60 Hz, de arranque por capacitor, dio los siguientes resultados:

	Entrada				Indicación	
	Voltaje (V)	Corriente (A)	Potencia (W)	Velocidad (rpm)	Dinamómetro (Long. brazo) (pulg)	de la báscula (onzas)
Sin carga	115	4.8	160	1795	12	0
Carga nominal	115	5.8	250	1720	12	8.75
Carga máxima de falla	115	11.2	600	1440	12	20.65
Rotor bloqueado	60	5.8	150	0	12	7.93

Calcular

- La eficiencia nominal de carga, el factor de potencia, la potencia del motor en HP y el par nominal.
- El par máximo y el de arranque, a partir del par máximo.
- La eficiencia y el factor de potencia a par máximo.
- El par nominal a partir del par máximo
- El par de arranque y el factor de potencia, a partir de los datos de la prueba a rotor bloqueado.

- 12-21 Con el método de carga-deslizamiento del AIEE y los datos idóneos del problema 12-20, calcular:

- Las pérdidas por resistencias equivalentes en el rotor y estator sin carga y la resistencia efectiva entre conductores referidas al estator.
- Las pérdidas rotacionales.
- La pérdida equivalente en el cobre a la carga nominal.
- La eficiencia a la carga nominal.
- Explicar las discrepancias en la eficiencia que se calcula con este método.
- Tabular el deslizamiento, par, eficiencia y factor de potencia que se calcularon para las condiciones de carga de falla, de arranque y nominal.

# Capacidades, selección y mantenimiento de las máquinas eléctricas

Una vez terminado el estudio de la eficiencia de diversas máquinas, tanto de *cd* como de *ca*, nos encontramos en mejor posición para evaluar los factores que afectan a sus capacidades. Como se describió antes, la capacidad de los motores se da simplemente en términos de salida de caballos de potencia (*hp*) a una velocidad y voltaje nominales específicos. De igual forma, la capacidad de los generadores se da en términos de su salida ya sea de kilowatts (*kW*) o de kilovoltamperes (*kVA*) a determinada velocidad de entrada y voltaje de salida.

Si una máquina determinada es muy eficiente la cantidad de pérdidas que se producen es muy pequeña en proporción con la salida. Por el contrario, una eficiencia baja ocasiona mayores pérdidas en proporción con la salida. Las pérdidas producen calor. En el funcionamiento normal, una máquina debe ser capaz de disipar su energía calorífica sin que se desarrolle un aumento indeseado o excesivo de temperatura. En otras palabras, la vida de cualquier máquina se acorta de modo drástico por el sobrecalentamiento (véase sección 13-3.2).

Por lo tanto, la temperatura de funcionamiento de cualquier máquina afecta a su expectativa de vida, o vida esperada, al mismo tiempo que otros factores afectan a la capacidad de la máquina. El tipo de servicio al cual se sujeta la máquina también afecta a su tiempo de vida. Las máquinas que sólo se necesitan para trabajo intermitente, en oposición a un trabajo continuo, tienen menores tamaños de armazón, para la misma capacidad de salida, que aquellas en las que su capacidad se da para trabajo continuo. Mientras mayor sea el tamaño del armazón, mayor es su área superficial y mejor disipación de calor se tiene.

Las máquinas que *no* están completamente cerradas y que están bien enfriadas por ventiladores tienen mayores capacidades de salida que aquellas que están en armazones del mismo tamaño, pero cerradas por completo. Igualmente, las máquinas de alta velocidad tienen capacidades mayores que las de baja velocidad con el mismo tamaño de armazón.

Veremos que el tipo de aislamiento que se usa en los devanados del estator y del rotor no sólo afecta al aumento permisible de temperatura, sino también a la expectativa de vida de la máquina. Con frecuencia se ha dicho que "la vida de una máquina es

sólo tan buena como su aislamiento". Los diversos factores que afectan a la vida del aislamiento son el calentamiento sostenido a altas temperaturas, el choque y la vibración mecánicos, la humedad, las condiciones corrosivas de la atmósfera (sean ácidas o alcalinas) y/o las temperaturas de servicio *extremadamente bajas*. A bajas temperaturas de servicio, el aislamiento se puede contraer o volverse quebradizo y romperse a causa de una gran vibración.

### 13-1 FACTORES QUE AFECTAN A LA CAPACIDAD DE LAS MAQUINAS

Como se dijo antes, la capacidad de las máquinas se da en términos de sus capacidades de *salida*. La capacidad de los generadores y alternadores se da en términos de su capacidad en kW o kVA de salida a determinada velocidad, nominal, del primomotor y a determinado voltaje, nominal, entre terminales. La capacidad de los motores, sean de cd o de ca, se da en términos de la potencia de salida en *caballos en el eje* a la velocidad nominal, corriente a plena carga y voltaje aplicado. Cuando se hace trabajar a las máquinas eléctricas bajo las condiciones que se mencionan en sus placas, se deduce que no se tendrá un gran aumento de temperatura y que las máquinas no se sobrecalentarán. Si bien el fabricante se da cuenta de que se pueden sostener sobrecargas temporales, no se espera que las dinamos rotatorias soporten sobrecargas sostenidas durante largos periodos. Hay usuarios que, por motivos de economía, aceptan el riesgo de comprar un producto que 1) desarrolle la velocidad nominal a la carga nominal, pero no tenga la velocidad nominal cuando se encuentre bajo sobrecarga, 2) se sobrecaliente mucho y, como resultado, tenga una vida más corta, en general, y 3) que durante su vida trabaje a una eficiencia menor con la sobrecarga. Así, el costo inicial menor se compensa por una eficiencia menor y funcionamiento más caro, aunados con la necesidad de una reposición más temprana. Por lo tanto, todas las *placas* de la maquinaria eléctrica rotatoria dan determinada información esencial que influye en su funcionamiento. La mayor parte de las placas muestran el aumento permisible de temperatura, el ciclo de trabajo, el voltaje, la corriente, la velocidad y la frecuencia nominales, y la capacidad a la salida, en hp, kW o kVA. En la sección 13-2 se enumeran más puntos de información de placa.

### 13-2 INFORMACION DE PLACA

Para simplificar esta descripción nos concretaremos a la información que se da en las placas de los motores. No todos los motores muestran toda la información posible que podría aparecer en una placa. En algunos casos, la información que no se muestra en una placa se puede obtener en las publicaciones del fabricante o mediante sus especificaciones por escrito para el motor. En una placa de motor pueden aparecer cualesquiera de los siguientes puntos:

1. **Tipo de motor** (derivación, compuesto, serie, fase partida, arranque por capacitor, síncrono, inducción de rotor devanado, etc.)
2. **Tamaño del armazón**
3. **Hermeticidad**

4. Número de fases (o si es de cd)
5. Salida de potencia en hp
6. Frecuencia
7. Velocidad nominal
8. Voltaje nominal
9. Corriente nominal
10. Aumento permisible de temperatura sobre el ambiente (sección 13-3)
11. Ciclo de trabajo (intermitente, continuo, o tiempo sin sobrecalentamiento)
12. Letra de clase de aislamiento de devanados (sección 13-3)
13. Letra de clase de diseño (sección 9-21)
14. Letra de código para corriente a rotor bloqueado (sección 12-16)
15. Protección térmica
16. Factor de servicio (sección 13-3)
17. Número de identificación del fabricante
18. Número de modelo del fabricante

Algunos de los puntos anteriores ya se han descrito. Por lo tanto, dirigiremos nuestra atención a las secciones específicas de las cuales se dan explicaciones adicionales.

### 13-3 ELEVACION DE TEMPERATURA Y NORMA DE TEMPERATURA AMBIENTE

La norma de *temperatura ambiente permisible* para las dinamos eléctricas se establece en la actualidad a 40° C.<sup>1</sup> Es la temperatura *límite* al arranque, a la cual comienza todo calentamiento resultado de la carga eléctrica. Todo el aislamiento de maquinaria se prueba sobre la base de un aumento de temperatura *arriba* de 40° C. Un motor que trabaje en una zona confinada cerca de un dispositivo de alta temperatura, como una caldera o un calentador, puede tener una temperatura ambiente de 60° C. Se permite una diferencia de 20° C, sin afectar materialmente a la vida esperada de un motor (véase sección 13-3.1).

Todas las placas de dinamo muestran un *aumento* de temperatura permisible sobre la ambiente. Este aumento puede darse entre 50° C y hasta 200° C sobre la base del tipo de aislamiento utilizado (véase la sección 13-3.1).

<sup>1</sup> La temperatura ambiente, según se definió originalmente en la norma No. 1 del AIEE, en junio de 1947, es "la temperatura del medio que se use para enfriamiento, sea directo o indirecto, y que se debe restar de la temperatura que se mida en la máquina para calcular el aumento de temperatura bajo las condiciones especificadas de las pruebas". Para casos particulares, se define como sigue:

1. Para aparatos autoventilantes, la temperatura ambiente es la temperatura media del aire en la cercanía inmediata del aparato.
2. Para las máquinas con enfriamiento por aire o gas con ventilación forzada o enfriamiento secundario con agua, la temperatura ambiente es igual a la del aire o gas que entren.
3. Para aparatos con inmersión de las partes calientes en aceite u otro líquido, en el que se emplee enfriamiento con agua, la temperatura ambiente es la del agua de enfriamiento que entra.

Para asignar una capacidad, se toma a 40° C como la temperatura ambiente *límite*, para el aire o gas de enfriamiento.

Los motores cuya capacidad se evalúa a una temperatura ambiente de 40° C deben ser capaces de funcionar en forma continua a la carga nominal sin daños graves al aislamiento, siempre que

1. La temperatura ambiente no sea mayor de 40° C.<sup>2</sup>
2. La altitud no sea mayor de 1000 m.
3. Las condiciones atmosféricas de polvo, humedad, humos, etc., no inhiban la ventilación adecuada.
4. El voltaje aplicado no varíe en más de  $\pm 10$  por ciento sobre o abajo del valor nominal.
5. La frecuencia aplicada no varíe en más de  $\pm 5$  por ciento sobre o abajo del valor nominal.
6. Se hayan seguido todos los métodos de montaje, de acuerdo con lo especificado por las normas NEMA y del fabricante, respecto al montaje, al accionamiento por cadenas o bandas, y al acoplamiento.

Algunos motores sólo muestran en sus placas que el aumento permisible es de 40° C. Estos motores con capacidad de 40° C de aumento deben ser capaces de soportar sobrecargas momentáneas de 150 por ciento de la carga nominal siempre que no se presenten con frecuencia dentro de un lapso de 30 minutos. Es más, *la mayor parte* de los motores con aumento de 40° C deben ser capaces de funcionamiento *continuo* con una sobrecarga de 115 por ciento cuando se hagan trabajar a una temperatura ambiente igual a 40° C (véase condición 1 en la lista anterior), a la frecuencia y voltaje nominales, sin demasiado aumento de la temperatura, suponiendo que se cumple con las condiciones señaladas. A este factor de 115 por ciento se le llama *factor de servicio*; si es permitido, se estampa en la placa.

Algunos motores cuentan con aislamiento para temperaturas mayores (tabla 13-1) y pueden tener aumentos permisibles de 50, 55, 60, 70 y 75° C. Cuando en la placa aparecen estos aumentos de temperatura, no se permite factor de servicio alguno.

### 13-3.1 Temperaturas límite de los materiales aislantes

Hay estudios empíricos que demuestran que, por cada aumento de temperatura de 10° C en trabajo continuo, sobre el límite recomendado de temperatura del *lugar más caliente* (véase tabla 13-1), la vida del devanado disminuye a la mitad. A la inversa, por cada reducción de 10° C en la temperatura de funcionamiento del motor por debajo del límite nominal, se multiplica por dos la vida del devanado (véanse ejemplos 13-1 a 13-3).

La **tabla 13-1** aplica el aumento máximo de 40° C sobre la temperatura ambiente para asignar una temperatura máxima final permisible, basada en las temperaturas límite en el lugar más caliente, que se permiten para diversas clases de material.

Se puede dificultar la medición de la *temperatura del lugar más caliente* que se permite para cualquier dínamo, para una determinada clase de aislamiento, porque

<sup>2</sup> En el caso de que la temperatura ambiente sea mayor que 40° C, se puede reducir la carga en el motor, por debajo de la nominal, para que la temperatura máxima medida en sus devanados no rebase los valores que se dan en la tabla 13-1.

**Tabla 13-1 Temperaturas límite de materiales aislantes**

Descripción del material	Clase de aislamiento	Aumento permisible de temperatura, para una temperatura normal ambiente de 40° C	Temperatura máxima límite del lugar más caliente
Algodón, seda, papel u otros materiales <i>orgánicos</i> que no estén impregnados ni sumergidos en aislamiento líquido.	0	50 °C	90 °C
Cualquiera de los materiales orgánicos anteriores impregnados o cubiertos con dieléctricos líquidos, barnices o esmaltes, o películas de acetato de celulosa orgánico o de resinas semejantes.	A	65 °C	105 °C
Mica, asbesto, fibra de vidrio u otros materiales <i>inorgánicos</i> con baja proporción de materiales de clase A, como aglomerantes y compuestos.	B	90 °C	130 °C
Materiales como mica, fibra de vidrio o asbesto, o combinaciones de los mismos, con sustancias aglomerantes adecuadas que demuestren tener una vida térmica comparable a temperaturas hasta 155° C.	F	115 °C	155 °C
Combinaciones de materiales <i>inorgánicos</i> tales como elastómeros de silicona, mica, fibra de vidrio, asbesto, etc., con aglomerantes tales como resina de silicona y otros materiales con vida térmica semejante hasta a 180° C.	H	140 °C	180 °C
Materiales o sus combinaciones que mediante pruebas aceptadas demuestren tener una vida térmica comparable hasta de 200° C.	N	160 °C	200 °C
Materiales o sus combinaciones que demuestren tener una vida térmica hasta de 220° C.	R	180 °C	220 °C
Materiales o sus combinaciones que demuestren tener una vida térmica hasta de 240° C.	S	200 °C	240 °C



Materiales o sus combinaciones que demuestren tener una vida térmica mayor de 240° C. Esos materiales actualmente comprenden la mica, la porcelana, el vidrio, el cuarzo y sustancias *inorgánicas* semejantes en forma *pura* (lana de vidrio, cintas tejidas, etc.).

C Sin límite seleccionado

ese lugar más caliente puede estar en el interior de los devanados del estator o de la armadura, o puede no estar accesible por cualquier otro motivo. Los termómetros del tipo termopar o bulbo de mercurio o alcohol se deben ubicar en las partes exteriores más accesibles de la máquina, y el valor de temperatura que se tenga depende del gradiente térmico creado por la constitución física de la máquina. Se acostumbra sumar una corrección de 15° C a la temperatura superficial, y con el resultado determinar la temperatura del lugar más caliente.

Se obtiene un valor mayor y más real de la temperatura interna máxima mediante mediciones de resistencia en frío y en caliente de los devanados de cobre del estator o del rotor antes e inmediatamente después del funcionamiento, con los coeficientes de temperatura para el cobre.<sup>3</sup> Se suma en general una corrección de 10° C a la temperatura calculada a partir de mediciones de resistencia.

Quizá el mejor método de obtener la temperatura del lugar más caliente es mediante algunos *detectores de temperatura incrustados*, ya sean *termopares* o *material resistente sensible a la temperatura*, que se colocan en forma permanente en el interior de la máquina y cuyas puntas se sacan para fines de vigilancia de temperatura. Los detectores bien colocados dan, en general, mayores valores de temperatura que las técnicas ya sea de resistencia de devanado o de termómetros de contacto.

Basándose en la tabla 13-1, el lector se podría inclinar por la conclusión de que, si aun el peor aislamiento, de clase O, puede resistir una temperatura máxima de 90° C, no hay por qué preocuparse. Desafortunadamente, sí hay razón para ello, ya que la mayor parte de las mediciones de temperatura se hacen en la superficie o empleando técnicas de medición de resistencia de devanado. Es precisamente por este motivo por el que la ASA (*American Standards Association* — Asociación Estadounidense de Normas) establece aumentos de temperatura “observables” sobre 40° C.<sup>4</sup> Con ello se reconoce el hecho de que, en la mayor parte de las condiciones, se registra generalmente la temperatura superficial y no la temperatura interna.

<sup>3</sup> También se puede emplear la ecuación  $R_2/R_1 = [(1/\alpha) + t_2]/[(1/\alpha) + t_1]$  con otros materiales aparte del cobre. Para el cobre,  $1/\alpha$  es igual a 234.5; se despeja a  $t_2$  de la ecuación, en la cual  $t_1$  es la temperatura ambiente y  $t_2$  es la temperatura promedio del lugar más caliente.

Para una descripción completa de la deducción y empleo de esta ecuación para cálculos de temperatura, véase Kosow, *Circuit Analysis* (Nueva York: John Wiley & Sons, 1988), págs. 47-54.

<sup>4</sup> Véase la primera columna de temperatura en la tabla 13-1.

### 13-3.2 Influencia de la temperatura en la vida de la maquinaria eléctrica

Como ya se dijo, "la vida de una máquina es sólo tan buena como su aislamiento". Al principio de la sección 13-3 se afirmó que por cada  $10^{\circ}\text{C}$  de trabajo *sobre* el límite recomendado de temperatura del lugar más caliente, la vida de un devanado se acorta *a la mitad*. De manera inversa, por cada  $10^{\circ}\text{C}$  de reducción de temperatura de trabajo de un motor, por debajo del límite recomendado, la vida del devanado aumenta *al doble*. Supongamos que la vida *promedio* de un motor es de 10 años, a una temperatura ambiente de  $40^{\circ}\text{C}$  y trabajando el motor *en forma continua* dentro de su límite de temperatura. Debería ser posible predecir la *reducción* ( $R$ ) en la vida de los motores cuando el límite de temperatura *se rebase*, al igual que la *prolongación* ( $E$ ) de la vida de los motores que trabajen a bastante *menos* que su límite de temperatura.

También debe ser posible formular una ecuación sencilla que permita calcular la prolongación o la reducción de la vida de un motor para  $40^{\circ}\text{C}$  de temperatura ambiente. La ecuación (13-1) muestra la relación exponencial empírica que permite ese cálculo:<sup>5</sup>

$$\text{factor } E/R = 2^{(\Delta T/10^{\circ})} \text{ (relación adimensional)} \quad (13-1)$$

siendo  $\Delta T$  la diferencia positiva de temperatura entre el dato para el lugar más caliente de su aislamiento (tabla 13-1) y la temperatura real que indiquen los detectores incrustados en los devanados.

#### EJEMPLO 13-1

Un motor tiene aislamiento clase A y trabaja durante 6 horas continuas a una temperatura ambiente elevada, por lo que sus detectores incrustados indican  $125^{\circ}\text{C}$ . Calcular el factor de reducción de vida y la expectativa menor de vida del motor. (Suponer una vida normal de 10 años).

#### Solución

$$R = 2^{(\Delta T/10^{\circ})} = 2^{[(125-105)/10^{\circ}]} = 4 \quad (13-1)$$

$$\text{Vida}_{\text{calc}} = \frac{\text{Vida}_{\text{orig}}}{R} = \frac{10 \text{ años}}{4} = 2.5 \text{ años}$$

#### EJEMPLO 13-2

Repetir el ejemplo 13-1 para el mismo motor cuando sus detectores indican en forma continua una temperatura del lugar más caliente de  $75^{\circ}\text{C}$ . Calcular el factor de prolongación de vida y la vida esperada del motor.

#### Solución

$$E = 2^{(\Delta T/10^{\circ})} = 2^{[(105-75)/10^{\circ}]} = 2^3 = 8 \quad (13-1)$$

$$\text{Vida}_{\text{calc}} = \text{Vida}_{\text{orig}} \times E = 10 \text{ años} \times 8 = 80 \text{ años}$$

<sup>5</sup> Esta ecuación, deducida por el autor, no se menciona en las publicaciones para calcular ya sea la *prolongación* o la *reducción* de la vida del aislamiento. Como el factor siempre es mayor que uno, la vida original *se divide* entre el factor cuando se trate de una *reducción* y se multiplica por el mismo en el caso de una *prolongación* de la vida del aislamiento.

Se debe notar que las clases de aislamiento de la tabla 13-1 se basan en una vida promedio que va de 5 a 10 años de *trabajo continuo* para un motor en temperatura ambiente de 40° C. En consecuencia, un motor que sólo se trabaje en forma continua durante 8 horas en las 24 horas del día podría tener una vida entre 15 a 30 años siempre que no se rebasen las seis condiciones que se mencionaron antes.

#### EJEMPLO 13-3

Si se devana el estator de un alternador con aislamiento clase A, se calcula que tendría una vida normal de 5 años trabajando en forma continua a su temperatura límite del lugar más caliente. Suponiendo que no varía la temperatura ambiente, ¿cuál es su nueva vida si se devana con aislamiento clase B?

#### Solución

$$E = 2^{(\Delta T/10^\circ)} = 2^{[(130-105)/10^\circ]} = 2^{2.5} = 5.66 \quad (13-1)$$

$$\begin{aligned} \text{Vida}_{\text{nueva}} &= \text{Vida}_{\text{orig}} \times E = 5 \text{ años} \times 5.66 \\ &= 28.3 \text{ años} \end{aligned}$$

### 13-4 TAMAÑO DE ARMAZÓN EN FUNCION DE VELOCIDAD Y POTENCIA

Se indicó en la sección 10-1 que uno de los factores principales que afectan el tamaño de armazón de un motor es su velocidad nominal. Un motor de  $\frac{3}{4}$  hp y 900 rpm se considera un motor de caballaje *integral* debido al tamaño (grande) de su armazón. De igual forma, un motor de 1.5 hp y 3600 rpm se considera como de potencia *fraccionaria* debido al tamaño (pequeño) de su armazón.

En general, se puede llegar a la conclusión de que, para la misma potencia, a medida que aumenta la velocidad nominal de un motor, disminuye el tamaño de su armazón! En forma concisa, los motores de alta velocidad son siempre de menor tamaño que los de la misma potencia, pero de baja velocidad.

Es natural que la misma relación se aplique a los generadores de cd y a los alternadores. A medida que aumenta la velocidad nominal de un generador de determinados kW o un alternador de determinados kVA, disminuye su tamaño físico. Enunciado en otra forma, para la misma capacidad de corriente y el mismo tamaño físico, a medida que aumenta la velocidad aumenta la capacidad en kW o la de kVA! En resumen, una armadura o estator con determinado tamaño de conductor necesita determinada cantidad específica de hierro para sus devanados de estator y rotor, es decir, la relación de cobre a hierro es fija e independiente de la capacidad en kW o en hp. Las máquinas grandes tienen más cobre, en mayores diámetros de conductor, y por lo tanto más hierro. El efecto neto es un aumento en el tamaño físico determinado no sólo por el tamaño de las ranuras, sino también por la gran área superficial que se necesita para disipar el calor que producen las pérdidas y para evitar un aumento excesivo de temperatura.

Los fabricantes de motores y generadores eléctricos tienen mucho en cuenta esas relaciones para el diseño de su maquinaria eléctrica. Por ejemplo, se usa el mismo tamaño normal, "216 A", de armazón para un motor de cd con aumento de temperatura de 60° C, que para los siguientes motores: 5 hp, 3500 rpm; 3 hp, 2500 rpm; 2 hp,

1750 rpm; 1.5 hp, 1150 rpm; 1 hp, 850 rpm;  $\frac{3}{4}$  hp, 650 rpm y  $\frac{1}{2}$  hp, 400 rpm.<sup>6</sup> Inversamente, un motor de 10 hp y 3500 rpm de construcción semejante necesitaría de un armazón más grande ("256 A"). A la misma velocidad, el mayor tamaño de armazón puede tolerar mayor corriente y salida de potencia sin demasiado sobrecalentamiento ni demasiado aumento final de temperatura.

Además de la velocidad, también afectan al tamaño del armazón, como se mostrará después, el tipo de hermeticidad, la clase de aislamiento, el par nominal o de plena carga, las pérdidas eléctricas y mecánicas en proporción con su capacidad, y el tipo de motor: si es de cd o de ca, si es de inducción de jaula o de rotor devanado, etc.

En general, mientras mayor sea la temperatura permisible del lugar más caliente, menor será el tamaño necesario del armazón, por las razones que se describieron antes, para potencia y velocidad nominales determinadas.

El tamaño básico de cualquier máquina está determinado por sus necesidades de par de plena carga. Mientras mayor sea el par requerido, mayor será el flujo magnético necesario y el área del núcleo para mantener la misma densidad de flujo magnético. A pesar de la opinión popular, no es la capacidad de potencia la que determina el armazón o tamaño físico, sino ¡más bien el par! Lo anterior es obvio ya que, por ejemplo, un motor de 1 hp, 850 rpm tiene el mismo tamaño de armazón que uno de 2 hp y 750 rpm. El par de ambos motores es el mismo, ya que  $hp = kTS$ , y por consiguiente, ¡el tamaño de armazón es el mismo!

Además es obvio que una máquina menos eficiente producirá mayores pérdidas de potencia y en consecuencia una mayor temperatura final de funcionamiento. Por ejemplo, veamos las clases de diseño NEMA para motores comerciales de inducción de jaula de ardilla. Los diseños de rotor de alta resistencia producen mayor deslizamiento y mayores pérdidas de corriente en el rotor y en el estator. Las menores velocidades combinadas con las mayores pérdidas determinan un aumento en el tamaño del armazón. Se debe hacer notar que las pérdidas aumentan de acuerdo con el volumen de la máquina, factor *cúbico*, mientras que el área superficial, o tamaño de armazón, aumenta de acuerdo con el *cuadrado* de sus dimensiones. Sin embargo, la velocidad es un factor lineal, y así el aumento en las pérdidas es de mayor significado que la reducción en velocidad, si se comparan máquinas de eficiencias baja y alta, en lo que concierne a sus tamaños respectivos de armazón.

El tipo de motor afecta también el tamaño físico. En general, para la misma capacidad de potencia y par, son mayores los motores tanto de cd como los de inducción de rotor devanado, a causa de la necesidad de espacio para el conmutador y escobillas, o para los anillos rozantes y escobillas. No sólo se necesita más espacio en el eje para esas construcciones, sino que también producen sus propias pérdidas, y ambos factores determinan mayores tamaños de armazón.

Por último, a veces es interesante saber que los dos primeros números del tamaño NEMA de armazón también determinan su altura de eje con respecto a su base de montaje. Por ejemplo, un tamaño 216 de armazón tiene una altura de montaje de  $21\frac{1}{4}$  o " y un tamaño de armazón 256 tiene  $25\frac{1}{4}$  o sea  $6\frac{1}{4}$ " de altura de montaje. En consecuencia, los primeros dos números son 4 veces la altura de montaje en pulgadas. A medida que aumentan los tamaños NEMA de armazón, también aumentan tanto la longitud como el diámetro del eje.

<sup>6</sup> Por cortesía de General Electric Co., especificaciones para motores de caballaje integral de cd, de fabricación a prueba de goteo, con características para aumento de 60° C de temperatura.

La descripción anterior nos conduce a la conclusión inevitable de que el tamaño de armazón en realidad está determinado por el aumento de temperatura. La razón por la que ese tamaño sirve para una mayor potencia cuando es mayor la velocidad, es sencilla. A mayores velocidades el enfriamiento es más eficiente. Se tolera una mayor corriente en el mismo devanado sin producir demasiado calor, siempre que la velocidad sea lo suficientemente alta como para disipar el calor sin demasiado aumento de temperatura. A largo plazo, el aumento de temperatura determina la capacidad de potencia, o sea los hp, kW o kVA de salida, de todas las máquinas eléctricas.

Veamos el caso de un diseñador que acaba de recibir los informes de la prueba de un motor prototipo de 100 hp, cd, que se construyó de acuerdo con sus especificaciones. Usó aislamiento clase B para los devanados del motor. El motor, cuando se prueba a una temperatura ambiente constante de 40° a una carga nominal durante 4 horas a la velocidad nominal, produce una temperatura de lugar más caliente igual a 145° C. Adviértase que esta temperatura es mayor que los 130° C especificados en la última columna de la tabla 13-1. El diseñador tiene dos alternativas:

1. Puede reducir la potencia nominal del motor, digamos a 75 hp, y hacer que se pruebe el motor a esta capacidad a la misma velocidad y duración de prueba. Si en esas condiciones la temperatura en el lugar más caliente del motor no es mayor que 130° C, puede decir que la capacidad de su motor es de 75 hp.
2. Puede hacer que se embobine el motor con aislamiento clase F, con el mismo tamaño de armazón y capacidad de corriente de los conductores. Obsérvese que el aislamiento clase F (tabla 13-1) tiene una temperatura permisible de lugar más caliente de 155° C, con la cual se puede tolerar una capacidad de 100 hp.

Consideremos ahora la alternativa para el mismo diseñador si acabara de recibir los informes de prueba de su motor prototipo de cd, de 100 hp, con aislamiento clase B, en determinado tamaño de armazón. El motor, cuando se prueba con las condiciones que se describieron arriba, produce una temperatura de lugar más caliente igual a 80° C. El diseñador tiene dos alternativas:

1. Puede aumentar la capacidad nominal del motor, digamos a 125 hp, y hacer que lo prueben a esa potencia a la misma velocidad y durante el mismo tiempo. Si la temperatura del lugar más caliente del motor no es mayor de 130° C, puede decir que la capacidad de su motor es de 125 hp. (Véase ejemplo 13-4.)
2. También puede seleccionar un tamaño menor de armazón y emplear un conductor de menor diámetro, con lo cual se reducen el peso y el costo del diseño. Ese motor emplea menos hierro y menos cobre, aunque se mantiene la relación de cobre a hierro. Puede hacer que se pruebe al motor con menor tamaño de armazón y continuar así con tamaños cada vez menores, hasta alcanzar al que produce la temperatura permisible de 130° C, de límite máximo. En el caso ideal, el tamaño mínimo de armazón que use la mínima cantidad de hierro y cobre y que produzca la capacidad de potencia deseada, es el de fabricación más económica y cuyo precio es el más competitivo.

De nuestro estudio de la eficiencia en el capítulo 12, habremos observado que

1. La eficiencia aumenta rápidamente desde cero hasta aproximadamente un 50 por ciento.

- Desde aproximadamente 50 por ciento hasta unos 150 por ciento de la potencia nominal, la eficiencia de una dínamo bien diseñada es aproximadamente constante.

Hasta ahora, por nuestro estudio de este capítulo y por la física elemental sabemos que

- Sólo las pérdidas ocasionan producción o generación de energía térmica, y no de energía mecánica o eléctrica útiles.
- La energía calorífica que se produce ocasiona un aumento de la temperatura de la dínamo.
- A una velocidad determinada, con determinada carga, la *temperatura final* representa aquel equilibrio en el cual el calor generado por las pérdidas es igual al disipado por la dínamo en su entorno, que es aire en general.

#### EJEMPLO 13-4

Un motor de inducción de 25 hp de jaula de ardilla con aislamiento clase B trabaja a la carga nominal durante un periodo de 3 horas a la temperatura ambiente normal de 40° C. Al cabo de las 3 horas, la temperatura en el lugar más caliente del devanado, medida con termopares incrustados, es de 115° C. Calcular

- El aumento permisible de temperatura para el tipo de aislamiento que se emplea.
- El aumento real de temperatura en el motor
- La potencia aproximada que puede entregar el motor con un aumento de temperatura igual al de la parte (a)
- La potencia que se *puede* estampar en su placa
- El aumento de temperatura que *se debe* marcar en la placa.

#### Solución

- 90° C (de la tabla 13-1)
- $115 - 40 = 75$  °C
- $P_f = P_o \left( \frac{\Delta T_f}{\Delta T_o} \right) = 25 \text{ hp} \left( \frac{90^\circ}{75^\circ} \right) = 30 \text{ hp}$
- 30 hp, sujeta a pruebas a esta carga
- 90 °C

(Nota: Esta solución muestra que es posible aproximar ya sea la capacidad final de potencia, dados los aumentos de temperatura original y final, o bien la temperatura final, dadas las potencias original y final, de cualquier dínamo dada. (Véanse ejemplos 13-5 y 13-6.)

#### EJEMPLO 13-5

Un motor de inducción de 50 hp de rotor devanado con aislamiento clase F trabaja en forma continua a su carga nominal con una temperatura de lugar más caliente de 160° C a la temperatura ambiente normal de 40° C. Calcular su temperatura final aproximada de lugar más caliente.

- A una carga continua de 40 hp de salida
- A una carga continua de 55 hp de salida. ¿Se reduce con ello la vida del motor? Explicar la respuesta.

#### Solución

- $\Delta T_o = (160 - 40)^\circ \text{C} = 120^\circ \text{C}$   
 $\Delta T_f = \frac{P_f}{P_o} \times \Delta T_o = \frac{40 \text{ hp}}{50 \text{ hp}} \times 120^\circ \text{C} = 96^\circ \text{C}$   
 $T_f = \Delta T_f + 40^\circ \text{C} = 96 + 40 = 136^\circ \text{C}$
- $\Delta T_f = \frac{P_f}{P_o} \times \Delta T_o = \frac{55 \text{ hp}}{50 \text{ hp}} \times 120^\circ \text{C} = 132^\circ \text{C}$   
 $T_f = \Delta T_f + 40^\circ \text{C} = 132 + 40 = 172^\circ \text{C}$

Sí, la vida del motor se reduce a la carga del motor de 110 por ciento debido a que la temperatura máxima permisible del lugar más caliente del motor es 155° C. (Véase ejemplo 13-6.)

**EJEMPLO 13-6**

Suponiendo que el motor de inducción de rotor devanado del ejemplo 13-5, se hace trabajar en forma continua a carga de 55 hp y a una temperatura ambiente normal de 40° C, calcular su vida probable, si la vida normal en trabajo continuo del motor es 10 años.

**Solución**

Del ejemplo 13-5b,  $T_f = 172^\circ \text{C}$ .

$$R = 2^{(\Delta T/10^\circ)} = 2^{((172-155)/10^\circ)} = 2^{1.7} = 3.25$$

$$Vida_{calc} = \frac{Vida_{orig}}{R} = \frac{10 \text{ años}}{3.25} = 3.08 \text{ años}$$

4. Cuando aumenta la carga, aumenta también la potencia de salida.
5. Pero, si la eficiencia es muy constante entre los límites de 50 a 150 por ciento de la carga nominal, cuando aumenta la carga aumentan las pérdidas en la misma proporción.

Podemos ahora hacer una inferencia importante:

El aumento de temperatura de cualquier dínamo está en proporción directa a su carga siempre que los límites de dicha carga estén entre 50 y 150 por ciento de la nominal.

Esta inferencia nos permite desarrollar una regla aproximada para poder calcular la potencia máxima que puede entregar con seguridad una dínamo sin reducir su vida esperada o dañar a su aislamiento.

**13-5 VOLTAJES NOMINALES**

La NEMA (*National Electrical Manufacturers Association* — Asociación Nacional [estadounidense] de Fabricantes de Aparatos y Equipo Eléctricos) ha adoptado los voltajes nominales normales que se presentan en la **tabla 13-2**. Adviértase que, en ella, la diferencia de voltaje entre los generadores y motores de cd permite una caída en los conductores que abastecen al motor. Lo anterior también es válido en el caso de los alternadores de ca y los motores de ca, monofásicos o polifásicos. Esas capacidades de voltaje también corresponden a las que se muestran en el apéndice A-3 para motores de cd y ca, aunque las tablas no incluyen la corriente nominal de línea para los motores polifásicos o síncronos de mayor voltaje que se muestran aquí. Como se señala en las tablas del apéndice, no se dispone de capacidades en el rango completo de voltajes normales.

**Tabla 13-2 Voltajes nominales normales para maquinaria eléctrica rotatoria**

Máquina	Voltajes nominales normales
Generadores de CD	125, 250, 275, 600 V
Motores de CD	90, 120, 180, 240, 500, 550 V
Motores monofásicos de CA	115, 230, 440 V
Motores polifásicos de CA	115, 230, 460, 575, 2300, 4000, 4600, 6600 V
Alternadores de CA	120, 240, 480, 600, 2400, 2500, 4160, 4330, 6990, 11 500, 13 800, 23 000 V

Las capacidades mayores de voltaje que se ven en la tabla 13-2 se reservan en general para potencias mayores en alternadores y motores.

## 13-6 EFECTO DEL CICLO DE TRABAJO Y LA TEMPERATURA AMBIENTE SOBRE EL TAMAÑO DEL ARMAZON Y LA CAPACIDAD

Además de los valores nominales de temperatura y voltaje, otro factor de la capacidad es el *ciclo de trabajo*. Este ciclo, para la maquinaria eléctrica que se fabrica actualmente; se especifica como trabajo *continuo*, trabajo *intermitente*, trabajo *periódico*, o trabajo *variable*. (Véase sección 13-6.1.)

Para los mismos hp o kVA de potencia nominal, la máquina de trabajo continuo será físicamente *mayor* que la de trabajo intermitente. El mayor tamaño es consecuencia de conductores de mayor diámetro y de aislamiento más resistente. Además, un tamaño mayor de armazón presenta una mayor área superficial de la cual se pueda disipar el calor; ello, también, resulta en una menor temperatura de trabajo para la misma duración de éste. En general, un motor de 10 hp de servicio *continuo* se puede considerar que es un motor de 12 o 13 hp de servicio *intermitente*, aunque la velocidad nominal pueda ser algo menor, ya que el aumento de temperatura no es excesivo si se hace trabajar en forma intermitente (véase ejemplo 13-7, sección 13-6.1).

El ciclo de trabajo se relaciona estrechamente con la temperatura, y por lo tanto se toma para incluir también factores ambientales. Un alternador de 100 kVA de capacidad intermitente se podría convertir en uno de 200 kVA si se trabajara en forma continua en el polo norte a una temperatura ambiente de  $-80^{\circ}\text{C}$ , ya que todo el calor generado sería insuficiente para sobrecalentar el alternador bajo esas condiciones del ambiente.

De igual forma en que se *reducen* la potencia nominal y el ciclo de trabajo por un *aumento* en la temperatura ambiente, también *aumentan* capacidad y ciclo de trabajo por una *disminución* extrema en la temperatura ambiente.

Del mismo modo, las máquinas *totalmente cerradas*, sin ventilación forzada auxiliar, no permiten ventilación ni remplazo del aire interno y no tienen un nivel de capacidad como el de máquinas semejantes que *no* sean totalmente cerradas y que estén ventiladas de tal forma que se conduzca aire fresco a lo largo de los devanados del estator y el rotor (véase sección 13-7).

### 13-6.1 Efecto del ciclo de trabajo sobre la potencia RMS

La NEMA clasifica cuatro tipos de ciclos de trabajo:

1. *Trabajo continuo*. Uso de la máquina en el que se necesita trabajo a carga bastante constante durante periodos razonablemente largos.
2. *Trabajo periódico*. Necesidades de carga que vuelven a presentarse con regularidad a intervalos periódicos durante periodos razonablemente largos.
3. *Trabajo intermitente*. Se presentan necesidades irregulares de carga, incluyendo periodos bastante largos de reposo sin carga.



4. *Trabajo variable.* Tanto las cargas como los intervalos de tiempo a los que se necesitan pueden estar sujetos a una amplia variación, sin reposo, a través de un periodo razonablemente largo, sin ninguna regularidad.

El ciclo de trabajo juega papel importante en la selección y capacidad de una dinamo. Como regla general, para todas las dinamos, la capacidad que se debe seleccionar debe ser tal que la dinamo estará trabajando entre la carga nominal y  $\frac{3}{4}$  de ella la mayor parte del tiempo. Una dinamo mayor que la necesaria tendrá una menor eficiencia de trabajo y un mayor costo de operación, y además un mayor costo inicial. En el caso de un generador para el que se anticipe una mayor carga, esto no sería problema. En el caso de un motor que impulse a una carga específica, como por ejemplo un motor de inducción, no sólo la eficiencia es baja (si el motor es mayor de lo necesario), sino que también el factor de potencia es bajo. Igualmente, una dinamo que sea demasiado pequeña tiene menor eficiencia de operación y está sujeta a sobrecalentamiento, su vida será más corta y aumentarán los costos de reparación y mantenimiento.

Surge la pregunta de si es posible determinar una capacidad adecuada, digamos para un motor que esté sujeto a necesidades de trabajo que no sean trabajo continuo, es decir, periódico, intermitente o variable. La determinación debe tener en cuenta los "periodos de descanso" cuando no trabaje el motor, al igual que el tiempo de cada uno de los niveles de hp que demanda el motor.

En varias aplicaciones se puede tener que seleccionar un motor para condiciones de servicio de impulsión de una carga que varíe ampliamente en ciclos que se repiten en forma continua. Por ejemplo, un taladro se puede emplear con varias brocas y se puede introducir a varias profundidades en diversos metales.

El calentamiento del motor no queda determinado por el valor máximo, sino por el valor rms de la corriente bajo diversas condiciones de carga. Además, el periodo de enfriamiento durante el reposo o el tiempo de trabajo en vacío es *menos* efectivo que cuando el motor trabaja y, por lo tanto, se acostumbra a dividir periodos de marcha en vacío entre un factor empírico aproximadamente igual a 3. Por consiguiente, la capacidad necesaria en hp es el "promedio" rms de las capacidades instantáneas de potencia a través de un ciclo de prueba, como se indica en la siguiente ecuación:

$$\text{potencia rms} = \sqrt{\frac{(p_1^2 t_1) + (p_2^2 t_2) + (p_3^2 t_3) + \dots + (p_n^2 t_n)}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t_r/3}} \quad \text{caballos (hp)} \quad (13-2)$$

en la cual  $p_1$  a  $p_n$  son las capacidades de potencia de salida, en hp o en watts, kW o MW, que se usen en forma consistente

#### EJEMPLO 13-7

Se empleó un motor de prueba de 200 hp para determinar la mejor potencia nominal para un ciclo de trabajo en un periodo de 30 minutos. El motor de prueba trabajó a 200 hp durante 5 minutos, 20 hp durante 5 minutos y un periodo de descanso de 10 minutos, seguido de 100 hp durante 10 minutos. Calcular la potencia en caballos que se necesita para esa carga variable intermitente.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{hp rms} &= \sqrt{\frac{[(200)^2 \times 5] + [(20)^2 \times 5] + [(100)^2 \times 10]}{5 + 5 + 10 + 10/3}} \\ &= 114 \text{ hp} \end{aligned} \quad (13-2)$$

Se seleccionaría un motor de 125 hp, porque es la potencia nominal normal *inmediata superior*. Esto significa que el motor trabajaría con una sobrecarga de 160 por ciento, a 200 hp, durante 5 minutos, o sea una sexta parte de su ciclo total de trabajo.

$t_r$  es el periodo de descanso, en minutos y horas congruente con los demás tiempos variables de  $t_1$  a  $t_n$ .

La ecuación (13-2) no se limita a los motores exclusivamente. Se puede usar también para los generadores y alternadores sujetos a necesidades de cargas variables. Imaginemos un alternador al que se impulsa a diversas velocidades para servicio automotriz, por ejemplo. Se usaría la ecuación (13-2) para calcular los watts rms(\*) que genera el alternador en un periodo de 24 horas, bajo los casos de la demanda más severa de carga.

### 13-6.2 Efecto de la temperatura ambiente sobre el tamaño de armazón y la capacidad

Se hizo notar al principio de la sección 13-6 que la temperatura ambiente juega papel importante en la capacidad y selección del tamaño de armazón para una dinamo. Parte del motivo es que la temperatura ambiente influye en la elevación permisible de temperatura por sobre los 40° C normales. Por ejemplo, una dinamo que trabaje a una temperatura ambiente de 75° C empleando aislamiento clase B tiene un aumento permisible de temperatura de tan sólo 55° C. Si trabajara a su temperatura ambiente normal de 40° C, se podría permitir un aumento de temperatura de 90° C, sin dañar su aislamiento. (Véase tabla 13-1.)

También se hizo notar que el tipo de hermeticidad de la máquina afecta a su capacidad. Una máquina con armazón *totalmente abierta*, con un ventilador interno en su eje, permite el fácil paso del aire de enfriamiento succionado y arrojado. Esta caja origina una temperatura final de trabajo en los devanados, menor en comparación que la de una máquina *totalmente cerrada* que evita el intercambio libre de aire con el exterior.

Como el tipo de hermeticidad afecta materialmente la temperatura final del lugar más caliente de una dinamo, describiremos los tipos de hermeticidad, caja, envolvente o carcasa aprobados en la actualidad por la NEMA.

### 13-7 TIPOS DE ENVOLVENTES (CARCASAS)

La NEMA reconoce y define los tipos de envolventes de motor que aparecen abajo. El costo y el tamaño físico de los motores totalmente cerrados es mayor que el de los de motores abiertos de la misma potencia, ciclo de trabajo y elevación sobre la temperatura ambiente.

1. *Carcasa a prueba de agua.* Envolvente totalmente cerrada para impedir que entre agua, aplicada en forma de un chorro de manguera, al recipiente de aceite y con medios de drenar el agua del interior. El medio para esto último puede ser una válvula de retención o un agujero machuelado en la parte más inferior del armazón, para conectar un tubo de drenado.
2. *Carcasa a prueba de ignición de polvos.* Envolvente totalmente cerrada diseñada y fabricada para evitar que entren cantidades de polvo que se puedan encender o que puedan afectar desempeño y capacidad.

\* N. del T.: Las letras "rms" son las iniciales de las palabras inglesas "*root mean square*". El significado matemático es el promedio con respecto al tiempo de las potencias instantáneas elevadas al cuadrado. En español, a los "valores rms" se les llama también "valores efectivos".

3. *Carcasa a prueba de explosión.* Envolvente totalmente cerrada diseñada y construida para resistir una explosión de un determinado gas o vapor que pueda estar dentro del motor, y también para evitar la ignición de determinado gas o vapor que lo rodee, debida a chispas, llamaradas o explosiones en su interior.
4. *Carcasa totalmente cerrada.* Envolvente que evita el intercambio libre de aire entre el interior y el exterior de ella, pero que no es lo suficientemente cerrada como para poderla considerar hermética al aire.
5. *Carcasa protegida al temporal.* Envolvente abierta cuyos conductos de ventilación están diseñados para reducir al mínimo la entrada de lluvia, nieve y partículas suspendidas en el aire, y el acceso de éstas a las partes eléctricas.
6. *Carcasa protegida.* Envolvente abierta en la cual todas las aberturas que conducen directamente a partes vivas o giratorias, exceptuando los ejes lisos del motor, tienen tamaño limitado mediante diseño de partes estructurales o parrillas, coladeras, metal desplegado, etc., para evitar el contacto accidental con las partes vivas. Estas aberturas no permiten el paso de una varilla cilíndrica de 12.7 mm de diámetro.
7. *Carcasa a prueba de salpicaduras.* Envolvente abierta en la que las aberturas de ventilación están fabricadas de tal modo que si caen partículas de sólidos o gotas de líquido, a cualquier ángulo no mayor de  $100^\circ$  con la vertical, no puedan entrar en forma directa o por choque y flujo por una superficie horizontal o con pendiente hacia adentro.
8. *Carcasa a prueba de goteo.* Envolvente abierta en la que las aberturas de ventilación se construyen de tal modo que si caen partículas de sólidos o gotas de líquido, a cualquier ángulo no mayor de  $15^\circ$  con la vertical, no puedan entrar ya sea en forma directa o por choque y flujo por una superficie horizontal o inclinada hacia adentro.
9. *Carcasa abierta.* Envolvente que tiene agujeros de ventilación que permiten el flujo de aire externo de enfriamiento sobre y alrededor de los devanados de la máquina. Cuando se tiene un ventilador interno, se dice que las máquinas son auto-ventiladas.

Como se hizo notar antes, mientras más restringida se tenga la ventilación en cualquier envolvente de máquina, mayor será su tamaño de armazón para determinada potencia. En consecuencia, un motor de 10 hp a prueba de explosión con la misma velocidad, aislamiento, voltaje nominal, etc., es físicamente más grande que un motor de 10 hp abierto.

### 13-8 VELOCIDAD NOMINAL: CLASIFICACIONES DE VELOCIDAD Y REVERSIBILIDAD

Los generadores, convertidores y alternadores se diseñan para una velocidad constante dada, cuyo valor nominal se expresa en la placa. Cuando las impulsa un primomotor a su velocidad nominal, el generador, alternador o convertidor debe entregar voltaje constante (nominal) a la carga nominal.

Sin embargo, los motores están sujetos a cambios de velocidad debido al control de ésta. Una velocidad menor producirá mala ventilación y sobrecalentamiento. Por

lo tanto, la capacidad de los motores se da a la velocidad a la cual entregarán su potencia nominal y voltaje nominal. Por lo tanto, cuando se usa control de velocidad en un motor, no se puede esperar que, para la misma corriente de carga nominal, una menor velocidad produzca la salida nominal de potencia. En general, cuando *disminuye* la velocidad, la capacidad del motor *es menor* proporcionalmente.

La NEMA ha desarrollado un sistema de clasificación basado en las características velocidad-carga de motores, para definir a éstos en términos de dichas características, como sigue:

1. *Motor de velocidad constante* es uno cuya velocidad varía en medida relativamente pequeña entre sin carga y plena carga. No se han definido límites, pero se considera normalmente que es aceptable una regulación de velocidad de 20 por ciento o mejor. Esta clase comprende a los motores derivación, motores de inducción de jaula de ardilla, motores síncronos y diversos motores monofásicos de los tipos de inducción y síncronos.
2. *Motor de velocidad variable* es uno cuya velocidad varía considerablemente desde sin carga hasta plena carga, es decir, uno cuya regulación de velocidad es mayor e inferior que el 20 por ciento. Los motores serie, algunos motores compuestos, los de repulsión y los de repulsión e inducción pertenecen a esta categoría.
3. *Motor de velocidad ajustable* es uno cuya velocidad se puede ajustar en forma gradual dentro de un amplio margen, que puede ser mayor o menor que la velocidad nominal, pero cuya velocidad para cualquier ajuste (regulación de velocidad) sólo varíe muy poco desde funcionamiento en vacío hasta la plena carga. El motor derivación de cd es un ejemplo excelente de este tipo de motores.
4. *Motor de velocidad ajustable variable* es uno cuya velocidad se puede ajustar en forma gradual dentro de un margen considerable, pero que para cualquier ajuste dado, la velocidad varía bastante desde sin carga hasta plena carga, es decir, tiene regulaciones de velocidad inferiores al 20 por ciento. Dentro de esta categoría encontramos los motores serie, algunos motores compuestos, los de inducción y repulsión, y los de inducción de rotor devanado.
5. *Motor de varias velocidades* es uno cuya velocidad se puede ajustar a dos o más valores definidos, pero no en forma gradual, y cuya velocidad para determinado ajuste sólo varíe relativamente poco desde sin carga hasta plena carga. Como ejemplo para esta categoría tenemos el motor de inducción, tanto monofásico como polifásico, con *polos consecuentes*.
6. *Motor no reversible* es uno cuya dirección de giro no se puede invertir, sea en marcha o estando detenido. Un motor de inducción de arranque por reluctancia es un motor no reversible.
7. *Motores reversibles* son aquellos cuya dirección de giro se puede invertir cambiando determinadas conexiones *externas* al motor, aun cuando éste se encuentre en marcha, sin necesidad de detenerlo. Un ejemplo de éstos es el de arranque por capacitor.
8. *Motor invertible* es uno cuya dirección de giro se puede invertir en cualquier momento bajo *cualquier* condición de carga, aun cuando trabaje con carga y velocidad nominales. Esto se hace cambiando determinadas conexiones externas al motor. Todos los motores de cd son motores invertibles, que pueden frenar con

inversión de la armadura. En los tipos monofásicos de inducción, sólo el de arranque por capacitor es motor invertible. Todos los motores polifásicos de inducción son invertibles y se pueden frenar invirtiendo sus corrientes.

La tabla 13-3 es una lista de los diversos tipos de motores de cd y ca, en la que se atiende primero a sus características de regulación de velocidad y después a las de variación de velocidad.<sup>7</sup>

**Tabla 13-3 Clasificación de motores basada en regulación de velocidad y variación de la misma**

Grupo	Tipo de motor	Características de regulación de velocidad	
1	Motor síncrono a. Polifásico b. Monofásico: de reluctancia; de histéresis	1	Absolutamente constante a la velocidad síncrona, $S = 120f/P$ .
2	Motor asíncrono de inducción de rotor de jaula de ardilla a. Polifásico b. Monofásico Motor derivación de cd	2	Velocidad relativamente constante entre funcionamiento sin carga y a plena carga, con velocidad sin carga algo mayor.
3	Motor polifásico de inducción de jaula de ardilla, clase D; motor compuesto de cd	3	Disminución moderada de velocidad, desde sin carga hasta a plena carga.
4	Motor serie (cd y ca), motor universal	4	Disminución muy grande de velocidad, desde sin carga hasta a plena carga. Velocidad alta sin carga o a baja carga. Par de arranque muy alto y baja velocidad cuando el par es alto.

Grupo	Tipo de motor	Características de variación de velocidad	
1	Polifásico de inducción de jaula de ardilla o síncrono con alternador de frecuencia ajustable	1	Límites de variación de velocidad hasta de 6:1.
2	Motor de cd con control de voltaje de armadura y reóstato de control de campo	2	Límites de variación de velocidad hasta de 200:1.

<sup>7</sup> Consultar, para una descripción más detallada de los controles de velocidad y técnicas de control, Kosow, *Control of Electric Machines* (Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1973).

3	Motores monofásicos o polifásicos con sistemas mecánicos de ajuste de velocidad, o embragues de corrientes parásitas	3	Hasta de 25 hp, variación de velocidad hasta de 16:1. Hasta de 100 hp, variación de velocidad hasta 100:1.
4	Motor de CD con control de estado sólido de forma de onda de entrada	4	Variación de velocidad hasta de 200:1.
5	Motor polifásico de inducción de rotor devanado con <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Control por resistencia en el secundario</li> <li>b. Concatenación (control externo de voltaje)</li> <li>c. Sistema Leblanc</li> <li>d. Sistema de control Kramer</li> <li>e. Sistema Scherbius</li> <li>f. Control externo de Voltaje de estado sólido</li> </ul>	5	Variación de velocidad desde 10:1 hasta 200:1.
6	Motores de inducción de rotor de jaula para varias velocidades, polifásicos y monofásicos	6	Relaciones de velocidad de 2:1 o 4:1, pero no ajustables en esos rangos. La velocidad es definida con poco cambio debido a la carga.

### 13-9 OTROS FACTORES QUE AFECTAN A LA SELECCION DE LA DINAMO DE CD O CA

El factor más importante en la selección de un motor o generador de cd es su capacidad de potencia. Las secciones anteriores de este capítulo han demostrado cómo se puede determinar la potencia nominal de cualquier motor, en caballos a la salida. En años recientes, con la adopción del sistema SI, la potencia del motor se expresa normalmente en kilowatts. Si se dividen los caballos entre 0.746, se obtiene la potencia de salida en kilowatts. En consecuencia, la potencia de *salida* tanto de motores como de generadores de cd se puede expresar en las unidades SI de kilowatts. Se debe tener cuidado de no suponer que esta potencia sea de entrada.

Anteriormente se han descrito otros factores. Comprenden velocidad nominal (en rpm o rad/s), clasificación de velocidad, ciclo de trabajo, temperatura ambiente, aumento permisible de temperatura, voltaje nominal (ya sea de entrada para motores o de salida para generadores), tipo de carcasa o envolvente y tipo de aislamiento que se usa en los devanados de armadura y de campo.

#### 13-9.1 Características de la carga para la selección de motores de cd

En la selección de los motores de cd, los factores que quizá sean de mayor importancia, además de los citados anteriormente, son los que se refieren a la naturaleza de la carga

que se va a impulsar. Una carga de velocidad constante, como la de un impulsor de banda o un ventilador, necesitará de un motor derivación. Una carga que necesite de mayor par de arranque, como por ejemplo un compresor o una bomba, necesita un motor compuesto. Las cargas que necesitan de par de arranque extremadamente alto y menores velocidades de arranque, como por ejemplo elevadores o locomotoras eléctricas, necesitan de motores serie.

### 13-9.2 Selección de motores de ca

Además de los factores que se citaron antes, para los motores de ca se necesitan tomar en cuenta los siguientes factores adicionales: frecuencia del suministro, número de fases del voltaje del que se dispone, eficiencia relativa a la carga nominal y producción de interferencia electromagnética. Con respecto a esta última, los motores de ca tipo de conmutador (serie, repulsión, inducción y repulsión, y universales), tienden a producir interferencia tanto de radio como de televisión, más que cualquier otro tipo de motor.

El factor de potencia del motor (FP) puede ser característica importante. Como se hizo notar en el capítulo 8, los motores polifásicos síncronos son capaces tanto de impulsar una carga a velocidad constante como de tomar corriente con FP en adelanto. Al hacerlo, esos motores tienden a mejorar el FP general de una instalación dada. Todos los demás motores de ca, tanto polifásicos como monofásicos, tienden a trabajar con FP en retraso. Cuando el FP sea importante, se debe tomar en cuenta el motor síncrono.

El FP al arranque también es característica importante. Un motor cuyo FP al arranque sea demasiado bajo tiende a tomar mayor corriente de arranque y a producir con ello reducciones notables en los niveles de iluminación.

### 13-9.3 Características de la carga para seleccionar motores de ca

En la selección de motores de ca, como en el caso de los de cd, uno de los factores de mayor importancia es la naturaleza de la carga por impulsar. Cargas como garruchas, trenes eléctricos, elevadores, molinos de servicio pesado y molinos de rodillos necesitan de motores de ca serie. Esas cargas necesitan motores que desarrollen altos pares de arranque y menor aceleración en el arranque.

Las cargas que necesiten de velocidad extremadamente constante, como por ejemplo relojes programadores, impulsores de tocacintas y tornamesas, pueden emplear motores síncronos. Las cargas que necesiten velocidad bastante constante, como tornos, taladros de banco, compresores de acondicionamiento de aire, ventiladores de escape, bombas y diversas máquinas herramienta industriales pueden impulsarse mediante motores de inducción, tanto trifásicos como monofásicos.

Se pueden aplicar voltajes nominales iguales, tanto monofásicos como de cd, a motores universales que se usen en rasuradoras, máquinas de coser, taladros pequeños de mano, licuadoras y procesadores de alimentos.

No quedaría completa ninguna descripción de capacidades de maquinaria eléctrica sin mencionar el sistema *por unidad* (*p.u.*). Desde que se comenzó a emplear se ha difundido mucho entre los ingenieros que tienen que ver con la eficiencia de dinamos, transformadores, líneas de transmisión y sistemas completos de transmisión y distribución. Debido a su simplicidad inherente, el sistema *p. u.* tiene varias ventajas importantes con respecto a las demás formas de cálculo de potencia:

1. A los sistemas trifásicos no se les da distinto tratamiento que a los monofásicos o a los de cd. Se elimina casi por completo el factor  $\sqrt{3}$  de los sistemas trifásicos.
2. Los cálculos por unidad emplean números más sencillos y por consiguiente están menos sujetos a errores.
3. En los sistemas de transmisión y distribución, los diversos alternadores, líneas, transformadores, dispositivos de protección y máquinas eléctricas pueden variar en tamaño y capacidad. Sus caídas de voltaje y sus pérdidas pueden variar también mucho. Pero, con un sistema *p. u.*, en el que se use una base común, todas las pérdidas *p. u.* y caídas de voltaje son del mismo orden, y con ello se reduce un sistema entero a un circuito único simplificado.
4. Al tratar con sistemas de varios transformadores en cascada, de capacidades diversas en kVA y de diversas transformaciones de voltaje, el sistema *p. u.* reduce esa red a un diagrama unifilar cuando se escoge un voltaje adecuado de base.

### 13-10.1 La fracción por unidad de cualquier cantidad

Al trabajar con equipo eléctrico de cualquier tipo, hay diversas unidades de resistencia, reactancia, impedancia, voltaje, corriente, potencia y potencia aparente. Las unidades de esas cantidades se pueden expresar todas en valores *p. u.*, como una fracción *p. u.* de alguna cantidad base o de referencia. Se puede definir la fracción *p. u.* de cualquier cantidad (*A*) como sigue:

$$A_{p.u.} = \frac{\text{valor real de la cantidad } A, \text{ en cualquier unidad}}{\text{valor base seleccionado para la misma cantidad (en la misma unidad)}} \quad (13-3)$$

Todas las fracciones *p. u.* son adimensionales porque siempre son *relaciones* entre *las mismas unidades*. Además, los valores *p. u.* son *en general* fracciones menores que la unidad, aunque también pueden ser mayores que uno.

### 13-10.2 Resistencia como cantidad por unidad

De la ecuación (13-3) podemos definir a la resistencia por unidad como

$$R_{p.u.} = \frac{R}{R_b} = \frac{R}{V_b/I_b} = \frac{R \times I_b}{V_b} = \frac{R \times I_b^2}{V_b I_b} = \frac{R \times I_b^2}{P_b} \quad (13-4)$$

en la que *R* es el valor *real*, en ohms ( $\Omega$ ), de cualquier resistencia  
*R<sub>b</sub>* es el valor *base* de la resistencia, en ohms ( $\Omega$ )



$V_b$  es el voltaje de *base* en volts (V)  
 $I_b$  es la corriente *base*, en amperes (A)  
 $P_b$  es la potencia *base*, en watts (W)

### EJEMPLO 13-8

Un generador de excitación separada tiene un voltaje nominal de salida de 120 V y una corriente de salida de 100 A. Su resistencia de armadura es 0.1  $\Omega$ . Calcular

- El voltaje de base
- La corriente de base
- La resistencia de base
- El valor por unidad de la resistencia de armadura

### Solución

a.  $V_b$  = voltaje nominal = 120 V

b.  $I_b$  = corriente nominal = 100 A

c.  $R_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{120 \text{ V}}{100 \text{ A}} = 1.2 \Omega$

d.  $R_{p.u.} = \frac{R}{R_b} = \frac{0.1 \Omega}{1.2 \Omega} = 0.08\bar{3} \text{ p.u.}$

(Nota: Si bien la resistencia por unidad es adimensional, se acostumbra siempre terminar con las letras "p. u." la relación para indicar que representan una cantidad por unidad.)

## 13-10.3 Impedancia como cantidad por unidad

La deducción de la impedancia por unidad es semejante a la de la ecuación (13-4) con una notable excepción. Se acostumbra emplear el voltaje de base  $V_b$  a través de la impedancia de base  $Z_b$  y no la corriente de base en la impedancia. Escribiremos primero que la potencia aparente de base, en voltamperes  $VA_b = V_b^2/Z_b$ , de la cual la impedancia de base  $Z_b$  es

$$Z_b = \frac{V_b^2}{VA_b} = \frac{V_b}{I_b} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (13-5)$$

Pero, por definición, cualquier impedancia real  $Z$  en ohms, debe tener un valor por unidad igual a

$$Z_{p.u.} = \frac{Z (\Omega)}{Z_b (\Omega)} = Z \frac{VA_b}{V_b^2} = Z \frac{kVA_b \times 1000}{V_b^2} = Z \frac{MVA_b}{(kV_b)^2} = \frac{ZI_b}{V_b} \quad (13-6)$$

Adviértase lo siguiente, con respecto a la ecuación (13-6):

1. La impedancia por unidad,  $Z_{p.u.}$ , es *inversamente* proporcional al *cuadrado* del voltaje de *base* y directamente proporcional a los kVA de base.
2. Cuando las unidades de potencia aparente son menores de 1 kVA, podremos usar el segundo término; cuando las unidades están en kVA, podremos usar el tercero.
3. Es frecuente, tratándose de equipo comercial grande, cuya capacidad se da en MVA, que se use el cuarto término, expresando el voltaje base en kilovolts.
4. No hay error en el último término. Se usa para calcular la  $Z_{p.u.}$  de cualquier equipo cuya impedancia real sea  $Z$ , voltaje nominal  $V$  y corriente nominal  $I$ . Esta relación es útil siempre que se hayan seleccionado *otra* corriente de base y voltaje de base para un sistema dado, como kVA de *base común* para el sistema *completo*. (Véase ejemplo 13-10.)

**EJEMPLO 13-9**

Un alternador monofásico de 20 kVA, 500 V, tiene una corriente nominal de 40 A, resistencia de armadura de 2  $\Omega$ , y reactancia de armadura de 15  $\Omega$ . Calcular los valores por unidad de

- La resistencia de armadura
- La reactancia de armadura
- La impedancia de armadura, mediante dos métodos.

**Solución**

$$\text{a. } R_{\text{p.u.}} = \frac{R \times I_b}{V_b} = \frac{2 \times 40}{500} = \mathbf{0.16 \text{ p.u.}} \quad (13-4)$$

$$\text{b. } jX_{\text{p.u.}} = \frac{X \times I_b}{V_b} = \frac{15 \times 40}{500} = \mathbf{j1.2 \text{ p.u.}} \quad (13-4)$$

$$\text{c. } Z_{\text{p.u.}} = R_{\text{p.u.}} + jX_{\text{p.u.}} = 0.16 + j1.2 = \mathbf{1.211 \angle 82.4^\circ \text{ p.u.}}$$

$$Z_{\text{p.u.}} = (2 + j15) \frac{40 \text{ A}}{500 \text{ V}} = \mathbf{1.211 \angle 82.4^\circ \text{ p.u.}} \quad (13-6)$$

En la respuesta al ejercicio 13-9, nótese que *todos* los valores óhmicos por unidad se calculan dividiendo la resistencia, reactancia o impedancia *real* entre la *impedancia de base*! La impedancia de base, si bien no se calcula, en realidad es de 12.5  $\Omega$ . Se deja ese cálculo como ejercicio para que el lector haga su comprobación, junto con la verificación de los valores óhmicos por unidad del ejemplo mencionado.

Supongamos que conocemos la impedancia por unidad *original* ( $Z_{\text{p.u.}(orig)}$ ) de un equipo determinado, al igual que sus kVA *originales* nominales,  $\text{kVA}_{orig}$ , y su  $V_{orig}$  nominal (o de base). Supongamos que este equipo se va a agregar a un sistema para el cual hemos seleccionado un voltaje común de base *nuevo*, así como kVA *nuevos*,  $V_{nuevo}$  y  $\text{kVA}_{nuevo}$ , respectivamente. Sabemos, de acuerdo con la ecuación (13-6), que la impedancia por unidad varía directamente de acuerdo a los kVA e inversamente con el cuadrado del voltaje de base. De esta apreciación, con el método de las relaciones, podremos escribir que la nueva impedancia por unidad será

$$Z_{\text{p.u.}(nueva)} = Z_{\text{p.u.}(orig)} \frac{\text{kVA}_{nuevo}}{\text{kVA}_{orig}} \times \left( \frac{V_{orig}}{V_{nuevo}} \right)^2 \quad (13-7)$$

**EJEMPLO 13-10**

El alternador monofásico del ejemplo 13-9 se va a agregar a un sistema completo de distribución cuya base común de kVA es 100 kVA y cuyo voltaje es 5000 V. Calcular su nueva impedancia por unidad.

**Solución**

$$Z_{\text{p.u.}(nueva)} = Z_{\text{p.u.}(orig)} \frac{\text{kVA}_{nuevos}}{\text{kVA}_{orig}} \times \left( \frac{V_{orig}}{V_{nuevo}} \right)^2 = 1.211 \frac{100}{20} \times \left( \frac{500}{5000} \right)^2 = \mathbf{0.06055 \text{ p.u.}}$$

**13-10.4 Cantidades por unidad para circuitos trifásicos**

Como se afirmó al principio de la sección 13-10, una de las ventajas del empleo de las cantidades **p. u.** es que los circuitos trifásicos se tratan en forma idéntica a los sistemas monofásicos o de cd. La razón de ello es que un voltaje **p. u.** de línea es *el mismo* valor que el voltaje **p. u.** de fase, como se ve en el ejemplo 13-11.

**EJEMPLO 13-11**

Un sistema trifásico de distribución tiene un voltaje de línea de 2300 V y uno de fase de 1328 V. Si el voltaje de línea de base común es 69 kV y el voltaje de fase de base común es 39.84 kV, calcular

- El voltaje p. u. de línea del sistema de distribución
- El voltaje p. u. de fase del sistema de distribución.

**Solución**

$$\text{a. } V_{p.u.} = \frac{V}{V_b} = \frac{2.3 \text{ kV}}{69 \text{ kV}} = 0.03 \text{ p.u.}$$

$$\text{b. } V_{p.u.} = \frac{V_p}{V_{pb}} = \frac{1.328 \text{ kV}}{39.84 \text{ kV}} = 0.03 \text{ p.u.}$$

(Nota: para evitar confusiones, al trabajar con sistemas trifásicos se acostumbra usar cantidades en voltaje de línea.)

Sin embargo, se debe notar que también se acostumbra emplear *cantidades de fase* al trabajar con resistencia, reactancia, impedancia y admitancia de alternadores, motores, transformadores y líneas de transmisión trifásicos. Puesto que las cantidades de fase se comparan con las de fase de base común, no se provocan errores, como se ve en el ejemplo 13-12.

En resumen, úsense *siempre* cantidades de fase para valores óhmicos, y cantidades de línea para valores de voltaje cuando se trabaje con circuitos trifásicos.

**EJEMPLO 13-12**

Un alternador trifásico de 50 MVA, 25 kV, 60 Hz, conectado en estrella, tiene una reactancia síncrona igual a 1.3 p. u. y una resistencia de 0.05 p. u. Calcular

- La impedancia base del alternador empleando dos métodos distintos
- El valor real de la reactancia síncrona, por fase
- El valor real de la resistencia de la armadura en el estator, por fase
- La impedancia síncrona por fase, mediante dos métodos
- Las pérdidas en el cobre a plena carga, para las tres fases.

**Solución**

$$\text{a. } Z_b = \frac{V_b^2}{VA_b} = \frac{(25 \text{ kV})^2}{50 \text{ MVA}} = 12.5 \Omega \quad (13-5)$$

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{50 \text{ MVA}}{25 \text{ kV}} = 2 \text{ kA}$$

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{25 \text{ kV}}{2 \text{ kA}} = 12.5 \Omega$$

$$\text{b. } X_s = X_{p.u.} \times Z_b = 1.3 \times 12.5 = j16.25 \Omega \quad (13-6)$$

$$\text{c. } R_a = R_{p.u.} \times Z_b = 0.05 \times 12.5 = 0.625 \Omega$$

$$\text{d. } Z_s = R_a + jX_s = 0.625 + j16.25 = 16.26 \angle 87.8^\circ \Omega$$

$$Z_s = Z_{p.u.} \times Z_b = (0.05 + j1.3) \text{ p.u.} \times 12.5 = 16.26 \angle 87.8^\circ \Omega$$

$$\text{e. } P = S \times R_{p.u.} = 50 \text{ MVA} \times 0.05 = 2.5 \text{ MW}$$

En el ejemplo 13-12 vale la pena hacer notar algunos puntos:

- La resistencia dada como cantidad p. u. igual a 0.05, implica que las pérdidas totales en el cobre a plena carga, en el alternador, son el 5 por ciento de la capacidad de éste, que es 50 MVA.

**Tabla 13-4 Guía de referencia para causas probables de fallas de los motores**

TIPO DE MOTOR SINTOMA O FALLA	CA MONOFASICOS					CA POLIF. (DOS O TRES FASES)	DE ESCOB. (UNIVERSAL, SERIE, DERIV. O COMPUESTO)
	FASE PARTIDA	ARRANQUE	ARRANQUE	POLOS	CAUSAS PROBABLES		
		POR CAPACITOR	Y MARCHA POR CAPACITOR	SOMBREADOS			
No arranca	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5	1, 2, 4, 7, 17	1, 2, 7, 16, 17		1, 2, 9	1, 2, 12, 13
No siempre arranca, aun sin carga, pero trabaja en cualquier direcci3n cuando se arranca en forma manual	3, 5	3, 4, 5	4, 9			9	
Arranca, pero se calienta con rapidez	6, 8	6, 8	4, 8	8		8	8
Arranca, pero funciona demasiado caliente	8	8	4, 8	8		8	8
No arranca, pero trabaja en cualquier direcci3n cuando se arranca en forma manual (se sobrecalienta)	3, 5, 8	3, 4, 5, 8	4, 8, 9			8, 9	10, 11, 12, 13, 14
Lento (chisporrotea mucho en las escobillas) Velocidad anormalmente alta (chisporrotea mucho en las escobillas)	8, 16, 17	8, 16, 17	8, 16, 17	8, 16, 17		8, 16, 17	15 13, 16, 17
Potencia reducida (el motor se calienta demasiado) El motor "vuela" (funde) el fusible o no se detiene cuando el interruptor es desconectado	8, 18	8, 18	8, 18	8, 18		8, 18	18, 19 10, 11, 12, 13, 19
Trabaja con sacudidas y mucha vibraci3n							
1. Est1 abierta la conexi3n con la lnea.							
2. Circuito abierto en un devanado del motor.							
3. No cierran los contactos del interruptor centrnfugo.							
4. Est1 averiado el capacitor.							
5. Est1 abierto el devanado de arranque.							
6. No trabaja el interruptor centrnfugo de arranque.							
7. Est1 sobrecargado el motor.							
8. Un devanado est1 en cortocircuito o a tierra.							
9. Est1n abiertos uno o m1s devanados.							
10. Sobresale la mica entre las delgas del conmutador.							
11. El conmutador est1 sucio o ha perdido redondez.							
12. Las escobillas est1n gastadas o sus resortes no tienen brío.							
13. Circuito abierto o cortocircuito en el devanado de la armadura.							
14. Las escobillas est1n empapadas de aceite.							
15. Circuito abierto en el devanado en derivaci3n.							
16. Los cojinetes se pegan o est1n agarrados.							
17. Hay interferencia entre los miembros estacionario y giratorio.							
18. Hay conexi3n a tierra en el extremo del devanado que est1 cerca del interruptor.							
19. Est1 en corto o aterrizado el devanado de la armadura.							

2. La impedancia síncrona por unidad es aproximadamente 1.3 p. u. Al recíproco de  $Z_{p.u.}$ , a veces se le llama *relación de cortocircuito*.<sup>8</sup> Esta se define como la relación de la corriente de campo para el voltaje de armadura a circuito abierto y a la frecuencia nominal con la corriente de campo cuando la corriente de armadura es la nominal bajo cortocircuito simétrico sostenido a la frecuencia nominal. Esta relación es, normalmente, menor que la unidad. En consecuencia, el recíproco de  $Z_{p.u.} = (0.05 + j1.3)$  p. u. es la relación de cortocircuito, que en el ejemplo 13-12 es  $1/1.3 = 0.769$ . Esta relación implica que, para producir una *corriente nominal* de cortocircuito a bajo factor de potencia en retraso, se necesita más corriente de campo que para producir el voltaje nominal de circuito abierto. La figura 6-10 muestra lo anterior en forma clara.
3. En la solución de la parte (a), obsérvese que la corriente de base se obtiene de la relación  $S_b / V_b$ , total kVA dividido entre el voltaje *de línea*. El factor del  $\sqrt{3}$  no se usa por las razones ya señaladas antes en esta subsección.

## 13-11 MANTENIMIENTO PREVENTIVO Y LOCALIZACION DE FALLAS

Las técnicas de mantenimiento preventivo y de inspección rutinaria conservan y prolongan la vida de la maquinaria eléctrica. Las máquinas de tipo de inducción sólo necesitan lubricación periódica, mientras que aquellas que tienen rodamientos “de por vida” autolubrificantes no necesitan de lubricación alguna. El montaje inicial de un motor eléctrico es de extrema importancia. El desalineamiento de los ejes del motor y la carga, o una tensión incorrecta de las bandas, pueden afectar mucho la vida de los cojinetes de los motores.

Las dinamos con escobillas necesitan mantenimiento periódico de las escobillas, conmutador o anillos rozantes, además de la lubricación. Los motores de alta velocidad devanados en serie (de cd, ca o universales) no deben seleccionarse para ciclos de trabajo largo y continuo porque debido al intenso chisporroteo de las escobillas que tienen pueden necesitar de limpieza frecuente del conmutador y de cambio de escobillas. De vez en cuando, se deben limpiar los conmutadores, “rectificarlos” para evitar el posible arqueado y chisporroteo, que pueden dañar el conmutador y los devanados.

En la lubricación de la maquinaria eléctrica, el aceitado excesivo es tan dañino como la lubricación insuficiente. Los conmutadores atrasados por el aceite y las escobillas empapadas del mismo fluido pueden dar lugar a un grave chisporroteo de las máquinas conmutadoras. El aceite que escurre al estator puede causar fallas de aislamiento de los devanados de ca y da del estator.

La mayor parte de la maquinaria eléctrica necesita de un mínimo de mantenimiento, que sólo se restringe a lubricación menor. Pero muchos tipos de motor monofásico, de potencia fraccionaria, de fase partida y de repulsión tienen interruptores centrífugos que pueden ser fuente de problemas debido a los cuales se dañe seriamente el motor. Si un mecanismo de interruptor se “atora en su posición de marcha”, el motor no puede arrancar. Si se “atora en su posición de arranque”, el devanado

<sup>8</sup> En las grandes dinamos síncronas, la relación de reactancia a resistencia es bastante alta. En consecuencia, la reactancia síncrona se puede considerar como igual a la impedancia síncrona. En esos casos, se usa la recíproca de la reactancia síncrona como relación de cortocircuito.

de arranque se sobrecalienta y el motor no puede llegar a su velocidad nominal. Los contactos del interruptor pueden estar pegados, oxidados o gastados. Estos mecanismos se deben cambiar y no reparar.

Por ahora es menos caro rebobinar los motores grandes de caballaje integral que se hayan "quemado", que cambiarlos por nuevos. Sin embargo, el costo de rebobinar los motores pequeños es ahora mayor que el precio de un motor nuevo. En consecuencia, por lo general se cambian los motores pequeños, y no se rebobinan.

Debido a que, en general, el mantenimiento se limita sólo a lubricación rutinaria, la inspección se constituye en factor importante para prolongar la vida de la maquinaria, y no se debe pasar por alto. Cuatro de nuestros cinco sentidos son muy importantes en este caso: vista, oído, olor y tacto. La revisión visual pondrá de manifiesto varias de las fallas que se presentan en la **tabla 13-4**. Un motor ruidoso es indicativo de cojinetes gastados, sobrecarga, o que está en una fase siendo de tres. Un olor a quemado, característico del aislamiento sobrecalentado, indica una sobrecarga o desintegración del aislamiento. Un rodamiento o devanado sobrecalentado se detectan al tacto: la superficie de un motor no debe estar tan caliente como para no poder mantener la mano en él.

La **tabla 13-4** es una excelente guía para diagnosticar la causa de la mayor parte de las fallas de los motores en los más de sus tipos: cd, monofásicos y polifásicos.<sup>9</sup> Al localizar fallas de los motores, si se identifican determinados síntomas se eliminan automáticamente otros. Por ejemplo, si se presenta sobrecalentamiento y aumenta bastante la temperatura interna del motor, se eliminan en forma automática una falla en el arranque o algún fusible quemado en la línea. La **tabla 13-4** contiene mucha información valiosa y se debe estudiar con gran cuidado, para familiarizarse y comprender con facilidad las técnicas de localización de fallas en los motores, y los síntomas normales de los motores y sus posibles causas.

## 13-12 GLOSARIO DE LOS TERMINOS EMPLEADOS

**Aumento de temperatura** Diferencia entre la temperatura de una parte en observación de la dínamo, que normalmente es el lugar más caliente de un devanado, y la temperatura ambiente de dicha dínamo.

**Cantidad por unidad** Relación del valor real de cualquier cantidad determinada al valor base de la misma cantidad.

**Capacidad** Valor numérico de cantidades eléctricas (como frecuencia, voltaje, corriente, potencia aparente y activa, y factor de potencia) y de cantidades mecánicas (como par y potencia) con su duración y secuencias que expresan las posibilidades y limitaciones de una dínamo. Los

valores nominales se asocian usualmente con una temperatura límite del aislamiento y las partes metálicas de la dínamo.

**Capacidad de servicio continuo** Clasificación que se aplica al funcionamiento de la dínamo para un tiempo indefinidamente largo.

**Carcasa** (Véase *envolvente*).

**Ciclo de trabajo** El enunciado de cargas y condiciones de funcionamiento de la dínamo, asignado por el fabricante y que puede ser trabajo continuo, intermitente, periódico o variable.

**Clases de aislamiento** Sistema de identificación por medio de letras que determina

<sup>9</sup> Bodine Electric Company, *Fractional hp Motor and Control Handbook*, 3a. ed., 1968, pág. 99.

- la temperatura permisible máxima del lugar más caliente, que se basa en el tipo de materiales aislantes que se usan en los devanados de las máquinas (véase tabla 13-1).
- Detector de temperatura** Sensor o transductor que mide la temperatura.
- Envolvente** Caja o estuche que rodea al equipo y que se usa para proteger a éste y al personal contra un contacto accidental con las partes vivas o en movimiento.
- Factor de prolongación o reducción de vida (E/R)** Factor por el que se multiplica la vida nominal de una máquina para calcular la vida mayor o menor, dependiendo de su temperatura final de trabajo con carga.
- Factor de servicio** Multiplicador que, cuando se aplica a la potencia nominal, indica una carga permisible que se puede aplicar a una máquina bajo ciertas condiciones especificadas.
- Letra de clase de diseño** Clasificación que desarrolló la NEMA para distinguir entre diversos diseños de motor de inducción sobre la base del par de arranque, la corriente de arranque, el par máximo y la regulación de velocidad. Las letras de clase son A, B, C, D y F (véase la tabla 9-3).
- Letra de clase NEMA** (Véase *letra de clase de diseño*.)
- Letra de código de rotor bloqueado** Identificación con una letra que establece los límites inferior y superior de la corriente de arranque a rotor bloqueado, expresada en kVA/hp, que toma el motor en el instante del arranque cuando se aplican al estator el voltaje y la frecuencia nominales.
- Motor de caballaje integral** Motor dentro de un armazón igual o mayor que el de un motor de construcción abierta que tiene una capacidad continua de 1 hp a una velocidad de 1700 a 1800 rpm.
- Motor de potencia fraccionaria** Motor dentro de un armazón menor que el de un motor de construcción abierta con capacidad continua de 1 hp a una velocidad de 1700 a 1800 rpm.
- Potencia rms** Medida de la potencia del motor o generador, en watts, para una máquina que trabaja bajo diversos ciclos de trabajo, tomada durante determinado periodo de trabajo [véase la ecuación (13-2)].
- Relación de cortocircuito** Relación de la corriente de campo al voltaje de armadura a circuito abierto nominal, con la corriente de campo para una corriente de armadura nominal de cortocircuito a la frecuencia nominal. El recíproco de la impedancia síncrona, en valores por unidad,  $Z_{p.u.}$ , es aproximadamente igual a la relación de cortocircuito.
- Sistema por unidad** Sistema de valores base que se escogen de forma congruente cuando se usan cantidades por unidad.
- Tamaño de armazón** Es el tamaño físico de la envolvente de una máquina dada.
- Temperatura ambiente** La temperatura del medio que se emplea directa o indirectamente para enfriamiento, en la cual se disipa el calor del equipo.
- Temperatura del lugar más caliente** (Véase *temperatura límite*.)
- Temperatura final** Temperatura de equilibrio a la cual el calor generado por las pérdidas de la máquina es igual al calor disipado por ella hacia su medio de enfriamiento cuando se trabaja con determinada carga.
- Temperatura límite** Límite superior de temperatura al cual puede trabajar una máquina con la carga nominal, que se basa en el tipo de aislamiento que se usa en sus devanados (véase tabla 13-1) a una temperatura ambiente de 40° C o menor.
- Termopar** Par de conductores de materiales diferentes unidos en dos puntos de tal modo que se desarrolla una FEM debida a efectos termoeléctricos, cuando las dos uniones tienen temperaturas diferentes.
- Trabajo intermitente** Requerimientos de servicio que el fabricante asigna al trabajo de la máquina, en los cuales la carga cambia en forma intermitente a través del tiempo.

**Trabajo periódico** Trabajo intermitente de una dínamo en el cual las condiciones de carga son, en general, recurrentes o repetitivas.

**Trabajo variable** Trabajo de una dínamo

con cargas e intervalos de tiempo que pueden estar sujetos a amplias variaciones durante cualquier periodo dado.

**Valor por unidad** (Véase *cantidad por unidad*.)

## 13-13 PREGUNTAS

- 13-1 a. ¿Por qué las dínamos con datos nominales para trabajo intermitente tienen tamaños menores de armazón para la misma potencia nominal que las dínamos para trabajo continuo?
- b. ¿Por qué los motores de construcción abierta tienen menores tamaños de armazón para la misma potencia en comparación con los motores totalmente cerrados?
- c. ¿Qué quiere decir "la vida de una máquina es sólo tan buena como su aislamiento"?
- 13-2 Explicar las desventajas de
- a. Usar un motor de 25 hp para impulsar en forma continua una carga de 10 hp.
- b. Usar un motor de 10 hp para impulsar en forma continua una carga de 15 hp.
- 13-3 a. Explicar por qué es difícil de medir la temperatura del lugar más caliente de una dínamo en la superficie de ésta.
- b. ¿Por qué está sujeto a errores el método del coeficiente térmico de resistencia para medir la temperatura del lugar más caliente?
- c. ¿Cuál es la desventaja de medir el aumento de temperatura sujetando un termómetro contra la superficie de la dínamo?
- d. ¿Por qué se obtienen mayores aumentos de temperatura si se emplean sensores de temperatura, detectores de temperatura o termopares incrustados en los devanados, que si se emplean los métodos que se mencionaron en las partes (b) y (c)?
- 13-4 Entre los límites de carga de 0.5 a 1.5 veces la carga nominal, explicar
- a. Por qué la eficiencia de la dínamo es bastante constante.
- b. Por qué el aumento de temperatura de una dínamo está en proporción directa a su carga.
- 13-5 Al calcular la potencia rms, ¿por qué el periodo de descanso se divide generalmente entre 3?
- 13-6 a. Mencionar tres ventajas de usar el sistema por unidad para calcular cargas de un sistema de potencia en el que intervienen motores, líneas de transmisión, transformadores y alternadores, si se compara con los cálculos convencionales de voltaje-corriente y potencia.
- b. Para un generador de 12 kW, 120 V, de cd, ¿por qué se expresan el voltaje, corriente y potencia nominales como 1 p. u. sobre la base de por unidad?
- c. ¿Por qué un voltaje de fase de un alternador trifásico tiene el mismo valor p. u. que el voltaje de línea?
- d. ¿Por qué todas las pérdidas (en el cobre, de potencia parásita y de carga parásita) se mencionan como valores de resistencia por unidad y no de impedancia por unidad?
- e. Dadas la resistencia y la reactancia síncrona en unidades p. u., ¿por qué se las multiplica por la impedancia de base para obtener su valor óhmico real?
- f. Para calcular la corriente de base para un alternador, motor o transformador trifásico, ¿por qué se usa la relación  $S_b/V_b$  y no  $S/\sqrt{3}V_L$ ?



- 13-7 a. ¿Por qué el voltaje nominal de un motor de cd es menor que el de un generador de cd?  
 b. Repetir la parte (a) para la dínamo de ca.  
 c. ¿Por qué los límites de voltaje normal de los alternadores disponibles son mayores que los de los motores de ca?  
 d. ¿Por qué los límites de voltaje de los motores polifásicos disponibles son mayores que los de los motores monofásicos?
- 13-8 a. ¿Por qué una dínamo de trabajo continuo es mayor que una para trabajo intermitente?  
 b. ¿Cómo se afecta la capacidad nominal de una dínamo determinada por 1) el ciclo de trabajo, 2) la temperatura ambiente, 3) la envolvente y 4) la ventilación forzada?
- 13-9 a. ¿Cómo se afecta la capacidad de una dínamo por una disminución de su velocidad?  
 b. ¿Por qué los motores están más sujetos que los generadores a un cambio de capacidad debido a la velocidad?  
 c. Mencionar la diferencia entre un motor de velocidad variable y uno de velocidad ajustable.  
 d. Mencionar la diferencia entre un motor de velocidad variable ajustable y los tipos que se mencionaron en la parte (c).
- 13-10 Además de los factores de voltaje, corriente, frecuencia, aumento de temperatura y velocidad y ciclo de trabajo nominales, hacer una lista de algunos otros puntos que afectan a la selección de  
 a. Alternadores.  
 b. Motores.
- 13-11 a. ¿Por qué es factor importante la revisión periódica del trabajo de una dínamo para el mantenimiento preventivo y la vida de ésta?  
 b. ¿Requiere revisión periódica un motor de inducción de jaula de ardilla autolubricado y a prueba de explosión? Explicar la respuesta.  
 c. ¿Por qué la sobrelubricación es tan perjudicial como la falta o la insuficiencia de lubricación?  
 d. Cuando se hacen revisiones de rutina, ¿cómo intervienen los sentidos humanos?  
 e. ¿Cuáles son las limitaciones de los sentidos humanos y qué causas probables de fallas podrían revelarse sólo mediante instrumentos (véase tabla 13-4)?
- 13-12 A propósito de la tabla 13-4, para cada motor que aparece en las columnas, encontrar  
 a. El número total de causas probables *distintas* de falla.  
 b. El número total de síntomas diferentes de falla.  
 c. Sobre la base de las partes (a) y (b), ¿qué motores monofásicos están más libres de fallas?  
 d. Comparar la respuesta a la parte (c) con las correspondientes a motores polifásicos y a los del tipo de escobillas. Sacar conclusiones.

## 13-14 PROBLEMAS

- 13-1 Un motor derivación de 50 hp tiene una resistencia "en frío" del campo en derivación igual a  $20\ \Omega$  a una temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$ . Después de 6 horas de trabajo, la resistencia medida del campo en derivación es  $30\ \Omega$ . Calcular  
 a. La temperatura promedio del lugar más caliente en el devanado de campo con el método del coeficiente térmico de resistencia (véase nota 3, sección 13-3.1).

- b. El aumento de temperatura del motor.
  - c. Si se devana el motor con aislamiento clase F, ¿es permisible este aumento de temperatura?
- 13-2 El motor derivación de 50 hp del problema 13-1 trabaja con una temperatura ambiente de  $40^{\circ}\text{C}$ , y tiene aislamiento clase F. Se encuentra que a la carga nominal tiene una temperatura promedio del lugar más caliente igual a  $165^{\circ}\text{C}$  después de cuatro horas de trabajo continuo. Calcular
- a. El aumento de temperatura permisible para el aislamiento.
  - b. El aumento real de temperatura del motor.
  - c. La vida esperada si se hace trabajar *en forma continua* a la carga normal. Suponer una vida normal de 10 años a la temperatura ambiente dada.
  - d. La potencia nominal que permita al motor trabajar exactamente dentro de su temperatura máxima nominal, suponiendo una eficiencia aproximadamente constante entre 50 y 150 por ciento de la carga nominal.
- 13-3 La carga de una máquina de ciclo variable es impulsada por un motor de prueba de eficiencia conocida. El motor trabaja durante hora con las siguientes cargas: 10 hp durante 5 minutos, 1.5 hp durante 5 minutos, 5.5 hp durante 10 minutos y apagado durante 10 minutos. Calcular el tamaño comercial en hp del motor que pueda impulsar a esta carga.
- 13-4 El motor de pruebas de eficiencia conocida del problema 13-3 se usó para impulsar una segunda máquina de ciclo variable (lavadora de ropa) durante un ciclo de 30 minutos a las siguientes cargas: 4 hp durante 3 minutos, 7 hp durante 7 minutos, 1.5 hp durante 10 minutos, 3 hp durante 3 minutos y apagado durante el resto del ciclo. Calcular
- a. El caballaje comercial del motor que se requiere.
  - b. La capacidad equivalente del motor SI en kilowatts.
- 13-5 Un alternador monofásico de 5 kVA y 100 V tiene una resistencia de  $0.2\ \Omega$  y una reactancia síncrona de  $j1.0\ \Omega$ . Calcular
- a. El voltaje de base, la corriente de base y los kVA de base.
  - b. El voltaje, corriente y kVA nominales por unidad.
  - c. La impedancia base, mediante dos métodos.
  - d. La impedancia por unidad.
  - e. La resistencia y reactancia por unidad.
  - f. Las pérdidas nominales en el cobre a plena carga del alternador, en watts.
  - g. La eficiencia a la carga nominal con FP unidad si las pérdidas de potencia parásita son 0.05 p. u., mediante dos métodos: 1) en unidades de kW, y 2) en unidades p. u.
- 13-6 Un generador compuesto de 50 kW tiene los siguientes valores de resistencia por unidad, a plena carga, para las siguientes pérdidas: pérdida en cobre de armadura = 0.05 p. u., pérdida en cobre del campo derivación = 0.01 p. u., pérdida en el cobre del campo en serie = 0.005 p. u., pérdida de potencia parásita = 0.04 p. u., pérdida de carga parásita = 0.01 p. u. Calcular
- a. Cada una de esas pérdidas en kW, así como la pérdida total.
  - b. La eficiencia a la carga nominal empleando esas pérdidas en kW.
  - c. La eficiencia a carga nominal empleando sólo valores expresados en unidades p. u.
- 13-7 El alternador monofásico del problema 13-5 se va a agregar a un sistema cuyo voltaje base es 120 V y cuyos kVA de base son 25 kVA. Calcular la nueva impedancia por unidad del alternador.

- 13-8 Un alternador trifásico de 50 kVA, 220 V, tiene una reactancia de armadura igual a  $1 \Omega$  por fase y una resistencia de armadura de  $0.1 \Omega$  por fase. Calcular
- La impedancia base del alternador.
  - La reactancia de armadura por unidad.
  - La resistencia de armadura por unidad.
  - Las pérdidas en el cobre del alternador a plena carga.
  - La relación de cortocircuito del alternador.
  - La impedancia del alternador por unidad, mediante dos métodos.
  - La eficiencia del alternador a carga nominal con FP unidad, si la pérdida de potencia parásita tiene una resistencia igual a  $0.1 \text{ p. u.}$ . Usar exclusivamente unidades p. u.
  - Repetir la parte (g) con un FP igual a 0.8 en retraso.
- 13-9 Si el alternador trifásico del problema 13-8 se conecta en paralelo con un sistema de 200 kVA cuyo voltaje de línea es 1300 V, calcular la nueva impedancia por unidad del alternador.
- 13-10 Un alternador síncrono trifásico de 45 kVA, 60 Hz, 240 V, conectado en estrella, tiene una reactancia síncrona igual a  $0.92 \text{ p. u.}$  y una resistencia de armadura igual a  $0.04 \text{ p. u.}$  por fase, respectivamente. Calcular
- La impedancia base del alternador.
  - La reactancia síncrona por fase.
  - La resistencia de armadura por fase.
  - La impedancia síncrona por fase.
  - La pérdida en el cobre a plena carga.
  - La relación de cortocircuito.
  - La eficiencia a plena carga cuando la pérdida de potencia parásita es  $0.035 \text{ p. u.}$  y el FP de la carga es 0.75.

## Transformadores

### 14-1 DEFINICIONES FUNDAMENTALES

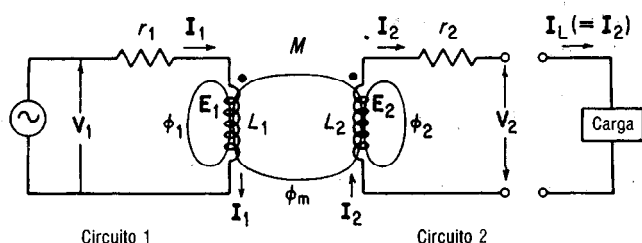
El transformador trabaja de acuerdo con el principio de la *inductancia mutua* entre dos o más bobinas o circuitos acoplados inductivamente. En la **figura 14-1** se muestra un transformador teórico con núcleo de aire, en el que se acoplan dos circuitos mediante inducción magnética. Obsérvese que los circuitos *no* están conectados físicamente. No hay conexión conductora entre ellos.

El circuito que está conectado a la fuente de voltaje alterno,  $V_1$ , se llama *primario* (circuito 1). El primario *recibe* su *energía* de la fuente de corriente alterna. Dependiendo del grado de *acoplamiento magnético* entre los dos circuitos [ecuación (14-1)], se *transfiere* energía del circuito 1 al circuito 2. Si los dos circuitos están *débilmente acoplados*, como es el caso del transformador con núcleo de aire que aparece en la figura 14-1, sólo se transfiere una *pequeña* cantidad de energía del primario (circuito 1) al *secundario* (circuito 2). Si las dos bobinas o circuitos se devanan sobre un núcleo común de hierro, están *fuertemente acoplados*. En este caso, casi *toda* la energía que recibe el primario del suministro se *transfiere por acción de transformador* al secundario.

En la **tabla 14-1** se muestran los diversos símbolos y sus definiciones utilizados en este capítulo sobre transformadores. El lector debe estudiar esa tabla con cuidado para asegurar su comprensión total de los símbolos y su significado.

Adviértase el significado de la *convención del punto*, como se usa en la figura 14-1, para indicar la polaridad positiva instantánea del voltaje alterno *inducido* tanto en el devanado primario como en el secundario debido a la acción de transformador. Así, cuando  $V_1$  es positivo en determinado instante, se induce un voltaje  $E_1$  en el devanado primario de polaridad tal que se opone a  $V_1$  de acuerdo con la ley de Lenz.

Nótese también, en la figura 14-1, que la corriente  $I_2$  *se opone* a  $I_1$ . Esto también está de acuerdo con la ley de Lenz, ya que  $I_1$  produce  $\phi_m$ .  $I_2$  debe pasar en dirección tal que se oponga a  $I_1$  y, al mismo tiempo, apegarse a la polaridad instantánea de  $E_2$ . La polaridad instantánea de  $E_2$  e  $I_2$  establece la polaridad instantánea de  $V_2$ , la terminal superior positiva, y la dirección de la corriente en la carga.



**Figura 14-1** Transformador de núcleo de aire acoplado inductivamente, con la simbología de definición.

**Tabla 14-1** Definiciones de símbolos para el circuito equivalente completo de un transformador real de núcleo de hierro

Símbolo	Definición
$V_1$	Voltaje de fuente o suministro aplicado al primario (circuito 1), en volts
$r_1$	Resistencia del circuito primario, en ohms
$L_1$	Inductancia del circuito primario, en henrys
$jx_1$	Reactancia inductiva del circuito primario, en ohms
$Z_1$	Impedancia del circuito primario, en ohms ( $r_1 + jx_1$ )
$I_1$	Corriente rms que toma el primario del suministro o fuente, en amperes
$E_1$	Voltaje inducido en la bobina o circuito primario por todo el flujo que enlaza a la bobina 1, en volts
$E_2$	Voltaje inducido en la bobina o circuito secundario por todo el flujo que enlaza a la bobina 2, en volts
$I_2$	Corriente rms que entrega el circuito secundario a una carga conectada entre sus terminales
$r_2$	Resistencia del circuito secundario, excluyendo a la carga, en ohms
$V_2$	Voltaje que aparece en las terminales del devanado secundario
$L_2$	Inductancia del circuito secundario, excluyendo la carga, en henrys
$jx_2$	Reactancia inductiva del circuito secundario, excluyendo la carga, en ohms
$Z_2$	Impedancia del circuito secundario, excluyendo la carga, en ohms
$\phi_1$	Componente de fuga del flujo que enlaza sólo a la bobina 1
$\phi_2$	Componente de fuga del flujo que enlaza sólo a la bobina 2
$\phi_m$	Flujo mutuo que comparten ambos circuitos, y que enlaza a las bobinas 1 y 2
$M$	Inductancia mutua (una medida del acoplamiento magnético) entre las dos bobinas o circuitos, producida por el flujo mutuo ( $\phi_m$ ), en henrys
$jX_m$	Reactancia mutua que produce el flujo mutuo, en ohms
$R_c$	Resistencia equivalente por histéresis y pérdidas en el núcleo y por corrientes parásitas que produce el flujo mutuo alterno ( $\phi_m$ ) en el núcleo
$I_m$	Corriente de magnetización en el núcleo, que produce $\phi_m$
$I_c$	Componente de la corriente sin carga, en fase con el voltaje de suministro, que produce las pérdidas en el núcleo debidas a histéresis y a corrientes parásitas
$I_o$	Corriente sin carga, o suma fasorial de $I_c$ e $I_m$
$Z_L$	Impedancia compleja de carga, en ohms, a través del voltaje de terminales del secundario ( $V_2$ ). $Z_L \gg Z_2$ , como se ve en el ejemplo 14-12.

Se define el coeficiente ( $k$ ) de acoplamiento entre las dos bobinas como una relación del flujo mutuo al flujo total<sup>1</sup>

$$k = \frac{\phi_m}{\phi_m + \phi_1} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \times L_2}} \quad (14-1)$$

para la cual se han definido ya todos sus términos.

Si las dos bobinas están acopladas *débilmente*, como en el transformador de núcleo de aire de la figura 14-1, los términos  $\phi_m$  y  $\phi_2$  son pequeños en comparación con  $\phi_1$ . En consecuencia, los términos  $L_2$  y  $M$  son pequeños en comparación con  $L_1$ . Su sustitución en la ecuación (14-1) da un valor pequeño del coeficiente  $k$  de acoplamiento. Este, a su vez, produce un valor bajo de  $E_2$  y  $V_2$  en comparación al de  $E_1$  y  $V_1$ . Por lo tanto, para cualquier carga dada, un valor pequeño de  $V_2$  produce una corriente baja de carga,  $I_2$ . Entonces, enunciado de manera sencilla, para un acoplamiento *débil*, la potencia que se transfiere al circuito secundario,  $E_2 I_2$  es relativamente *pequeña*.

Los transformadores que tienen acoplamiento débil se usan principalmente en circuitos de comunicación de alta frecuencia (radiofrecuencia) y electrónicos. Sin embargo, prácticamente todos los transformadores que se usan en potencia y en maquinaria son de acoplamiento fuerte con núcleo de hierro.<sup>2</sup>

Si las bobinas o circuitos están acoplados *fuertemente* y los flujos de fuga  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son relativamente pequeños en comparación con  $\phi_m$ , la inductancia mutua  $M$  entre las dos bobinas es grande, al igual que los términos  $E_2$ ,  $I_2$  y  $V_2$ . En este caso, la energía que se transforma,  $E_2 I_2 t$  es prácticamente igual a  $E_1 I_1 t$ . Hasta donde es posible, al diseñar los transformadores de potencia con núcleo de hierro, se trata de alcanzar un coeficiente de acoplamiento igual a la unidad ( $k = 1$ ) para que en la ecuación (14-1)  $M = \sqrt{L_1 L_2}$ , que es el caso de un transformador *ideal*.

El acoplamiento entre los dos circuitos aumenta si partes de ambas bobinas se devanan en el mismo carrete y se coloca éste sobre un núcleo magnético de reluctancia relativamente baja. Estos diseños tienden a reducir los flujos de fuga  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . Pero aun bajo los diseños óptimos es imposible lograr el transformador ideal: aquel que no tiene flujos de fuga primario o secundario, y que tiene un acoplamiento unidad. Sin embargo, en la siguiente sección se trata con un transformador ideal para simplificar la comprensión de las ecuaciones del transformador. Más adelante se trata el transformador de potencia práctico.

<sup>1</sup> Se puede deducir la ecuación 14-1 como sigue: la inductancia mutua, como cualquier inductancia, es proporcional al voltaje inducido,  $e_M = M di/dt$ , siendo  $e_M$  el voltaje que se desarrolla en la bobina 2 por la parte del flujo común a las dos bobinas, 1 y 2, que es  $\phi_m$ . De acuerdo con la ley de Faraday de inducción electromagnética [ecuación (1-4a)],

$$E_m \propto k N_1 N_2 \quad \text{pero} \quad N_1 \propto \sqrt{L_1} \quad \text{y} \quad N_2 \propto \sqrt{L_2}$$

y por lo tanto  $E_m \propto M \propto k N_1 N_2 = k' \sqrt{L_1 L_2}$ , siendo  $k'$  o ( $k$ ), por definición, el coeficiente de acoplamiento, y  $\sqrt{L_1 L_2}$  la *media geométrica* de las autoinductancias de las dos bobinas.

Se puede encontrar una deducción más rigurosa de la inductancia mutua en Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1988), págs. 326-327.

<sup>2</sup> Se presenta un análisis más completo de transformadores con acoplamiento débil en Kosow, *ibidem*, págs. 660-675.

## 14-2 EL TRANSFORMADOR IDEAL

La teoría del funcionamiento y las aplicaciones del transformador se comprende mejor si se le considera como un dispositivo ideal. Esta simplificación nos permite definir los términos del transformador y comprender su funcionamiento. Definiremos primero el *transformador ideal* como un dispositivo que tiene las siguientes siete propiedades:<sup>3</sup>

1. Su coeficiente de acoplamiento ( $k$ ) es la *unidad* [véase ecuación (14-1)].
2. Sus devanados primario y secundarios son inductores puros de valor infinitamente grande.
3. Sus impedancias propia y mutua son cero, y no contiene reactancia ni resistencia.
4. Su flujo de fuga e inductancia de fuga son cero.
5. Su eficiencia de transferencia de potencia es 100 por ciento; esto es, no hay pérdidas debidas a resistencia, histéresis o corrientes parásitas.
6. Su relación de vueltas de transformación ( $\alpha$ ) es igual a la relación de sus voltajes entre terminales de primario y secundario, y también a la relación de su corriente secundaria a primaria.
7. Su permeabilidad del núcleo ( $\mu$ ) es infinita.

En la figura 14-2a se muestra un transformador *ideal* de núcleo de hierro, al igual que los símbolos eléctricos que se usan. Consta de dos bobinas *devanadas en la misma dirección* sobre un núcleo magnético común. La bobina que se conecta con el suministro,  $V_1$ , se llama el *primario*. La bobina que se conecta con la carga,  $Z_L$ , se llama el *secundario*. Dado que el transformador ideal tiene impedancia cero en el primario y secundario, el voltaje inducido en el primario,  $E_1$ , es igual a  $V_1$ , el voltaje aplicado. Por la misma razón, el voltaje secundario  $V_2$  es igual al voltaje inducido en el secundario,  $E_2$ . La corriente  $I_1$  que se toma del suministro  $V_1$  es apenas la necesaria para producir el flujo mutuo  $\phi_m$  y la fuerza magnetomotriz (FMM) necesaria,  $I_1 N_1$ , para vencer el efecto desmagnetizante del secundario FMM,  $I_2 N_2$ , como resultado de la carga conectada.<sup>4</sup>

Puesto que ambas bobinas están devanadas en la *misma* dirección, los valores *positivos* de la FEM inducida instantánea,  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente, se identifican con un punto de acuerdo con la convención de puntos.<sup>5</sup> De acuerdo con la ley de Lenz, la FEM inducida  $E_1$  se opone a  $V_1$ . Y como  $E_2$  y  $E_1$  se producen ambos por el mismo flujo mutuo,  $\phi_m$ ,  $E_2$  está en la misma dirección que  $E_1$  y también se opone a  $V_1$ . Estas relaciones se resumen en el diagrama fasorial sin carga que aparece en la figura 14-2b. Como  $V_2 = E_2$ , obsérvese que  $V_2$  está desplazado a  $180^\circ$  de  $V_1$ . Esto explica la inversión de polaridad que se muestra en la figura 14-2a, entre  $V_1$  y  $V_2$ .

<sup>3</sup> Se debe hacer notar en este momento que el transformador *práctico o comercial* no tiene ninguna de esas propiedades, a pesar de lo cual su funcionamiento se acerca al ideal.

<sup>4</sup> Teóricamente, como  $E_1 = V_1$ , la corriente  $I_1$  debe ser también cero. Pero estando  $Z_L$  conectada con el secundario, se toma la corriente  $I_2$ , y necesita de la corriente  $I_1$  correspondiente. Por lo tanto, la corriente  $I_1$ , al mismo tiempo que produce el  $\phi_m$ , sirve como suministro para  $I_2$ .

<sup>5</sup> La convención de puntos se deduce y describe en Kosow, op. cit., págs. 328-329.

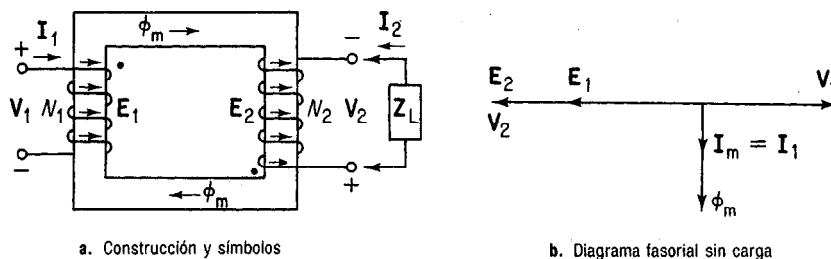


Figura 14-2 Transformador ideal de núcleo de hierro.

### 14-2.1 Relaciones del transformador ideal

Por definición, la relación de transformación,  $\alpha$ , es la de las vueltas del *primario* a las vueltas del *secundario*, es decir,  $\alpha = N_1/N_2$ . Pero para el transformador ideal, como se dijo antes, podemos escribir

$$\alpha = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (\text{relación adimensional, fracción o entero}) \quad (14-2)$$

de la cual se han definido ya todos los términos para el transformador ideal.

Con multiplicación cruzada de los términos de la ecuación (14-2), se obtienen algunas igualdades interesantes:

$$I_1 N_1 = I_2 N_2 \quad (\text{amperes-vueltas}) \quad (14-2a)$$

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 = S_2 = S_1 \quad (\text{volt-amperes}) \quad (14-2b)$$

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 = S_2 = S_1 \quad (\text{volt-amperes}) \quad (14-2c)$$

La ecuación (14-2a) establece que los amperes-vuelta desmagnetizantes del secundario son iguales y opuestos a la FMM magnetizante del primario, en un transformador ideal. El lector puede comprobar lo anterior si emplea la regla de los dedos de la mano derecha y la aplica tanto a las vueltas del primario, que producen a  $\phi_m$ , como a las del secundario, que producen  $\phi_m$  de desmagnetización.

La ecuación (14-2b) representa la transferencia aparente de potencia del primario al secundario del transformador sin pérdidas, como resultado de la inducción electromagnética en un transformador ideal.

La ecuación (14-2c) establece que la potencia aparente que se toma del suministro al primario es igual a la potencia aparente que se transfiere a la carga del secundario, absolutamente sin pérdida alguna, en un transformador *ideal*.

### 14-2.2 Diagrama fasorial: el transformador ideal sin carga

La figura 14-2b muestra el diagrama fasorial para el transformador ideal sin carga. Si se examina ese diagrama se encontrarán las siguientes relaciones importantes:

1.  $E_1$  es de magnitud igual y opuesta a  $V_1$ .
2.  $E_2$  está en fase con  $E_1$ , pero se opone, en  $180^\circ$ , a  $V_2$ .
3. La corriente de magnetización  $I_m$  está retrasada  $90^\circ$  con respecto a  $V_1$  y produce  $\phi_m$ , en fase con  $I_m$ .



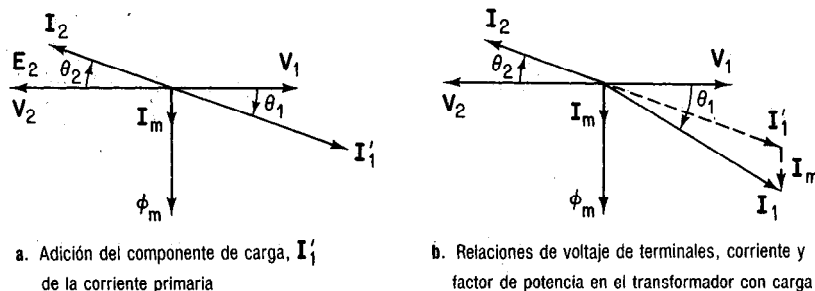
4.  $E_1$  y  $E_2$  están retrasados  $90^\circ$  con respecto a  $\phi_m$  y los produce  $\phi_m$ .
5.  $V_2$  es igual en magnitud a  $E_2$ , y se opone  $180^\circ$  a  $V_1$ .

### 14-2.3 Diagramas fasoriales: transformador ideal y efecto de la corriente $I_2$ de carga

La figura 14-3a muestra el diagrama fasorial que resulta cuando se conecta la carga  $Z_L$  a las terminales de salida con voltaje  $V_2$  de la figura 14-2a. Pasa una corriente  $I_2$  de acuerdo con la ley de Ohm, e  $I_2 = V_2/Z_L$ . Suponiendo que  $Z_L$  es una carga que contiene tanto resistencia como reactancia, la corriente  $I_2$  está retrasada determinado ángulo  $\phi_2$  con respecto a  $V_2$  (y  $E_2$ ), como se ve en la figura 14-3a. Pero de acuerdo con la ecuación (14-2a), el efecto desmagnetizante de  $I_2 N_2$  se debe compensar con un componente magnetizante igual y opuesto de la corriente del primario,  $I'_1$ , produciendo  $I'_1 N_1$ , como se ve en la figura 14-3a.<sup>6</sup>

La figura 14-3a es de la mayor importancia porque muestra lo siguiente, para el transformador ideal:

1. Una carga *en retraso* aplicada al *secundario* del transformador produce una carga *en retraso* en el primario.
2. El producto de la potencia  $V_2 I_2$  debe ser exactamente igual al producto  $V_1 I'_1$ .
3. Si  $V_2 > V_1$ , como en el caso de un transformador de subida, entonces, por necesidad,  $I'_1 > I_2$ , como se ve en la escala del diagrama fasorial, figura 14-3a.
4. Por lo tanto, siempre que aumentemos voltaje con un transformador, disminuirémos corriente en su secundario, en forma simultánea.



**Figura 14-3** Diagramas fasoriales para el transformador ideal con carga.

<sup>6</sup> La acción en un transformador se puede asemejar a un sistema automático de control con retroalimentación. Cuando se aplica la carga  $Z_L$  y pasa la corriente  $I_2$ , entonces  $I_2 N_2$  tiende a reducir a  $\phi_m$  por desmagnetización. Pero cuando se reduce  $\phi_m$ , también reduce a  $E_1$  de conformidad con la ley de Faraday de la inducción electromagnética. La reducción de  $E_1$  que se opone a  $V_1$  origina un *aumento* en  $I'_1$ , apenas lo suficiente para devolver a  $\phi_m$  a su valor original sin carga. Así, cualquier aumento en la corriente de carga  $I_2$  se debe alcanzar por un aumento correspondiente en  $I_1$ , exactamente el necesario para devolver a  $\phi_m$  a su valor original sin carga. En resumen, un aumento en  $I_2$  siempre se alcanza por un aumento correspondiente de  $I'_1$  para mantener constante a  $\phi_m$ . Se puede considerar entonces el transformador como un sistema de control automático con retroalimentación cuyo principal objetivo es mantener un flujo  $\phi_m$  constante, independientemente de las variaciones de carga.

La figura 14-3b muestra las relaciones que resultan para las terminales cuando el componente de carga de la corriente primaria  $I_1'$  se suma al componente pequeño de la corriente de magnetización  $I_m$ . Para una carga en retraso, el ángulo del factor de potencia del primario,  $\phi_1$ , es ligeramente mayor que el del secundario,  $\phi_2$ . Igualmente, la corriente del primario  $I_1$  que se toma del suministro es ligeramente mayor que el componente de la carga primaria  $I_1'$ . Pero como la corriente de magnetización de un transformador comercial es relativamente pequeña, menos del 5 por ciento de la corriente de plena carga, podremos suponer para el transformador ideal que  $\phi_1$  es igual a  $\phi_2$  para cargas tanto en adelante como en retraso.

#### EJEMPLO 14-1

El lado de alto voltaje de un transformador tiene 500 vueltas, y el de bajo voltaje 100 vueltas. Cuando se conecta a un transformador de bajada, la corriente de carga ( $I_2$ ) es 12 A. Calcular

- La relación de transformación  $\alpha$
- El componente de carga de la corriente primaria  $I_1$
- La relación de transformación si el transformador se usa como transformador de subida.

#### Solución

$$\text{a. } \alpha = \frac{N_1}{N_2} = \frac{500 \text{ t}}{100 \text{ t}} = 5 \quad (14-2)$$

$$\text{b. } I_1 = \frac{I_2}{\alpha} = \frac{12 \text{ A}}{5} = 2.4 \text{ A} \quad (14-2)$$

$$\text{c. } \alpha = \frac{N_1}{N_2} = \frac{100 \text{ t}}{500 \text{ t}} = 0.2 \quad (14-2)$$

El ejemplo 14-1 conduce a las siguientes observaciones:

- Se puede usar como primario tanto el lado de alto voltaje como el de bajo voltaje de un transformador.
- Cuando se usa el lado de alto voltaje como primario, la relación de transformación  $\alpha$  es mayor que 1, y el transformador es *de bajada*.
- Cuando se usa el lado de bajo voltaje como primario, la relación de transformación  $\alpha$  es menor que 1, de acuerdo con la ecuación (14-2), y el transformador es *de subida*.

#### EJEMPLO 14-2

Un transformador de bajada de 2300/115 V, 60 Hz, 4.6 kVA, se diseña para tener una FEM inducida de 2.5 V/vuelta. Suponiendo que el transformador es ideal, calcular

- El número de vueltas del lado de alto voltaje y del de bajo voltaje
- Las corrientes nominales primaria y secundaria
- Las relaciones de transformación de subida y de bajada, con las respuestas a la parte (a).
- Las relaciones de transformación de subida y de bajada, con las respuestas a la parte (b).

#### Solución

$$\text{a. } N_h = \frac{V_h}{2.5 \text{ V/t}} = \frac{2300 \text{ V}}{2.5 \text{ V/t}} = 920 \text{ t} = N_1$$

$$N_l = \frac{V_l}{2.5 \text{ V/t}} = \frac{115 \text{ V}}{2.5 \text{ V/t}} = 46 \text{ t} = N_2$$

$$\text{b. } I_h = I_1 = \frac{S_1}{V_1} = \frac{4600 \text{ VA}}{2300 \text{ V}} = 2 \text{ A} \quad (14-2c)$$

$$I_l = I_2 = \frac{S_2}{V_2} = \frac{4600 \text{ VA}}{115 \text{ V}} = 40 \text{ A} \quad (14-2c)$$

$$\text{c. } \alpha = \frac{N_1}{N_2} = \frac{920 \text{ t}}{46 \text{ t}} = 20 \quad (14-2)$$

$$\alpha = \frac{N_1}{N_h} = \frac{46 \text{ t}}{920 \text{ t}} = 0.05 \quad (14-2)$$

$$\text{d. } \alpha = \frac{I_2}{I_1} = \frac{40 \text{ A}}{2 \text{ A}} = 20 \quad (14-2)$$

$$\alpha = \frac{I_h}{I_l} = \frac{2 \text{ A}}{40 \text{ A}} = 0.05 \quad (14-2)$$

El ejemplo 14-2 conduce a las siguientes conclusiones:

1. La relación volts/espira o volts/vuelta [ley de Faraday, ecuación (1-1)] es la misma para el primario y el secundario porque la misma rapidez de cambio del mismo flujo mutuo enlaza tanto al primario como al secundario.
2. Suponiendo que el transformador es ideal, se puede calcular la relación de transformación de cualquier transformador a partir de los voltajes o corrientes nominales, y/o de las vueltas en los lados de baja y de alta del transformador.
3. La relación de transformación  $\alpha$  puede ser mayor que uno (lado de alto voltaje como primario) o menor que uno (lado de bajo voltaje como primario).

#### 14-2.4 El transformador ideal de dos devanados como dispositivo de igualación de impedancia

Sabemos, por la ecuación (14-2), que las relaciones de transformación son  $V_1/V_2 = N_1/N_2 = \alpha$  y que, al mismo tiempo,  $I_1/I_2 = N_2/N_1 = 1/\alpha$ . Si dividimos las relaciones de voltaje del lado izquierdo entre las del lado derecho, obtendremos las relaciones de impedancia respectivas, o sea

$$\frac{V_1/V_2}{I_1/I_2} = \frac{\alpha}{1/\alpha} = \frac{V_1/I_1}{V_2/I_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \alpha^2 \quad (14-3)$$

La ecuación (14-3) describe el transformador como dispositivo de igualación de impedancias. Establece que la impedancia total del secundario de un transformador,  $Z_2$ , se refleja de regreso al primario como una impedancia primaria, que es  $Z_2$  ( $\alpha^2$ ), o sea

$$Z_1 = \alpha^2 Z_L \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-3a)$$

en la cual  $Z_L$  es la carga en el secundario del transformador de igualación (cuando  $Z_L \gg Z_2$ )

$\alpha$  es la relación del número de vueltas  $N_1/N_2$

La figura 14-4 muestra un transformador de igualación de impedancia cuya carga  $Z_L$  se refleja al primario como una mayor impedancia de éste,  $\alpha^2 Z_L$ , empleando un transformador de bajada de igualación de impedancia. La ecuación (14-3a) permite el empleo del transformador para aumentar al máximo el paso de potencia del circuito primario al secundario, como se mostrará en la sección 14-3. Pero primero veamos un ejemplo de igualación de impedancia

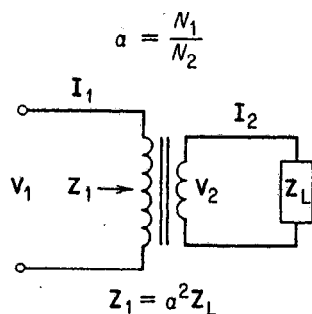


Figura 14-4 Transformador de igualación de impedancia.

**EJEMPLO 14-3**

Un transformador de salida de audio, conectado entre un amplificador de audio y su bocina, tiene 500 vueltas en el primario y 25 en el secundario. Si la impedancia de la bocina es de  $8\ \Omega$ , calcular

- La impedancia reflejada al primario del transformador en la salida al amplificador.
- La corriente del primario del transformador de igualación si la salida al amplificador es 10 V.

**Solución**

$$\text{a. } \alpha = \frac{N_1}{N_2} = \frac{500}{25} = 20$$

$$Z_1 = \alpha^2 Z_L = (20)^2 \times 8\ \Omega = 3200\ \Omega \quad (14-3a)$$

$$\text{b. } I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{10\ \text{V}}{3.2\ \text{k}\Omega} = 3.124\ \text{mA}$$

### 14-2.5 Transformador de tres devanados como dispositivo de igualación de impedancia

La figura 14-5 muestra un transformador igualador de impedancia que tiene dos devanados secundarios separados,  $N_2$  y  $N_3$ , conectado cada uno a dos cargas separadas,  $Z_2$  y  $Z_3$ , respectivamente. ¿Cuál es la impedancia total,  $Z_1$ , reflejada al primario por los dos devanados secundarios combinados? Veamos por separado cada impedancia.

La impedancia reflejada por la carga  $Z_2$  a través de la relación  $N_1/N_2$  es  $Z'_2 = (N_1/N_2)^2 Z_2$ . Igualmente, la impedancia que refleja la carga  $Z_3$  a través de la relación  $N_1/N_3$  es  $Z'_3 = (N_1/N_3)^2 Z_3$ . Las dos impedancias reflejadas,  $Z'_2$  y  $Z'_3$  se pueden considerar como dos impedancias *paralelas* desiguales, reflejadas como impedancia primaria, siendo  $Z_1 = Z'_2 \parallel Z'_3$ , o sea

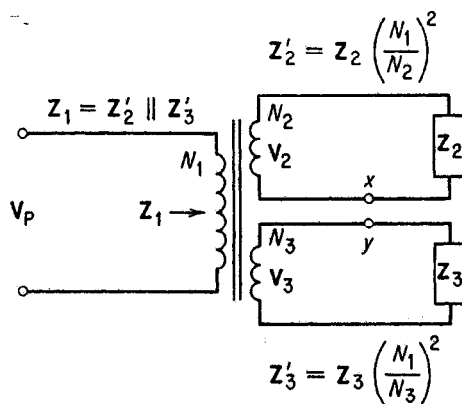
$$Z_1 = \frac{Z'_2 Z'_3}{Z'_2 + Z'_3} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-4)$$

Siendo  $Z'_2 = (N_1/N_2)^2 Z_2$

$$Z'_3 = (N_1/N_3)^2 Z_3$$

$$V_2 = V_p (N_2/N_1)$$

$$V_3 = V_p (N_3/N_1)$$



**Figura 14-5** Transformador de igualación de impedancia con dos cargas separadas en el secundario.

**EJEMPLO 14-4**

Para el transformador que aparece en la figura 14-5,  $N_1$  es 600 vueltas,  $N_2$  es 150 vueltas y  $N_3$  es 300 vueltas.  $Z_2$  es una carga resistiva de  $30\ \Omega$  y  $Z_3$  es otra de  $15\ \Omega$ . El voltaje primario que se aplica al transformador de igualación es 16 V. Calcular

- La impedancia  $Z'_2$  que refleja la carga  $Z_2$  al primario
- La impedancia  $Z'_3$  que refleja la carga  $Z_3$  al primario
- La impedancia total  $Z_1$  reflejada al primario
- La corriente total  $I_1$  que se toma del suministro
- La potencia total que se toma del suministro a factor de potencia unidad
- El voltaje  $V_2$  a través de la carga  $Z_2$  y la potencia que se disipa en ella
- El voltaje  $V_3$  a través de la carga  $Z_3$  y la potencia que se disipa en ella
- La potencia total que se disipa en ambas cargas.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } Z'_2 &= Z_2 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \\ &= 30\ \Omega \left( \frac{600}{150} \right)^2 = 480\ \Omega \end{aligned} \quad (14-3a)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } Z'_3 &= Z_3 \left( \frac{N_1}{N_3} \right)^2 \\ &= 15\ \Omega \left( \frac{600}{300} \right)^2 = 60\ \Omega \end{aligned} \quad (14-3a)$$

$$\text{c. } Z_1 = Z'_2 \parallel Z'_3 = 480 \parallel 60 = 53.3\ \Omega \quad (14-4)$$

$$\text{d. } I_1 = \frac{V_p}{Z_1} = \frac{16\ \text{V}}{53.3\ \Omega} = 0.3\ \text{A}$$

$$\text{e. } P_t = V_p I_1 \cos \theta = 16\ \text{V} \times 0.3 \times 1 = 4.8\ \text{W}$$

$$\text{f. } V_2 = V_p \left( \frac{N_2}{N_1} \right) = 16\ \text{V} \left( \frac{150}{600} \right) = 4\ \text{V}$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R} = \frac{(4)^2}{30} = 0.53\ \text{W}$$

$$\text{g. } V_3 = V_p \left( \frac{N_3}{N_1} \right) = 16\ \text{V} \left( \frac{300}{600} \right) = 8\ \text{V}$$

$$P_3 = \frac{V^2}{R} = \frac{(8)^2}{15} = 4.26\ \text{W}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } P_t &= P_2 + P_3 = 0.53 + 4.26 \\ &= 4.8\ \text{W} \quad [\text{ver parte (e)}] \end{aligned}$$

El ejemplo 14-4 comprueba las ecuaciones anteriores y también revela los siguientes puntos importantes:

- Los transformadores con cargas *separadas* en el secundario reflejan *cada una* sus impedancias respectivas en proporción al cuadrado de sus correspondientes relaciones de vueltas con las del primario.
- La impedancia equivalente en el primario de las impedancias individuales reflejadas se obtiene tratando *todas* las impedancias reflejadas como *impedancias en paralelo*.
- Los voltajes secundarios respectivos a través de las cargas múltiples están en proporción directa a sus relaciones respectivas de vueltas, como en el caso del transformador sencillo de dos devanados.
- Independientemente del número de cargas, la potencia total disipada debe ser igual a la potencia que se toma del primario, suponiendo un transformador ideal de igualación de impedancia. La anterior es una comprobación importante de la exactitud de los cálculos, como se muestra en las partes (e) y (h) de la solución.
- Si el transformador de la figura 14-5 es de varias salidas, es decir, que los puntos  $x$  y  $y$  están unidos entre sí, la solución es exactamente la misma que la que se plantea en el ejemplo 14-4.

## 14-2.6 Transformadores de igualación de varias salidas

Con frecuencia se emplean transformadores de igualación con varias salidas con sus cargas conectadas como se muestra en la figura 14-6. En este caso, la carga  $Z_3$  "ve" su impedancia reflejada al primario como  $Z'_3 = [N_1/(N_2 + N_3)]^2 Z_3$ , ya que  $Z_3$  está conectado a través del secundario *completo*. La solución de un problema como el de la figura 14-6 con cargas múltiples reflejadas al primario se deja como ejercicio de final del capítulo. (Véase problema 14-7.)

En la figura 14-7 se muestra un ejemplo relativamente común de transformador de igualación de impedancia con varias salidas, que se usa para igualar la salida de un amplificador transistorizado de audio a una carga de bocina de  $4\ \Omega$  o de  $8\ \Omega$ . La carga de la bocina única de  $4\ \Omega$  o bien la de  $8\ \Omega$  deben presentar *la misma* impedancia primaria,  $Z_p$ , al amplificador de audio para igualar la impedancia y tener una transferencia máxima de potencia. El ejemplo 14-5 pone al descubierto algunos puntos interesantes de la configuración que se muestra en la figura 14-7.

### EJEMPLO 14-5

La impedancia de salida de un amplificador transistorizado de potencia, (monoaural 100 W) es  $3.2\ \text{k}\Omega$ . Se usa un transformador de igualación de impedancia de varias salidas (figura 14-7) que tiene 1500 vueltas en el primario para igualar la salida del amplificador ya sea con una bocina de  $8\ \Omega$  o bien una de  $4\ \Omega$ . Calcular

- El número *total* de vueltas en el secundario,  $N_2$ , para igualar la impedancia de una bocina de  $8\ \Omega$
- El número de vueltas,  $N_1$ , para igualar la impedancia de una bocina de  $4\ \Omega$
- La impedancia que se debe conectar *entre* las terminales de  $4\ \Omega$  y  $8\ \Omega$  para reflejar una impedancia primaria igual a  $3.2\ \text{k}\Omega$ .

### Solución

$$\text{a. } \alpha = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{3200}{8}} = 20 \quad (14-3a)$$

$$N_2 = \frac{N_p}{\alpha} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ t} \quad (14-2)$$

$$\text{b. } \alpha = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{3200}{4}} = 28.284 \quad (14-3a)$$

$$N_1 = \frac{N_p}{\alpha} = \frac{1500}{28.284} = 53 \text{ t} \quad (14-2)$$

$$\text{c. } N_2 - N_1 = 75 \text{ t} - 53 \text{ t} = 22 \text{ t}$$

$$Z_L = \frac{Z_p}{\alpha^2} = \frac{3200\ \Omega}{(1500/22)^2} = 0.69\ \Omega \quad (14-3a)$$

El ejemplo 14-5 muestra algunas conclusiones interesantes:

- La salida de  $4\ \Omega$  *no* se coloca al centro del devanado secundario  $N_2$ , sino a determinado punto aproximadamente a 0.7 del total de vueltas con respecto de la terminal G (figura 14-7).

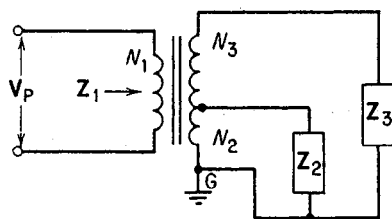
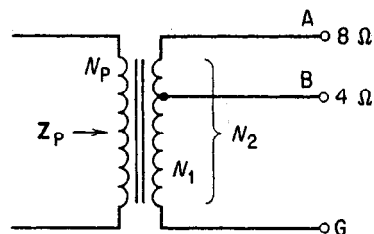


Figura 14-6 Transformador de igualación de impedancia con varias salidas.



**Figura 14-7** Transformador de igualación de impedancia con dos salidas para una sola carga en el secundario (ejemplo 14-5).

2. Como se indica en la parte (c) de la solución, si se conecta en forma incorrecta una bocina de 4 Ω o de 8 Ω entre las salidas de 8 Ω y de 4 Ω se produce una seria "desigualación". La impedancia correcta de carga *entre* esas conexiones, para tener una igualación correcta de impedancia, es 0.69 Ω. Esa desigualación reduce mucho la potencia (y el volumen) a la bocina.

El ejemplo 14-6 muestra cómo se puede resolver el ejemplo 14-5c incluso sin conocer la impedancia primaria  $Z_p$ , o las vueltas del primario  $N_p$  en la figura 14-7.

#### EJEMPLO 14-6

Juan Pérez, estudiante y experimentador brillante, encuentra un amplificador de potencia de un canal de 100 W, cuyas terminales de salida, a través de un transformador de igualación, se muestran en la figura 14-7: 8 Ω, 4 Ω, y G. Pero desea usar al amplificador como fuente de poder de un pequeño servomotor cuya impedancia es aproximadamente 0.7 Ω. Mostrar cómo calculó la impedancia entre las terminales A y B, para determinar si se puede emplear el amplificador acoplado con el transformador como suministro del motor.

#### Solución

$$\begin{aligned} Z_p &= 4 \Omega \left( \frac{N_p}{N_1} \right)^2 = 8 \Omega \left( \frac{N_p}{N_2} \right)^2 \\ &= Z_{AB} \frac{N_p}{(N_2 - N_1)^2} \end{aligned}$$

Dividiendo cada uno de los números entre  $N_p^2$  y sacando raíz cuadrada de cada término, se tiene que

$$\frac{\sqrt{Z_{AB}}}{N_2 - N_1} = \frac{\sqrt{4}}{N_1} = \frac{\sqrt{8}}{N_2}$$

lo cual da

$$\frac{\sqrt{Z_{AB}}}{N_2 - N_1} = \frac{\sqrt{8}}{N_2} - \frac{\sqrt{4}}{N_1}$$

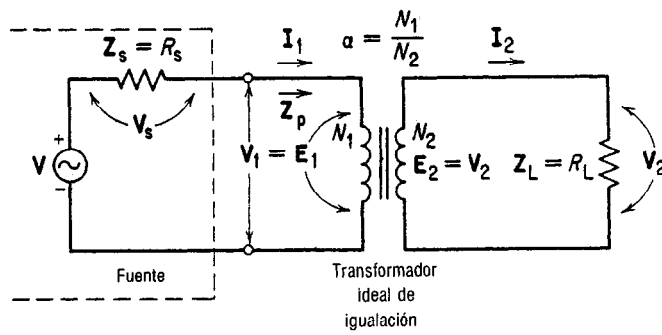
lo cual da  $\sqrt{Z_{AB}} = \sqrt{8} - \sqrt{4} = 0.82843$ , de donde

$$Z_{AB} = (0.82843)^2 = 0.69 \Omega$$

(Adviértase que la igualación de impedancia es aproximadamente correcta y, por lo tanto, se puede emplear el amplificador y que la respuesta que se encontró en forma algebraica es la misma que la de la solución del ejemplo 14-5c).

### 14-3 TRANSFERENCIA MAXIMA DE POTENCIA MEDIANTE UN TRANSFORMADOR DE IGUALACION ENTRE FUENTE Y CARGA

En los ejemplos de la sección 14-2, aprendimos cómo calcular la impedancia reflejada mediante el empleo de diversos tipos de transformadores de igualación: de devanados múltiples, con varias salidas, etc., así como su relación necesaria de vueltas  $\alpha$ . En esta sección describiremos la selección de un transformador de igualación para aumentar al máximo la transferencia de potencia desde una fuente práctica hasta una carga, así como los cálculos relacionados con potencia y eficiencia de transmisión de potencia.



**Figura 14-8** Empleo de transformador de igualación para obtener máxima transferencia de potencia entre la fuente ( $V$ ) y la carga ( $R_L$ ).

La figura 14-8 muestra una fuente de poder *práctica* de ca,  $V$ , cuya impedancia interna,  $Z_s$ , es esencialmente resistiva,  $R_s$ . El voltaje de terminales de la fuente es  $V_1$ . Ya que el transformador es ideal, el voltaje inducido por el primario  $E_1 = V_1$ . La impedancia de carga  $Z_L$  es esencialmente resistiva,  $R_L$ , y se acopla a la fuente a través de un transformador ideal de igualación. La impedancia de carga que se refleja al primario es  $Z_p$ , siendo  $Z_p = \alpha^2 Z_L = \alpha^2 R_L$ .

Para la transferencia máxima de potencia en los circuitos de ca, se tienen las siguientes igualdades:

1. La impedancia reflejada al primario debe ser el *conjugado* de la impedancia de la fuente, esto es,  $Z_p = Z_s^*$ . Para el caso resistivo que se muestra en la figura 14-8,

$$R_p = R_s = \alpha^2 R_L \quad (14-5)$$

y entonces

$$\alpha = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{R_s}{R_L}} \quad (14-5)$$

2. Puesto que  $Z_p = Z_s^*$  y  $R_p = R_s$ , el voltaje de terminales  $V_1$  es de igual magnitud que la caída interna de voltaje a través de la impedancia de la fuente, o la mitad del voltaje de la fuente  $V$ :

$$V_1 = V_s = \frac{V}{2} \quad (14-6)$$

3. Entonces el voltaje de terminales del secundario  $V_2$ , utilizando la relación de transformación de la ecuación (14-2), es

$$V_2 = \frac{V_1}{\alpha} = \frac{V}{2\alpha} \quad (14-7)$$

4. Y la corriente secundaria  $I_2$  y la primaria  $I_1$  son, respectivamente,

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{V_1}{\alpha Z_L} = \frac{V}{2\alpha Z_L} = \frac{V}{2\alpha R_L} \quad (14-8)$$

$$I_1 = \frac{I_2}{\alpha} = \frac{V}{2\alpha^2 Z_L} = \frac{V}{2Z_p} = \frac{V}{2R_s} \quad (14-9)$$



5. Entonces la potencia que se transfiere a la carga es

$$P_L = I_2^2 R_L \quad (14-10)$$

6. La potencia que suministra la fuente o la potencia total del sistema  $P_T$  es

$$P_T = \mathbf{V} \mathbf{I}_1 \cos \theta_1 = P_L + P_s = I_2^2 R_L + I_1^2 R_s \quad (14-11)$$

7. Y la eficiencia  $\eta$  de transferencia de potencia es

$$\eta = \frac{P_L}{P_T} = 50 \text{ por ciento} \quad (\text{sólo para el caso resistivo}) \quad (14-12)$$

#### EJEMPLO 14-7

Para el circuito que aparece en la figura 14-8, el voltaje de la fuente de suministro es  $10 \angle 0^\circ$  V, la resistencia de la fuente es  $1 \text{ k}\Omega$  y la de la carga es  $10 \Omega$ . Calcular

- La relación necesaria de transformación para transferencia máxima de potencia
- El voltaje de terminales de la fuente para transferencia máxima de potencia
- El voltaje de terminales de la carga para transferencia máxima de potencia
- La corriente de la carga en el secundario  $I_2$ , al menos mediante dos métodos independientes
- La corriente de carga en el primario, que se toma de la carga,  $I_1$ , al menos mediante dos métodos
- La potencia máxima que se disipa en la carga
- La potencia que se disipa internamente en la fuente
- La potencia total que suministra la fuente, mediante dos métodos
- La eficiencia de transferencia de potencia.

#### Solución

$$\text{a. } \alpha = \sqrt{\frac{R_s}{R_L}} = \sqrt{\frac{1000}{10}} = 10 \quad (14-5a)$$

$$\text{b. } V_1 = \frac{\mathbf{V}}{2} = \frac{10 \angle 0^\circ \text{ V}}{2} = 5 \text{ V} \quad (14-6)$$

$$\text{c. } V_2 = \frac{V_1}{\alpha} = \frac{5 \text{ V}}{10} = 0.5 \text{ V} \quad (14-7)$$

$$\text{d. } I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{0.5 \text{ V}}{10 \Omega} = 50 \text{ mA} \quad (14-8)$$

$$I_2 = \frac{V}{2\alpha R_L} = \frac{10 \text{ V}}{2 \times 10 \times 10 \Omega} = 50 \text{ mA} \quad (14-8)$$

$$\text{e. } I_1 = \frac{I_2}{\alpha} = \frac{50 \text{ mA}}{10} = 5 \text{ mA} \quad (14-9)$$

$$I_1 = \frac{V}{2R_s} = \frac{10 \text{ V}}{2 \times 1 \text{ k}\Omega} = 5 \text{ mA} \quad (14-9)$$

$$\text{f. } P_L = I_2^2 R_L = (50 \text{ mA})^2 10 \Omega = 25 \text{ mW} \quad (14-10)$$

$$\text{g. } P_s = I_1^2 R_s = (5 \text{ mA})^2 \times 1 \text{ k}\Omega = 25 \text{ mW} \quad (14-11)$$

$$\text{h. } P_T = \mathbf{V} \mathbf{I}_1 \cos \theta = 10 \text{ V}(5 \text{ mA})(1) = 50 \text{ mW} \quad (14-11)$$

$$P_T = P_L + P_s = 25 \text{ mW} + 25 \text{ mW} = 50 \text{ mW} \quad (14-11)$$

$$\text{i. } \eta = \frac{P_L}{P_T} = \frac{25 \text{ mW}}{50 \text{ mW}} = 50 \text{ por ciento} \quad (14-12)$$

El ejemplo 14-7 comprueba la validez de las ecuaciones (14-5) a (14-12). Con respecto a las soluciones de ese ejemplo, adviértase lo siguiente:

1. La impedancia que refleja el transformador de igualación al primario es  $\alpha^2 R_L$ , o sean  $(10)^2 10 \Omega$  o  $1 \text{ k}\Omega$ . Es la misma que la resistencia interna de la fuente práctica de voltaje, asegurando con ello la máxima transferencia de potencia.<sup>7</sup>
2. Dado que la impedancia reflejada y la de la fuente son iguales, el voltaje entre terminales del primario del transformador es la mitad del voltaje de la fuente, como se ve en la parte (b) de la solución.
3. El transformador de igualación es uno de bajada que reduce al voltaje primario en un factor de  $(1/10)$  y aumenta la corriente en un factor de 10.
4. La eficiencia de potencia para el caso resistivo del ejemplo 14-7i es 50 por ciento, lo cual comprueba la exactitud de los cálculos.

#### EJEMPLO 14-8

Un amplificador de potencia tiene un voltaje sin carga de 20 V, y una resistencia interna igual a  $18 \Omega$ . Se va a usar con una bocina de  $8 \Omega$ . Calcular

- a. La potencia entregada a la bocina cuando se conecta directamente al amplificador
- b. La relación de vueltas del transformador para aumentar al máximo la potencia en la bocina
- c. La potencia máxima entregada a la bocina con el transformador de igualación de la parte (b).

#### Solución

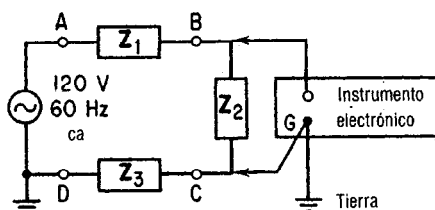
$$\begin{aligned} \text{a. } V_L &= \frac{8 \Omega}{(8 + 18) \Omega} \times 20 \text{ V} \\ &= 6.15 \text{ V a través de la bocina de } 8 \Omega \\ P_L &= \frac{(V_L)^2}{R_L} = \frac{(6.15)^2}{8} = 4.73 \text{ W} \\ \text{b. } \alpha &= \sqrt{\frac{R_s}{R_L}} = \sqrt{\frac{18}{8}} = 1.5 = \frac{N_1}{N_2} \quad (14-5a) \\ \text{c. } V_2 &= \frac{V}{2\alpha} = \frac{20 \text{ V}}{2 \times 1.5} = 6.6 \text{ V} \\ P_L &= \frac{(V_2)^2}{R_L} = \frac{(6.6)^2}{8} = 5.5 \text{ W} \quad (14-7) \end{aligned}$$

## 14-4 APLICACIONES COMO TRANSFORMADORES DE AISLAMIENTO

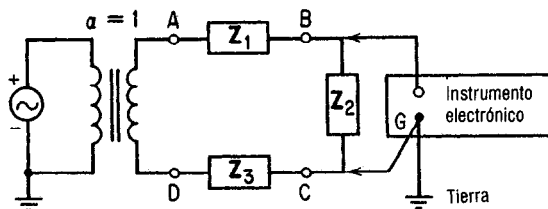
Además de la igualación de impedancia, otra aplicación del transformador *ideal* es su uso en diversos casos de aislamiento. Debido a que los devanados primario y secundario de un transformador están aislados entre sí y están acoplados en forma inductiva, se usan los transformadores para *aislar* un secundario de un circuito primario. En la mayor parte de los casos, el primario es una línea o conductor que normalmente está conectado a tierra, o aterrizado, a través de electrodos enterrados en el suelo o aplicados a tuberías de abastecimiento de agua conectadas eléctricamente a un lado del suministro.

La figura 14-9a muestra tres impedancias conectadas en serie a una fuente de poder de 120 V ca, 60 Hz, que está aterrizada en el punto D. Un instrumento electrónico, como un voltímetro electrónico o un osciloscopio de rayos catódicos, se conecta con  $Z_2$ . Como esos instrumentos tienen su corriente de la *misma* fuente de ca de 120 V, sus circuitos, la caja del instrumento y la terminal a tierra de éste están también conectados todos a tierra, a través del cable de corriente.

<sup>7</sup> La máxima transferencia de potencia para los circuitos de ca es más complicada que para los de cd. Para una descripción completa del teorema de máxima transferencia de potencia, aplicado a los circuitos de ca, véase Kosow, op. cit., págs. 517-521.



a. El instrumento electrónico y la tierra sacan a  $Z_3$  y aumentan la corriente en  $Z_1$  y  $Z_2$



b. El transformador de aislamiento separa al circuito de prueba de la tierra de la fuente.

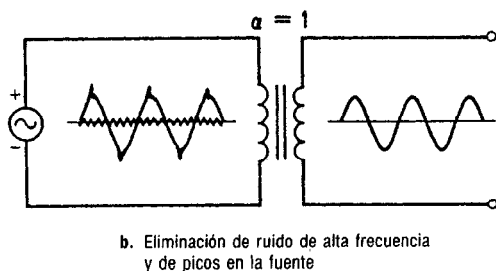
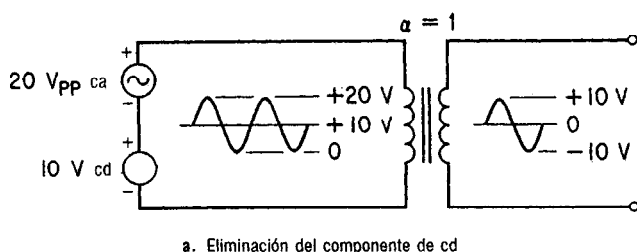
**Figura 14-9** Aislamiento de la línea de potencia para evitar daños a los componentes cuando se usan instrumentos de prueba.

En consecuencia, el instrumento que se muestra en la figura 14-9a, por sus características, saca la impedancia  $Z_2$  cuando se conecta. Este cortocircuito aumenta eficazmente la corriente en las impedancias  $Z_1$  y  $Z_3$  y puede dañarlas, en especial si  $Z_2$  es una impedancia limitadora de corriente. Además, si se pone  $Z_2$  en corto se producen indicaciones erróneas del voltaje en la terminal B. Por último, si un técnico encargado de las mediciones toca inadvertidamente los puntos A, B o C, y en forma simultánea la caja del instrumento o el tubo conduit, incurre en posibilidad de choque eléctrico severo.

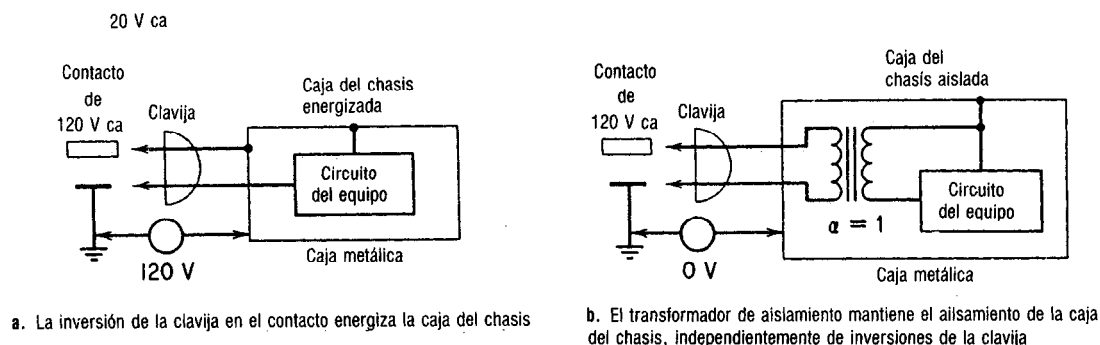
Todos esos peligros se eliminan mediante el transformador de aislamiento 1 a 1 de la figura 14-9b. El circuito secundario está ahora aislado de la tierra. Si se aterriza cualquier terminal, A, B, C o D, no se tiene una trayectoria completa de regreso al suministro. Aun tocando la terminal A, B o C y la tierra en forma simultánea no se tiene una trayectoria completa, debido al aislamiento de los conductores del transformador.

La figura 14-10 muestra cómo se emplea también un transformador de aislamiento para eliminar la cd de las ondas eléctricas que tienen componentes tanto de ca como de cd. Ya que el transformador sólo induce voltaje cuando cambia la corriente, sólo pasa la parte alterna de la señal. Igualmente, si la fuente de ca contiene ruido de alta frecuencia o picos en sus ondas, el transformador de aislamiento sólo pasará los componentes de baja frecuencia de la onda. Recuérdese que los inductores se comportan como circuitos abiertos frente a las ondas de alta frecuencia. Esos transformadores de aislamiento pueden contener también circuitos de filtro para pasar sólo las ondas de baja frecuencia que se deseen y asegurar que la salida del secundario esté completamente libre de ruidos.

La mayor parte del equipo eléctrico y electrónico comercial está equipado con un cable de tres conductores, de modo que en el caso de que una conexión interna haga que se energice el chasis, salta un cortocircuito. Cuando se invalida el cable de tres



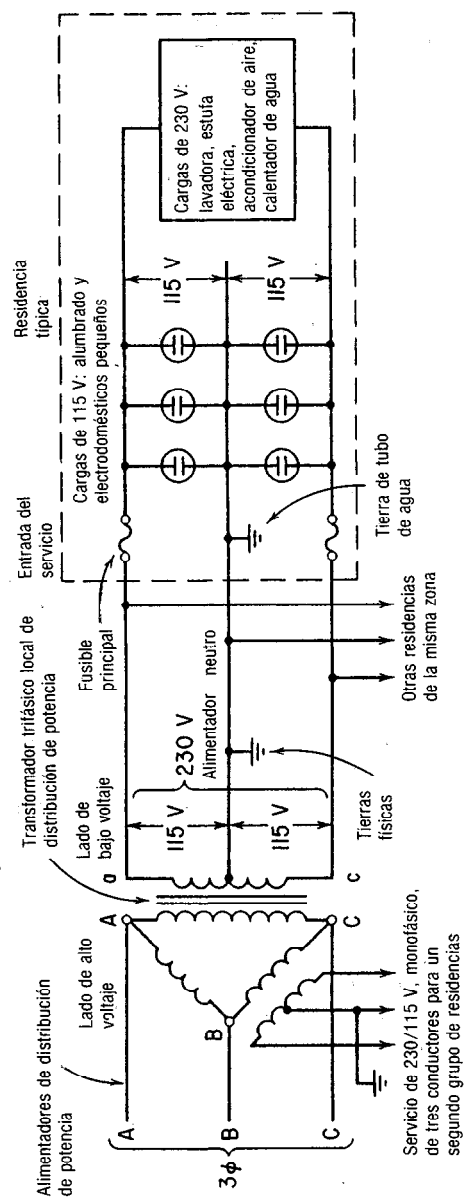
**Figura 14-10** Eliminación de cd o de ruido no deseados empleando transformadores de aislamiento.



**Figura 14-11** Empleo de transformador de aislamiento para separar a la línea de corriente de la tierra.

conductores, cortando la pata de tierra o empleando un adaptador de dos conductores, y se invierte en forma accidental la clavija, como se muestra en la **figura 14-11a**, se energiza la caja del equipo y se tiene peligro de choque eléctrico. Si se usa un transformador de aislamiento, como se ve en la **figura 14-11b**, y se invierte en forma accidental la clavija, la caja del chasis queda aislada de la tierra del suministro, eliminando el peligro.

Una aplicación interesante del aislamiento (que no se realiza con frecuencia) se encuentra en el sistema de distribución de potencia trifásica que se usa para suministrar potencia local monofásica a un grupo de residencias en una subdivisión. Los voltajes primarios de línea de la subestación de distribución se llevan a un transformador local trifásico de distribución, a voltajes de línea que van de 2 a 10 kV. Como se ve en la **figura 14-12**, el *secundario* de la fase A-C tiene una salida central y está aterrizado para formar un servicio monofásico de tres conductores; 230/115 V es un grupo de residencias en una subdivisión. Igualmente, el secundario de la fase B-C también sirve



**Figura 14-12** Transformador de distribución local de potencia para servicio residencial con las tierras de los secundarios aislados.

a un segundo grupo de residencias con tres alambres monofásicos de 230/115 V. El secundario de la fase A-B, que no se muestra en la figura, sirve a un tercer grupo de residencias. Se trata de balancear la carga trifásica total. Por ejemplo, si hay 30 residencias en una subdivisión completa, cada fase sirve a 10 residencias.

Sólo los secundarios del transformador trifásico tienen salida al centro y están aterrizados. Si los primarios tuvieran la misma disposición y estuvieran aterrizados, ¡se pondría en corto el transformador completo! Pero nótese que los secundarios están aislados entre sí, lo cual permite que cada uno de ellos se pueda conectar a tierra sin estar en corto. Adviértase también que nunca se usa el alimentador neutro, asegurando que los voltajes a tierra nunca sean mayores de 115 V en el secundario. Obsérvese además que el arreglo de tres alambres permite alimentar a 230 V a cargas monofásicas mayores, lo cual necesita de cableado de menor capacidad, porque se necesita menos corriente para la misma capacidad de potencia; mientras tanto, se alimentan los electrodomésticos pequeños y las cargas de alumbrado a 115 V, que es un voltaje más seguro.

## 14-5 TRANSFORMADORES PRACTICOS DE NUCLEO DE HIERRO

En todas las secciones anteriores se ha considerado el transformador como *ideal*. En esta sección describiremos al transformador *práctico* de núcleo de hierro y sus diferencias con el prototipo ideal.

Comenzaremos con el circuito equivalente completo del transformador práctico de núcleo de hierro, como se ve en la figura 14-13. Obsérvese que el transformador ideal ocupa ahora el centro encerrado en línea punteada de esa figura. Los valores de los componentes restantes que aparecen en la figura representan las consideraciones prácticas que poseen todos los transformadores de núcleo de hierro. Todos esos valores se definieron antes en la tabla 14-1. El lector debe consultar con frecuencia dicha tabla para asegurar su familiaridad con esos símbolos y con su significado.

En la figura 14-13 se muestra un transformador práctico de núcleo de hierro, con carga. Aunque está fuertemente acoplado por el núcleo de hierro, se produce una pequeña cantidad de flujo de fuga en los devanados primario y secundario,  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , respectivamente, aparte del flujo mutuo  $\phi_m$ .

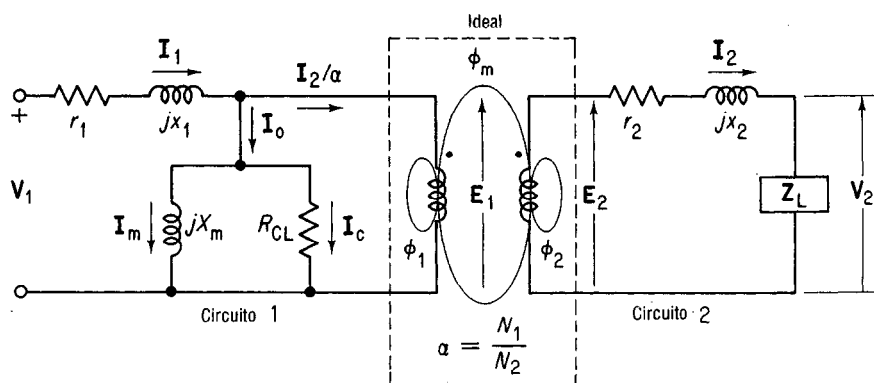


Figura 14-13 Circuito equivalente completo de un transformador.

El flujo de fuga del primario  $\phi_1$  produce una reactancia inductiva primaria,  $jx_1$ . El flujo de fuga del secundario  $\phi_2$  produce una reactancia inductiva secundaria,  $jx_2$ . Además, los devanados primario y secundario están embobinados con cobre, que tiene resistencia. La resistencia interna del devanado primario es  $r_1$  y la del secundario es  $r_2$  (véase tabla 14-1, sección 14-1).

Las resistencias y reactancias de los devanados primario y secundario, respectivamente, producen caídas de voltaje dentro del transformador como resultado de las corrientes en esos devanados. Aunque esas caídas de voltaje son internas, es conveniente representarlas en forma externa, en serie con un transformador ideal como se ve en la figura 14-13. Se supone que el transformador ideal que se muestra no tiene caídas de voltaje por resistencia o reactancia en sus devanados. Se ha incluido la fuga en la caída de voltaje en el primario  $I_1 Z_1$  y en el secundario  $I_2 Z_2$ . Como son caídas de voltaje inductivas, de acuerdo con la teoría elemental de la corriente alterna podemos decir que la impedancia interna del primario del transformador es

$$Z_1 = r_1 + jx_1 \quad \text{estando definidos todos los términos en la tabla 14-1} \quad (14-13)$$

y la impedancia interna del secundario del transformador es

$$Z_2 = r_2 + jx_2 \quad \text{estando definidos todos los términos en la tabla 14-1} \quad (14-14)$$

Ahora es posible ver la relación entre los voltajes terminales e inducidos del primario y secundario, respectivamente. Según las ecuaciones (14-15) y (14-16), los voltajes inducidos primario y secundario se pueden calcular a partir de las relaciones fundamentales, en las cuales  $\phi_m = B_m A$ :<sup>8</sup>

$$E_1 = 4.44fN_1B_mA \times 10^{-8} \text{ V} \quad (14-15)$$

y

$$E_2 = 4.44fN_2B_mA \times 10^{-8} \text{ V} \quad (14-16)$$

<sup>8</sup> Se pueden deducir las ecuaciones (14-15) y (14-16) del siguiente modo: la cuantificación de la ley de Faraday, de acuerdo con Neumann, establece que la FEM promedio inducida en una bobina de  $N$  vueltas es

$$E_{\text{prom}} = \frac{N}{t} \phi_{\text{pm}} \times 10^{-8} \text{ V}$$

en la cual  $t$  es el tiempo que tarda el flujo mutuo en crecer desde cero hasta su valor máximo,  $\phi_{\text{pm}}$ , en maxwells. Suponiendo entrada senoidal con frecuencia de  $f$  ciclos por segundo, el flujo aumenta hasta un máximo en un cuarto de ciclo ( $t = \frac{1}{4f}$ ) y

$$E_{\text{prom}} = \frac{N\phi_{\text{pm}}}{\frac{1}{4f}} \times 10^{-8} = 4fN\phi_{\text{pm}} \times 10^{-8} \text{ V}$$

Pero como el factor de forma de una onda senoidal es la relación de su valor efectivo al valor promedio ( $0.707/0.636 = 1.11$ ), el valor efectivo de la FEM inducida =  $1.11E_{\text{prom}}$ , o sea

$$E = 1.11E_{\text{av}} = 4.44fN\phi_{\text{pm}} \times 10^{-8} \text{ V}$$

Pero  $\phi_m = B_m A$ , en donde  $B_m$  es la densidad de flujo máxima permisible y  $A$  es el área del núcleo del transformador. Sustituyendo  $B_m A$  en la anterior ecuación para  $\phi_{\text{pm}}$  se obtienen las ecuaciones (14-15) y (14-16) para los voltajes inducidos en el primario y secundario del transformador. Por último, nótese que las ecuaciones (14-15) y (14-16) son idénticas a la ecuación (2-15) para el alternador.

**EJEMPLO 14-9**

Se desea emplear un transformador de 1 kVA, 220/110 V, 400 Hz, a una frecuencia de 60 Hz. Calcular

- El valor rms máximo del voltaje que se puede aplicar al lado de alto voltaje y la salida máxima de voltaje del lado de bajo voltaje.
- La capacidad del transformador en kVA bajo condiciones de frecuencia reducida.

**Solución**

- Para mantener la misma densidad permisible de flujo en las ecuaciones (14-15) y (14-16), deben cambiar *ambos voltajes* en los lados *de alta* y *de baja* en la misma proporción que la frecuencia:

$$E_h = 220 \text{ V} \frac{60 \text{ Hz}}{400 \text{ Hz}} = 33 \text{ V}$$

y

$$E_l = \frac{E_1}{\alpha} = \frac{E_h}{2} = \frac{33.0 \text{ V}}{2} = 16.5 \text{ V} \quad (14-2)$$

- No cambia la capacidad original de corriente del transformador porque los conductores siguen teniendo la misma capacidad conductora de corriente. Por lo tanto,

$$I_h = \frac{\text{kVA}}{V_h} = \frac{1 \times 10^3 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 4.545 \text{ A} \quad (14-2c)$$

y la nueva capacidad de kVA es

$$V_h I_h = V_l I_l = 33 \text{ V} \times 4.545 \text{ A} = 150 \text{ VA} = 0.15 \text{ kVA} \quad (14-2c)$$

para las cuales se han definido ya, en unidades inglesas, todos sus términos.

Ya que es relativamente difícil evaluar  $B_m$ , la densidad de flujo máxima permisible del transformador a partir de mediciones de corrientes y voltaje, se tienen las siguientes relaciones de acuerdo con la figura 14-13, que permiten el cálculo de los voltajes inducidos en el primario y secundario:

$$E_1 = V_1 - (I_1 Z_1) = V_1 - I_1 (r_1 + jx_1) \quad (14-17)$$

$$E_2 = V_2 + (I_2 Z_2) = V_2 + I_2 (r_2 + jx_2) \quad (14-18)$$

Adviértase en la figura 14-13 y la ecuación (14-17) que el voltaje aplicado al primario,  $V_1$  es mayor que el voltaje inducido en el devanado primario  $E_1$ . Obsérvese también en la figura 14-13 y la ecuación (14-18) que el voltaje inducido en el devanado secundario  $E_2$  es mayor que el voltaje entre terminales del secundario  $V_2$ . De este modo podemos escribir que

$$V_1 > E_1 \quad \text{y que} \quad V_2 < E_2 \quad (14-19)$$

para un transformador práctico con carga.

Las conclusiones importantes que se pueden sacar del ejemplo 14-9 son las siguientes:

- Es posible hacer cambios de frecuencia en el funcionamiento de un transformador, pero sólo con los cambios correspondientes en los voltajes primario y secundario.
- Siempre que se reducen *tanto* la frecuencia *como* los voltajes, se reduce de modo correspondiente la capacidad de kVA.



3. A la inversa, si se aumentan tanto la frecuencia como los voltajes, también aumenta la capacidad de kVA. Sin embargo, esto supone que los voltajes máximos de falla del aislamiento del transformador no se rebasan.
4. Adviértase que siempre que cambian frecuencia y voltajes, la densidad máxima permisible de flujo *debe permanecer igual*. Esto es necesario para que el transformador no se sobrecaliente, como se muestra en el ejemplo 14-10.

#### EJEMPLO 14-10

Suponiendo que las pérdidas tanto por histéresis como por corrientes parásitas varían de acuerdo con el cuadrado de la densidad de flujo [véanse ecuaciones (12-3) y (12-4)], calcular las pérdidas en el hierro si el transformador del ejemplo 14-9 se trabaja al voltaje nominal, pero a una frecuencia reducida de 60 Hz. Suponer que las pérdidas originales en el hierro del transformador a 400 Hz son 10 W.

#### Solución

Como  $E = kfB_m$  y el mismo voltaje primario se aplica al transformador a frecuencia reducida, la densidad final de flujo  $B_{mf}$  aumenta mucho sobre su valor máximo permisible original,  $B_{mo}$ , a

$$B_{mf} = B_{mo} \frac{f_o}{f_r} = B_{mo} \left( \frac{400}{60} \right) = 6.67 B_{mo} \quad (14-15)$$

Ya que las pérdidas en el hierro varían aproximadamente de acuerdo con el cuadrado de la densidad de flujo [véanse ecuaciones (12-3) y (12-4)],

$$P_{\text{hierro}} = (P_{\text{orig}}) B^2 = 10 \text{ W} (6.67)^2 = 444 \text{ W}$$

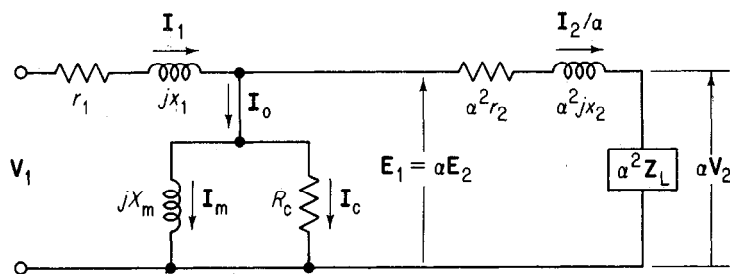
En el ejemplo 14-10 nótese que aun en ausencia de corriente de carga las pérdidas en el hierro aumentan desde 10 W hasta 444 W siendo el transformador de 1 kVA, y se le trabaja a una frecuencia reducida pero con el mismo voltaje nominal. Si se hubiera reducido el voltaje del primario en la misma proporción que la frecuencia, las pérdidas en el hierro no hubieran aumentado tanto. De hecho, hubieran disminuido por debajo de 10 W debido a la reducción en la frecuencia.<sup>9</sup>

### 14-5.1 Deducción del circuito equivalente del transformador práctico de núcleo de hierro

Aprendimos en la sección 14-2.4 que

1. Todas las resistencias y reactancias del secundario se reflejan al primario de acuerdo con el cuadrado de la relación de transformación ( $Z_1 = \alpha^2 Z_2$ ).
2. Todos los voltajes se reflejan desde el secundario al primario directamente como el producto de su relación de transformación ( $E_1 = \alpha E_2$ ).
3. Todas las corrientes secundarias se reflejan al primario en proporción inversa a la relación de transformación ( $I_2/\alpha$ ).

<sup>9</sup> Se debe notar que se aplica lo mismo a las máquinas eléctricas. Es posible trabajar un alternador o un motor a una frecuencia reducida, pero se debe reducir entonces también el voltaje nominal en la misma proporción. También la capacidad en kVA se reduce correspondientemente por los motivos que se vieron antes. Pero la eficiencia de la máquina *aumenta* debido a que hay menos pérdidas en el núcleo a la menor frecuencia, como se ve en las ecuaciones (12-3) y (12-4).



**Figura 14-14** Circuito equivalente con el secundario referido al primario.

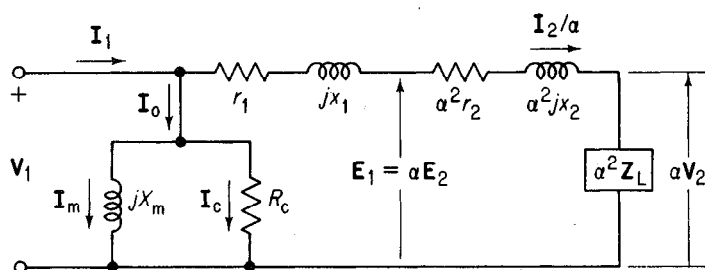
La figura 14-14 muestra el circuito equivalente con todos los valores *del secundario* referidos, o reflejados al primario. Sin embargo, este paso intermedio no nos permite sumar la impedancia del primario ( $r_1 + jx_1$ ) a la del secundario reflejada al primario.

La figura 14-15 muestra un circuito equivalente *aproximado* que permite la adición compleja. Esta aproximación tiene tres ventajas principales:

1. Las impedancias internas del primario y secundario se pueden sumar como se indica más adelante en las ecuaciones (14-20), (14-21) y (14-23a).
2. El voltaje de suministro  $V_1$  se da ahora directamente a través de dos ramales principales en paralelo:
  - a. Las impedancias internas reflejadas del secundario, la impedancia reflejada de la carga ( $\alpha^2 Z_L$ ), y la impedancia interna del primario, todas ellas en serie.
  - b. El equivalente en paralelo representa tanto el componente de pérdidas en el núcleo,  $R_c$ , como el componente de la corriente de magnetización,  $jX_m$ .
3. La suma anterior resulta en un diagrama fasorial equivalente simplificado (figura 14-17) que permite un cálculo relativamente fácil de la regulación de voltaje del transformador.

De la figura 14-15 podemos escribir la resistencia equivalente del transformador, reflejada al primario,  $R_{e1}$ , como

$$R_{e1} = r_1 + \alpha^2 r_2 \quad \text{ohm } (\Omega) \quad (14-20)$$



$$\begin{aligned} R_{e1} &= r_1 + \alpha^2 r_2 \\ jX_{e1} &= jx_1 + j\alpha^2 x_2 \\ Z_{e1} &= R_{e1} + jX_{e1} \\ I_1 &= \frac{V_1}{Z_{e1} + \alpha^2 Z_L} \end{aligned}$$

**Figura 14-15** Circuito equivalente aproximado con el secundario referido al primario.

Igualmente, podemos escribir la reactancia equivalente total del transformador, reflejada al primario, como

$$jX_{e1} = jx_1 + j\alpha^2 x_2 \quad \text{ohm } (\Omega) \quad (14-21)$$

Finalmente, para cualquier valor de la carga  $Z_L$ , la figura 14-15 nos permite calcular la corriente en el primario  $I_1$  a partir de la ecuación sencilla del circuito en serie:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{e1} + \alpha^2 Z_L} \quad (14-22)$$

en la cual

$$Z_{e1} = R_{e1} + jX_{e1} \quad (14-23a)$$

y

$$\alpha^2 Z_L = \alpha^2 R_L \pm \alpha^2 jX_L = \alpha^2 (R_L \pm jX_L) \quad (14-23b)$$

en donde se usa el signo de más (+) para cargas inductivas y el de menos (−) para cargas capacitivas.

Podemos reflejar también todas las resistencias y reactancias *del primario* en el secundario. Esto se demuestra en la figura 14-16, que tiene algunas ventajas interesantes sobre los circuitos equivalentes anteriores.

Si se elimina la carga  $Z_L$ , las condiciones en vacío o sin carga son las siguientes:

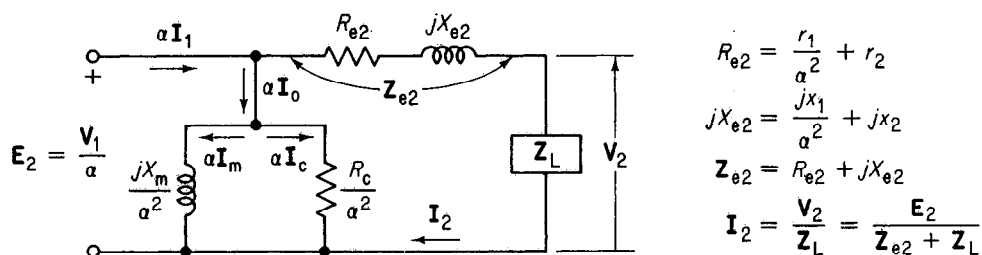
1. El voltaje secundario  $V_2$ , sin carga, es el voltaje primario  $V_1/\alpha$ .
2. La corriente secundaria  $I_2$  es cero. Por lo tanto, la corriente en el primario  $\alpha I_1 = \alpha I_0$  es la corriente primaria sin carga reflejada en el secundario.

Si se vuelve a conectar la carga  $Z_L$  en la figura 14-16, entonces el voltaje primario aplicado, reflejado en el secundario,  $V_1/\alpha$ , es

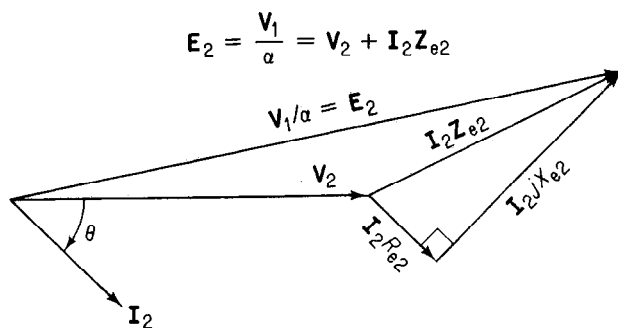
$$\frac{V_1}{\alpha} = E_2 = V_2 + I_2 Z_{e2} \quad (14-24)$$

El significado de la ecuación (14-24) es que permite el cálculo de la regulación de voltaje del transformador en términos de voltajes del secundario (de carga). Esto se muestra en el diagrama fasorial de la figura 14-17. Con respecto a esa figura, adviértase lo siguiente:

1.  $V_1/\alpha$  (o  $E_2$ ) es la suma fasorial de  $V_2$  e  $I_2 Z_{e2}$ , como se muestra en la ecuación (14-24).
2. La suma fasorial de  $I_2 R_{e2} + I_2 jX_{e2}$  es  $I_2 Z_{e2}$ .



**Figura 14-16** Circuito equivalente aproximado con el primario referido al secundario.



**Figura 14-17** Diagrama fasorial para la figura 14-16.

3.  $I_2$  está retrasada un ángulo  $\phi$  con respecto a  $V_2$  (una carga con FP en retraso).
4.  $I_2 R_{e2}$  está en fase con  $I_2$  e  $I_2 X_{e2}$  precede  $90^\circ$  a  $I_2$ .
5.  $V_1/\alpha$  representa el voltaje *sin carga* del secundario por las razones que se mostraron antes en la ecuación (14-24).

También, de acuerdo con la figura 14-16 podemos escribir las ecuaciones de impedancia referidas al secundario del siguiente modo

$$R_{e2} = \frac{r_1}{\alpha^2} + r_2 \quad (14-25)$$

$$jX_{e2} = \frac{jx_1}{\alpha^2} + jx_2 \quad (14-26)$$

y 
$$Z_{e2} = R_{e2} + jX_{e2} \quad (14-27)$$

También podemos escribir las relaciones de la corriente de carga en el secundario del siguiente modo:

#### EJEMPLO 14-11

Un transformador de bajada de 2300/230 V, 500 kVA, 60 Hz tiene las siguientes características:  $r_1 = 0.1 \Omega$ ,  $jx_1 = 0.3 \Omega$ ,  $r_2 = 0.001 \Omega$ ,  $jx_2 = 0.003 \Omega$ . Cuando se usa como transformador de bajada y se carga a su capacidad, calcular

- a. Las corrientes en el secundario y en el primario
- b. Las impedancias internas del secundario y el primario
- c. Las caídas internas de voltaje en el secundario y el primario
- d. Los voltajes inducidos en el secundario y el primario, suponiendo que los voltajes entre terminales e inducido están en fase
- e. La relación de voltajes inducidos en el primario a los respectivos del secundario, y la de los voltajes terminales del primario al secundario.

#### Solución

a. 
$$I_2 = \frac{\text{kVA} \times 10^3}{V_2} = \frac{500 \times 10^3 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 2.174 \times 10^3 \text{ A} = \mathbf{2174 \text{ A}} \quad (14-2c)$$

$$I_1 = \frac{I_2}{\alpha} = \frac{2174 \text{ A}}{10} = \mathbf{217.4 \text{ A}} \quad (14-2)$$

b. 
$$Z_2 = r_2 + jx_2 = 0.001 + j0.003 = \mathbf{0.00316 \Omega} \quad (14-14)$$

$$Z_1 = r_1 + jx_1 = 0.1 + j0.3 = \mathbf{0.316 \Omega} \quad (14-13)$$

c. 
$$I_2 Z_2 = 2174 \text{ A} \times 0.00316 \Omega = \mathbf{6.88 \text{ V}}$$

$$I_1 Z_1 = 217.4 \text{ A} \times 0.316 \Omega = \mathbf{68.8 \text{ V}}$$

- d. Suponiendo que los voltajes entre terminales e inducido estén en fase,

$$E_2 = V_2 + I_2 Z_2 = 230 + 6.88 = \mathbf{236.88 \text{ V}} \quad (14-18)$$

$$E_1 = V_1 - I_1 Z_1 = 2300 - 68.8 = \mathbf{2231.2 \text{ V}} \quad (14-17)$$

e. Relación 
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{2231.2}{236.88} = \mathbf{9.42} = \alpha = \frac{N_1}{N_2} \quad (14-2)$$

Pero 
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2300}{230} = \mathbf{10}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{E_2}{Z_{e2} + Z_L} \quad (14-28)$$

en la cual  $Z_{e2} = R_{e2} + jX_{e2}$  (14-29a)

y  $Z_L = R_L \pm jX_L$  (14-29b)

en las cuales el signo de más (+) se usa para cargas inductivas y el de menos (−) para cargas capacitivas.

Las conclusiones que se sacan del ejemplo 14-11 son las siguientes:

1. La relación de los voltajes inducidos es menor que la de los voltajes entre terminales.
2. La razón de que las relaciones  $\alpha$  no sean las mismas se debe a las caídas internas de voltaje por impedancia, tanto en el primario como en el secundario, del transformador.

#### EJEMPLO 14-12

A partir de los voltajes y corrientes del primario y secundario, respectivamente, en el ejemplo 14-11, calcular

- a. La impedancia de la carga,  $Z_L$
- b. La impedancia de entrada al primario  $Z_p$  mediante dos métodos.
- c. Comparar  $Z_L$  con  $Z_2$  y  $Z_p$  con  $Z_1$
- d. Explicar las diferencias entre las impedancias de la parte (c).

#### Solución

a.  $Z_L = \frac{V_2}{I_2} = \frac{230 \text{ V}}{217.4 \text{ A}} = 0.1058 \Omega$

b.  $Z_p = \frac{V_1}{I_1} = \frac{2300 \text{ V}}{217.4 \text{ A}} = 10.58 \Omega$

$Z_p = \alpha^2 Z_L = 10^2 \times 0.1058 = 10.58 \Omega$

- c. La impedancia de la carga  $Z_L = 0.1058 \Omega$ , que es **mucho mayor** que la impedancia interna del secundario  $Z_2 = 0.00316 \Omega$ . La impedancia de entrada al primario  $Z_p = 10.58 \Omega$ , es **mucho mayor** que la impedancia interna del primario  $Z_1 = 0.316 \Omega$ .
- d. Es esencial que  $Z_L$  sea mucho mayor que  $Z_2$  para que la mayor parte del voltaje que produce  $E_2$  caiga a través de la impedancia de carga  $Z_L$ . Cuando  $Z_L$  se reduce en proporción con  $Z_2$ , la corriente de carga aumenta y cae más el voltaje internamente a través de  $Z_2$ .

Las conclusiones del ejemplo 14-12 son las siguientes:

1. El transformador real de núcleo de hierro sigue trabajando como transformador ideal siempre que las impedancias internas del primario y secundario sean pequeñas en comparación con las impedancias de entrada y de la carga.
2. La impedancia de entrada primaria representa a la impedancia reflejada de la carga debido a que las impedancias internas del primario y del secundario son despreciables en comparación con la de carga.

El ejemplo 14-13 comprueba las aproximaciones que se hicieron en la figura 14-15. Con respecto al ejemplo, nótese lo siguiente:

1. La corriente primaria de 213 A, obtenida usando el circuito equivalente aproximado de la figura 14-15, se compara favorablemente con la de 217.4 A, del ejemplo 14-11.

**EJEMPLO 14-13**

Para el transformador de los ejemplos 14-11 y 14-12, calcular

- La resistencia interna equivalente referida al primario
- La reactancia interna equivalente referida al primario
- La impedancia interna equivalente referida al primario
- La impedancia equivalente de la carga en el secundario, resistiva, de  $0.1058 \Omega$ , referida al primario
- La corriente de carga en el primario, si el voltaje de suministro a ese devanado es 2300 V.

**Solución**

$$\text{a. } R_{c1} = r_1 + \alpha^2 r_2 = 0.1 + 10^2(0.001) = 0.1 + 0.1 = \mathbf{0.2 \Omega} \quad (14-20)$$

$$\text{b. } X_{c1} = X_{L1} + \alpha^2(X_{L2}) = 0.3 + 10^2(0.03) = 0.3 + 0.3 = \mathbf{0.6 \Omega} \quad (14-21)$$

$$\text{c. } Z_{c1} = R_{c1} + jX_{c1} = 0.2 + j0.6 = \mathbf{0.632 \Omega} \quad (14-23a)$$

$$\text{d. } \alpha^2 Z_L = 10.58 \Omega \quad (\text{resistiva}) \quad (14-3a)$$

$$= \alpha^2 R_L$$

$$\text{e. } I_1 = \frac{V_1}{(R_{c1} + \alpha^2 R_L) + j(X_{c1} + \alpha^2 X_L)} \quad (14-22)$$

$$= \frac{2300 \text{ V}}{(0.2 + 10.58) + j(0.6 + 0) \Omega}$$

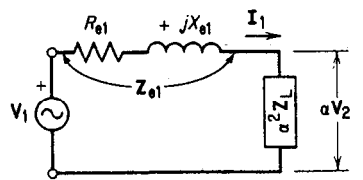
$$= \frac{2300 \text{ V}}{10.78 + j0.6} \cong \frac{2300 \text{ V}}{10.8 \Omega} = \mathbf{213 \text{ A}}$$

- La aproximación de la figura 14-15 desprecia el componente de la corriente de magnetización  $I_m$  y el componente  $I_c$  de pérdidas en el núcleo. Esto es la causa de que la corriente de 213 A sea menor que la "verdadera" de 217.4 A obtenida en el ejemplo 14-11.
- Como el componente de la corriente sin carga nunca es mayor que el 2 a 3 por ciento de la corriente total en los grandes transformadores, las aproximaciones que se hicieron en las figuras 14-15 y 14-16 son válidas para nuestros fines.

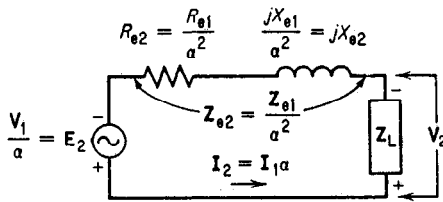
## 14-5.2 Circuito equivalente simplificado para un transformador práctico de núcleo de hierro

El ejemplo 14-13 mostró que, para todos los fines prácticos en la obtención de voltajes y corrientes, podemos omitir el componente de la corriente sin carga  $I_o$  y su impedancia asociada en las figuras 14-15 y 14-16. Al hacerlo, podemos trazar ahora los siguientes circuitos equivalentes simplificados:

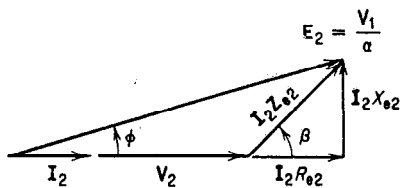
- La figura 14-18a muestra el circuito equivalente simplificado reflejado en el *primario*.
- La figura 14-18b muestra el circuito equivalente simplificado reflejado en el *secundario*.
- La figura 14-18c muestra el diagrama fasorial de la figura 14-18b para una impedancia de carga puramente resistiva  $Z_L = R_L$ ; es el diagrama fasorial del FP unidad, reflejado en el *secundario*.
- La figura 14-18d muestra el diagrama fasorial de la figura 14-18b para una carga de impedancia inductiva,  $Z_L = R_L + jX_L$ ; éste es el diagrama fasorial para FP en retraso, reflejado en el *secundario*.
- La figura 14-18e muestra el diagrama fasorial de la figura 14-18b para una carga de impedancia capacitiva,  $Z_L = R_L - jX_L$ ; éste es el diagrama fasorial con FP adelantado, reflejado en el *secundario*.



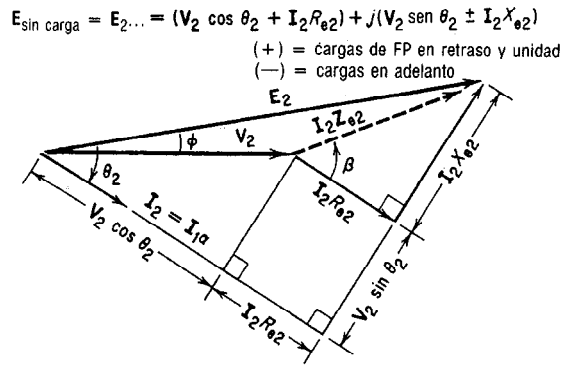
a. Equivalente simplificado reflejado al primario



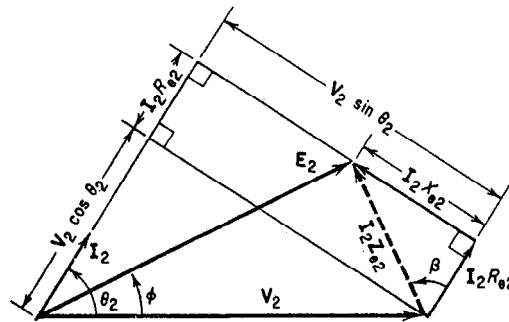
b. Equivalente simplificado reflejado al secundario



c. Diagrama fasorial para carga con FP unidad reflejado al secundario



d. Diagrama fasorial para carga con FP en retraso reflejada al secundario ( $E_2 > V_2$ ) — regulación positiva de voltaje



e. Diagrama fasorial para carga en FP en adelante reflejada al secundario ( $E_2 < V_2$ ) — regulación negativa de voltaje

**Figura 14-18** Circuito de un transformador de potencia y diagramas fasoriales a factores de potencia unidad, en retraso y en adelante.

## 14-6 REGULACION DE VOLTAJE DE UN TRANSFORMADOR PRACTICO: LA PRUEBA DE CORTOCIRCUITO

La figura 14-18c muestra el diagrama fasorial para el caso de FP unidad en el que  $Z_L$  es una carga puramente resistiva conectada con el secundario del transformador.  $V_2$  e  $I_2$  están en fase. Las caídas de voltaje a través de la resistencia ( $I_2 R_{e2}$ ) y reactancia ( $I_2 X_{e2}$ ) equivalentes en la figura 14-18b se muestran en la figura 14-18c. La suma fasorial de  $V_2$  e  $I_2 Z_{e2}$  da el voltaje  $E_2$  inducido para el transformador con carga.

Este sencillo diagrama fasorial nos permite predecir la regulación de voltaje del transformador bajo las condiciones de carga nominal, ya que  $E_2$  es el voltaje sin carga, o de circuito abierto, en la figura 14-18c. Por definición, la regulación de voltaje como se dijo antes (sección 3-15) es

$$RV \text{ porcentual} = \frac{V_{sc} - V_{pc}}{V_{pc}} \times 100 = \frac{E_2 - V_2}{V_2} \times 100 \quad (3-9)$$

para la cual se han definido ya todos los términos.

El problema se complica un poco al tratar de trazar el diagrama fasorial para el caso en el que  $Z_L$  es una carga *inductiva-resistiva* ( $R_L + jX_L$ ). En este caso, la corriente  $I_2$  *está retrasada* con respecto al voltaje  $V_2$ . La figura 14-18d muestra el diagrama fasorial para todas las caídas de voltaje que se presentan en el circuito de la figura 14-18b. Adviértase que en este diagrama (figura 14-18d),  $E_2$  es ahora mucho mayor que  $V_2$ , y produce una mayor regulación porcentual de voltaje. Dado que  $E_2$  es el voltaje de circuito abierto, al aplicar la carga, el voltaje de terminales del transformador *baja* en forma continua hasta que se alcanza el voltaje nominal entre terminales  $V_2$  cuando la carga es la nominal.

Y el problema se complica *un poco más* cuando se trata de trazar el diagrama fasorial para una carga *en adelanto* ( $R_L - jX_{CL}$ ) que contiene reactancia capacitiva.  $I_2$  precede  $\phi_2^\circ$  a  $V_2$ .  $I_2 R_{e2}$  *siempre está en fase* con  $I_2$ , como se ve en la figura 14-18e;  $I_2 X_{e2}$  siempre está en ángulo recto con respecto a  $I_2 R_{e2}$ . Esta diferencia entre  $V_2$  y  $E_2$  es la caída  $I_2 Z_{e2}$  por impedancia. Obsérvese que en este caso de una carga en adelanto (figura 14-18e),  $E_2$  puede ser *menor* que  $V_2$ . Esto significa que cuando se aplica una carga en adelanto al transformador, el voltaje entre terminales tiende a *subir*!

Por fortuna, sólo se necesita una ecuación para calcular el voltaje  $E_2$  inducido, para a su vez calcular la regulación de voltaje de cualquier transformador independientemente del FP de la carga. Se deduce directamente de los diagramas fasoriales de la figura 14-18:

$$E_2 = (V_2 \cos \theta_2 + I_2 R_{e2}) + j(V_2 \sin \theta_2 \pm I_2 X_{e2}) \quad \text{volts (V)} \quad (14-30)$$

en la cual se usa el signo de más (+) en el término  $j$  para cargas con FP *en retraso* y *unidad*, y el de menos (−) para cargas *en adelanto*.

Obsérvese que la ecuación (14-30) para el transformador es esencialmente la misma que la ecuación (6-8) para el alternador. El lector puede calcular también  $E_2$  mediante la ecuación (14-18) empleando álgebra fasorial y los diagramas de las figuras 14-18c, d y e. En este caso, conviene modificar ligeramente la ecuación (14-18) para que sea

#### EJEMPLO 14-14

Se hacen mediciones en pruebas de cortocircuito en un transformador de 2300/230 V con capacidad de 500 kVA y se obtienen los siguientes valores de la resistencia y reactancia equivalente, respectivamente, referidos al lado de bajo voltaje (secundario):  $R_{e2} = 2 \text{ m}\Omega$ ,  $X_{e2} = 6 \text{ m}\Omega$ . Calcular

- La corriente  $I_2$  nominal en el secundario
- La caída de voltaje en la resistencia equivalente a plena carga,  $I_2 R_{e2}$
- La caída de voltaje a través de la reactancia equivalente a plena carga  $I_2 X_{e2}$
- El voltaje inducido cuando el transformador entrega la corriente nominal a FP uno
- La regulación de voltaje a FP uno.

#### Solución

- $I_2 = \frac{\text{kVA} \times 10^3}{V_2} = \frac{500 \times 10^3 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 2.174 \text{ kA}$
- $I_2 R_{e2} = (2.174 \text{ kA})(2 \text{ m}\Omega) = 4.35 \text{ V}$
- $I_2 X_{e2} = (2.174 \text{ kA})(6 \text{ m}\Omega) = 13.04 \text{ V}$
- $E_2 = (V_2 \cos \theta_2 + I_2 R_{e2}) + j(V_2 \sin \theta_2 + I_2 X_{e2})$   
 $= (230 \times 1 + 4.35) + j(0 + 13.04) \quad (14-30)$   
 $= 234.35 + j13.04 = 234.71 \text{ V}$
- $\text{VR} = \frac{E_2 - V_2}{V_2} = \frac{234.71 - 230}{230} \quad (3-9)$   
 $= 2.05 \text{ por ciento}$



$$E_2 = V_2 \angle 0^\circ + (I_2 \angle \theta \times Z_{e2} \angle \beta) \quad \text{volts (V)} \quad (14-18a)$$

en la cual  $\theta$  es el ángulo del factor de potencia, con valor que puede ser positivo o negativo

$\beta$  es el  $\cos^{-1} (R_{e2}/Z_{e2})$

#### EJEMPLO 14-15

Repetir las partes (d) y (e) del ejemplo 14-14 para la carga nominal y un FP de 0.8 en retraso.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{d. } E_2 &= (V_2 \cos \theta_2 + I_2 R_{e2}) + j[V_2 \sin \theta_2 + I_2 X_{e2}] \\ E_2 &= (230 \times 0.8 + 4.35) + j[230 \times 0.6 + 13.04] \\ &= 188.35 + j151.04 = \mathbf{241.43 \text{ V}} \quad (14-30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } VR &= \frac{E_2 - V_2}{V_2} = \frac{241.43 - 230}{230} \quad (3-9) \\ &= \mathbf{4.97 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

#### EJEMPLO 14-16

Repetir las partes (d) y (e) del ejemplo 14-14 para la carga nominal y un FP de 0.6 en adelante.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{d. } E_2 &= (V_2 \cos \theta_2 + I_2 R_{e2}) + j(V_2 \sin \theta_2 - I_2 X_{e2}) \\ &= (230 \times 0.6 + 4.35) + j(230 \times 0.8 - 13.04) \\ &= 142.35 + j171 = \mathbf{222.5 \text{ V}} \quad (14-30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } VR &= \frac{E_2 - V_2}{V_2} = \frac{222.5 - 230}{230} \quad (3-9) \\ &= \mathbf{-3.26 \text{ por ciento}} \end{aligned}$$

Las conclusiones que se sacan de los ejemplos 14-14, 14-15 y 14-16 son las siguientes:

1. Un FP unidad produce una baja regulación de voltaje porque  $E_2$  sólo es ligeramente mayor que  $V_2$ , como se ve en el ejemplo 14-16e.  $E_2$  precede a  $V_2$  un ángulo  $\phi$  pequeño, como se ve en la figura 14-18c a FP unidad.
2. Una carga con FP 0.8 en retraso produce una regulación positiva mucho mayor porque  $E_2$  es algo mayor que  $V_2$ , de acuerdo con la figura 14-18d, y precede todavía a  $V_2$  un ángulo  $\phi$ . Véase el ejemplo 14-15.
3. Un transformador que se carga a la corriente nominal y en adelante puede tener una menor regulación porcentual que cuando el FP es unidad. Puede llegar más cerca de la regulación cero o puede tener regulación negativa, dependiendo de la magnitud del FP en adelante. En el ejemplo 14-16e, una carga con FP 0.6 en adelante produce regulación negativa que es mayor que la regulación a FP unidad.
4. La regulación menor o negativa de una carga con FP en adelante se presenta porque  $E_2$  puede ser menor que  $V_2$ , como se muestra en la figura 14-18e, y precede a  $V_2$  por un ángulo  $\phi$  mayor.

Quizá la conclusión más importante que se saca de todo lo anterior es que la regulación de voltaje de los grandes transformadores comerciales *no* se obtiene por carga directa. En el caso del ejemplo 14-14, ¿dónde podría conseguirse una carga de 500 kVA? En caso que se contara con un sistema eléctrico de potencia típico, habría que "pedir prestado" un pueblo en calidad de carga. Esta es la causa de que los valores de  $R_{e2}$  y  $X_{e2}$  siempre se obtengan con un procedimiento de prueba en el cual *se simula* la carga, como en el caso de la *prueba de cortocircuito*, que se describe a continuación.

## 14-6.1 Prueba de cortocircuito de un transformador comercial

El ejemplo 14-14 dio los valores de  $R_{e2}$  y  $Z_{e2}$  de mediciones en la prueba de cortocircuito, pero no se nos dijo cómo se obtuvieron. Se describieron antes las pruebas a circuito abierto y en cortocircuito para el método de la impedancia síncrona, para probar un alternador (sección 6-10). La prueba de cortocircuito de un transformador es semejante a la de cortocircuito de un alternador, ya que ambas son métodos convencionales de prueba.

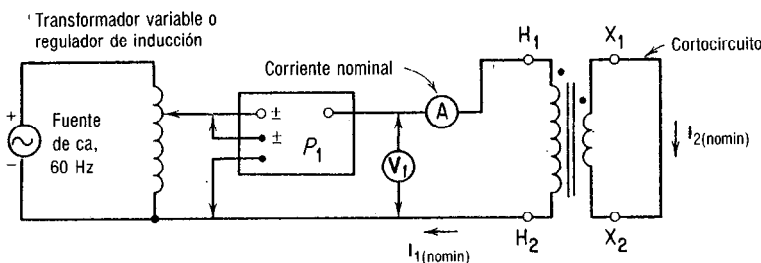
Como en el caso de un alternador, se debería pensar dos veces antes de decidir poner en cortocircuito el secundario de un transformador de 2300/230 V, 500 kVA con el voltaje nominal aplicado al lado de 2300 V. Pero si *no* se aplica voltaje a ese lado y se pone en cortocircuito el de 230 V, se puede entonces comenzar a aplicar lentamente incrementos de bajo voltaje al lado de alto voltaje hasta que pase la corriente nominal en el lado de bajo voltaje. Y si pasa esa corriente en el lado de baja, entonces también debe pasar la corriente nominal en el lado de alto voltaje, de acuerdo con la ecuación (14-2a). Pero esto significa que ambos devanados conducen la corriente nominal y disipan la potencia debida a las resistencias de sus devanados primario y secundario,  $I_1^2 r_1$  e  $I_2^2 r_2$ , respectivamente. Esta es la esencia de la prueba de cortocircuito para los transformadores comerciales.

La figura 14-19 muestra el arreglo típico de instrumentos y dispositivos para obtener los datos de la prueba de cortocircuito para un transformador comercial. El procedimiento consiste de los siguientes pasos:

1. Estando ajustado a cero el transformador variable, se conectan en cortocircuito las terminales de bajo voltaje  $X_1-X_2$  del transformador.
2. Con el transformador variable, se aumenta el voltaje lenta y cuidadosamente hasta que el amperímetro indique que está pasando la corriente primaria nominal. Recuerdese que  $I_{1(nomin)} = S/V_1$ .
3. Se anota la potencia ( $P_{sc}$ ), corriente ( $I_{sc}$ ) y el voltaje ( $V_{sc}$ ) para la corriente nominal en el devanado primario. ( $I_{(nomin)} = I_{sc}$ .)

Los cálculos que se llevan a cabo con esos datos de prueba son los siguientes:

1. Se calcula la impedancia primaria equivalente  $Z_{e1}$  mediante la relación



**Figura 14-19** Conexiones típicas de los instrumentos para la prueba de cortocircuito de un transformador.

$$Z_{e1} = \frac{V_{sc}}{I_{sc}} = \frac{\text{Indicación del voltímetro}}{\text{Indicación del amperímetro}} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-31)$$

2. Se calcula la resistencia equivalente del primario  $R_{e1}$  mediante la relación

$$R_{e1} = \frac{P_{sc}}{(I_{sc})^2} = \frac{\text{Indicación del vatímetro}}{(\text{Indicación del amperímetro})^2} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-32)$$

3. Se calcula la reactancia equivalente del primario  $X_{e1}$ , usando ya sea

$$X_{e1} = \sqrt{(Z_{e1})^2 - (R_{e1})^2} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-33)$$

$$\text{o bien } \theta = \arccos\left(\frac{R_{e1}}{Z_{e1}}\right) \quad \text{y} \quad X_{e1} = Z_{e1} \sin \theta \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-33a)$$

4. Ya que nos interesa predecir la regulación de voltaje en el lado secundario,<sup>10</sup> fácilmente podemos reflejar a  $R_{e1}$  y  $X_{e1}$  a sus valores del lado secundario, o de bajo voltaje,

$$R_{e2} = \frac{R_{e1}}{\alpha^2} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-34)$$

$$X_{e2} = \frac{X_{e1}}{\alpha^2} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (14-35)$$

El ejemplo 14-17 es de extrema importancia porque indica precisamente cómo los datos de prueba de cortocircuito dan la resistencia y reactancia del secundario, o lado de bajo voltaje, fundamentales para el cálculo de la regulación de voltaje. Sólo se disipan 250 W de potencia para hacer las mediciones, en comparación con 20000 W si se obtuviera la regulación mediante carga directa. Pero como el vatímetro no sólo indica las pérdidas en el cobre del transformador, sino también las pérdidas en el hierro, podrá preguntar el lector si el valor de la resistencia  $R_{e1}$  que se calculó en el ejemplo 14-17 es demasiado alto.<sup>11</sup> Esto se describe en la siguiente sección.

## 14-6.2 Hipótesis inherentes en la prueba de cortocircuito

El vatímetro en la prueba de cortocircuito de la figura 14-19 indica las pérdidas en el cobre a plena carga de ambos devanados, así como las del hierro del transformador. Pero como el primario del transformador se excita a un voltaje mucho menor que el nominal del primario, se reducen mucho las pérdidas en el cobre. Como la *densidad de flujo del transformador varía en forma directa con el voltaje aplicado al primario*, debemos tratar de evaluar las pérdidas en el cobre a voltaje reducido. En resumen, debemos preguntar, “¿qué fracción de la indicación del vatímetro se debe a las pérdidas en el núcleo?”

<sup>10</sup> Poco después descubriremos que este paso es innecesario, ya que todos los cálculos de regulación de voltaje y eficiencia se pueden hacer desde el lado primario.

<sup>11</sup> Un valor más alto de  $R_{e1}$  y  $R_{e2}$  arroja un porcentaje más alto de regulación de voltaje. Esto significa que en desempeño real la regulación de voltaje del transformador es mejor bajo carga directa que las predicciones de la prueba de corto circuito. El diseñador tiene la seguridad de que la predicción “pesimista” representa la situación del peor caso, lo cual es muy útil.

**EJEMPLO 14-17**

Un transformador de bajada de 2300/230 V, 20 kVA se conecta como se ve en la figura 14-19, con el lado de bajo voltaje en cortocircuito. Los datos de la prueba para el lado de alto voltaje son  $P_1 = 250 \text{ W}$ ,  $I_1 = 8.7 \text{ A}$ , y  $V_1 = 50 \text{ V}$ . Calcular

- La impedancia, resistencia y reactancia equivalentes, referidas al lado de alto voltaje
- La impedancia, resistencia y reactancia equivalentes, referidas al lado de bajo voltaje
- La regulación de voltaje del transformador con FP unidad
- La regulación de voltaje del transformador con FP 0.7 en retraso.

**Solución**

$$\text{a. } Z_{e1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{50 \text{ V}}{8.7 \text{ A}} = 5.75 \Omega \quad (14-31)$$

$$R_{e1} = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{250 \text{ W}}{(8.7)^2} = 3.3 \Omega \quad (14-32)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{R_{e1}}{Z_{e1}} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{3.3}{5.75} \right) = 55^\circ \quad (14-33a)$$

$$X_{e1} = Z_{e1} \sin \theta = 5.75 \sin 55^\circ = 4.71 \Omega$$

$$\text{b. } Z_{e2} = \frac{Z_{e1}}{\alpha^2} = \frac{5.75}{(10)^2} = 57.5 \text{ m}\Omega$$

$$R_{e2} = \frac{R_{e1}}{\alpha^2} = \frac{3.3}{(10)^2} = 33 \text{ m}\Omega \quad (14-34)$$

$$X_{e2} = \frac{X_{e1}}{\alpha^2} = \frac{4.71}{10^2} = 47.1 \text{ m}\Omega \quad (14-35)$$

- c. Corriente nominal de carga en el secundario  $I_2 = S/V_2 = 200000 \text{ VA}/230 \text{ V} = 87 \text{ A}$ .

$$I_2 R_{e2} = 87 \text{ A} \times 33 \text{ m}\Omega = 2.87 \text{ V}$$

$$I_2 X_{e2} = 87 \text{ A} \times 47.1 \text{ m}\Omega = 4.1 \text{ V}$$

A FP unidad

$$\begin{aligned} E_2 &= V_2 \angle 0^\circ + (I_2 \angle 0^\circ \times Z_{e2} \angle 55^\circ) \quad (14-18a) \\ &= 230 \angle 0^\circ + (87 \angle 0^\circ \times 57.5 \angle 55^\circ) \text{ m}\Omega \\ &= 230 \angle 0^\circ + 5 \angle 55^\circ = 232.9 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RV &= \frac{E_2 - V_2}{V_2} \\ &= \frac{232.9 - 230}{230} = 1.26 \text{ por ciento} \quad (3-9) \end{aligned}$$

- d. A 0.7 FP en retraso,

$$\begin{aligned} E_2 &= (V_2 \cos \theta_2 + I_2 R_{e2}) \\ &\quad + j(V_2 \sin \theta_2 + I_2 X_{e2}) \\ &= (230 \times 0.7 + 2.87) \\ &\quad + j(230 \times 0.71414 + 4.1) \\ &= 163.9 + j168.35 = 234.95 \text{ V} \end{aligned} \quad (14-30)$$

$$\begin{aligned} RV &= \frac{E_2 - V_2}{V_2} \\ &= \frac{235 - 230}{230} = 2.17 \text{ por ciento} \quad (3-9) \end{aligned}$$

Sólo se producen dos tipos de pérdidas en el hierro del núcleo: la *pérdida por corrientes parásitas* y la *pérdida por histéresis* (sección 12-2). La ecuación (12-4) muestra que la pérdida por corrientes parásitas es función del cuadrado de la densidad permisible de flujo, o, como se muestra arriba, del *cuadrado del voltaje aplicado*. La ecuación (12-3) indica que también la pérdida por histéresis varía *en forma aproximada* de acuerdo con el cuadrado de la densidad de flujo o el *cuadrado del voltaje aplicado*. Esta sencilla consideración nos permite calcular si se pueden omitir o no las pérdidas en el hierro, o núcleo, al voltaje reducido de la prueba de cortocircuito, como se muestra en el ejemplo 14-18.

**EJEMPLO 14-18**

Suponiendo que las pérdidas en el núcleo a voltaje nominal sean  $P_c$ , evaluar la fracción de  $P_c$  que mide el vatímetro del ejemplo 14-17.

**Solución**

Ya que  $P_c$  es proporcional al cuadrado del voltaje primario  $V_{sc}$ , entonces, bajo condiciones de cortocircuito, la fracción de la pérdida nominal en el núcleo es

$$\begin{aligned} P_{c(sc)} &= \left( \frac{V_{sc}}{V_{1(nom)}} \right)^2 \times P_c = \left( \frac{50 \text{ V}}{2300 \text{ V}} \right)^2 \times P_c \\ &= 4.73 \times 10^{-4} = 0.000473 P_c \end{aligned}$$

Las conclusiones del ejemplo 14-18 son las siguientes:

1. La indicación del vatímetro durante la prueba de cortocircuito registra esencialmente sólo las pérdidas en el cobre de los devanados. Las pérdidas de potencia en el núcleo de los transformadores son despreciables en esencia y se pueden omitir. Las únicas excepciones posibles son los transformadores ya sea pequeños o de alta frecuencia. Ambos producen mayores pérdidas en el núcleo a voltajes reducidos que la mayor parte de los transformadores comerciales, en relación con su capacidad nominal.
2. Los resultados de resistencia equivalente y regulación de voltaje no deben ser muy distintos de los que se obtienen bajo carga directa del transformador.

### 14-6.3 Regulación de voltaje empleando mediciones en el lado de alto voltaje

Se hizo notar antes (nota al pie Núm. 9) que todos los cálculos de regulación de voltaje se pueden llevar a cabo con mediciones directas en el lado de alto voltaje. Esto simplifica y reduce enormemente los cálculos, como se muestra en el ejemplo 14-19.

#### EJEMPLO 14-19

Empleando sólo las mediciones en el ejemplo 14-17, calcular

- a. La caída de alto voltaje por impedancia  $I_1 Z_{e1}$
- b. La caída de voltaje en el lado de alta debida a la resistencia en ese lado  $I_1 R_{e1}$
- c. La caída de voltaje en el lado de alta debida a la reactancia en ese lado  $I_1 X_{e1}$
- d. La regulación de voltaje del transformador a FP unidad
- e. La regulación de voltaje del transformador a FP 0.7 en retraso.

#### Solución

a.  $I_1 Z_{e1} = V_1 = 50 \text{ V}$

b.  $\theta = \cos^{-1} \left( \frac{P_1}{V_1 I_1} \right) = \frac{250}{50 \times 8.7} = 55^\circ$

$I_1 R_{e1} = I_1 Z_{e1} (\cos 55^\circ) = 50 \text{ V} (\cos 55^\circ)$   
 $= 28.74 \text{ V}$

c.  $I_1 X_{e1} = I_1 Z_{e1} (\sin 55^\circ) = 50 \text{ V} (\sin 55^\circ)$   
 $= 40.96 \text{ V}$

d. A FP unidad,

$$E_1 = V_1 \angle 0^\circ + (I_1 \angle 0^\circ \times Z_{e1} \angle 55^\circ) \quad (14-18a)$$

$$= 2300 \angle 0^\circ + 50 \angle 55^\circ = 2329 \text{ V}$$

$$VR = \frac{E_1 - V_1}{V_1} = \frac{2329 - 2300}{2300} = 1.26 \text{ por ciento}$$

e. A 0.7 FP en retraso,  $-\theta = \cos^{-1}(0.7)$   
 $= -45.57^\circ$

$$E_1 = V_1 \angle 0^\circ + (I_1 \angle -\theta \times Z_{e1} \angle \beta) \quad (14-18a)$$

$$= 2300 \angle 0^\circ + (8.7 \angle -45.57^\circ \times 5.75 \angle 55^\circ)$$

$$= 2300 \angle 0^\circ + 50 \angle 9.43^\circ = 2349 + j8.1 \text{ V}$$

$$\approx 2349 \text{ V}$$

$$VR = \frac{E_1 - V_1}{V_1} = \frac{2349 - 2300}{2300} = 2.13 \text{ por ciento}$$

Las conclusiones importantes a las que se llega en el ejercicio 14-19 son las siguientes:

1. No es necesario calcular  $I_1 R_{e1}$  ni  $I_1 X_{e1}$  porque ninguna de esas caídas de voltaje se usaron para calcular  $E_1$ .
2. Lo anterior es el resultado del empleo de la ecuación (14-18a), que sólo usa la caída de voltaje  $I_1 Z_{e1}$ . Este valor se lee directamente en el voltímetro en la prueba de cortocircuito.

3. Se debe tener cuidado de usar el ángulo correcto de  $I_1 Z_{e1}$  siempre que el factor de potencia *no* sea la unidad. Este ángulo es  $\beta \pm \theta$ , dependiendo de si la corriente  $I_1$  está retrasada o adelantada, respectivamente, un valor negativo o positivo, con respecto a  $V_1$ .
4. La regulación que se calcula con los voltajes y caídas de voltaje en el primario resulta ser exactamente la misma que la que se calcula empleando valores del secundario, pero con mucho menos cálculo y menores posibilidades de error.

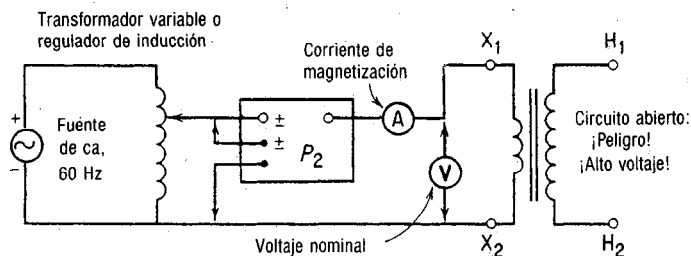
## 14-7 EFICIENCIA DEL TRANSFORMADOR

La indicación del vatímetro en la prueba de cortocircuito da las pérdidas en el cobre, tanto del devanado primario como del secundario, a la potencia *nominal*. Dado que las únicas otras pérdidas que se tienen en el transformador son las del núcleo, o en el hierro, se pueden determinar con la *prueba a (o de) circuito abierto*.

La figura 14-20 muestra las conexiones de los instrumentos para la prueba a circuito abierto. Se lleva a cabo en el lado de bajo voltaje simplemente porque los bajos voltajes están más a la mano y hay menos peligro para el personal al hacer esas mediciones. En el caso de un transformador de devanados múltiples, la prueba se lleva a cabo en el devanado de *menor voltaje* de que se disponga. Sin embargo, se debe tener cuidado para ver que las terminales de alto voltaje estén aisladas correctamente entre sí y del personal que hace la prueba. El procedimiento de prueba consiste en los siguientes pasos:

1. Se eleva el voltaje partiendo desde cero hasta que el voltímetro indique el voltaje nominal del devanado de bajo voltaje en particular.
2. Se anota la potencia  $P$  a circuito abierto, el voltaje nominal  $V$ , y la corriente de magnetización  $I_m$ , que indican el vatímetro, el voltímetro y el amperímetro, respectivamente.
3. Se calcula la pérdida en el núcleo mediante  $P_c = P - (I_m)^2 R_x$ , en donde  $R_x$  es la resistencia del devando de bajo voltaje que se haya seleccionado.

El paso 3 se lleva a cabo sólo en el caso de transformadores relativamente pequeños. Los grandes tienen devanados de bajo voltaje con resistencias relativamente bajas, ya que conducen corrientes relativamente altas y se embobinan con alambre más grueso. Como la resistencia del devanado es baja y la corriente de magnetización



**Figura 14-20** Conexiones típicas de los instrumentos para la prueba de un transformador a circuito abierto para determinar pérdidas del núcleo.

es muy pequeña, la pérdida en el cobre sin carga, por lo común, es una pequeña fracción de lo indicado,  $P$ , por el vatímetro y, en general, se pasa por alto.

Como en el caso de la prueba de cortocircuito, adviértase que la de circuito abierto también consume una fracción muy pequeña de los kVA o VA totales nominales del transformador. La pérdida en el núcleo representa normalmente menos del 1 por ciento de la capacidad del transformador.

Aunque los datos de *regulación de voltaje* se obtienen *solamente* a partir de la prueba de cortocircuito, se necesitan los datos de *ambas* pruebas, la de cortocircuito y la de circuito abierto, para calcular la *eficiencia del transformador*. La prueba a *circuito abierto* da las *pérdidas en el núcleo*. La prueba de cortocircuito da las *pérdidas en el cobre*. Como en el caso de la regulación de voltaje, el lado del secundario, o sea, el lado al cual se conecta la carga, se usa convencionalmente para el cálculo de la eficiencia

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + \text{losses}} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + (P_c + I_2^2 R_{e2})} \quad (14-36)$$

$\left. \begin{array}{l} \text{Pérdidas fijas} \\ \text{en el núcleo} \end{array} \right\}$

$\nearrow \quad \nwarrow$

$\left. \begin{array}{l} \text{Pérdidas variables} \\ \text{en el núcleo} \end{array} \right\}$

Préstese atención a lo siguiente respecto de la ecuación (14.36):

1. El numerador representa la potencia *útil* de salida  $P_o$  que se transfiere del primario al secundario y que se disipa en la carga.
2. El término entre paréntesis representa las pérdidas tanto fijas como variables que se tienen durante la transferencia de potencia. Las *pérdidas fijas*  $P_c$  son las *pérdidas en el núcleo*. Las *pérdidas variables*  $I_2^2 R_{e2}$  son las *pérdidas en el cobre*.
3. Las pérdidas en el cobre varían de acuerdo con el cuadrado de la corriente de carga  $I_2$ .
4. El denominador o potencia de entrada es la suma de la potencia de salida y las pérdidas.
5. Las pérdidas en el núcleo  $P_c$  son fijas siempre que se mantengan  $V_2$  y  $V_1$  en sus valores nominales.

### 14-7.1 Eficiencia máxima de un transformador

La eficiencia máxima siempre se presenta en el punto de carga en el que las pérdidas fijas son iguales a las variables.<sup>12</sup> Para eficiencia máxima en un transformador, las pérdidas variables en el cobre deben ser iguales a las pérdidas fijas en el núcleo  $P_c$ , o sea

$$I_2^2 R_{e2} = P_c \quad (\text{para } \eta_{\max}) \quad \text{watts (W)} \quad (14-37)$$

Pero la corriente de carga a la cual se presenta la eficiencia máxima es

<sup>12</sup> Esta afirmación se aplica por igual a un motor, un generador, un motor diesel, un motor de vapor, una turbina de vapor y, desde luego, también a un transformador.

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_c}{R_{e2}}} \quad \text{amperes (A)} \quad (14-37a)$$

y el factor de carga (FC) al cual se presenta la eficiencia máxima es

$$L.F. = \sqrt{\frac{P_c}{I_2^2 R_{e2}}} \quad (14-37b)$$

para las cuales se han definido ya todos sus términos.

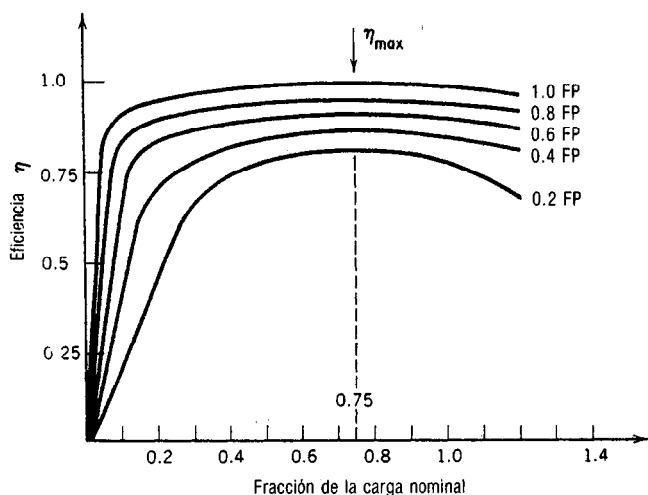
## 14-7.2 Curvas de eficiencia para un transformador

Las ecuaciones (14-37) y (14-37a) nos permiten predecir la forma de las curvas de eficiencia de un transformador bajo diversas condiciones de carga y FP. La ecuación (14-37b) muestra que la eficiencia máxima está determinada por la relación  $P_c/I_2^2 R_{e2}$ . Por lo tanto, independientemente del FP de la carga, la eficiencia máxima siempre se presenta al mismo valor de la carga  $I_2$  (corriente). Véase la figura 14-21.

La ecuación (14-36) muestra que el FP de la carga ( $\cos \theta_2$ ) determina la magnitud del numerador,  $V_2 I_2 \cos \theta_2$ . Mientras mayor sea el FP para la misma corriente de carga, será mayor la eficiencia. También, una disminución del FP, para la misma corriente de carga, va acompañada de una reducción de la eficiencia. (Véase figura 14-21.)

La ecuación (14-36) muestra también que a cargas relativamente altas, cuando  $P_o$  es pequeña en comparación con las pérdidas, la pérdida fija ( $P_c$ ) es alta en proporción con la salida  $P_o$ . Esto ocasiona una eficiencia relativamente *baja*. (Véase figura 14-21.)

Igualmente, empleando la ecuación (14-36), bajo altas cargas cuando la salida es mayor que la carga nominal, las pérdidas variables en el cobre son altas; esto, combinado con la pérdida fija en el núcleo, hace que se reduzca la eficiencia. (Véase figura 14-21.)



**Figura 14-21** Influencia del factor de potencia de la carga sobre la eficiencia de un transformador.



Por lo tanto, para la mayor parte de los transformadores, la eficiencia aumenta desde cero, sin carga, hasta un máximo, a una salida aproximada de la mitad de la nominal, y a continuación disminuye a cargas mayores que la nominal. (Véase figura 14-21).

El lector debe repasar el capítulo 12, sobre la eficiencia de la dínamo, antes de abordar los ejemplos que siguen y los problemas que aparecen en el final de este capítulo.

### 14-7.3 Cálculos de eficiencia

Los siguientes ejemplos resumen el empleo de las pruebas de cortocircuito y circuito abierto para predecir la eficiencia del transformador a diversos valores de la carga, al igual que la carga a la cual se tiene la máxima eficiencia para el transformador que se está probando. Nótese en el ejemplo 14-20 que el método de prueba convencional sólo necesita de una pequeña parte de los kVA del transformador, aproximadamente 1.6 por ciento para la prueba de cortocircuito y aun menos para la de circuito abierto, para llevar a cabo las pruebas y predecir la eficiencia del transformador bajo las condiciones de carga real directa.

#### EJEMPLO 14-20

Se acaba de construir un transformador de distribución de 2300/208 V, 500 kVA, 60 Hz. Se prueba a circuito abierto y cortocircuito, antes de ponerlo en servicio como transformador de bajada. Los datos de las pruebas fueron los siguientes:

Prueba	V	A	W	Lado usado
Circuito abierto	208	85	1800	Bajo voltaje
Cortocircuito	95	217.4	8200	Alto voltaje

De las pruebas anteriores, calcular

- La resistencia equivalente referida al lado de bajo voltaje,  $R_{e2}$
- La resistencia sólo del lado de bajo voltaje,  $r_2$ <sup>13</sup>
- La pérdida en el cobre del devanado de bajo voltaje del transformador durante la prueba a circuito abierto.
- La pérdida en el núcleo del transformador cuando se aplica el voltaje nominal

- ¿Puede usarse la potencia total medida durante la prueba de circuito abierto como la pérdida en el núcleo? Explicar

#### Solución

- De los datos de la prueba de cortocircuito,

$$R_{e1} = \frac{P}{I_1^2} = \frac{8200 \text{ W}}{(217.4)^2} = 0.1735 \Omega$$

$$R_{e2} = \frac{R_{e1}}{\alpha^2} = \frac{0.1735 \Omega}{(2300/208)^2} = 1.419 \text{ m}\Omega$$

$$\text{b. } r_2 = \frac{R_{e2}}{2} = \frac{1.419 \text{ m}\Omega}{2} = 0.71 \text{ m}\Omega$$

$$\text{c. } I_m^2 r_2 = 85^2 (0.71 \text{ m}\Omega) = 5.13 \text{ W}$$

$$\text{d. } P_c = P_{oc} - I_m^2 r_2 = 1800 - 5.13 = 1794.9 \text{ W}$$

- Sí. El error aproximado es  $5/1800 = 0.278$  por ciento, que queda dentro del error de los instrumentos en la prueba. Supondremos que la pérdida en el núcleo es 1800 W.

<sup>13</sup> Se puede demostrar en forma empírica que la resistencia de cada devanado es aproximadamente igual a la mitad de la resistencia total equivalente referida a ese lado. Así, la resistencia del devanado primario,  $r_1$ , es aproximadamente la mitad de  $R_{e1}$ , y la resistencia  $r_2$  es aproximadamente la mitad de  $R_{e2}$ , como se ve en el ejemplo. Véase la figura 14-15.

**EJEMPLO 14-21**

Usando los datos del ejemplo 14-18, calcular

- La eficiencia del transformador cuando se carga el secundario a FP unidad con  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$ , y  $\frac{5}{4}$  de la carga nominal. Tabular todas las pérdidas, salida y entrada como función de cada fracción de la carga nominal.
- Repetir la parte (a) para las mismas condiciones de carga, pero con FP 0.8 en retraso.
- La corriente de carga a la cual se presenta la eficiencia máxima independientemente del FP de la carga.
- La fracción de carga a la cual se presenta la máxima eficiencia.
- La eficiencia máxima a FP unidad.
- La eficiencia máxima a FP 0.8 en retraso.

**Solución**

Datos preliminares antes de tabular: pérdidas en núcleo = pérdidas fijas = **1800 W**, del ejemplo 14-20; pérdidas en cobre a carga nominal = pérdidas variables = **8200 W** de los datos de prueba del ejemplo 14-20; capacidad a plena carga a FP unidad =  $kVA \cos \theta_2 = 500 \text{ kVA} \times 1 = 500 \text{ kW}$  (de los datos nominales).

**a. Tabla con FP unidad:**

Fracción de la carga nominal	Pérdida en núcleo (kW)	Pérdida en cobre (kW)	Pérdida total $P_L$ (kW)	Salida total $P_o$ (kW)	Entrada total $P_L + P_o$ (kW)	Eficiencia $P_o/P_{ent}$ (por ciento)
$\frac{1}{4}$	1.8	0.512	2.312	125.0	127.31	98.18
$\frac{1}{2}$	1.8	2.050	3.85	250.0	253.85	98.48
$\frac{3}{4}$	1.8	4.610	6.41	375.0	381.41	98.32
$\frac{4}{4}$	1.8	8.200	10.00	500.0	510.0	98.04
$\frac{5}{4}$	1.8	12.800	14.6	625.0	639.6	97.72

**b. Tabulación a FP 0.8 en retraso:**

$\frac{1}{4}$	1.8	0.512	2.312	100.	102.31	97.74
$\frac{1}{2}$	1.8	2.05	3.85	200.	203.85	98.11
$\frac{3}{4}$	1.8	4.61	6.41	300.	306.41	97.91
$\frac{4}{4}$	1.8	8.2	10.00	400.	410	97.56
$\frac{5}{4}$	1.8	12.8	14.6	500.	514.6	97.16

$$c. I_2 = \sqrt{P_c/R_{c2}} = \sqrt{1800/1.417 \times 10^{-3}} = 1127.1 \text{ A, carga a la que se tiene } \eta_{\max.}$$

$$d. I_{2(\text{nom})} = \frac{500 \text{ kVA} \times 1000}{208 \text{ V}} = 2403.8 \text{ A}$$

Fracción de carga para  $\eta_{\max} = 1127.1/2403.8 = 0.469$  (aproximadamente la mitad de la carga nominal)

$$e. \eta_{\max} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + (P_c + I_2^2 R_{c2})} = \frac{208 \times 1127.1 \times 1}{208 \times 1127.1 \times 1 + 1800 + (1800)} = 98.49 \text{ por ciento a FP unidad}$$

$$f. \eta_{\max} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + (P_c + I_2^2 R_{c2})} = \frac{208 \times 1127.1 \times 0.8}{208 \times 1127.1 \times 0.8 + (3600)} = 98.12 \text{ por ciento a FP 0.8 en retraso}$$

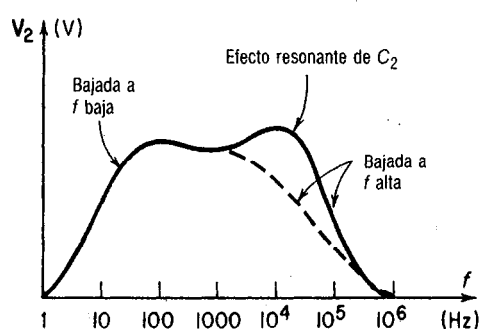
Hubo algunas simplificaciones que permitieron la preparación de las tablas anteriores:

- La columna de las pérdidas en cobre se prepara con facilidad empleando las pérdidas a plena carga de 8.2 kW, que proviene directamente de la indicación del vatímetro en la prueba de cortocircuito. Puesto que la pérdida en el cobre varía de acuerdo con el cuadrado de la corriente de carga, esta pérdida de cobre a cualquier factor de carga es  $(\text{fracción de carga})^2 \times 8.2 \text{ kW}$ .
- La columna de salida total se prepara igualmente empleando la salida nominal a  $\frac{4}{4}$  de la carga que se da en el ejemplo 14-20 como 500 kVA. A FP unidad, esa salida es 500 kW. Cada una de las demás salidas se obtiene con  $(\text{fracción de carga}) \times 500 \text{ kW}$ .
- Dado que el FP no afecta a la pérdida en el cobre ni en el núcleo, la tabulación de las primeras cuatro columnas de la parte (b) es idéntica a la de la parte (a).

- #### 14-8 RESPUESTA A LA FRECUENCIA DEL TRANSFORMADOR DE NUCLEO DE HIERRO

The diagram shows an equivalent circuit for a transformer. The primary side (left) consists of an AC voltage source  $V_1$  in series with a capacitor  $C_1$ . This is followed by a series combination of a resistor  $r_1$  and an inductor  $L_1$ . After  $L_1$ , the circuit splits into two parallel branches: one containing a resistor  $R_c$  and the other containing an inductor  $L_m$ . These two branches recombine and then pass through the primary winding of an ideal transformer, labeled  $N_1$ . The secondary winding, labeled  $N_2$ , is connected to a series combination of a resistor  $r_2$  and an inductor  $L_2$ . This is followed by a capacitor  $C_2$  in parallel with a load impedance  $Z_L$ . The output voltage  $V_2$  is measured across the load  $Z_L$ . A dashed box encloses the transformer windings and is labeled "Ideal". A capacitor  $C_d$  is connected in parallel across the top and bottom main lines of the circuit, after the primary winding and before the secondary winding.

a. Circuito equivalente para el transformador de núcleo de hierro



**b. Curva de respuesta a la frecuencia**

**Figura 14-22** Circuito equivalente y respuesta en frecuencia logarítmica de un transformador de núcleo de hierro.

$C_1$  y el de salida  $C_2$ . Esos capacitores representan la capacitancia equivalente distribuida entre devanados de los devanados de entrada y salida del transformador respectivamente.

La mayor parte de los transformadores comerciales de potencia están diseñados para trabajar a una frecuencia dada y fija. Para dichos transformadores, las relaciones deducidas para el transformador ideal en las secciones anteriores son lo suficientemente exactas como para predecir el voltaje y la corriente de salida del secundario a la frecuencia nominal (dada). Pero, ¿qué pasa si se usa el transformador de núcleo de hierro como transformador de salida de audio para transformar una amplia gama de frecuencias con igual amplitud para alimentarlas a una bocina, desde un amplificador? Teóricamente, el transformador ideal, cuyas siete características se resumen en la sección 14-2, debería amplificar por igual todas las frecuencias, desde cero o  $\text{cd}$  hasta casi infinito. Pero el transformador real de núcleo de hierro se aparta bastante del ideal en lo que se refiere a la respuesta a la frecuencia, como se ve en la figura 14-22b. La curva de respuesta presenta tanto una caída a bajas frecuencias como otra a altas frecuencias. Veamos por qué.

1. A bajas frecuencias, las inductancias se comportan como cortocircuitos. La inductancia mutua de magnetización  $L_m$  producida por el flujo mutuo  $\phi_m$  está en paralelo con la entrada del transformador ideal. A muy bajas frecuencias, digamos de 1 Hz, es prácticamente un cortocircuito. A medida que aumenta la frecuencia,  $L_m$ , una inductancia que es relativamente baja, aumenta y ello explica el aumento en bajada de 1 a 100 Hz.
2. Aproximadamente a 100 Hz, la reactancia de  $L_m$  es lo suficientemente alta como para limitar la corriente de magnetización  $I_m$  a un valor relativamente pequeño, haciendo que la respuesta se aplane entre los límites de 100 Hz y unos 5 KHz.
3. Al aumentar la frecuencia, la caída de voltaje a través de la reactancia de fuga en el secundario ( $X_{L2}$ ) aumenta, lo cual limita seriamente la salida y explica la caída a alta frecuencia, que se indica con una línea de puntos en la figura 14-22b.
4. Mediante un diseño adecuado de las reactancias de fuga del primario y el secundario, se puede hacer que la capacitancia  $C_2$  entre devanados resuene con la inductancia de fuga, produciendo un aumento resonante en serie a través de  $C_2$  y de  $V_2$  a las frecuencias en la cercanía de 20 kHz. Este efecto tiende a aplanar y extender la curva de respuesta a la frecuencia de modo que la disminución se presenta después a mayores frecuencias.
5. A frecuencias extremadamente altas,  $C_1$  y  $C_2$  ponen ambas en cortocircuito la entrada y la salida, respectivamente, lo cual explica la disminución a altas frecuencias.

Los transformadores de audio bien diseñados son relativamente costosos, porque deben ser mayores y tener las siguientes características ideales: impedancias extremadamente bajas en el primario y el secundario, e inductancia mutua de magnetización  $L_m$  extremadamente alta. Lo anterior se logra mediante

1. Empleo de conductores más gruesos para reducir la resistencia del primario y el secundario.
2. Empleo de menos vueltas en el primario y secundario para disminuir  $L_1$  y  $L_2$ .

3. Embobinado muy próximo de los devanados primario y secundario en un núcleo común para reducir la fuga y empleo de núcleos de alta permeabilidad y con mayor área de su sección transversal.
4. Aumento de la inductancia de magnetización  $L_m$  mediante el empleo de núcleos de mayor área de sección transversal, que tienen una longitud relativamente corta de trayectoria de circuito magnético, y alta permeabilidad magnética, ya que  $L_m = N^2 \mu A / l$ . Idealmente, se debe aumentar las vueltas hasta donde sea posible.
5. Puesto que  $L_m$  aumenta al aumentar las vueltas de primario y secundario, se presenta una transacción entre muchas vueltas en (4) y pocas vueltas en (2).

## 14-9 CALCULOS DE TRANSFORMADORES EMPLEANDO EL SISTEMA POR UNIDAD

En la sección 13-10 se introdujo el sistema por unidad, y allí se presentó en detalle su aplicación a las máquinas de cd, monofásicas y polifásicas. El sistema por unidad (p. u.) es especialmente útil para llevar a cabo cálculos tanto de eficiencia como de regulación de transformadores por las siguientes razones:

1. Los valores p. u. de  $Z_{1eqp.u.}$  y  $Z_{2eqp.u.}$  ¡son los mismos! No se necesitan relaciones de transformación cuando se trabaja con valores p. u.
2. Igualmente,  $R_{1eqp.u.}$  es igual a  $R_{2eqp.u.}$ ; y  $X_{1eqp.u.}$  es igual a  $X_{2eqp.u.}$ . Esto simplifica mucho los cálculos.
3. El voltaje aplicado en la prueba de cortocircuito se puede tomar ya sea como  $I_{2b}Z_{e2}$  o bien como  $I_{1b}Z_{e1}$  sin necesidad de conversión por transformación de voltaje.
4. Básicamente, todo lo que se necesita para calcular la *regulación de voltaje* es el valor polar de  $Z_{eqp.u.}$  (véase el punto 1 anterior), como se ve en el ejemplo 14-22.
5. Del mismo modo, todo lo que en realidad se necesita para calcular la *eficiencia* a *cualquier* factor de carga (FC) es lo siguiente:
  - a. El factor de potencia de carga (que generalmente es dado).
  - b.  $R_{eqp.u.}$  (véase 2 anterior).
  - c.  $P_{CLp.u.}$  las pérdidas por unidad en el núcleo del transformador.
6. A la carga nominal, las siguientes cantidades son uno:
  - a.  $I_{1p.u.} = I_{2p.u.} = 1$  (unidad)
  - b.  $V_{2p.u.} = 1$  (unidad)
  - c.  $S_{1p.u.} = S_{2p.u.} = 1$  (unidad)

El apéndice A-9 presenta un conjunto completo de deducciones de valores de transformadores por unidad. Sólo se citarán en la descripción que sigue aquellas ecuaciones que aparecen en el apéndice para describir los cálculos por unidad de regulación de voltaje, eficiencia a cualquier carga y eficiencia máxima. Sin embargo, se pide al lector consultar con frecuencia el apéndice A-9 y familiarizarse completamente con su contenido.

## 14-9.1 Regulación de voltaje por unidad de un transformador

El apéndice A-9.1 muestra que la impedancia equivalente por unidad de cualquier transformador,  $Z_{1eq.p.u.}$  se puede calcular con la ecuación (A9-8):

$$Z_{eq.p.u.} = Z_{1eq.p.u.} = \frac{I_{1b} Z_{1eq}}{V_{1b}} = \frac{V_{sc}}{V_{1b}} \angle \beta \quad (14-38)$$

siendo  $V_{sc}$  la indicación del voltímetro conectado al lado de alto voltaje del transformador durante la prueba de cortocircuito (figura 14-19)

$V_{1b}$  el voltaje nominal del lado de alto voltaje del transformador, como se define en la ecuación (A9-1)

$\beta$  el  $\cos^{-1}[P_{sc}/(V_{sc} \times I_{sc})]$

A cualquier valor de la carga, el voltaje primario por  $V_{1p.u.}$  es

$$V_{1p.u.} = V_{2p.u.} + (I_{2p.u.})(Z_{eq.p.u.} \angle \beta) \quad (A9-20)$$

Pero a la carga *nominal*, por los motivos explicados en la sección A-9.6 del apéndice, el valor absoluto de  $V_{1p.u.}$  es

$$|V_{1p.u.}| = 1 \angle 0^\circ + (1 \angle \pm \theta)(Z_{eq.p.u.} \angle \beta) \quad (14-39)$$

en la cual  $+\theta$  es un ángulo de FP *en adelanto*, producido por la carga nominal

$-\theta$  es un ángulo de FP *en retraso*, producido por la carga nominal

### EJEMPLO 14-22

Un transformador de 2300/230 V, 20 kVA, que se probó en cortocircuito, dio los siguientes datos, tomados en el lado de alto voltaje:  $P_1 = 250$  W,  $V_1 = 50$  V e  $I_1 = 8.7$  A. Calcular

- $Z_{eq.p.u.} \angle \beta$
- $V_{1p.u.}$  a FP unidad
- $V_{1p.u.}$  a FP 0.7 en retraso
- Regulación de voltaje a FP unidad
- Regulación de voltaje (RV) a FP 0.7 en retraso
- Comparar las RV con las que se calcularon en los ejemplos 14-17 y 14-19.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } Z_{eq.p.u.} &= \frac{V_{sc}}{V_{1b}} = \frac{50 \text{ V}}{2300 \text{ V}} = 0.02174 \text{ p.u.} \\ \beta &= \cos^{-1} \left( \frac{P_{sc}}{V_{sc} \times I_{sc}} \right) \\ &= \cos^{-1} \left( \frac{250 \text{ W}}{50 \text{ V} \times 8.7 \text{ A}} \right) \cong 55^\circ \\ Z_{eq.p.u.} \angle \beta &= 0.02174 \angle 55^\circ \text{ p.u.} \quad (14-38) \end{aligned}$$

- $|V_{1p.u.}| = 1 \angle 0^\circ + (1 \angle \pm \theta)(Z_{eq.p.u.} \angle \beta) \quad (14-39)$   
 $= 1 \angle 0^\circ + (1 \angle 0^\circ)(0.02174 \angle 55^\circ)$   
 $= (1 + j0) + (0.01247 + j0.01781) = 1.0126$
- A FP 0.7 en retraso,  $\theta = \cos^{-1} 0.7 = -45.57^\circ$   
 $|V_{1p.u.}| = 1 \angle 0^\circ \quad (14-39)$   
 $+ (1 \angle -45.57^\circ)(0.02174 \angle 55^\circ)$   
 $= 1 \angle 0^\circ + 0.02174 \angle 9.43^\circ = 1.02146$
- $RV = |V_{1p.u.}| - 1 = 1.0126 - 1 = 0.0126$   
 $= 1.26 \text{ por ciento a FP unidad} \quad (14-40)$
- $RV = 1.02146 - 1 = 0.02146$   
 $= 2.15 \text{ por ciento}$
- Las RV que se calcularon con el método p. u. son **esencialmente las mismas** que se calcularon en los ejemplos 14-17 y 14-19, empleando los mismos datos, para el mismo transformador, pero con mucho menos esfuerzo.

Entonces, como se hace notar en la sección A-9.6 del apéndice, la ecuación para la regulación de voltaje es simplemente

$$VR = |V_{1p.u.}| - 1 \quad (14-40)$$

## 14-9.2 Eficiencia por unidad de un transformador

El apéndice A-9.2 muestra que las pérdidas en el cobre por unidad, a *cualquier* valor de la carga, son la pérdida equivalente en el cobre dividida entre la capacidad nominal en kVA del transformador, o sea,

$$P_{Cup.u.} = \frac{I_1^2 R_{1eq}}{S_b} = \frac{I_2^2 R_{2eq}}{S_b} \quad (A9-12)$$

Pero a la carga *nominal*, como se ve en la ecuación (A9-14), la pérdida en el cobre *por unidad* es

$$P_{Cup.u.} = R_{1eq.p.u.} = R_{2eq.p.u.} = \frac{P_{sc}}{S_b} \quad (14-41)$$

El apéndice A-9.4 muestra que la pérdida en el *núcleo* de un transformador, por unidad y a la carga *nominal* es la pérdida en el núcleo de la prueba a circuito abierto, tomada al voltaje nominal, dividida entre la capacidad del transformador, o sea,

$$P_{CLp.u.} = \frac{P_{CL(oc)}}{S_b} = \frac{1}{R_{CLp.u.}} \quad (14-42)$$

El apéndice A-9.7 muestra que la eficiencia por unidad de un transformador, tomada a *cualquier* carga para cualquier factor de potencia es

$$\eta_{p.u.} = \frac{(FC)(FP)}{(FC)(FP) + P_{CLp.u.} + (FC)^2 R_{eqp.u.}} \quad (14-43)$$

Igualmente, la eficiencia por unidad del transformador a la carga *nominal*, para cualquier factor de potencia es

$$\eta_{p.u.} = \frac{FP}{FP + P_{CLp.u.} + R_{eqp.u.}} \quad (14-44)$$

La ecuación (A9-26) indica que la eficiencia máxima se produce con un factor de carga igual a

$$FC \eta_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{P_{CLp.u.}}{R_{eqp.u.}}} \quad (14-45)$$

Y la ecuación para eficiencia máxima a cualquier factor de potencia es

$$\eta_{m\acute{a}x} = \frac{(FC_{m\acute{a}x})(FP)}{(FC_{m\acute{a}x})(FP) + 2(P_{CLp.u.})} \quad (14-46)$$

Los ejemplos 14-23 y 14-24 muestran lo relativamente sencillo que es llevar a cabo cálculos de eficiencia en base por unidad, empleando los datos de los ejemplos 14-20 y 14-21.

**EJEMPLO 14-23**

Un transformador de 2300/208 V, 500 kVA, 60 Hz, tiene los siguientes datos de prueba a circuito abierto y en cortocircuito:

Prueba	V	A	W	Lado empleado
--------	---	---	---	---------------

*Circuito*

*abierto* 208 85 1800 Bajo voltaje

*Cortocircuito* 95 217.4 8200 Alto voltaje

Empleando el sistema por unidad, calcular

- $P_{\text{Cup.u.}}$  pérdida en cobre por unidad, a la carga nominal
- $P_{\text{CLp.u.}}$  pérdida en núcleo por unidad, a la carga nominal
- Eficiencia a la carga nominal y FP unidad
- Eficiencia a la carga nominal y FP 0.8 en retraso
- Factor de carga que produce la eficiencia máxima
- Eficiencia máxima con carga de FP unidad
- Eficiencia máxima con carga de FP 0.8 en retraso
- Comparar las eficiencias anteriores con las que aparecen en la solución al ejemplo 14-21
- Comparar la facilidad relativa de cálculos de la eficiencia por unidad y por el método convencional que se presentó en el ejemplo 14-21.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } P_{\text{Cup.u.}} &= \frac{P_{\text{sc}}}{S_b} = \frac{8.2 \text{ kW}}{500 \text{ kVA}} \\ &= 0.0164 \text{ p.u.} = R_{\text{eq.p.u.}} \\ \text{b. } P_{\text{CLp.u.}} &= \frac{P_{\text{oc}}}{S_b} = \frac{1.8 \text{ kW}}{500 \text{ kVA}} = 0.0036 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{\text{FP}}{\text{FP} + P_{\text{CLp.u.}} + P_{\text{Cup.u.}}} \quad (14-44) \\ &= \frac{1}{1 + 0.0036 + 0.0164} = \frac{1}{1.02} \\ &= 98.04 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{0.8}{0.8 + 0.0036 + 0.0164} = \frac{0.8}{0.82} \\ &= 97.56 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

$$\text{e. } \text{FC} = \sqrt{\frac{P_{\text{CLp.u.}}}{P_{\text{Cup.u.}}}} = \sqrt{\frac{0.0036}{0.0164}} = 0.469 \quad (14-45)$$

$$\begin{aligned} \text{f. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{(\text{FC})(\text{FP})}{(\text{FC})(\text{FP}) + 2(P_{\text{CLp.u.}})} \\ &= \frac{(0.469)(1)}{(0.469)(1) + 2(0.0036)} \\ &= 98.49 \text{ por ciento, eficiencia} \\ &\quad \text{máxima a FP unidad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{(0.469)(0.8)}{(0.469)(0.8) + 2(0.0036)} \quad (14-46) \\ &= 98.12 \text{ por ciento, eficiencia} \\ &\quad \text{máxima a FP 0.8} \end{aligned}$$

h. Todos los valores de eficiencia son idénticos a los que se calcularon en la solución del ejemplo 14-21.

i. El método por unidad es mucho más sencillo y está menos sujeto a errores que el método convencional.

**EJEMPLO 14-24**

Con los datos del ejemplo 14-23, comprobar las eficiencias p. u. (véase ejemplo 14-21) a las siguientes cargas:

- $\frac{3}{4}$  de carga, FP unidad
- $\frac{1}{4}$  de carga, FP 0.8 en retraso
- $\frac{5}{4}$  de carga, FP 0.8 en adelanto

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{(1)(0.75)}{0.75 + 0.0036 + (0.75)^2 0.0164} \\ &= 98.32 \text{ por ciento} \quad (14-43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{(0.8)(0.25)}{0.2 + 0.0036 + (0.25)^2 0.0164} \quad (14-43) \\ &= 97.74 \text{ por ciento} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \eta_{\text{p.u.}} &= \frac{(0.8)(1.25)}{1.0 + 0.0036 + (1.25)^2 0.0164} \quad (14-43) \\ &= 97.16 \text{ por ciento} \end{aligned}$$



El lector debe notar que las eficiencias que se obtienen con el método por unidad en los ejemplos 14-23 y 14-24 son idénticas a las que se muestran, en negritas, en las tablas del ejemplo 14-21. Ello comprueba las diversas ecuaciones que se presentaron en el apéndice A-9, así como el método de cálculo **por unidad**.

#### EJEMPLO 14-25

Un transformador monofásico de 500 kVA tiene una resistencia de 0.01 p. u. y una reactancia de  $j0.05$  p. u., y abastece con su voltaje secundario de 400 V a una carga de FP 0.8 *en retraso*. Cuando la carga del sistema aumenta a 750 kVA a FP 0.8, se conecta un transformador menor, de 250 kVA, paralelamente al sistema. El transformador que se agregó tiene una resistencia igual a 0.015 p. u. y una reactancia de  $j0.04$  p. u. Suponiendo que el transformador más pequeño tiene el mismo voltaje de 400 V en el secundario, calcular

- La impedancia u. p. del nuevo transformador cuando se agrega al sistema,  $Z_{p.u.2}$ , debido a su cambio de base
- Los kVA de la carga total, en forma de potencia compleja,<sup>14</sup>  $S_t^*$
- La parte de la carga que toma ahora el transformador más pequeño, en forma de potencia compleja  $S_2^*$
- La parte de la carga que toma ahora el transformador original,  $S_1^*$
- El factor de carga del transformador original
- El factor de carga del transformador nuevo
- Si el transformador nuevo tiene salidas a diversos voltajes, ¿hay algún medio de reducir su carga?

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } Z_{p.u.2} &= \left( \frac{\text{kVA}_2}{\text{kVA}_1} \right) \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)^2 \times Z_{p.u.1} \\ &= \left( \frac{500}{250} \right) \left( \frac{400}{400} \right)^2 \times (0.015 + j0.04) \\ &= \mathbf{0.03 + j0.08 \text{ p.u.}} \end{aligned}$$

- $S_t^* = 750(0.8 + j0.6)$   
 $= \mathbf{(600 + j450) \text{ kVA}}$  (inductiva)
- $S_2^* = S_t^* \frac{Z_{1p.u.}}{(Z_1 + Z_2)_{p.u.}}$   
 $= 600 + j450 \left( \frac{0.01 + j0.05}{0.04 + j0.13} \right)$   
 $= 206.76 + j190.54$   
 $= \mathbf{281.2 \text{ kVA}}$  (carga inductiva)
- $S_1^* = S_t^* \frac{Z_{2p.u.}}{(Z_1 + Z_2)_{p.u.}}$   
 $= 600 + j450 \left( \frac{0.03 + j0.08}{0.04 + j0.13} \right)$   
 $= 393.24 + j259.5$   
 $= \mathbf{471.1 \text{ kVA}}$  (carga inductiva)
- $FC_1 = \frac{S_1}{S_b} = \frac{471.1 \text{ kVA}}{500 \text{ kVA}}$   
 $= \mathbf{94.2 \text{ por ciento}}$
- $FC_2 = \frac{S_2}{S_b} = \frac{281.2 \text{ kVA}}{250 \text{ kVA}} = \mathbf{112.5 \text{ por ciento}}$
- Sí. Se reduce el voltaje sin carga del nuevo transformador a determinado valor menor que su valor actual para que su parte de la carga se reduzca. Véase ejemplo 14-26, que indica cómo calcular los voltajes generados de los dos transformadores.

<sup>14</sup> Para distinguir entre potencia compleja  $S^*$  y potencia convencional aparente  $S$ , véase Kosow, *Circuit Analysis*, (Nueva York: John Wiley & Sons, 1988), págs. 480-491.

### 14-9.3 Redes que contienen dos o más transformadores en paralelo

Si bien parece que el sistema por unidad tiene ventajas sobre los métodos convencionales respecto al cálculo de regulación de voltaje y eficiencia, ello *no* constituye la principal razón para usarlo. Como se hizo notar en la sección 13-10, una de las principales ventajas que da el sistema por unidad es que permite el empleo de una base común para equipos de diversos voltajes y kVA, reduciendo un sistema completo a un circuito único simplificado.

De acuerdo con la sección 13-10.3, se define la impedancia base de cualquier equipo del siguiente modo:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{VA_b} = \frac{V_b}{I_b} \quad \text{ohms } (\Omega) \quad (13-5)$$

y se puede calcular la impedancia por unidad de cualquier equipo mediante

$$Z_{p.u.} = \frac{Z (kVA_b \times 1000)}{V_b^2} \quad (13-6)$$

en las cuales  $Z$  es la impedancia nominal o real del equipo

$V_b$  es el voltaje de base

kVA<sub>b</sub> son los kilovolt-amperes de base

El apéndice A-9.9 muestra cómo se pueden cambiar de una base a otra el voltaje base por unidad, la corriente base por unidad, la impedancia óhmica por unidad (o resistencia o reactancia) y la potencia por unidad (o potencia aparente o de cuadratura).

Para el caso de un cambio en valor óhmico (digamos, impedancia por unidad) de la base 1 a la base 2, podemos escribir, de acuerdo con el apéndice A-9.12,

$$Z_{p.u.2} = Z_{p.u.1} \left( \frac{kVA_2}{kVA_1} \right) \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)^2 \quad (14-47)$$

Para el caso de dos equipos en paralelo que alimentan una carga compleja  $S_t^*$  total de kVA, la división de la carga respectiva de cada transformador varía inversamente con sus impedancias respectivas, de acuerdo con la regla de división de potencia para cargas en paralelo:

$$S_1^* = S_t^* \left( \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) \quad (14-48a)$$

$$S_2^* = S_t^* \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) \quad (14-48b)$$

en las cuales todas las impedancias están expresadas ya sea en p. u., o en valores reales. (Véase ejemplo 14-25c y d.)

Las conclusiones que se sacan del ejemplo 14-26 son las siguientes:

1. Las FEM inducidas sin carga de ambos transformadores son las mismas. Esto ya se esperaba. Cuando ambos transformadores se conectan en paralelo, no se tiene

**EJEMPLO 14-26**

Para el sistema del ejemplo 14-25, con los dos transformadores en paralelo, calcular

- El voltaje base  $V_b$  del sistema
- La corriente base  $I_b$  del sistema
- La impedancia base  $Z_b$  del sistema, empleando dos métodos distintos
- La impedancia real del transformador más grande,  $Z_1$
- La impedancia real del transformador más pequeño,  $Z_2$
- La corriente real  $I_1$  entregada por el transformador mayor, empleando la regla de división de corriente<sup>15</sup>
- La corriente real  $I_2$  entregada por el transformador menor
- El voltaje sin carga  $E_1$  del transformador mayor
- El voltaje sin carga  $E_2$  del transformador menor

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } V_b &= 400 \angle 0^\circ \text{ V} \quad (\text{dato}) \\ \text{b. } I_b &= \frac{S_b}{V_b} = \frac{500 \text{ kVA}}{400 \text{ V}} = 1.25 \text{ kA} \\ \text{c. } Z_b &= \frac{V_b}{I_b} = \frac{400 \text{ V}}{1.25 \text{ kA}} = 0.32 \Omega \\ Z_b &= \frac{V^2}{S_b} = \frac{(400)^2}{500 \text{ kVA}} = 0.32 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } Z_1 &= Z_b \times Z_{p.u.1} = 0.32(0.01 + j0.05) \\ &= (3.2 + j16) \text{ m}\Omega = 16.32 \angle 78.7^\circ \text{ m}\Omega \\ \text{e. } Z_2 &= Z_b \times Z_{p.u.2} = 0.32(0.03 + j0.08) \\ &= (9.6 + j25.6) \text{ m}\Omega = 27.34 \angle 69.44^\circ \text{ m}\Omega \\ \text{f. } I_1 &= I_T \left( \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = \frac{S_1}{V_b} \left( \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) \\ &= \frac{(600 - j450) \text{ kVA}}{(400 + j0) \text{ V}} \times \frac{(9.6 + j25.6) \text{ m}\Omega}{(12.8 + j41.6) \text{ m}\Omega} \\ &= 898 - j762.2 = 1178 \angle -40.32^\circ \text{ A} \\ \text{g. } I_2 &= I_T \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) = \frac{S_2}{V_b} \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) \\ &= \frac{(600 - j450) \text{ kVA}}{(400 + j0) \text{ V}} \times \frac{(3.2 + j16) \text{ m}\Omega}{(12.8 + j41.6) \text{ m}\Omega} \\ &= (602 - j362.8) \text{ A} = 702.9 \angle -31.1^\circ \text{ A} \\ \text{h. } E_1 &= I_1 Z_1 + V_b \\ &= (1.178 \angle -40.32^\circ \text{ kA})(16.32 \angle 78.7^\circ \text{ m}\Omega) \\ &\quad + 400 \angle 0^\circ = 19.225 \angle 38.4^\circ + 400 \angle 0^\circ \\ &= (15.07 + j11.94) + (400 + j0) \\ &= 415.07 + j11.94 = 415.24 \angle 1.65^\circ \text{ V} \\ \text{i. } E_2 &= I_2 Z_2 + V_b \\ &= (0.7029 \angle -31.1^\circ \text{ kA})(27.34 \angle 69.44^\circ \text{ m}\Omega) \\ &\quad + (400 + j0) \\ &= (15.075 + j11.92) + (400 + j0) \\ &= 415.075 + j11.92 = 415.24 \angle 1.65^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

circulación de corriente entre ellos *sin carga*. En consecuencia, no hay pérdida de potencia entre los transformadores; sólo las pérdidas en los núcleos.

- Nótese que la impedancia base es la del transformador original. La impedancia base siempre se calcula para determinado *equipo* (transformador, alternador, generador, motor, etc.).<sup>16</sup>
- La impedancia base no es número complejo. Siempre se usa como valor absoluto.
- El transformador nuevo,  $T_2$ , está sobrecargado porque su voltaje sin carga es demasiado alto. Si el transformador  $T_2$  tiene salidas de voltaje reducido, digamos de 410 V o 400 V, tomará una menor parte de la carga. Pero al hacerlo, la compañía de luz corre el riesgo de producir determinada corriente de circulación entre los

<sup>15</sup> Al igual que la regla de división de potencia, la de división de corriente tiene la misma forma. Para la regla de división de corriente, aplicada a circuitos de ca con dos ramales paralelos, véase Kosow, *ibid*, págs. 487-489. También, dividiendo ambos lados de las ecuaciones (14-48) entre el voltaje común se tiene la regla de división de corriente, partiendo de la de división de potencia.

<sup>16</sup> La impedancia base rara vez es la impedancia de la carga eléctrica. La carga está sujeta normalmente a variaciones de corriente y no puede tener un voltaje o corriente nominales. Al revés, los valores nominales de kVA, voltaje y corriente son constantes para determinado equipo.

dos transformadores. Ello aumenta las pérdidas de potencia del transformador y tiende a aumentar el calentamiento interno del mismo.

5. El ejemplo 14-26, partes (d) y (e) muestra cómo se obtienen las impedancias reales a partir de valores por unidad y base. La ecuación (A9-8) muestra que  $Z_{1eq} = Z_{1b} \times Z_{1eqp.u.}$

#### 14-9.4 Redes con dos o más transformadores en cascada

La figura 1-1 muestra un sistema típico de potencia de ca que contiene varios transformadores conectados en cascada para fines de transmisión y distribución de energía eléctrica. Los altos voltajes se emplean para transmisión a grandes distancias, mientras que los bajos se emplean para distribución y uso de la energía eléctrica.

Al resolver los problemas de transformadores en cascada mediante el sistema **por unidad**, con frecuencia se desconocen, o no se dan, el voltaje y los kVA base del equipo de la fuente. En tales casos, se usan cada capacidad de kVA y voltaje nominal de los transformadores separados como la cantidad base para un *circuito determinado del transformador*, es decir, un circuito de malla completamente cerrado. Los ejemplos 14-27 a 14-29 muestran el tratamiento de redes que contienen transformadores en cascada. Para simplificar esos problemas de transmisión con transformadores, puesto que la resistencia de un transformador por lo general es baja, en comparación con su reactancia, sólo se muestran reactancias por unidad, tanto para el equipo como para las líneas de transmisión. Esta simplificación sólo origina errores pequeños, pero reduce en forma considerable el empleo del álgebra compleja.

Una segunda simplificación es el empleo de un *diagrama unifilar*, como el que se muestra en la figura 14-23a. Obsérvese que ese sistema de transmisión contiene tres circuitos de voltaje de transformador, o niveles de voltaje: 120 V, 600 V, y 120 V, que se identifican como  $V_{b1}$ ,  $V_{b2}$  y  $V_{b3}$ , respectivamente. Esos niveles se usan cada uno como voltajes base para sus circuitos respectivos, como se ve en el ejemplo 14-27).

Las conclusiones que se sacan del ejemplo 14-27 son las siguientes:

1. El diagrama unifilar de reactancia equivalente, circuito en serie, con todas las impedancias expresadas en **p. u.**, es un paso necesario en la solución de sistemas eléctricos de potencia.
2. La ley de Ohm y las leyes de voltaje y de corriente de Kirchhoff, se siguen aplicando cuando todas las unidades se expresan en **p. u.**, es decir,  $I_{p.u.} = V_{p.u.}/Z_{p.u.}$  etc. En consecuencia, se pueden emplear reglas convencionales de circuitos en serie-paralelo para resolver diagramas unificares de reactancia equivalente.
3. Para los transformadores  $T_1$  y  $T_2$ , el voltaje base ( $V_b$ ) y la potencia base ( $S_b$ ) no se refieren a ningún otro nivel de voltaje o circuito de potencia. Debido a ello, se pueden emplear las impedancias **p. u. dadas**.
4. En este ejemplo se supone que la línea de transmisión es relativamente corta. En consecuencia, se supone que su reactancia de línea es cero, ya que no se da valor de impedancia para ella. Véase ejemplo 14-28 para resolver problemas de líneas largas de transmisión.
5. Al reducir la línea de transmisión a un circuito sencillo en serie, la corriente en la carga es la misma que la corriente que se toma de la fuente. Esto simplifica cálculos, como, por ejemplo, el de los voltajes en puntos específicos del sistema.

### EJEMPLO 14-27

Para el diagrama de la figura 14-23a, calcular

- La resistencia  $R_L$  de la carga
- La impedancia base  $Z_{bL}$  de la carga
- La impedancia de la carga por unidad,  $Z_{Lp.u.}$
- La impedancia por unidad del transformador  $T_2$ ,  $Z_{2p.u.}$
- La impedancia por unidad del transformador  $T_1$ ,  $Z_{1p.u.}$
- Trazar el diagrama unifilar equivalente del circuito.
- La corriente base en la carga,  $I_{bL}$
- La corriente por unidad de la carga,  $I_{Lp.u.}$
- El voltaje por unidad a través de la carga, en forma compleja,  $V_{Rp.u.}$
- El voltaje por unidad de la fuente, en forma compleja,  $V_{Sp.u.}$
- El voltaje real a través de la fuente, en volts
- El voltaje por unidad en un punto  $x$  del segundo circuito o nivel de transmisión
- El voltaje en el punto  $x$ , en volts.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a. } R_L &= \frac{P_L}{V_L^2} = \frac{14\,400\text{ W}}{(120)^2} = 1\ \Omega \\ \text{b. } Z_{bL} &= \frac{V_{b3}^2}{S_{b3}} = \frac{(120)^2}{14.4\text{ kVA}} = 1\ \Omega \end{aligned}$$

$$\text{c. } Z_{Lp.u.} = \frac{R_L}{Z_{bL}} = \frac{1\ \Omega}{1\ \Omega} = (1+j0)\text{ p.u.}$$

$$\text{d. } Z_{2p.u.} = j0.25\text{ p.u.}$$

$$\text{e. } Z_{1p.u.} = j0.2\text{ p.u.}$$

f. See Fig. 14-23b.

$$\begin{aligned} \text{g. } I_{bL} &= \frac{S_{b3}}{V_{b3}} = \frac{14\,400\text{ VA}}{120\text{ V}} \\ &= 120\text{ A (resistiva)} \end{aligned}$$

$$\text{h. } I_{Lp.u.} = \frac{I_L}{I_{bL}} = \frac{120\text{ A}}{120\text{ A}} = (1+j0)\text{ p.u.}$$

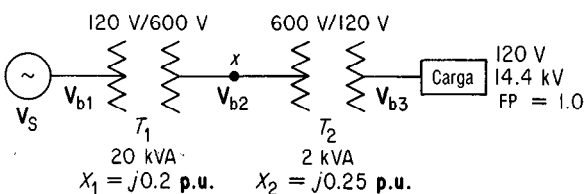
$$\begin{aligned} \text{i. } V_{Rp.u.} &= I_{Lp.u.} Z_{Lp.u.} = (1+j0)(1+j0) \\ &= 1+j0\text{ p.u.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j. } V_{Sp.u.} &= I_{Sp.u.} Z_{1p.u.} \\ &= (1+j0)[(1+j0) + j0.2 + j0.25] \\ &= (1+j0)(1+j0.45) = 1+j0.45 \\ &= 1.096 \angle 24.23^\circ\text{ p.u.} \end{aligned}$$

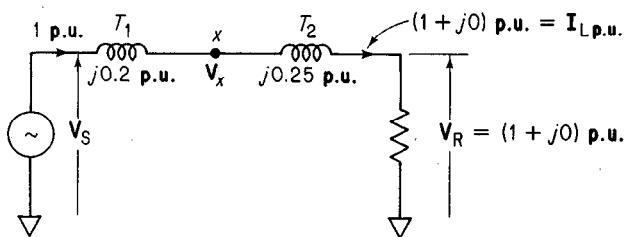
$$\begin{aligned} \text{k. } V_S &= V_{Sp.u.} V_{b1} = (1.096 \angle 24.23^\circ)(120\text{ V}) \\ &= 131.6 \angle 24.23^\circ\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. } V_{xp.u.} &= I_{xp.u.} Z_{2p.u.} \\ &= (1+j0)(1+j0 + j0.25) \\ &= (1+j0.25)\text{ p.u.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m. } V_x &= V_{xp.u.} V_{b2} = (1+j0.25)(600\text{ V}) \\ &= 600 + j150 = 618.5 \angle 14^\circ\text{ V} \end{aligned}$$



a. Diagrama unifilar del sistema simple de transmisión



b. Diagrama unifilar equivalente de reactancia del circuito

Figura 14-23 Circuitos para el ejemplo 14-27.

**EJEMPLO 14-28**

Para el diagrama unifilar de un sistema de transmisión a grandes distancias que se muestra en la figura 14-24a, calcular

- La impedancia por unidad del transformador  $T_1$
- La impedancia por unidad del transformador  $T_2$
- La impedancia por unidad de la línea de transmisión cuya reactancia es  $j200$
- El voltaje por unidad a través de la carga,  $V_{Lp.u.}$
- Trazar el diagrama unifilar de reactancia equivalente del circuito
- La corriente de base en la carga,  $I_{bL}$
- La corriente de carga por unidad, en forma compleja,  $I_{Lp.u.}$
- El voltaje por unidad de la fuente,  $V_{Sp.u.}$
- El valor real del voltaje de la fuente, en volts.

**Solución**

Sólo se dan los kVA de la fuente y, por lo tanto, se usan como referencia para el sistema completo. Puesto que se desconoce el voltaje de la fuente  $V_s$ , se siguen usando los niveles individuales de voltaje en calidad de voltajes base.

$$\begin{aligned} \text{a. } Z_{T1} &= Z_{1p.u.} \left( \frac{V_1}{V_{b1}} \right)^2 \left( \frac{S_2}{S_1} \right) \\ &= j0.1 \left( \frac{11 \text{ kV}}{11 \text{ kV}} \right)^2 \left( \frac{100 \text{ kVA}}{50 \text{ kVA}} \right) = j0.2 \text{ p.u.} \\ \text{b. } Z_{T2} &= Z_{2p.u.} \left( \frac{V_1}{V_{b3}} \right)^2 \left( \frac{S_2}{S_1} \right) \\ &= j0.1 \left( \frac{11 \text{ kV}}{11 \text{ kV}} \right)^2 \left( \frac{100 \text{ kVA}}{50 \text{ kVA}} \right) = j0.2 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } Z_{b(\text{línea})} &= \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(55 \text{ kV})^2}{100 \text{ kVA}} = 30\,250 \, \Omega \\ Z_{(\text{línea})p.u.} &= \frac{Z_{(\text{línea})}}{Z_{b(\text{línea})}} = \frac{j200 \, \Omega}{30\,250 \, \Omega} = j0.0066 \text{ p.u.} \\ \text{d. } V_{Lp.u.} &= \frac{V_L}{V_{Lb3}} = \frac{10 \text{ kV}}{11 \text{ kV}} \\ &= 0.909 + j0 \text{ p.u.} \quad (\text{resistiva}) \\ \text{e. } &\text{Véase figura 14-2b.} \\ \text{f. } I_{bL} &= \frac{S_b}{V_{b3}} = \frac{100 \text{ kVA}}{11 \text{ kV}} = 9.090 \text{ A} \\ \text{g. } I_L &= \frac{P_L}{V_L \cos \theta_L} = \frac{50 \text{ kW}}{11 \text{ kV} \times 0.8} = 5.6818 \text{ A} \\ I_{Lp.u.} &= \frac{I_L}{I_{bL}} = \frac{5.6818 \text{ A}}{9.090 \text{ A}} \\ &= 0.625 \text{ p. u. a FP } 0.8 \text{ en retraso} \\ I_{Lp.u.} &= 0.625(0.8 - j0.6) = (0.5 - j0.375) \text{ p.u.} \\ \text{h. } V_{Sp.u.} &= I_{Lp.u.} Z_{(\text{serie})p.u.} + V_{Lp.u.} \\ &= (0.5 - j0.375)(j0.2 + j0.0066 + j0.2) \\ &\quad + (0.909 + j0) \\ &= (0.1525 + j0.2033) + (0.909 + j0) \\ &= 1.0616 + j0.2033 \\ &= 1.081 \angle 10.84^\circ \text{ p.u.} \\ \text{i. } V_s &= V_{Sp.u.} V_{b1} \\ &= (1.081 \angle 10.84^\circ \text{ p.u.})(11 \text{ kV}) \\ &= 11.9 \angle 10.84^\circ \text{ kV} \end{aligned}$$

Las conclusiones que se sacan del ejemplo 14-28 son las siguientes:

- De nuevo, ya que no se da voltaje de base para la fuente, las impedancias individuales por unidad se refieren a sus propios niveles específicos de voltaje (o circuitos de potencia).
- Pero puesto que se dan los kVA de la fuente, sirven como kVA base para todo el sistema. Todas las impedancias del transformador que se dieron originalmente en p. u. se deben referir a los kVA de la fuente [véanse las soluciones de las partes (a) y (b)].
- Se da la impedancia óhmica de la línea de transmisión y se debe calcular una impedancia base para ella, para a su vez calcular la impedancia p. u. La impe-

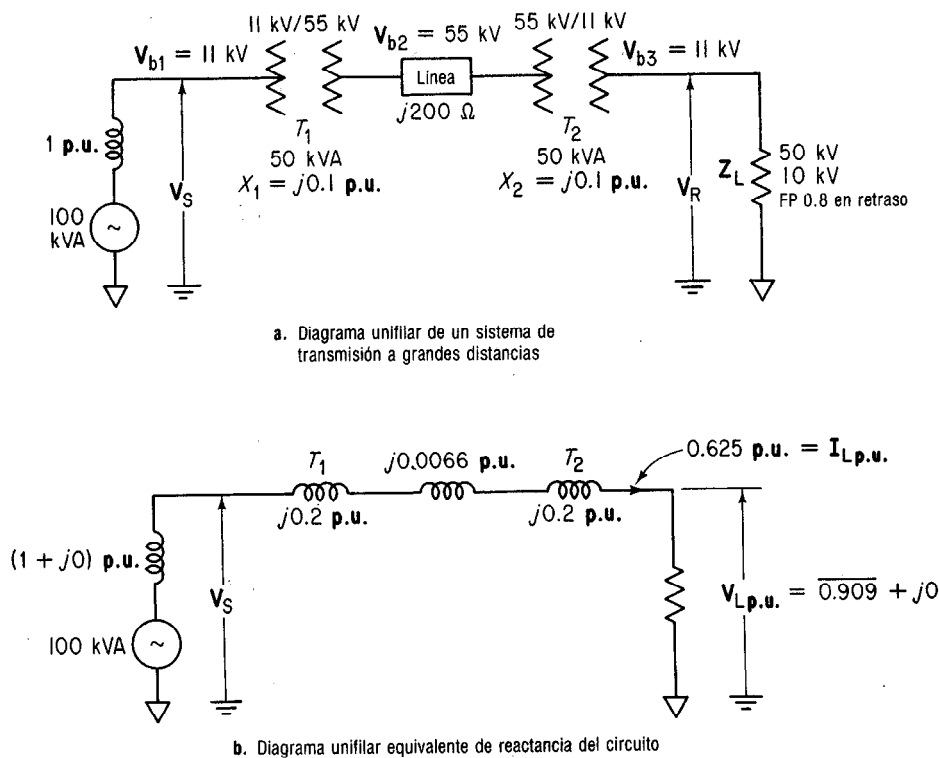


Figura 14-24 Circuitos para el ejemplo 14-28.

dancia base de la línea se calcula empleando su propio nivel de voltaje y los kVA de la fuente [solución de la parte (c)].

4. Igualmente, la corriente base ( $I_{b3}$ ) para el circuito de la carga se calcula empleando los kVA de la fuente y su propio nivel de voltaje [solución de la parte (f)].
5. La corriente de carga  $I_{Lp.u.}$  es cantidad compleja porque la carga está retrasada con respecto a  $V_R$  con FP igual a 0.8 [solución de la parte (g)]. Es la corriente en serie para el diagrama unifilar completo de la reactancia equivalente.
6. Dado que la reactancia p. u. de la fuente puede no ser dato, se acostumbra en general darle el valor 1 p. u. Ello supone que la impedancia de salida de la fuente y su impedancia base son lo mismo. En realidad, el problema se puede resolver sin la impedancia p. u. de la fuente (véase nota 8 más adelante).
7. Se usa la ley de voltaje de Kirchhoff en la parte (h) para calcular el voltaje p. u. de la fuente,  $V_{sp.u.}$  en forma compleja.
8. En la parte (h), la impedancia p. u. del alternador no se usa para calcular  $V_{sp.u.}$ .

En la mayor parte de los casos, el voltaje generado, el voltaje nominal entre terminales, los kVA nominales y la impedancia p. u. de un alternador dado son cantidades que se conocen. En tales casos, la fuente sirve para dar el voltaje base y los kVA base a los cuales se refieren todos los demás parámetros del equipo. El ejemplo 14-29 muestra cómo se obtiene un diagrama unifilar de la reactancia equivalente del sistema

para ese sistema de transmisión. Como se dijo antes, este diagrama es paso intermedio necesario para la solución de problemas de transmisión y distribución de potencia. En este problema, la carga de tres motores, dos transformadores y la línea se refieren todos al voltaje y MVA de base para el alternador.

#### EJEMPLO 14-29

Para el diagrama unifilar de un sistema de transmisión que aparece en la figura 14-25a, calcular

- La impedancia por unidad del  $T_1$ ,  $Z_{1p.u.}$ .
- La impedancia por unidad del  $T_2$ ,  $Z_{2p.u.}$ .
- El voltaje base para la línea larga de transmisión entre  $T_1$  y  $T_2$ ,  $V_{b(línea)}$ .
- La impedancia por unidad de la línea de transmisión,  $Z_{(línea)p.u.}$ .
- La impedancia por unidad de la carga del motor  $M_1$ .
- La impedancia por unidad de la carga del motor  $M_2$ .
- La impedancia por unidad de la carga del motor  $M_3$ .
- Trazar el diagrama unifilar de reactancia equivalente para el sistema completo de transmisión.

#### Solución

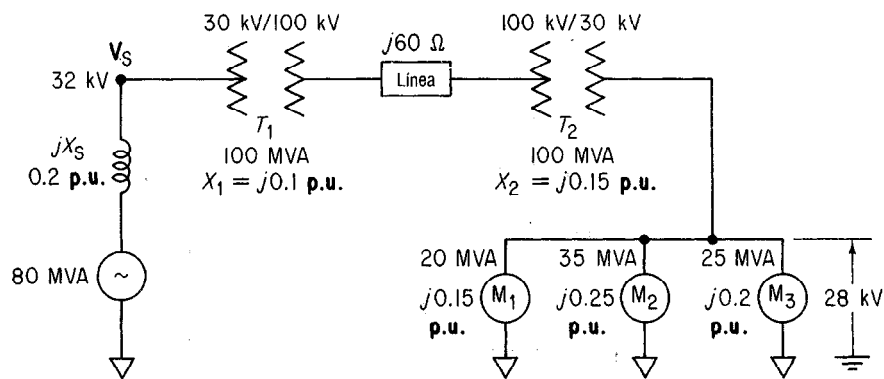
$$\begin{aligned} \text{a. } Z_{1p.u.} &= Z_{p.u.1} \left( \frac{MVA_2}{MVA_1} \right) \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 \\ &= j0.1 \left( \frac{80}{100} \right) \left( \frac{30}{32} \right)^2 = j0.0703 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (14-47)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } Z_{2p.u.} &= j0.15 \left( \frac{80 \text{ MVA}}{100 \text{ MVA}} \right) \left( \frac{30 \text{ kV}}{32 \text{ kV}} \right)^2 \\ &= j0.1055 \text{ p.u.} \\ \text{c. } V_{b(línea)} &= V_{b1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = 100 \text{ kV} \left( \frac{32 \text{ kV}}{30 \text{ kV}} \right) \\ &= 106.6 \text{ kV} \\ \text{d. } Z_{(línea)p.u.} &= Z_{(línea)} \left( \frac{MVA_b}{V_b^2} \right) = j60 \frac{80 \text{ MVA}}{(106.6 \text{ kV})^2} \\ &= j0.4224 \text{ p.u.} \quad (13-6) \\ \text{e. } Z_{M1p.u.} &= j0.15 \left( \frac{80 \text{ MVA}}{20 \text{ MVA}} \right) \left( \frac{28 \text{ kV}}{32 \text{ kV}} \right)^2 \\ &= j0.4594 \text{ p.u.} \\ \text{f. } Z_{M2p.u.} &= j0.25 \left( \frac{80}{35} \right) \left( \frac{28}{32} \right)^2 = j0.4375 \text{ p.u.} \\ \text{g. } Z_{M3p.u.} &= j0.2 \left( \frac{80}{25} \right) \left( \frac{28}{32} \right)^2 = j0.49 \text{ p.u.} \\ \text{h. Véase figura 14-25b.} \end{aligned}$$

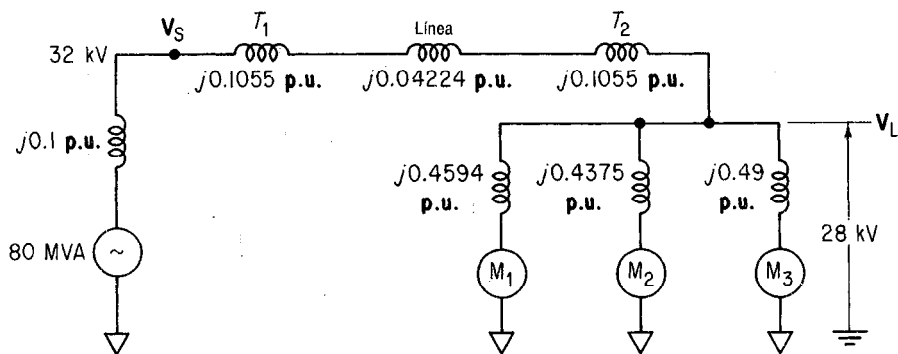
Las conclusiones que se sacan del ejemplo 14-29 son las siguientes:

- Las impedancias p. u. dadas de los motores y transformadores, respectivamente, se han referido al *voltaje base* y a los *MVA base del alternador* empleando la ecuación (14-47).
- El voltaje base de la línea también se remite al voltaje base del alternador en la parte (c) de la solución.
- La impedancia p. u. de la línea se calcula empleando la ecuación (13-6).
- El diagrama de la reactancia equivalente de la línea, en su forma más simple, se muestra en la figura 14-25b. Las cargas de los motores ya no se pueden simplificar más sin conocer las potencias y los FP que consumen cada uno de ellos. Esta información se dio en el problema 14-26, en el que se calculan la corriente de línea y el voltaje de terminales del alternador bajo carga.





a. Diagrama unifilar del sistema de transmisión



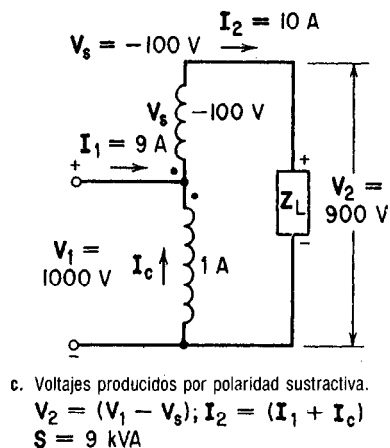
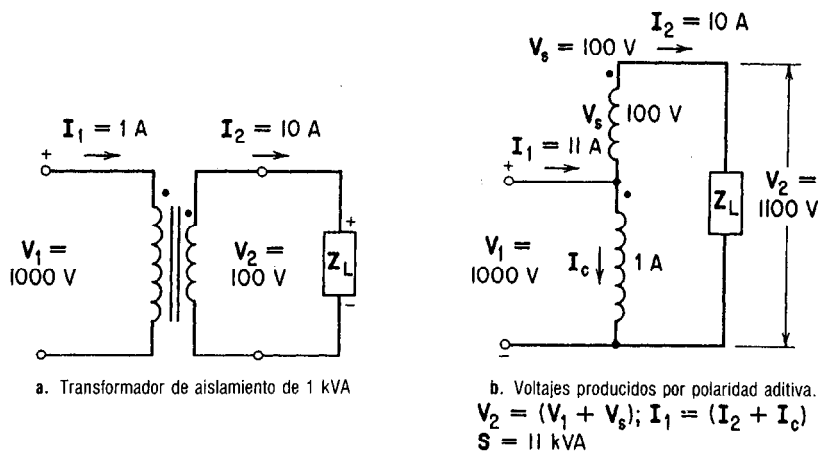
b. Diagrama unifilar equivalente del diagrama de reactancia del circuito

Figura 14-25 Circuitos para el ejemplo 14-29.

## 14-10 AUTOTRANSFORMADORES

El autotransformador es uno de los dispositivos más eficientes que conoce la tecnología. Las eficiencias típicas de los autotransformadores van desde más de 99 hasta muy cerca del 100 por ciento. Además, para el mismo tamaño de núcleo y construcción de devanados, la capacidad de *transferencia* de kVA en los autotransformadores es *mucho mayor* que la de los transformadores convencionales de aislamiento. ¿Cómo puede suceder esto?

La figura 14-26a muestra un transformador convencional de 1 kVA que alimenta una carga  $Z_L$ . Si se conecta el extremo *sin punto* del devanado *secundario* con el extremo *con punto* del devanado *primario* (o viceversa), se obtiene el autotransformador de la figura 14-26b. Así se obtiene una *polaridad aditiva* porque, por la ley del voltaje de Kirchhoff, los voltajes instantáneos del devanado común (1000 V) y del devanado secundario de bajo voltaje (100 V), cuyo voltaje se identifica como  $V_s$ , dan, por suma fasorial, un voltaje de secundario  $V_2$  de 1100 V. Al mismo tiempo, las corrientes, por la ley de corriente de Kirchhoff, en el nodo de la conexión entre los dos devanados,



**Figura 14-26** Autotransformador en los modos de polaridad aditiva y sustractiva.

producen una corriente de 11 A en el primario y una de 10 A en el secundario. Por lo tanto, los kVA que se transfieren de un circuito a otro por este transformador, son  $S = (1000 \text{ V})(11 \text{ A}) = (1100 \text{ V})(10 \text{ A}) = 11 \text{ kVA}$ . Adviértase que esta *transferencia* de kVA es 11 veces la capacidad de kVA del mismo transformador cuando se usa como transformador de aislamiento en la figura 14-26a.

El lector no debe suponer que los kVA *transformados* son lo mismo que los kVA *transferidos*. Como se demostrará, la transferencia total de kVA es la suma fasorial de los kVA *conductivos* más los kVA *transformados*. El aumento en los kVA transferidos por un autotransformador, en comparación con un transformador convencional de aislamiento, se debe a los kVA que se transfieren *conductivamente* del primario al secundario. En resumen, si reconectamos un transformador convencional de aislamiento de kVA determinados para que trabaje como autotransformador, las pérdidas son *las mismas*, el flujo mutuo es *el mismo* y las corrientes en los devanados son *las mismas*. En consecuencia, la capacidad de kVA de un transformador normal de aislamiento, vuelto a conectar como autotransformador, *permanece igual*!

### 14-10.1 Modo de polaridad aditiva

Para el modo de *polaridad aditiva* (véase sección 14-12) del *autotransformador de subida* que aparece en la figura 14-26b, podemos escribir las siguientes ecuaciones generales para voltaje, corriente y potencia aparente:

$$V_2 = V_1 + V_s \quad \text{volts (V)} \quad (14-49)$$

$$I_1 = I_2 + I_c \quad \text{amperes (A)} \quad (14-50)$$

$$S = S_1 = S_2 = V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad \text{volt-amperes (VA) transferidos} \quad (14-51)$$

en las cuales  $I_c$  es la corriente en el devanado *común* al primario y secundario

$V_s$  es la parte del voltaje secundario que se obtiene por *transformación*

$S$  son los VA transferidos por el autotransformador, y no la capacidad en VA del mismo.

Con respecto a esas ecuaciones para el autotransformador de subida en el modo de polaridad aditiva, téngase presente que el *voltaje secundario* es la suma fasorial de los voltajes a través de cada devanado y la *corriente primaria* es la suma fasorial de las corrientes en cada devanado.

### 14-10.2 Modo de polaridad sustractiva

Si el mismo transformador de aislamiento (figura 14-26a) se conecta de tal modo que *ambos extremos con punto* se conecten al *mismo* empalme, como se ve en la figura 14-26c, se obtiene la conexión de *polaridad sustractiva*. En este modo, el transformador se comporta en realidad como un *transformador de bajada*. Para los valores que se dan en la figura 14-26c, los kVA que transfiere este transformador son  $(1000 \text{ V})(9 \text{ A}) = (900 \text{ V})(10 \text{ A}) = 9 \text{ kVA}$ . Adviértase que esta transferencia de kVA, si bien es menor que la del modo de polaridad aditiva, sigue siendo 9 veces la capacidad de kVA del mismo transformador usado como transformador de aislamiento.

Para el modo de *polaridad sustractiva* del autotransformador, podemos escribir las siguientes ecuaciones generales para el voltaje, corriente y potencia aparente:

$$V_2 = V_1 - V_s \quad \text{or} \quad V_1 = V_2 + V_s \quad \text{volts (V)} \quad (14-52)$$

$$I_2 = I_1 + I_c \quad \text{amperes (A)} \quad (14-53)$$

$$S = S_1 = S_2 = V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad \text{volt-amperes (VA) transferidos} \quad (14-51)$$

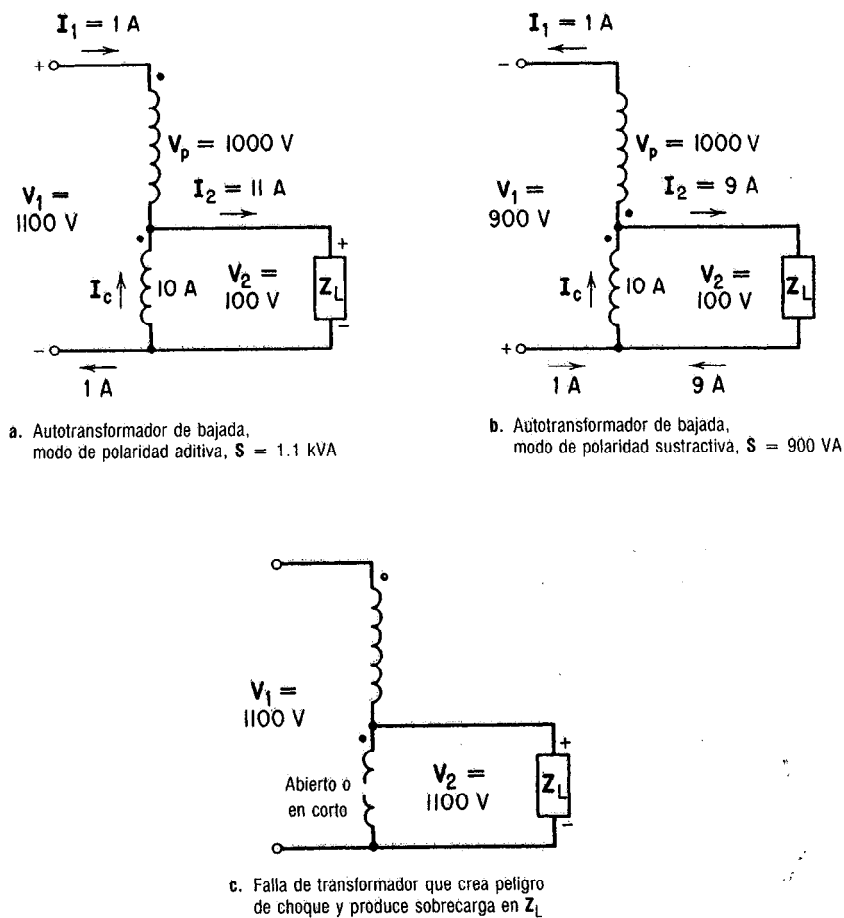
de las cuales se han definido ya todos sus términos.

Estamos ahora en posición de comparar las ecuaciones para el modo de polaridad aditiva, ecuaciones (14-49) y (14-50) con las correspondientes para el modo de polaridad *sustractiva*, ecuaciones (14-52) y (14-53). Podemos sacar las conclusiones siguientes de esa comparación:

1. Se suman los *voltajes* ya sea del primario o del secundario, de modo fasorial.
2. Se suman las *corrientes* ya sea del primario o del secundario, de modo fasorial.
3. Si se suman los *voltajes del primario* (ecuación (14-52), entonces se deben sumar también las *corrientes del secundario* (ecuación 14-53).

4. Si se suman las *corrientes del primario* (ecuación 14-50), entonces también se deben sumar los *voltajes del secundario* (ecuación 14-49).<sup>17</sup>

La validez de esas conclusiones se muestra en las **figuras 14-27 a y b**, en la cual se emplea el autotransformador como de bajada en los modos tanto aditivo como sustractivo. Si bien el voltaje del secundario es 100 V en ambos casos, el voltaje del primario y los kVA transferidos *no son los mismos*.



**Figura 14-27** Autotransformador de bajada en los modos de polaridad aditiva y sustractiva, que muestra los peligros de ese modo de bajada (ver ejemplo 14-30).

<sup>17</sup> Esta conclusión puede parecer obvia a algunos lectores, para obtener *la misma* transferencia de kVA de energía del lado del primario al del secundario.

### 14-10.3 Eficiencia del autotransformador

Al principio de esta sección hicimos notar que aun cuando los transformadores convencionales tienen alta eficiencia, los autotransformadores tienen *eficiencias aún más altas*. Las razones de ello son las siguientes:

1. En un transformador de aislamiento, toda la energía que recibe el primario se debe transformar para alcanzar el secundario. *La transformación de energía ocasiona pérdidas de energía.*
2. Pero en un autotransformador, sólo *una parte* de la energía que recibe éste se transforma; el resto de la energía se transfiere por conducción del primario al secundario. *La energía que se transfiere en forma conductiva no produce pérdidas en el transformador.*

Comparemos la transferencia total de kVA de energía tanto en el modo de bajada como en el de subida. En obvio de simplicidad, sólo usaremos transformadores de polaridad aditiva.

Para el transformador en modo de bajada y polaridad aditiva, podemos escribir, de acuerdo con la figura 14-27a,

$$\begin{aligned} \text{Transferencia total de kVA} &= \text{VA transformados} + \text{VA conductivos} \\ S_T &= V_p I_1 + V_2 I_1 \quad (14-54) \end{aligned}$$

Para el transformador en modo de subida y polaridad aditiva, de acuerdo con la figura 14-26b, podemos escribir

$$\begin{aligned} \text{Transferencia total de kVA} &= \text{VA transformados} + \text{VA conductivos} \\ S_T &= V_s I_2 + V_1 I_2 \quad (14-55) \end{aligned}$$

El ejemplo 14-30 valida las ecuaciones (14-54) y (14-55) para la polaridad aditiva en los modos de bajada y de subida, respectivamente.

El ejemplo 14-30 revela algunas conclusiones importantes respecto a los autotransformadores:

1. Los autotransformadores producen la *máxima* transferencia de kVA a *bajas* relaciones de transformación, es decir, cerca de la unidad;  $\alpha$  es algo más o algo menos que la unidad. En la figura 14-26b,  $\alpha = 1000 \text{ V} / 1100 \text{ V} = 0.91$ ; la transferencia total de kVA es 11 kVA, de los cuales 10 kVA son conducidos y sólo 1 kVA es transformado.
2. Los autotransformadores tienen sus eficiencias *máximas* cuando la relación de transformación es cercana a la *unidad*. Bajo esas condiciones, la *mayor parte* de la energía se transfiere *conductivamente* sin pérdidas. El *pequeño remanente* de la energía se transforma con pérdidas relativamente pequeñas.
3. Si consideramos que el autotransformador de la figura 14-26b consiste sólo de un devanado común, notaremos que la mayor parte de éste conduce 1 A, mientras que las pocas vueltas restantes, la parte de 100 V, conducen 10 A. Esto reduce en forma considerable las pérdidas en el cobre, debido a la reducción de corriente, lo cual aumenta la eficiencia del transformador.

### EJEMPLO 14-30

Para el autotransformador de polaridad aditiva, calcular, tanto en el modo de bajada como de subida,

- La transferencia total de kVA en el modo de bajada con los valores que aparecen en la figura 14-27a
- La transferencia total de kVA en el modo de subida con los valores que aparecen en la figura 14-26b
- La capacidad de kVA del autotransformador de la figura 14-27a
- La capacidad de kVA del autotransformador de la figura 14-26b
- Explicar por qué la transferencia de kVA en la parte (b) es mucho mayor que la de la parte (a).

#### Solución

a.  $S_T = V_p I_1 + V_2 I_1$   
 $= (1000 \text{ V})(1 \text{ A}) + (100 \text{ V})(1 \text{ A})$   
 $= 1 \text{ kVA transformado} + 0.1 \text{ kVA conducido}$   
 $= 1.1 \text{ kVA transferido} \quad (14-54)$

b.  $S_T = V_s I_2 + V_1 I_2$   
 $= (100 \text{ V})(10 \text{ A}) + (1000 \text{ V})(10 \text{ A})$   
 $= 1 \text{ kVA transformado} + 10 \text{ kVA conducido}$   
 $= 11 \text{ kVA transferidos} \quad (14-55)$   
c.  $S_{\text{x-formador}} = V_p I_1 = V_2 I_c = (1000 \text{ V})(1 \text{ A})$   
 $= (100 \text{ V})(10 \text{ A}) = 1 \text{ kVA}$   
d.  $S_{\text{x-formador}} = V_1 I_c = V_s I_2 = (1000 \text{ V})(1 \text{ A})$   
 $= (100 \text{ V})(10 \text{ A}) = 1 \text{ kVA}$   
e. Ambos transformadores tienen la misma capacidad en kVA, que es 1.0 kVA, ya que en ambas partes se usa el mismo autotransformador. Ambos transformadores transforman un total de 1 kVA. Pero el transformador de bajada de la parte (a) sólo conduce 0.1 kVA, mientras que el transformador de subida de la parte (b) conduce 10 kVA del primario al secundario.

- Aun en el modo de bajada de la figura 14-27a, suponiendo que sólo se usa un devanado, la parte principal de éste sólo conduce 1 A, mientras que una pequeña parte conduce 10 A. De nuevo, con ello se reducen en forma considerable las pérdidas en el cobre, haciendo mayor la eficiencia del transformador.
- La capacidad de kVA del transformador normal de 1 kVA de aislamiento, reconectado como autotransformador, permanece en 1 kVA, tanto en el modo de subida como de bajada.
- La capacidad de kVA del autotransformador no es la misma que los kVA que se transfieren de un circuito a otro.<sup>18</sup> En el mejor de los casos, los kVA transferidos pueden ser mayores o iguales a la capacidad de kVA del transformador. En el caso de polaridad *sustractiva*, los kVA transferidos pueden *hasta ser menores* que la capacidad de kVA del transformador. (Véase figura 14-27b.)
- El funcionamiento y comportamiento de cualquier transformador no se puede cambiar tan sólo con reconectarlo de diversos modos. Las pérdidas quedan igual, las corrientes en los devanados quedan iguales y el flujo mutuo en el núcleo queda igual.

<sup>18</sup> Algunos estudiantes cometen con frecuencia este error. Es un error que se puede encontrar en algunos libros de texto.

#### 14-10.4 Peligro para el personal por el empleo de autotransformadores de bajada para alto voltaje

Llegado a este punto, el lector preguntará: "Si los autotransformadores son tan superiores a los transformadores convencionales de aislamiento, ¿por qué no se usan solamente autotransformadores?"

Una respuesta se ve en la figura 14-27c. Si se abriera el circuito en el devanado común, entonces el voltaje en el secundario, en lugar de ser 100 V, sería *el mismo* que el voltaje del primario, 1100 V. En otras palabras, *los autotransformadores no dan aislamiento entre el primario y el secundario* y, como resultado, carecen de las propiedades de aislamiento que se describieron en la sección 14-4. Además, en el caso de una abertura en el devanado común (figura 14-27c), el extremadamente alto voltaje del secundario podría quemar o dañar seriamente el equipo que se conectara al lado del secundario, ¡sin mencionar la posibilidad de que constituye un serio peligro de choque eléctrico para el personal!

Por lo tanto, los autotransformadores encuentran su mayor aplicación en situaciones en las que intervienen *bajos voltajes*, como en el arranque de motores a voltaje reducido, por ejemplo. En este caso, las ventajas del menor tamaño y peso, costo menor y mayor eficiencia dictan su empleo con desventajas o peligros mínimos para el personal.

#### 14-11 EFICIENCIA EN EL DÍA

Además de predecir la regulación y eficiencia, las pruebas de circuito abierto y a cortocircuito suministran los datos útiles para calcular la eficiencia en todo el día de transformadores de transmisión y distribución en los que, por definición, la *eficiencia en el día* = (energía total entregada por un transformador a una carga)/(entrada total de energía recibida por el transformador), para un periodo de 24 horas.

Enunciada en forma de ecuación, la eficiencia en el día se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Eficiencia en el día} = \frac{W_{\text{sal}(\text{total})}}{W_{\text{ent}(\text{total})}} = \frac{W_{o1} + W_{o2} + W_{o3} + \dots}{W_{\text{sal}(\text{total})} + W_{\text{pérd}(\text{total})}} \quad (14-56)$$

en la cual  $W_{o1}$ ,  $W_{o2}$ ,  $W_{o3}$ , etc. son las necesidades individuales de energía que la carga toma del transformador, conectada con él durante el periodo de 24 hr.  $W_{\text{pérd}(\text{total})}$  es la suma de las pérdidas de energía en el núcleo (fijas) y en el cobre (variables) durante el periodo de 24 horas.

Adviértase que las pérdidas de energía durante un periodo de 24 hr,  $W_{\text{pérd}(\text{total})}$ , consisten de una pérdida fija en el núcleo durante 24 horas, ya que el transformador siempre está energizado, más una pérdida variable de energía en el cobre que cambia en forma directa con la carga fluctuante durante el periodo de 24 horas, como se ve en el ejemplo 14-31. Obsérvese también que la ecuación (14-56) es una relación de energías, y no de potencias, como se ve en el mismo ejemplo.

**EJEMPLO 14-31**

Se espera que el transformador de distribución de 500 kVA del ejemplo 14-20 tenga las siguientes necesidades de carga durante un periodo de 24 horas:

sin carga, 2 horas

20% carga nominal, FP 0.8, 4 horas

40% carga nominal, FP 0.8, 4 horas

80% carga nominal, FP 0.9, 6 horas

Carga nominal, FP unidad, 6 horas

125% carga nominal, FP 0.85, 2 horas

Suponiendo voltaje constante de entrada, y pérdidas constantes en el núcleo, calcular

a. La pérdida en el núcleo en el periodo de 24 horas

b. La pérdida total de energía en el periodo de 24 horas

c. La salida total de energía en el periodo de 24 horas

d. La eficiencia en el día.

**Solución**

a. La pérdida total de energía en el núcleo para 24 horas, incluyendo 2 horas sin carga es:

$$W_c = P_{ct} = \frac{1800 \text{ W} \times 24 \text{ horas}}{10^3 \text{ W/kWh}} = 43.2 \text{ kWh}$$

b. De la prueba de cortocircuito, la pérdida equivalente en el cobre, a la carga nominal = 8.2 kW, y las diversas pérdidas de energía durante el periodo de 24 horas se tabulan del siguiente modo

Por ciento de carga nominal	Pérdida de potencia (kW)	Periodo de tiempo (horas)	Pérdida de energía (kWh)
20	$(0.2)^2 \times 8.2$	4	1.31
40	$(0.4)^2 \times 8.2$	4	5.25
80	$(0.8)^2 \times 8.2$	6	31.50
100	8.2	6	49.20
125	$(1.25)^2 \times 8.2$	2	25.62

Pérdida total de energía de la carga de un periodo de 24 horas = 112.88 (exceptuando 2 horas sin carga)

c. La tabla de la salida total de energía en el periodo de 24 horas es la siguiente:

Por ciento de la carga nominal	PF	kVA cos $\theta$	kW	horas	$W_{\text{sal}}$ energía entregada (kWh)
20	0.7	$0.2 \times 500 \times 0.7$	70	4	280
40	0.8	$0.4 \times 500 \times 0.8$	160	4	640
80	0.9	$0.8 \times 500 \times 0.9$	360	6	2160
100	1.0	$500 \times 1$	500	6	3000
125	0.85	$1.25 \times 500 \times 0.85$	531	2	1062

Energía total necesaria para la carga durante 24 horas = 7142 (excluyendo dos horas sin carga)

d. Eficiencia del día

$$\begin{aligned}
 &= \frac{W_{\text{sal}(\text{total})}}{W_{\text{sal}(\text{total})} + W_{\text{pérd}(\text{total})}} \quad (14-56) \\
 &= \frac{7142 \text{ kWh}}{7142 + 43.2 + 112.88 \text{ kWh}} \\
 &= \frac{7142 \text{ kWh}}{7298 \text{ kWh}} = 97.9 \text{ por ciento}
 \end{aligned}$$

Las conclusiones a las que se llega por el ejemplo 14-31 son las siguientes:

1. No obstante las condiciones de carga y de FP variables, la eficiencia general de un transformador de potencia permanece relativamente alta en un periodo de 24 horas.
2. Se debe esperar la eficiencia relativamente alta en vista de las curvas de eficiencia de la figura 14-21. Esas curvas muestran una eficiencia alta sobre una amplia variación de carga a FP relativamente altos.
3. Sólo una falta completa de uso bajo carga o de funcionamiento a FP extremadamente bajos ocasionará una baja eficiencia del día para la distribución práctica de potencia o de los transformadores de transmisión de potencia.



## 14-12 FASEO, IDENTIFICACION Y POLARIDAD DE LOS DEVANADOS DE LOS TRANSFORMADORES

Además de las pruebas de circuito abierto y cortocircuito que se usaron para determinar la regulación, eficiencia y eficiencia del día de los transformadores comerciales, se acostumbra llevar a cabo varias otras pruebas antes de poner en servicio un transformador. Dos de esas pruebas están relacionadas con *el faseo y la polaridad*, respectivamente, del transformador terminado.

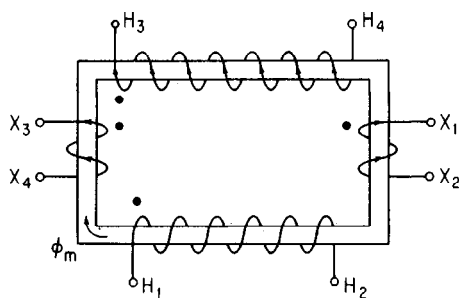
El *faseo* es el proceso mediante el cual se identifican y se corrigen las terminales individuales de los devanados separados de un transformador. La prueba de *polaridad* se lleva a cabo de tal modo que las terminales individuales de los devanados de las bobinas separadas de un transformador se pueden marcar o identificar para saber cuáles son las que tienen la misma polaridad *instantánea*. Primero describiremos la polaridad y después el faseo.

### 14-12.1 Polaridad de las bobinas de un transformador

La figura 14-28 muestra un transformador de varios devanados que tiene dos bobinas de alto voltaje y dos de bajo voltaje. Los devanados de alto voltaje, que son los que tienen muchas vueltas de alambre delgado, se identifican en general con la letra "H" para designar sus terminales. Los de bajo voltaje, como se ve en la figura 14-28, se identifican con la letra "X". Esas bobinas contienen menos vueltas de alambre más grueso.

También aparece en la figura 14-28 la polaridad instantánea, que está identificada por un subíndice de número. La clave particular que se muestra en la figura emplea un subíndice *impar* numérico para designar la polaridad instantánea *positiva* de cada devanado. Obsérvese que el subíndice numérico impar también corresponde al punto que representa la FEM *positiva* que se induce en cada devanado. Así, en el caso de que las bobinas se deban conectar en paralelo o en serie para obtener varias relaciones de voltaje, se puede hacer la conexión en forma correcta teniendo en cuenta la polaridad instantánea.

El lector deberá verificar la manera en la que se asigna un punto o un número impar a los devanados de la figura 14-28. Supongamos que se energiza el primario  $H_1-H_2$ , y que  $H_1$  se conecta en forma instantánea a la terminal positiva de la fuente. El flujo mutuo  $\phi_m$  se establece en el núcleo en forma instantánea en la dirección de las manecillas del reloj que se indica. De acuerdo con la ley de Lenz, se establecen FEM inducidas en los devanados restantes en la dirección que se indica.



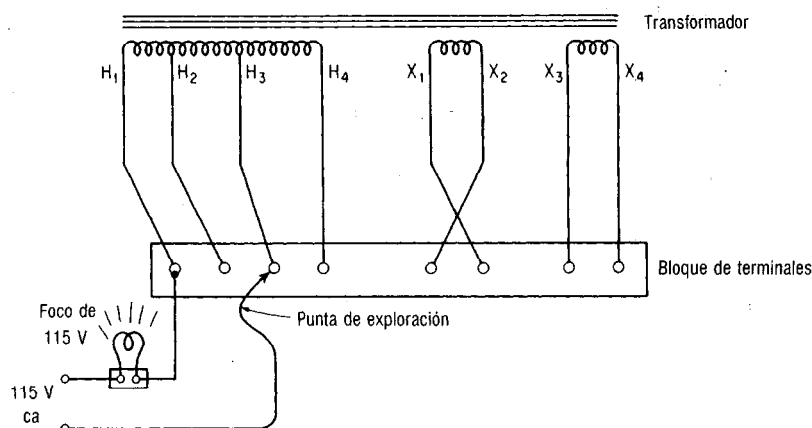
**Figura 14-28** Determinación de la polaridad instantánea de los transformadores mediante el empleo de la convención del punto

Un método alternativo para verificar la convención de puntos de la figura 14-28 es comparar la manera en la que se devanan las bobinas sobre el núcleo. Las bobinas  $H_1-H_2$  y  $X_3-X_4$  se devanan en la misma dirección. Por lo tanto, el punto está en la terminal *izquierda*. Las bobinas  $X_1-X_2$  y  $H_3-H_4$  se devanan de modo igual entre sí, pero en dirección *opuesta* a  $H_1-H_2$ . Esas bobinas deben tener su punto en la terminal *derecha* para indicar polaridad positiva, que al mismo tiempo es opuesta a la de  $H_1-H_2$ .

Desafortunadamente es imposible examinar un transformador comercial y deducir la dirección en la que se han devanado las espiras para determinar ya sea el faseo o la polaridad relativa de sus terminales. Un transformador de varios devanados puede tener desde 5 hasta 50 puntas que van a una caja de terminales. Si es posible examinar los conductores desnudos de las bobinas, su diámetro puede dar alguna indicación acerca de cuáles puntas o terminales están asociadas con las bobinas de alto o de bajo voltaje. Las bobinas de bajo voltaje tendrán conductores de mayor sección transversal que las de alto voltaje. También, las bobinas de alto voltaje pueden tener un aislamiento de mayor capacidad que el de las de bajo voltaje. Sin embargo, este examen físico *no da indicación alguna* acerca de la polaridad o faseo de las salidas de las bobinas, o los extremos de bobina asociados con determinadas bobinas que estén aisladas entre sí.

## 14-12.2 Prueba de faseo del transformador

La figura 14-29 muestra un transformador cuyos extremos de bobina se han llevado a una caja de terminales cuyas puntas no se han identificado todavía en lo que respecta al faseo o polaridad. En esa figura se muestra un método sencillo para fasear los devanados del transformador. El medio de identificación es un foco de 115 V conectado en serie y un suministro de ca de 115 V.



**Figura 14-29** Prueba para faseo de las terminales y las salidas de las bobinas de un transformador mediante el empleo de un foco o un voltímetro de ca como probadores de continuidad.

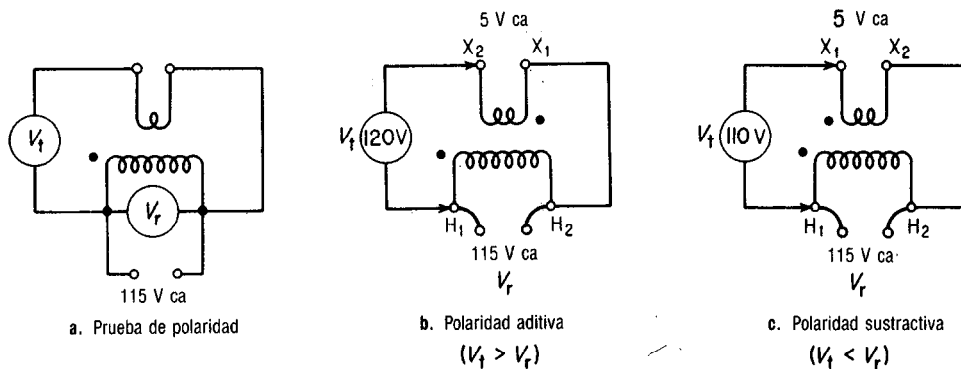
Si el lado de la carga del foco se conecta con la terminal  $H_1$ , como se indica, y la punta de exploración se conecta con la terminal  $X_4$ , el foco no enciende. Si se mueve la punta de exploración de izquierda a derecha a lo largo de la tablilla de terminales no se produce indicación en el foco hasta que se encuentre la terminal  $H_4$ . El foco enciende en las terminales  $H_4$ ,  $H_3$  y  $H_2$ , indicando que sólo las cuatro terminales del lado izquierdo son parte de una bobina única. El brillo relativo del foco también puede dar algún indicio acerca de las salidas. El foco brilla más cuando las puntas están a través de  $H_1-H_2$ , y brilla menos cuando están a través de  $H_1-H_4$ .

Se puede tener una prueba más sensible del faseo de las bobinas y puntas empleando un voltímetro de ca ( $1000 \Omega/V$ ) en lugar del foco, y estando conectado el instrumento a su escala de 150 V. El aparato indicará el voltaje de suministro para cada salida de una bobina común, ya que su resistencia interna ( $150 \text{ k}\Omega$ ) es mucho mayor que la del devanado del transformador. A continuación se puede emplear un ohmímetro de pilas para identificar las salidas por medio de mediciones de resistencia y también para comprobar los devanados de bobinas mediante la prueba de continuidad.

### 14-12.3 Prueba de polaridad del transformador

Habiendo identificado los extremos de bobina mediante pruebas de faseo, se determina la polaridad instantánea relativa mediante el método que se muestra en la figura 14-30, empleando un voltímetro de ca y un suministro adecuado de ca (ya sea al voltaje nominal o menor). La prueba de polaridad consiste de los siguientes pasos:

1. Se selecciona cualquier devanado de alto voltaje y se emplea como bobina de referencia.
2. Se conecta una punta de una terminal de la bobina de referencia con una de cualquier otro devanado de polaridad desconocida.
3. Se identifica a la otra terminal de la bobina de referencia con un punto de polaridad (instantáneamente positiva).



**Figura 14-30** Prueba de la polaridad de los devanados de un transformador que muestra la polaridad aditiva y sustractiva y las identificaciones de las terminales.

4. Se conecta un voltímetro de ca en su escala de mayor voltaje de la terminal con punto de la bobina de referencia a otra terminal de la bobina de polaridad instantánea conocida.
5. Se aplica el voltaje nominal, o menor, a la bobina de referencia.
6. Se anota el voltaje a través de la bobina de referencia  $V_r$  y el voltaje de prueba  $V_t$  entre las bobinas.
7. Si el voltaje de prueba  $V_t$  es *mayor que*  $V_r$ , la polaridad es *aditiva*, y se identifica el punto en la bobina que se prueba como se indica en la figura 14-30b.
8. Si el voltaje de prueba  $V_t$  es *menor que*  $V_r$ , la polaridad es *sustractiva*, y se identifica el punto en la bobina que se prueba como se muestra en la figura 14-30c.
9. Se identifica con  $H_1$  a la terminal con punto de la bobina de referencia, y a la terminal con punto de la bobina que se prueba con  $X_1$ , o cualquier identificación con número non.
10. Se repiten los pasos 2 al 9 para los devanados restantes del transformador.

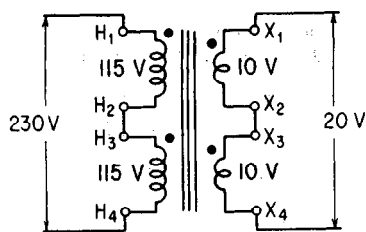
### 14-13 CONEXION EN SERIE Y EN PARALELO DE DEVANADOS DE TRANSFORMADOR

Las pruebas de faseo y polaridad que se acaban de describir son fundamentales cuando se tiene en cuenta que los devanados de un solo transformador de varios devanados o diversos transformadores individuales se pueden conectar ya sea en serie o en paralelo para obtener una variedad de voltajes.

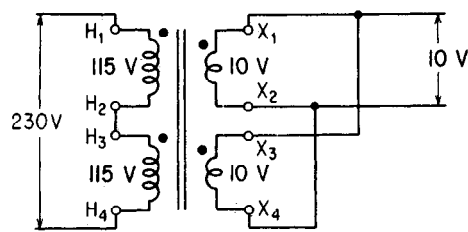
Veamos primero el transformador de varios devanados que se muestra en la figura 14-28, que tiene un voltaje nominal de 115 V para cada devanado de alto voltaje y de 10 V para cada uno de bajo voltaje. Hay cuatro combinaciones posibles de relaciones de voltaje que se pueden obtener empleando este transformador, como se ve en la figura 14-31. Esas combinaciones son las siguientes:

1. Bobinas de alto voltaje en serie; bobinas de bajo voltaje en serie (figura 14-31a).
2. Bobinas de alto voltaje en serie; bobinas de bajo voltaje en paralelo (figura 14-31b).
3. Bobinas de alto voltaje en paralelo; bobinas de bajo voltaje en serie (figura 14-31c).
4. Bobinas de alto voltaje en paralelo; bobinas de bajo voltaje en paralelo (figura 14-31d).

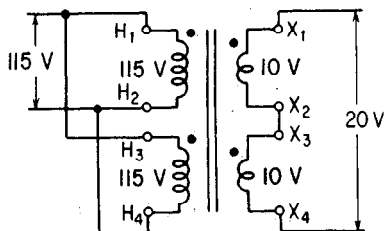
Adviértase que cuando se conectan las bobinas en *paralelo*, las que tienen el *mismo voltaje* y polaridad instantánea están en paralelo: las terminales que tienen números impares están conectadas a un lado de la línea y las de números pares al otro. Cuando las bobinas se conectan en *serie*, las de polaridad instantánea *opuesta* se empalman en una unión (una terminal de número impar se conecta con una de número par), de modo que los voltajes están *ayudándose en serie*. Los voltajes inducidos se opondrían entre sí, dando voltaje de salida cero, si se conectan al contrario. Sin embargo, este último punto no es válido cuando se conectan bobinas *en serie* de voltaje nominal *diferente*.



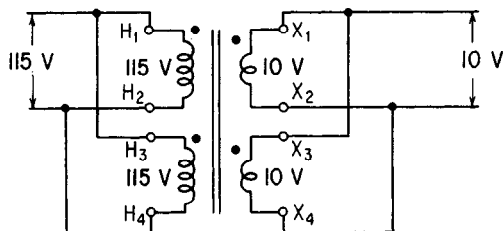
a. Bobinas de alto voltaje en serie, bobinas de bajo voltaje en serie



b. Bobinas de alto voltaje en serie, bobinas de bajo voltaje en paralelo



c. Bobinas de alto voltaje en paralelo, bobinas de bajo voltaje en serie



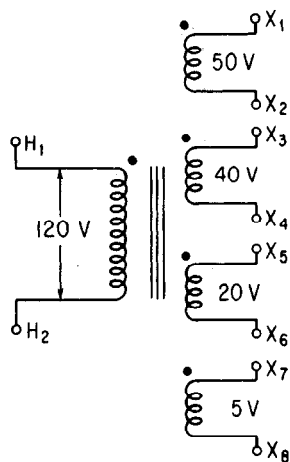
d. Bobinas de alto voltaje en paralelo, bobinas de bajo voltaje en paralelo

**Figura 14-31** Conexión en paralelo y en serie de devanados de transformador de igual voltaje.

Obsérvese que las combinaciones de voltaje que producen las cuatro conexiones que se muestran en la figura 14-31 son, respectivamente, 230/20 V, 230/10 V, 115/20 V y 115/10 V. Si bien se producen cuatro combinaciones de voltaje y corriente con esas conexiones, sólo se producen *tres* relaciones, que son 23/1, 11.5/1 y 5.75/1.

Sólo se pueden conectar *en paralelo* bobinas de *idénticos* voltajes nominales. La razón de ello, como se ve en la figura 14-31d, es que cuando se conectan en paralelo, los voltajes inducidos se oponen instantáneamente entre sí. Así, si dos bobinas que tienen voltajes nominales *desiguales* se conectan en paralelo, se desarrollan grandes corrientes de circulación en ambos devanados debido a que su impedancia interna equivalente es relativamente pequeña, mientras que la diferencia neta entre los voltajes desiguales inducidos puede ser relativamente grande (véase ejemplo 14-32).

Sin embargo, cuando las bobinas se conectan *en serie*, se pueden usar combinaciones de polaridad aditiva y sustractiva. La figura 14-32a muestra un transformador original con sus marcas de polaridad. Empleando sólo polaridad aditiva, las combinaciones posibles de voltaje se muestran en la figura 14-32b. Si se emplea sólo polaridad sustractiva, las combinaciones adicionales se muestran en la figura 14-32c. A continuación se describen los métodos para obtener esas diversas combinaciones.



a. Transformador original

b. Voltajes diferentes producidos por transformación directa o por combinaciones empleando polaridad aditiva:

120/115 V	120/55 V
120/110 V	120/50 V
120/95 V	120/45 V
120/90 V	120/40 V
120/75 V	120/25 V
120/65 V	120/20 V
120/60 V	120/5 V

c. Otros voltajes diferentes producidos por conexiones empleando polaridad sustractiva

120/105 V
120/85 V
120/70 V
120/35 V
120/30 V
120/15 V
120/10 V

**Figura 14-32** Conexión de devanados de transformador de voltajes desiguales en combinaciones en apoyo serie y en oposición serie.

### EJEMPLO 14-32

Un transformador pequeño, de 10 VA con 115 V en el primario tiene dos devanados secundarios, de 6.3 V y 5.0 V, respectivamente, cuyas impedancias son, también respectivamente, de  $0.2 \Omega$  y  $0.15 \Omega$ . Calcular

- La corriente secundaria nominal cuando se conectan los secundarios de bajo voltaje en serie, ayudándose
- La corriente de circulación cuando los secundarios de bajo voltaje se conectan en paralelo, y el por ciento de sobrecarga que se produce

Suponer que ambas impedancias tienen el mismo ángulo de fase.

### Solución

- Ambas bobinas deben conectarse en serie y usarse para ocupar la totalidad de los VA nominales del transformador. Por consiguiente, la corriente nominal en los devanados de 5 V y 6.3 V es

$$I_2 = \frac{S_1}{V_2} = \frac{10 \text{ VA}}{(6.3 + 5) \text{ V}} = \frac{10 \text{ VA}}{11.3 \text{ V}} = 0.885 \text{ A}$$

- Cuando los devanados se conectan en paralelo, la corriente neta de circulación se debe al voltaje neto aplicado a través de la impedancia interna total de los devanados, o sea

$$I_c = \frac{6.3 - 5 \text{ V}}{0.2 + 0.15 \Omega} = \frac{1.3 \text{ V}}{0.35 \Omega} = 3.71 \text{ A}$$

El porcentaje de sobrecarga es

$$\frac{3.71 \text{ A}}{0.885 \text{ A}} \times 100 = 420 \text{ por ciento}$$

El ejemplo 14-32 muestra que

- Aun cuando los voltajes parezcan ser casi iguales, no se pueden conectar en paralelo.
- Sólo se pueden conectar en paralelo devanados que tengan idénticos voltajes nominales pero sólo tomando en cuenta su polaridad instantánea.

3. Si se hace caso omiso de la polaridad instantánea, se ocasiona inmediatamente un cortocircuito. Esto se demuestra en la parte (d) del ejemplo 14-33, en el que se conectan los secundarios en paralelo en forma incorrecta.

### EJEMPLO 14-33

Los datos de prueba de cortocircuito del lado de alta del transformador de 20 kVA que se muestra en la figura 14-31a son 4.5 V, 87 A y 250 W. Calcular

- La impedancia equivalente remitida al lado de alta cuando se conectan las bobinas en serie
- La impedancia equivalente remitida al lado de baja cuando se conectan las bobinas en serie
- La corriente nominal en el secundario cuando las bobinas se conectan en serie
- La corriente en el secundario cuando las bobinas de la figura 14-31a se conectan en cortocircuito con el voltaje nominal aplicado al lado de alto voltaje, y el porcentaje de sobrecarga que se produce.

### Solución

$$\text{a. } Z_{eh} = \frac{V_h}{I_h} = \frac{4.5 \text{ V}}{87 \text{ A}} = 0.0517 \Omega$$

$$\text{b. } Z_{el} = Z_{eh} \times \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 = 0.0517 \Omega \left( \frac{20}{230} \right)^2 = 3.91 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\text{c. } I_{2(\text{nominal})} = \frac{20 \text{ kVA} \times 1000}{20 \text{ V}} = 1000 \text{ A} = 1 \times 10^3 \text{ A}$$

$$\text{d. } I_{2(\text{sc})} = \frac{20 \text{ V}}{3.91 \times 10^{-4} \Omega} = 5.1 \times 10^4 \text{ A} = 51 \times 10^3 \text{ A}$$

El porcentaje de sobrecarga es

$$\frac{51 \times 10^3 \text{ A}}{1 \times 10^3 \text{ A}} \times 100 = 5100 \text{ por ciento}$$

Como se muestra en la parte (d) del ejemplo 14-33 al conectar *en paralelo* los devanados, no es suficiente asegurar que los voltajes nominales de las bobinas del transformador sean los mismos. Las polaridades instantáneas también deben ser las mismas para evitar la corriente secundaria de circulación. Sin embargo, las bobinas de distintos voltajes nominales se pueden *conectar en serie*, ya sea ayudándose u oponiéndose, con peligro relativamente pequeño para el transformador. Esto da lugar a varias posibilidades interesantes de relaciones en los transformadores de varios devanados, como se ve en la figura 14-32.

Con el transformador que se muestra en la figura 14-32a se tiene un total de 21 combinaciones distintas de voltaje, capaces de entregar la corriente nominal del secundario, aparte de las conexiones de autotransformador, con 115 V en el primario. Se presenta un total de 14 voltajes con las combinaciones aditivas en serie o transformación directa, como se ve en la figura 14-32b. Además, son posibles 7 voltajes más por conexiones con combinaciones sustractivas, como se ve en la figura 14-32c. Se deja como ejercicio para el lector el establecer los diversos modos de conectar el transformador para producir esas combinaciones.

No se necesita decir que, si el devanado  $H_1-H_2$  de 120 V en la figura 14-32a *no se usa como primario*, son posibles otras combinaciones, como por ejemplo usar el devanado de 50 V, o el de 40 V, etc. como primario. En esas aplicaciones, se puede usar el transformador como de subida o de bajada, con devanados conectados en serie tanto ayudándose como oponiéndose. De este modo son posibles *muchas más* combinaciones de transformación de voltaje que las indicadas en las figuras 14-32b y c.

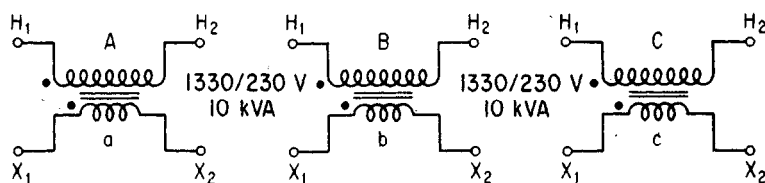
Hay todavía otras combinaciones posibles si el devanado  $H_1-H_2$  se conecta en serie, aditiva, con el devanado  $X_7-X_8$ , conectando  $H_2$  con  $X_7$ , y considerando la conexión como primario de 125 V. De igual modo, si se conecta el devanado de alto voltaje con otros de bajo voltaje se podrían tener voltajes primarios hasta de 230/5 V, y así sucesivamente. Por ello son muchas las posibilidades de transformación de la figura 14-32a. Y todavía se dispone de más si el transformador se conecta como *autotransformador* como se describe en la sección 14-10.

Sin embargo, se debe hacer notar que sólo cuando *todos* los devanados se usan en combinaciones *aditivas* se alcanza, en general, la capacidad completa de kVA del transformador, como se indica en la solución al ejemplo 14-32a. Sin embargo, a veces se usan transformadores especiales para dar la capacidad completa de kVA para cualquier devanado y/o combinación de relaciones, pero esos transformadores en general tienen mayor tamaño debido a que se necesitan más hierro y conductores más gruesos para construirlos. Por lo tanto, al emplear transformadores en diversas combinaciones *en serie*, tanto en ayuda como en oposición, se debe tener en cuenta la posible reducción de capacidad de kVA al emplear los devanados en *aislamiento*, es decir, sin acoplamiento conductor entre ellos.

## 14-14 TRANSFORMACION TRIFASICA

Para transformar una fuente de voltaje trifásico se necesitan ya sea un banco de tres transformadores *monofásicos idénticos*, como se ve en la figura 14-33, o bien un solo transformador polifásico que tenga seis devanados, como se muestra en la figura 14-52, en un núcleo *común* de hierro.<sup>19</sup> En esta descripción emplearemos transformadores monofásicos individuales, pero las mismas conexiones y resultados se obtienen con devanados individuales idénticos en un transformador polifásico.

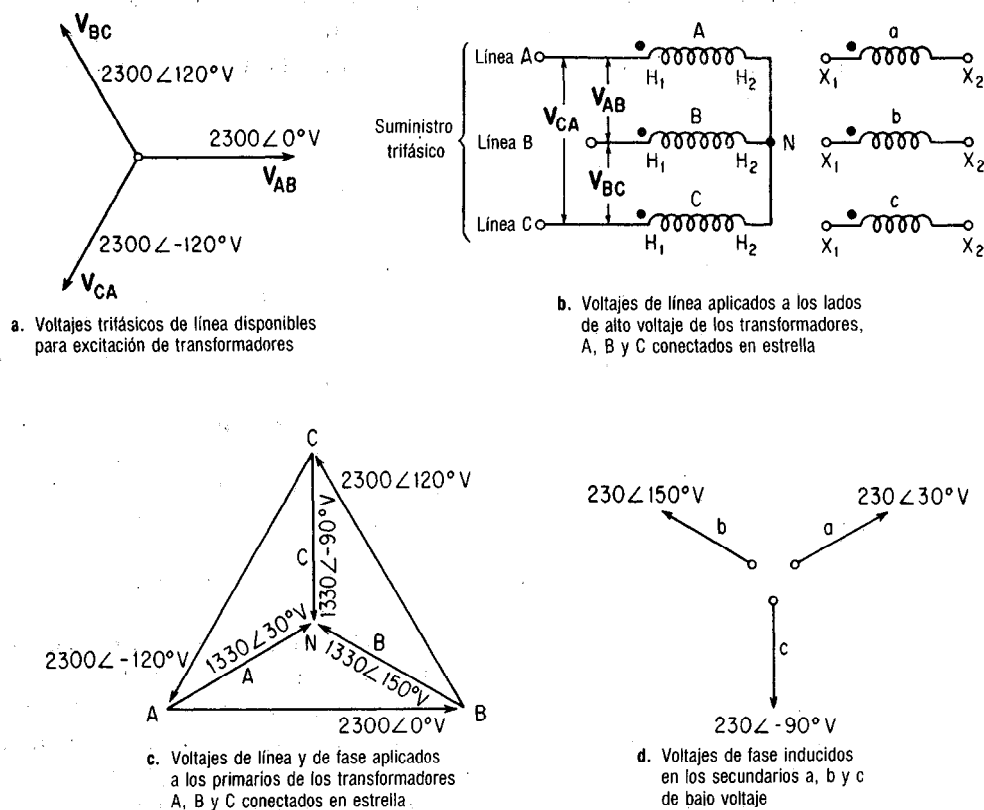
Nótese que los transformadores individuales de la figura 14-33 tienen la *misma* capacidad de kVA y los mismos voltajes nominales de alta y baja. También obsérvese que los transformadores se fasean en forma individual y se marcan adecuadamente para que el subíndice de número impar presente polaridad positiva instantánea, tanto en los lados de alto como de bajo voltaje.



**Figura 14-33** Tres transformadores monofásicos idénticos, a, b y c, mostrando las identificaciones de polaridad, con capacidad de 1330/230 V y 10 kVA cada uno.

<sup>19</sup> Se verá en la sección 14-17 que se prefiere emplear tres transformadores individuales y no uno solo polifásico cuando se necesita continuidad de servicio. Se puede trabajar un banco delta-delta en V-V con un transformador fuera.





**Figura 14-34** Voltajes de línea de fase, trifásicos, aplicados a los lados de alto voltaje de transformadores conectados en estrella y voltajes de fase inducidos en los lados de bajo voltaje.

Supongamos que el voltaje de línea trifásico del que se dispone para excitación de los transformadores es 2300 V, 3  $\phi$ , 60 Hz, como se ve en la **figura 14-34a**. Los tres voltajes de línea están desplazados 120° como se muestra, y esa relación representa los voltajes entre los tres conductores de la fuente de poder:  $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$  y  $V_{CA}$ , respectivamente, teniendo cada uno la magnitud de 2300 V, algo mayor que el voltaje nominal para el lado de alta de los transformadores individuales. Esto, desde luego, hace que los transformadores individuales deban estar conectados en estrella, como se ve en la **figura 14-34b**. Adviértase que, al hacerlo, se tiene cuidado que la polaridad positiva instantánea (terminal H—1) se conecte al suministro, mientras que la terminal  $H_2$  de cada transformador se conecte a un empalme común (N). Obsérvese que las bobinas de alto voltaje se identifican como A, B y C en la **figura 14-34b**, mientras que las de bajo voltaje, que hasta ahora no se han conectado, se identifican por a, b y c, respectivamente.

La relación entre los voltajes de línea que se aplican por la fuente y los de fase que aparecen a través de las bobinas de alto voltaje se muestra en la **figura 14-34c**. Esta figura es de lo más importante y se debe estudiar con cuidado. El voltaje de fase que

se imprime en el primario A del transformador es  $1330 \angle 30^\circ$  V. El voltaje de fase de la terminal B a la N, impreso en el transformador B es  $1330 \angle 150^\circ$  V. El voltaje de fase de la terminal C a la N, que se aplica al transformador C, es  $1330 \angle -90^\circ$  V.

De acuerdo con la teoría del circuito convencional trifásico,<sup>20</sup> el voltaje  $V_p$  de fase es

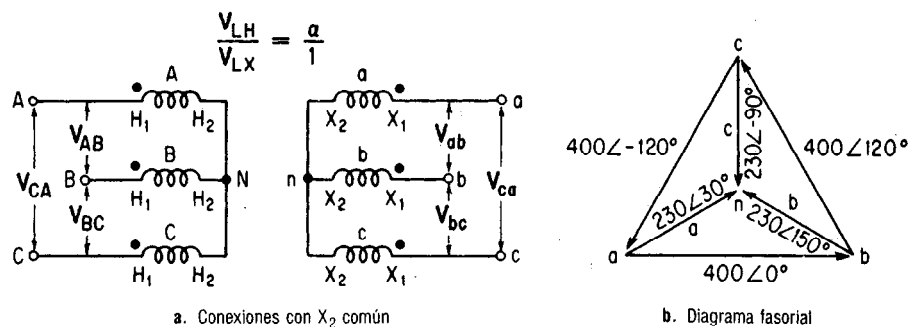
$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = 0.577V_L \quad (14-57)$$

siendo  $V_L$  el voltaje de línea o entre conductores.

Así, los voltajes de fase que se muestran en la figura 14-34e no sólo son menores, sino que están desplazados  $30^\circ$  con respecto a los voltajes de línea. Sin embargo, adviértase que los voltajes de fase que se aplican a los tres transformadores, a pesar del corrimiento de  $30^\circ$  en la fase, siguen estando  $120^\circ$  entre sí, de acuerdo con la teoría convencional trifásica. En consecuencia, *la suma fasorial de cualesquiera dos voltajes de fase es el voltaje de línea*, como se indica en la figura 14-34c. Así, el voltaje de línea  $A_{AB}$  es la suma fasorial de los voltajes a través de la bobina A, terminales  $H_1-H_2$ , y la bobina B, terminales  $H_2-H_1$  (inversión del fasor B), como se muestra en las figuras 14-34b y c.

Como resultado de la acción de transformador, los voltajes que se inducen en las bobinas de bajo voltaje a, b y c, respectivamente, tienen *la misma* relación entre sí que los voltajes que se aplican al primario, como se ve en la figura 14-34d. Es obvio que los primarios de 1330 V se deben conectar en estrella con el suministro de 2300 V para no rebasar la capacidad de voltaje de los devanados de alto voltaje del transformador. Esto, a su vez, determina la relación de los voltajes primarios de fase, como se ve en la figura 14-34c, y también las relaciones de fase de los secundarios sin conectar que se muestran en la figura 14-34d. Por lo tanto, la relación que se desarrolla en la figura 14-34d se usará como referencia para los diversos modos en los que se pueden conectar los secundarios.

La figura 14-35a muestra los secundarios conectados en estrella de tal modo que las terminales  $X_2$  se sacan a una unión común (n), y las terminales positivas instantáneas, con punto,  $X_1$  se sacan a las líneas a, b y c, respectivamente. Empleando las rela-



**Figura 14-35** Diagramas de secundarios (terminales  $X_2$ ) conectados en estrella y diagrama fasorial en los que se muestran los voltajes de fase y de línea.

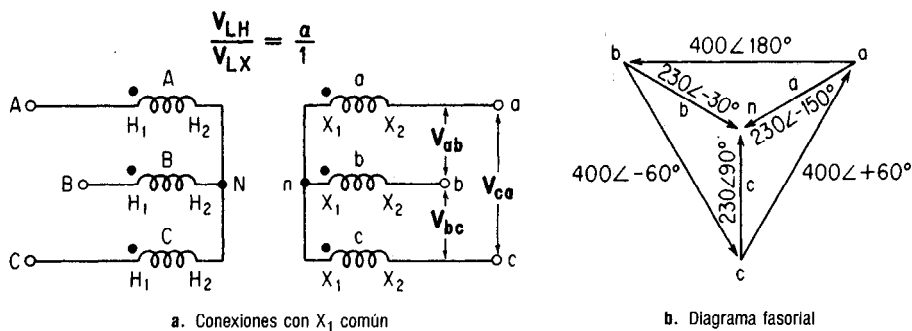
<sup>20</sup> Se presenta una descripción completa de los sistemas y circuitos trifásicos en Kosow, *Circuit Analysis* (Nueva York: John Wiley & Sons, 1988), Cap. 21, págs. 683-726.

ciones fasoriales de la figura 14-34d, los voltajes de fase y de línea de los secundarios conectados en estrella se muestran en el diagrama fasorial de la figura 14-35b. Téngase en cuenta que, en esa figura y de acuerdo con la teoría convencional de circuitos trifásicos, la suma fasorial de cualesquiera dos voltajes de fase produce un voltaje de línea. Así, el voltaje entre los conductores a y b,  $V_{ab}$ , es la suma fasorial de los voltajes a través de  $X_1 - X_2$  de la bobina a y  $X_2 - X_1$  de la bobina b. Por lo tanto,  $V_{ab}$ , como se ve en la figura 14-35B, es  $\sqrt{3}$  veces por la magnitud de sus componentes de fase, y está desplazado  $30^\circ$  con respecto a ellos.

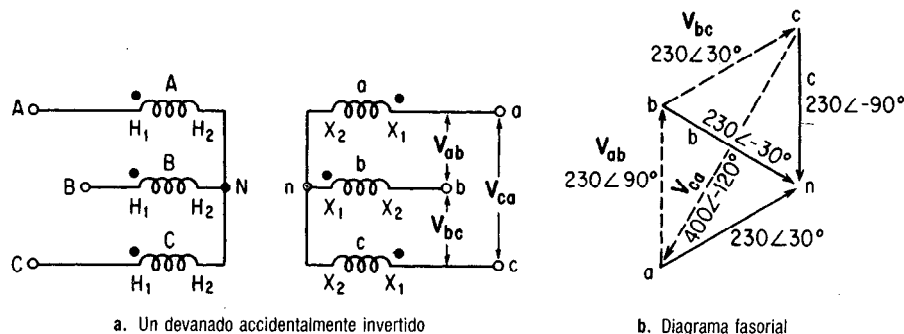
Es de la mayor importancia comparar la figura 14-35b con la 14-34c y notar que, para las conexiones determinadas que se hicieron en la figura 14-35a, no hay desplazamiento entre los voltajes de línea de los secundarios y los voltajes de línea de los primarios. Igualmente, no hay desplazamiento o corrimiento de fase entre los voltajes de fase de los primarios y los voltajes de fase de los secundarios. Las diferencias entre los dos diagramas fasoriales sólo son diferencias en la magnitud de los voltajes, debido a la relación de transformación. Así, el voltaje primario de línea  $V_{AB}$  es  $2300 \angle 0^\circ$  V, mientras que el voltaje secundario de línea  $V_{ab}$  es  $400 \angle 0^\circ$  V. Igualmente, el voltaje primario de fase  $V_{AN}$  es  $1330 \angle 30^\circ$  V, mientras que el voltaje de fase secundario  $V_{an}$  es  $230 \angle 30^\circ$  V.

No se puede pasar por alto la importancia de hacer las conexiones *teniendo en cuenta la polaridad instantánea* con respecto a conectar en paralelo los secundarios y a obtener los voltajes de línea secundarios de la magnitud y relación de fase correctas.

Pensemos en lo sencillo de conectar las terminales  $X_1$ , en lugar de las  $X_2$  a una unión común (n) como se ve en la figura 14-36a. Puesto que las polaridades instantáneas de los tres secundarios son las mismas, el lector puede pensar, al igual que el estudiante en el laboratorio, que los tres secundarios de la figura 14-36 se pueden conectar en paralelo con los secundarios de la figura 14-35. Sin embargo, esta sencilla yuxtaposición de las conexiones produce un cortocircuito cuando se conecta en paralelo por el mismo motivo que determina la conservación de polaridad en los transformadores monofásicos.



**Figura 14-36** Diagrama de secundarios (terminales  $X_1$ ) conectados en estrella y diagrama fasorial en los que se muestran los voltajes de fase y de línea. Nótese las inversiones de fase y de línea de los fasores en comparación con la figura 14-35b).



**Figura 14-37** Efecto de invertir en forma accidental un devanado de fase (bobina b) de los secundarios conectados en estrella y los voltajes desbalanceados de fase y de línea que se producen.

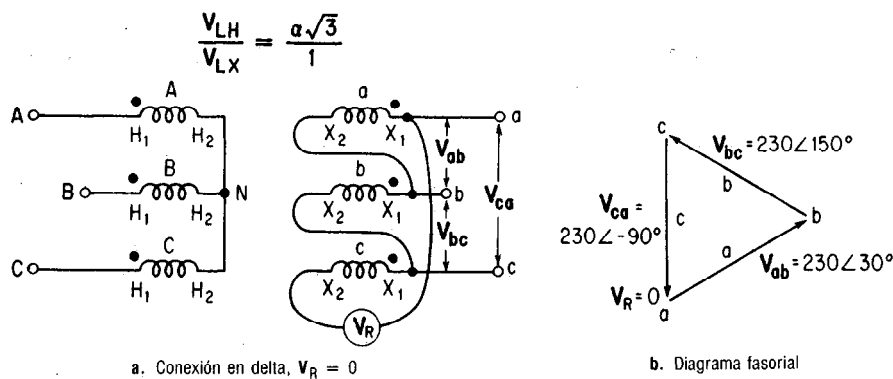
Adviértase que al conectar las terminales instantáneas positivas, con punto, con n en lugar de con la línea, se produce una inversión de 180° tanto en los voltajes de fase como en los de línea, que se muestra en el diagrama fasorial de la figura 14-36b. Así, mientras que las magnitudes de todos los voltajes de fase y de línea son las mismas en las figuras 14-35b y 14-36b, están 180° fuera de fase entre sí y *nunca se pueden conectar en paralelo*. Cualquier intento de hacerlo produce un cortocircuito inmediato. Por lo tanto, los secundarios de las figuras 14-35a y 14-36a *no se pueden* conectar en paralelo.

También se tiene un cortocircuito inmediato al conectar en paralelo en caso de que uno de los devanados secundarios de fase se invierta por accidente al hacer las conexiones en estrella. Esto se muestra en la figura 14-37a, en la cual la bobina b tiene su terminal X<sub>1</sub> con punto conectada al empalme común n y no a la terminal X<sub>2</sub>. Aunque los voltajes de fase siguen estando 120° fuera de fase entre sí, como se ve en la figura 14-37b, la inversión de la bobina b produce voltajes reducidos y defasados en la línea ( $V_{ab} = 230 \angle 90^\circ$  y  $V_{bc} = 230 \angle 30^\circ$ ) y también un voltaje de línea ( $V_{ca} = 400 \angle -120^\circ$  V) mayor que los otros dos.

Obsérvese que los tres voltajes de línea ni son de igual magnitud ni están desplazados 120° entre sí y que, además, no están en fase con los voltajes de línea de la figura 14-35b. Así, si se invierte accidentalmente uno de ellos no se podrán conectar en paralelo los secundarios conectados en estrella con los secundarios conectados en estrella de la figura 14-35a.

Igualmente, si todos los primarios están conectados en estrella, no es posible conectar en paralelo secundarios conectados en estrella y en delta. Las bobinas de bajo voltaje de los transformadores de la figura 14-33 se muestran conectados en delta en la figura 14-38a. Nótese que la conexión en serie o *en malla* de la delta necesita que los extremos de las bobinas de polaridad instantánea *opuesta* se conecten en malla para formar un *circuito cerrado*.

Se acostumbra, como se muestra en la figura 14-38a, emplear un voltímetro para medir un voltaje resultante  $V_r$  antes de *cerrar la delta* entre la terminal X<sub>2</sub> de la bobina c y la terminal X<sub>1</sub> de la bobina a. *Sólo cuando el voltímetro indica cero* se quita el instrumento y se cierra la delta. Con los mismos voltajes aplicados a los prima-

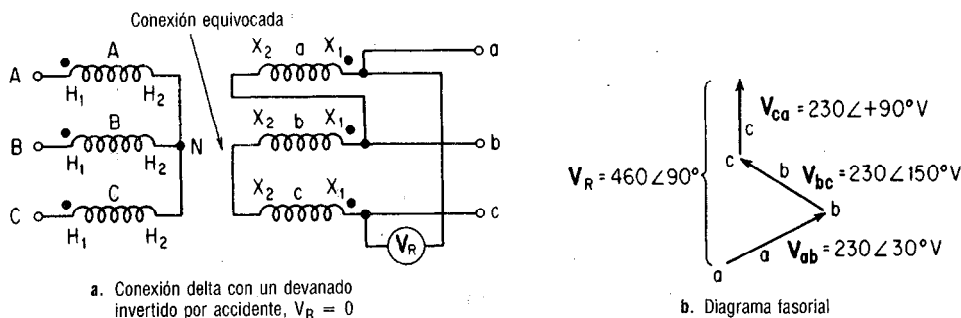


**Figura 14-38** Secundarios conectados en delta y su diagrama fasorial.

rios conectados en estrella, los voltajes de fase de las bobinas secundarias, a, b y c, respectivamente, son los mismos en la figura 14-38b que en la 14-34d.

Por lo tanto, cuando los devanados se conectan en malla, la suma fasorial de los voltajes secundarios de fase *debe ser cero*.<sup>21</sup> Nótese que los voltajes *de fase* y *de línea* de los secundarios conectados en delta son *los mismos* de acuerdo con la teoría de circuitos trifásicos, ya que las terminales de línea se sacan a través de cada fase del devanado conectado en malla.

En la figura 14-39 se muestra la importancia de la lectura del voltímetro antes de cerrar cualquier circuito de malla, en general, y la delta de los secundarios del



**Figura 14-39** Efecto de invertir en forma accidental un devanado de fase de secundarios conectados en delta.

<sup>21</sup> Todos los transformadores comerciales de potencia, monofásicos y polifásicos, necesitan de una corriente *de magnetización no senoidal* para producir una salida senoidal. La razón de ello se explica en Kosow, *Circuit Analysis* (New York: John Wiley & Sons., 1988), sección 22-10.4, págs. 747-748. La forma no senoidal de onda tiene un componente alto de tercera armónica, que está retrasado 90° con respecto a la fundamental, y un componente menor de quinta armónica, en fase con la fundamental. En algunos transformadores cuyos secundarios se conectan *en forma correcta* en malla, en lugar de ser cero, la tercera armónica aparece en el voltímetro como un voltaje bastante grande. Esto da la impresión de que los transformadores *no* están faseados correctamente para la conexión en malla. Pero si se conecta un resistor a través de la delta abierta, permitiendo que pase una corriente por la malla, se suprime inmediatamente la armónica y se tiene voltaje cero a través del resistor. Esto indica que se puede cerrar ya la red y que el faseo es correcto. Las armónicas del transformador se describen en la sección 14-15.

transformador, en especial. Se invierte en forma accidental un devanado del transformador, bobina c, en la red. La polaridad instantánea de la bobina c es  $230 \angle +90^\circ$  en lugar de  $230 \angle -90^\circ$ , como se ve en la figura 14-34d. El diagrama fasorial de la figura 14-39b indica que el voltaje medido en el voltímetro,  $V_R$ , ya no es cero, sino en realidad  $460 \angle 90^\circ$  V, *el doble del voltaje de fase*. Si en la figura 14-39a se cierra la delta *sin* emplear un voltímetro, se produce un cortocircuito grave que causa grandes corrientes de circulación o de malla en los transformadores.

Se señaló antes, pero vale la pena repetirlo, que los secundarios conectados en delta no se pueden conectar en paralelo con secundarios conectados en estrella. Como se ve en la figura 14-35b, no hay corrimiento de fase entre los voltajes de línea de los secundarios y los de línea de los primarios de la figura 14-34a, en transformación Y-Y (estrella-estrella). Pero una transformación estrella-delta, que se muestra en la figura 14-38b, produce un corrimiento de fase de  $30^\circ$  y menores voltajes de línea. Aun si la relación de voltaje de los transformadores en estrella-delta fuera predeterminada para producir los mismos voltajes de línea, el corrimiento de fase, consecuencia de la transformación estrella-delta, prohíbe el trabajo en paralelo.

Por lo tanto, podemos concluir que, teniendo en cuenta adecuadamente los voltajes, relaciones y polaridad instantánea de los primarios y secundarios, y si se conectan en forma correcta las bobinas, son posibles las siguientes *combinaciones en paralelo*, que se han descrito hasta ahora:<sup>22</sup>

1. Estrella-estrella a estrella-estrella: no hay corrimiento de fase entre los voltajes primario y secundario.
2. Estrella-delta a estrella-delta: el mismo corrimiento de fase de  $30^\circ$  entre primario y secundario en todos los transformadores.
3. Delta-estrella a delta-estrella: el mismo corrimiento de fase de  $30^\circ$  entre primario y secundario en todos los transformadores.
4. Delta-delta a delta-delta: sin corrimiento de fase entre primario y secundario.
5. Delta-delta a estrella-estrella: no hay corrimiento de fase entre primario y secundario, pero se necesitan distintas capacidades de voltaje.
6. Estrella-estrella a delta-delta: sin corrimiento de fase de primario a secundario, pero se necesitan distintas capacidades de voltaje.
7. Estrella-delta a delta-estrella: el mismo corrimiento de fase de  $30^\circ$  entre los voltajes de línea primario y secundario. Sin embargo, las capacidades de voltaje entre líneas deben ser las mismas.

Las combinaciones en paralelo que *no* son posibles, a pesar de que se tengan voltajes idénticos de línea en primario y secundario, implican aquellas en las que se produzca un corrimiento de fase en un conjunto y no en el otro. Así, una estrella-delta *no se puede* conectar en paralelo con una delta-delta. Se deja al lector, como ejercicio, hacer una lista de combinaciones que *no* son posibles.

<sup>22</sup> La lista está incompleta porque no incluye los transformadores T-T y V-V. Véase la tabla 14-2, sección 14-18.

**EJEMPLO 14-34**

Una planta industrial toma 100 A a un FP 0.7 en retraso del secundario de un banco de transformadores de 2300/230 V, 60 kVA, estrella-delta. Calcular

- La potencia que consume la planta en kW, y la potencia aparente en kVA
- Las corrientes *nominales* de fase y de línea del secundario del banco de transformadores
- El porcentaje de carga en cada transformador
- Las corrientes de fase y de línea que toma el primario de cada transformador.
- La capacidad de cada transformador en kVA.

**Solución**

$$\begin{aligned} \text{a. } P_T &= \frac{\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta}{1000} = \frac{\sqrt{3} \times 230 \times 100 \times 0.7}{1000} \\ &= 27.9 \text{ kW} \\ \text{kVA}_T &= \frac{P_T}{\cos \theta} = \frac{27.9 \text{ kW}}{0.7} = 39.8 \text{ kVA} \\ \text{b. } I_{P2(\text{nomin})} &= \frac{\text{kVA} \times 1000}{3 V_P} = \frac{60 \text{ kVA} \times 1000}{3 \times 230 \text{ V}} \\ &= 87 \text{ A} \\ I_{L2(\text{nomin})} &= \sqrt{3} I_{P2} = \sqrt{3} \times 87 \text{ A} = 150.6 \text{ A} \\ \text{c. } \frac{\text{Corr. carga por conductor}}{\text{Corr. nomin. por conductor}} &= \frac{100 \text{ A}}{150.6 \text{ A}} \\ &= 0.664 \times 100 \\ &= 66.4 \text{ por ciento} \\ \text{d. } I_{P1} = I_{L1} &= \frac{\text{kVA} \times 1000}{\sqrt{3} V_L} = \frac{39.8 \text{ kVA} \times 1000}{\sqrt{3} \times 2300 \text{ V}} \\ &= 10 \text{ A} \\ \text{e. kVA/transformador} &= \frac{\text{kVA}_T}{3} = \frac{60 \text{ kVA}}{3} \\ &= 20 \text{ kVA} \end{aligned}$$

**EJEMPLO 14-35**

Repetir el ejemplo 14-34 empleando una transformación delta-delta y comparar las corrientes de línea con las de la transformación estrella-delta.

**Solución**

- $P_T = 27.9 \text{ kW}$  (del ejemplo 14-34a)  
 $S_T = 39.8 \text{ kVA}$  (del ejemplo 14-34a)
- $I_{P2(\text{nom})} = 87 \text{ A}$   
 $I_{L2} = 150.6 \text{ A}$  (del ejemplo 14-34b)

- Por ciento de carga/Transf. = 66.4 por ciento
- $I_{P1} = 10 \text{ A}$  (del ejemplo 14-34d)  
 $I_{L1} = \sqrt{3} \times I_{P1} = \sqrt{3} \times 10 \text{ A} = 17.3 \text{ A}$   
La corriente de línea en el primario que toma un banco delta-delta es  $\sqrt{3}$  veces la corriente de línea que toma un banco estrella-delta.
- kVA/transformador.  
= 20 kVA (del ejemplo 14-34e)

Las conclusiones a que se llega en los ejemplos 14-34 y 14-35 son las siguientes:

- La corriente de línea que toma el banco delta-delta es  $\sqrt{3}$  veces mayor que la del banco estrella-delta.
- El banco estrella-delta produce una bajada de voltaje automática con el factor  $1/\sqrt{3}$ . Se presta, por lo tanto, para los sistemas de distribución de bajo voltaje.

**14-15 ARMONICAS EN LOS TRANSFORMADORES**

Se dijo antes (sección 14-14 y la nota al pie Núm. 21) que siempre que se conecten en una malla tres transformadores monofásicos, o los secundarios de un transformador trifásico o polifásico de seis fases, se usa un voltímetro como medida de precaución antes de cerrar la delta (figura 14-38a). Con frecuencia, cuando se hace lo anterior ya sea en el laboratorio o en el campo, el voltímetro no indica cero, ni indica un voltaje como el doble del voltaje de fase (figura 14-39b). Sin embargo, hay reluctancia al cerrar el cir-

cuito de malla, en especial cuando el voltaje puede ser alto cuando se usa un voltímetro electrónico de alta impedancia. Como se dijo antes, el voltaje se debe a un componente de tercera armónica (a  $-90^\circ$ ) relativamente alto, que está presente en casi todos los transformadores comerciales de potencia, con excepción de los que tienen devanados terciarios o que son transformadores trifásicos tipo núcleo. (Véase sección 14-15.3.)

Todos los transformadores monofásicos, cuando se excitan al voltaje nominal, producen una tercera armónica. Esto se debe a que la curva de saturación de los núcleos de los transformadores comerciales aumenta abruptamente y se satura con rapidez, haciendo que la corriente de magnetización se distorsione. Así, un voltaje puramente senoidal a una frecuencia fundamental, produce una corriente de magnetización que contiene la frecuencia fundamental más un componente grande de tercera armónica. En los transformadores monofásicos, la corriente de magnetización es pequeña en comparación con la corriente de carga y la onda de corriente que resulta sólo está ligeramente distorsionada. En consecuencia, en lo relativo a la operación monofásica, las armónicas apenas se notan y no constituyen un problema.

### 14-15.1 Armónicas en transformadores conectados en red

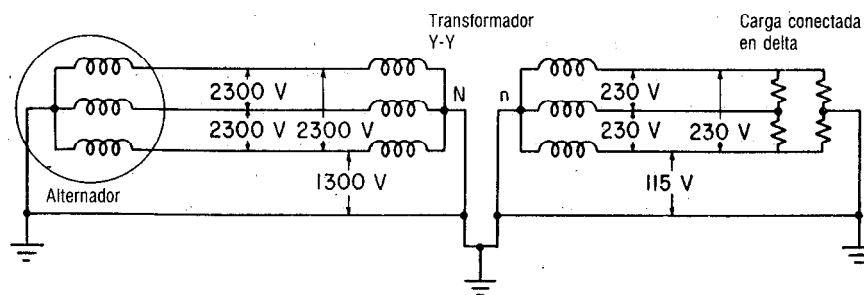
Sin embargo, cuando se conectan tres transformadores monofásicos en delta o seis monofásicos en red, se observa un voltaje debido a las armónicas antes de cerrar la malla (figura 14-38a). En un transformador trifásico, la segunda fase, digamos la fase B, está desplazada  $120^\circ$  con respecto a la fase de referencia, digamos la fase A. La armónica de la fase B está desplazada  $3 \times 120^\circ$  o  $360^\circ$  con respecto a la fase A de referencia. Igualmente, la tercera armónica en la tercera fase (fase C) está desplazada  $3 \times 240^\circ$  o  $720^\circ$  con respecto a la fase A de referencia. Así, es obvio que todas las terceras armónicas que se generen estén en fase entre sí y en fase con sus fundamentales respectivas. Esto explica también por qué el voltaje de malla que se mide (figura 14-38a) *no es cero* antes de cerrar dicha malla.

Pero cuando se cierra la malla, o se conecta un resistor entre sus terminales abiertas, la malla cerrada sirve como "trampa" para las corrientes armónicas. Todas las armónicas impares que se generan por la corriente de excitación del transformador se suman entre sí y forman corrientes de circulación alrededor de la delta, como lo hacen las corrientes fundamentales normales de fases en la delta. Si bien es cierto que la corriente adicional circulante que crean las armónicas se suma a las pérdidas óhmicas de potencia de los transformadores, la conexión en delta o en malla tiene la ventaja, en los sistemas delta-estrella, de mantener el neutro en el centro geométrico de los voltajes de fase y de línea de la estrella del secundario (figura 14-35b y 14-36b).

### 14-15.2 Armónicas en transformadores conectados en Y o estrella

En los transformadores conectados en estrella *no aterrizada*, se suman entre sí las terceras armónicas y armónicas de órdenes de múltiplos impares, y tienden a forzar al neutro para sacarlo de su centro geométrico. Esto ocasiona un desequilibrio de los voltajes secundarios, tanto de fase como de línea. Además, como no hay trayectoria cerrada para las armónicas tanto en el primario como en el secundario de un transformador conectado en estrella-estrella, las ondas de voltaje de salida también se distor-





**Figura 14-40** Alternador que suministra a un transformador estrella-estrella con carga conectada en delta.

sionan. Por este motivo, prácticamente nunca se usan conexiones en estrella sin aterrizar en transmisión y distribución de potencia.

El neutro se mantiene en su centro geométrico si simplemente se conecta a tierra ya sea en el primario o en el secundario, o en ambos. Con ello se tiene un circuito cerrado para cualquier corriente desbalanceada, o corrientes armónicas al conductor neutro, como se muestra en la figura 14-40. Podemos considerar que esa figura es un diagrama genérico que cumple cada situación de conexión a tierra. Por ejemplo, en una transformación estrella-delta, el neutro del primario del transformador se conecta con el *neutro de la fuente*, y con ello se suprimen las armónicas. En una transformación delta-estrella, el neutro del secundario, como se ve en la mitad derecha de la figura 14-40, se conecta ya sea con el neutro de una carga conectada en delta, o el neutro de una conectada en estrella (figura 14-41a). Cuando se usa transformación delta-delta, no es necesario neutro alguno porque la conexión de la malla constituye trayectoria cerrada para las armónicas del transformador.

### 14-15.3 Supresión de armónicas en transformadores con devanados terciarios

En años recientes se han fabricado grandes transformadores para sistemas tanto de transmisión como de distribución de potencia con un tercer juego de devanados, aparte del primario y el secundario, a los que se les llama devanados *terciarios*. Esos devanados se emplean para suministrar potencia auxiliar para la subestación o para distribución local de potencia.

En algunas aplicaciones también se conectan ya sea capacitores síncronos o capacitores fijos de alto voltaje a través de la salida, conectada en delta, de los devanados terciarios tanto para corrección de factor de potencia, como para regulación o para ambas cosas. Pero la ventaja principal del uso de transformadores con devanado terciario es que la conexión en delta suprime cualquier voltaje de armónicas que se puede generar en los primarios y secundarios conectados en estrella, de los transformadores de transmisión y distribución.

Se puede demostrar que los devanados terciarios conectados en delta tienden a actuar como sistema de control automático con retroalimentación. En el caso de corrientes de carga desbalanceadas en el secundario, que se reflejan como corrientes desbalanceadas en el primario, se establece una mayor corriente de circulación en los devandos terciarios. Esto tiende a restablecer los voltajes de fase tanto en el secundario

como en el primario a sus magnitudes y ángulos normales de fase y con ello se reducen los desequilibrios en el secundario y en el primario.

Los transformadores de devanado terciario se fabrican en la actualidad con capacidad de MVA o kVA que llegan hasta el 35 por ciento de la capacidad total del transformador, sea de transmisión o de distribución. El único tipo de transformador que *nunca* se fabrica con devanados terciarios es el polifásico tipo acorazado o de núcleo, que emplea laminaciones en forma de E. En este diseño, la suma de los flujos trifásicos se suma y siempre da cero en la columna del centro. El resultado es que no se generan terceras armónicas debido al flujo del transformador. Ya que no se producen terceras armónicas en este tipo de transformador puede incluso trabajarse como transformador estrella-estrella sin el empleo de devanados terciarios. Es necesario decir que cuando se conecta ya sea el primario o el secundario en delta, no se tienen problemas con armónicas o de desequilibrio, aun cuando se usen tres transformadores monofásicos sin devanados terciarios.

## 14-16 IMPORTANCIA DEL NEUTRO DEL TRANSFORMADOR EN TRANSFORMACIONES TRIFASICAS

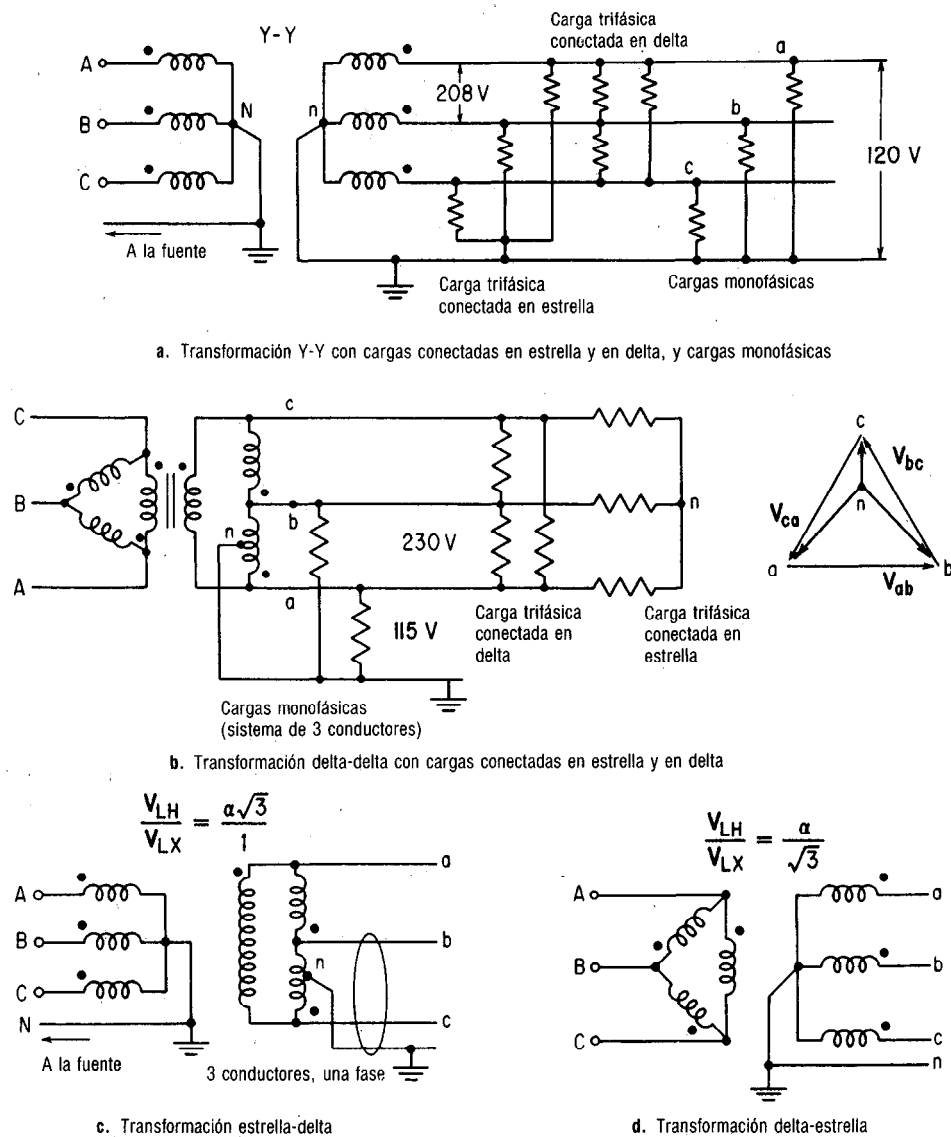
El neutro es fundamental para la supresión de armónicas en sistemas estrella-estrella. Pero, además de esa función, en sistemas estrella-estrella, estrella-delta o delta-estrella, y aun en algunos delta-delta, el neutro también da las siguientes ventajas:

1. Es una trayectoria para las corrientes de desequilibrio debidas a cargas desbalanceadas.
2. Es un medio por el cual se puede suministrar servicio eléctrico *dual*: tanto de voltaje trifásico mayor para mayores cargas de potencia o motores, como menor de una fase para cargas de alumbrado y de aplicaciones domésticas.
3. Es un medio por el que los voltajes de fase, a través de cargas o transformadores conectados en estrella, se balancean con respecto a los voltajes de línea.

En la figura 14-41a se muestra una transformación estrella-estrella. El neutro de la fuente (un alternador o un transformador de mayor voltaje) se conecta con el neutro de los primarios y secundarios del transformador y también se conecta con las cargas. Una carga trifásica conectada en estrella se conecta con el *neutro* para que cualquier desbalanceo de *corrientes* de fase *no desequilibre* los *voltajes* de fase. Las cargas trifásicas en delta se conectan entre los conductores a-b, b-c y c-a, como se ve en la figura 14-41a. Las cargas monofásicas se conectan de un conductor al neutro, como se muestra. Adviértase que, para un secundario conectado en estrella, el voltaje monofásico es  $V_L/\sqrt{3}$ , o sea  $0.577V_L$  de acuerdo con la teoría de los circuitos trifásicos. Así, si los voltajes secundarios de línea  $V_L$  son 208 V, los voltajes secundarios de fase  $V_P$ , entre cualquier conductor o línea y el neutro, son 120 V. *Cualquier* línea de un secundario conectado en estrella puede dar voltajes monofásicos al neutro.

En la figura 14-41b se muestra una transformación delta-delta. Sólo *un* secundario se puede conectar a tierra desde su centro. El primario *nunca* se aterriza debido a que con ello se pondría en corto el transformador en la fuente. El secundario con salida central da voltajes monofásicos que son *la mitad* de los voltajes de línea ( $V_L/2$ ). Obsérvese que las cargas trifásicas conectadas tanto en delta como en estrella se pueden conectar con el secundario de un transformador en delta.

Sin embargo, si la *carga* trifásica conectada en estrella está desbalanceada, las corrientes desbalanceadas producen voltajes *de fase* desbalanceada como se muestra



**Figura 14-41** Cargas monofásicas y trifásicas con neutro en varias transformaciones.

en el diagrama fasorial de la figura 14-41b. Además, si las cargas monofásicas están desbalanceadas, se produce un desequilibrio de voltajes monofásicos debido a la caída en la línea de transmisión de tres conductores. Así, la conexión neutra “flotante” de una transmisión delta-delta, con cargas conectadas en estrella con un neutro común, *no* evita el desequilibrio de voltaje trifásico o monofásico.

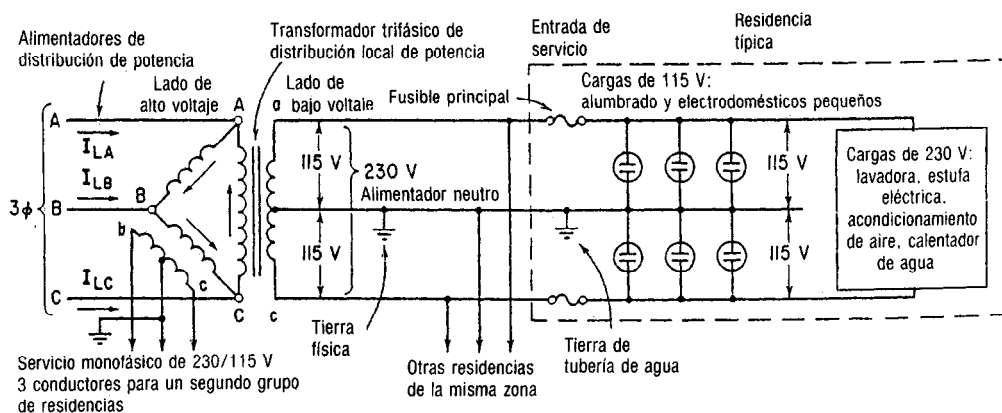
En la figura 14-41c se muestra una transformación estrella-delta. Obsérvese que el neutro del primario está conectado a tierra con la fuente para suprimir las armónicas de éste. Se tiene un sistema monofásico de tres conductores por medio de un neutro sacado al centro entre las líneas b y c. Las líneas a, b y c pueden abastecer a cargas

conectadas en estrella y en delta. Los sistemas estrella-delta son los que más se usan en los sistemas de distribución para bajadas de voltaje, porque los transformadores primarios sólo necesitan estar aislados para el voltaje de fase y no el de línea. Así, el voltaje nominal primario de los transformadores que se necesitan para la transformación de 23000/230 V, con configuración estrella-delta, que se muestra en la figura 14-41c, sólo es de 13300 V. Esa reducción de voltaje conlleva un ahorro considerable en los costos de construcción de los transformadores de alto voltaje.

Igualmente, la transformación delta-estrella que se ve en la figura 14-41d se presta a *transmisión de alto voltaje* porque da un mayor voltaje secundario de línea en comparación con la capacidad de voltaje del secundario del transformador. Así, se puede tener transmisión de 230/23000 V con transformadores cuyos devanados secundarios puedan resistir sólo 13300 V. Nótese, en la figura 14-41d, que se necesita un neutro en el secundario para suprimir las armónicas y dar el neutro necesario para los sistemas estrella-estrella.

Se hizo notar que los sistemas estrella-delta y delta-delta que se muestran en las figuras 14-41d y 14-41c, respectivamente, sólo permiten que una fase de sus secundarios conectados en delta se conecte al centro con la tierra. La salida central y conexión a tierra de cualquier otro secundario conectado en delta pondría en corto al transformador. Pero ¿qué tal si los secundarios del transformador *se aíslan* entre sí, como se describió en la sección 14-4 y se muestra en la figura 14-12?

La figura 14-42 muestra de nuevo el transformador de distribución local de potencia cuyos primarios están conectados en delta. Sin embargo, los secundarios se sacan como devanados monofásicos con conexión central: un total de nueve puntas de las cuales sólo seis se muestran. El secundario  $V_{ca}$  del transformador se emplea para alimentar varias residencias en una determinada zona en la fase C-A. Igualmente  $V_{bc}$  es un secundario que está aislado de  $V_{ca}$  y alimenta a un segundo grupo de residencias en la misma zona; el secundario  $V_{ab}$ , que no se muestra, alimenta un tercer grupo de residencias en la misma zona. Cada uno de los secundarios tiene conexión al centro, que está aterrizada. Pero como los secundarios *ni* están conectados en delta *ni* en estrella, están *aislados entre sí*. Se trata de equilibrar la carga en cada una de las tres fases de los secundarios de modo que las corrientes primaria de fase y de línea estén balanceadas aproximadamente. Adviértase que los secundarios están aislados entre sí, lo



**Figura 14-42** Transformador de distribución de potencia local para servicio residencial, con las tierras de los secundarios aislados.

cual permite que cada conexión central se lleve a tierra sin posibilidad alguna de poner en corto los secundarios del transformador.

Además, considérese el hecho de que el alimentador neutro del secundario *nunca tiene fusibles* y con ello se asegura que los voltajes a tierra nunca rebasen los 115 V en cualquier conductor del secundario. Finalmente, adviértase que el arreglo de tres conductores permite alimentar altas cargas monofásicas a 230 V, los cuales necesitan de cableado de menor capacidad a causa de la menor corriente para tener la misma potencia, mientras que los pequeños electrodomésticos y cargas de alumbrado se alimentan al potencial de 115 V, más seguro.

En este arreglo, los primarios se *conectan en delta* generalmente. Aun bajo condiciones de desequilibrio de carga, los **voltajes** de fase y de línea del primario y secundario **están balanceados**! Si bien las **corrientes** de fase y de línea en el primario pueden estar desbalanceadas, la suma fasorial de las corrientes de línea siempre es cero. Por esos motivos, se usa en forma casi universal el sistema de distribución que aparece en la figura 14-42.

### EJEMPLO 14-36

Una fuente trifásica de tres conductores, 33 kVA, 60 Hz, alimenta al transformador conectado en delta que aparece en la figura 14-42. Las cargas desbalanceadas entre los conductores primarios son:

Carga  $I_{AB} = 10$  kA a FP unidad

Carga  $I_{BC} = 15$  kA a FP 0.7 en retraso

Carga  $I_{CA} = 12$  kA a FP 0.9 en adelanto

Emplear la secuencia ABC de fases y calcular

- La corriente en el conductor A,  $I_A$
- La corriente en el conductor B,  $I_B$
- La corriente en el conductor C,  $I_C$
- La suma fasorial de las corrientes de línea

#### Solución

Primero debemos escribir cada una de las corrientes de fase en forma polar. Puesto que el voltaje de referencia,  $V_{AB}$ , se supone que es 33  $\angle 0^\circ$  kV, podemos escribir que

$$I_{AB} = 10 \angle 0^\circ \text{ kA (a FP unidad).}$$

Pero  $I_{BC}$  está retrasada con respecto a  $V_{BC}$ , que es 33  $\angle -120^\circ$  kV, por el ángulo  $\theta = \cos^{-1}(0.7) = -45.57^\circ$ , y por consiguiente  $I_{BC} = 15 \angle -120 - 45.57^\circ = 15 \angle -165.57^\circ$  kA. Igualmente,  $I_{CA}$  precede a  $V_{CA} = 33 \angle 120^\circ$  kV por el ángulo  $\theta = \cos^{-1}(0.9) = +25.84^\circ$ , y por consiguiente  $I_{CA} = 12 \angle 120 + 25.84^\circ = 12 \angle +145.84^\circ$  kA. Esbiendo las corrientes de fase en forma compleja se tiene

$$I_{AB} = 10 + j0 \text{ kA}$$

$$I_{BC} = 15 \angle -165.57^\circ = -14.53 - j3.738 \text{ kA}$$

$$I_{CA} = 12 \angle +145.84^\circ = -9.93 + j6.738 \text{ kA}$$

De acuerdo con la teoría de circuitos trifásicos convencionales para cargas desbalanceadas conectadas en delta y según la figura 14-42, tenemos que

$$\begin{aligned} \text{a. } I_A &= I_{AB} + I_{AC} = (10 + j0) + (9.93 - j6.738) \\ &= 19.93 - j6.738 = 21.04 \angle -18.68^\circ \text{ kA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } I_B &= I_{BC} + I_{BA} = (-14.53 - j3.738) \\ &\quad + (-10 + j0) = -24.53 - j3.738 \\ &= 24.81 \angle -171.33^\circ \text{ kA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } I_C &= I_{CA} + I_{CB} \\ &= (-9.93 + j6.738) + (14.53 + j3.738) \\ &= 4.6 + j10.476 = 11.44 \angle 66.29^\circ \text{ kA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \Sigma I_L &= I_A + I_B + I_C \\ &= (19.93 - j6.738) + (-24.53 - j3.738) \\ &\quad + (4.6 + j10.476) = 0 + j0 \end{aligned}$$

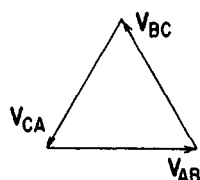
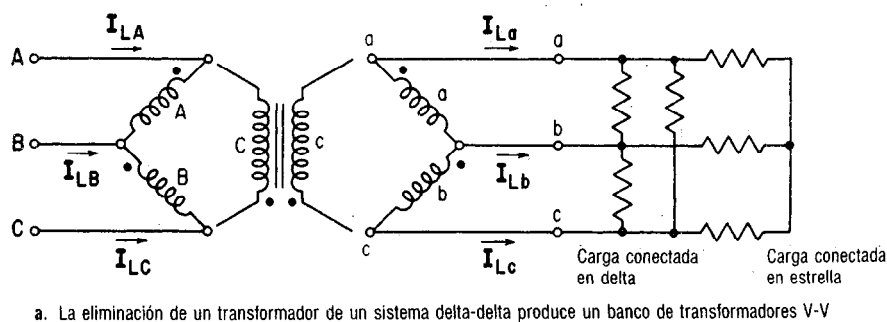
Las conclusiones que se sacan acerca de las cargas desbalanceadas conectadas en delta del ejemplo 14-36 son las siguientes:

1. Las corrientes de fase no son ni de igual magnitud ni están desplazadas  $120^\circ$  entre sí.
2. Las corrientes de línea no son ni de igual magnitud ni están desplazadas  $120^\circ$  entre sí.
3. Sin embargo, la suma de las corrientes de línea en la delta siempre es cero, independientemente de lo desbalanceado de las corrientes de línea o de fase.

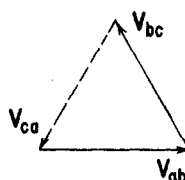
#### 14-17 RELACIONES DE TRANSFORMACION V-V: SISTEMA DE DELTA ABIERTA

Si se daña el primario o el secundario de un transformador en sistema delta-delta, o *se abre* en forma accidental, el sistema continuará entregando energía a una carga trifásica. Si el transformador averiado se desconecta y se saca, como se ve en la **figura 14-43a**, al banco de transformadores que resulta se le llama *sistema de delta abierta*, o V-V. El sistema continúa suministrando potencia trifásica a cargas conectadas en delta y en estrella *sin cambio alguno de voltaje* por los motivos que se muestran en las figuras 14-43b y c.

La figura 14-43b muestra las relaciones fasoriales para los voltajes trifásicos de línea aplicados a los primarios del sistema V-V. Las relaciones fasoriales para los voltajes de fase y de línea que se inducen en los dos secundarios se muestran en la figura



b. Voltajes de línea aplicados al primario V-V



c. Voltajes secundarios de línea producidos por un banco de transformadores V-V

**Figura 14-43** Banco de transformadores en delta abierta o V-V y relaciones fasoriales.

14-43c. Obsérvese que los voltajes de fase y de línea son los mismos.  $V_{ab}$  es el voltaje que se induce en la bobina a del secundario del transformador.  $V_{bc}$  es el voltaje que se induce en la bobina b del transformador. La suma fasorial de  $V_{ab} + V_{bc}$  produce  $V_{ca}$ , como se muestra en la figura 14-43a y c. En consecuencia, se siguen produciendo tres voltajes de línea a  $120^\circ$  de distancia, en el sistema V-V.

Los volt-amperes que suministra cada transformador en un sistema V-V no es la mitad de los volt-amperes originales, sino *más bien* el 57.7 por ciento. Ello se demuestra como sigue:

Puesto que cada transformador en V-V entrega ahora corriente de línea y no de fase, los volt-amperes que suministra cada transformación en delta abierta, en comparación con los volt-amperes trifásicos totales son:

$$\frac{\text{VA por transformador}}{\text{Potencia } 3\phi \text{ total}} = \frac{V_p I_p}{\sqrt{3} V_L I_L} = \frac{V_L I_L}{\sqrt{3} V_L I_L} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5774 \quad (14-58)$$

La ecuación (14-58) demuestra también que si tres transformadores en delta-delta entregan la potencia nominal y se saca uno de ellos, la sobrecarga en cada uno de los dos que quedan es 173 por ciento, ya que el recíproco de la ecuación (14-58) es la relación de la carga total a la carga por transformador.

Finalmente, esta relación implica también que si dos transformadores se trabajan en V-V y se cargan a la capacidad nominal, la adición de un tercer transformador aumenta la capacidad total en 173.2 por ciento, o sea en el factor  $\sqrt{3}$ . Así, con un aumento de 50 por ciento en el costo de un tercer transformador, la capacidad del sistema se eleva 73.2 por ciento si se convierte un sistema V-V en uno delta-delta. Esto explica el porqué algunas compañías eléctricas, anticipándose a un crecimiento lento en las necesidades de energía de alguna zona determinada, pueden instalar un sistema V-V, para instalar un tercer transformador cuando surja la necesidad.

En el ejemplo 14-37 se debe señalar que, mientras la carga de cada transformador ha aumentado 173 por ciento como resultado de sacar un transformador de un banco delta-delta, los transformadores restantes no se sobrecargan drásticamente, como se ve en la parte (b). Al principio, la carga en cada transformador de 20 kVA en delta-delta, que suministraba a la carga de 40 kVA, era 13.33 kVA. Así, los transformadores en delta-delta de los ejemplos 14-35 y 14-37 no están suministrando a la carga su capacidad nominal plena. Sin embargo, como resultado de la conexión V-V, si se aplica la carga nominal, en cada transformador aumenta drásticamente la carga, en 173.2 por ciento, como se ve en la parte (e).

Así, los dos transformadores en V-V tienen cada uno 15.5 por ciento de sobrecarga. Esta sobrecarga se puede sostener durante algún tiempo, permitiendo la sustitución del tercer transformador.

El ejemplo 14-37 comprueba las relaciones de la ecuación (14-58) y el hecho de que cada transformador lleva el 57.7 por ciento de la carga total, y no la mitad, como se hizo notar antes.

Las compañías eléctricas con frecuencia sacan ventaja de esas relaciones al inicio de un sistema trifásico, con conexiones de transformadores en delta abierta, y agregan un tercer transformador cuando las condiciones de mayor carga lo requieren. Este sencillo expediente se justifica con facilidad, ya que el beneficio de la capacidad agregada, 73.3 por ciento, es más que suficiente para compensar los mayores costos, 50 por ciento, de los dos transformadores.

**EJEMPLO 14-37**

Cada uno de los transformadores del sistema delta-delta del ejemplo 14-35, tiene una capacidad de 20 kVA, 2300/230 V, y el banco abastece a una carga de 40 kVA con FP 0.7 en retraso. Si se saca un transformador averiado para su reparación, calcular, para la conexión V-V,

- La carga en kVA que tiene cada transformador
- El por ciento de la carga nominal que tiene cada transformador
- La carga total nominal de kVA del banco de transformadores en V-V
- La relación de capacidad del banco V-V a la del banco delta-delta
- El aumento porcentual de carga en cada transformador restante al sacar un transformador.

**Solución**

a. 
$$\frac{\text{Carga en kVA}}{\text{Transformador}} \text{ en V-V}$$

$$= \frac{40 \text{ kVA}}{\sqrt{3}} \quad (14-58)$$

$$= 23.1 \text{ kVA/transformador}$$

- b. Por ciento de carga/Transf.

$$= \frac{\text{Carga en kVA/transformador}}{\text{Capacidad en kVA/Transf.}}$$

$$= \frac{23.1 \text{ kVA}}{20 \text{ kVA}} \times 100 = 115.5 \text{ por ciento}$$

- c. Capacidad del banco V-V en kVA
- $$= \sqrt{3} \times \text{kVA nominales/Transf.}$$
- $$= \sqrt{3} \times 20 \text{ kVA} = 34.64 \text{ kVA}$$

d. Relación de capacidades = 
$$\frac{\text{Banco V-V}}{\text{Banco delta-delta}}$$

$$= \frac{34.64 \text{ kVA}}{60 \text{ kVA}} \quad (14-58)$$

$$= 57.7 \text{ por ciento}$$

e. 
$$\frac{\text{Carga original}}{\text{Transformador}} \text{ en delta-delta}$$

$$= \frac{40 \text{ kVA}}{3}$$

$$= 13.33 \text{ kVA/transformador}$$

Aumento porcentual de carga

$$= \frac{\text{kVA/transformador en V-V}}{\text{kVA/transformador en delta-delta}}$$

$$= \frac{23.1 \text{ kVA}}{13.33 \text{ kVA}} \times 100 = 173.2 \text{ por ciento}$$

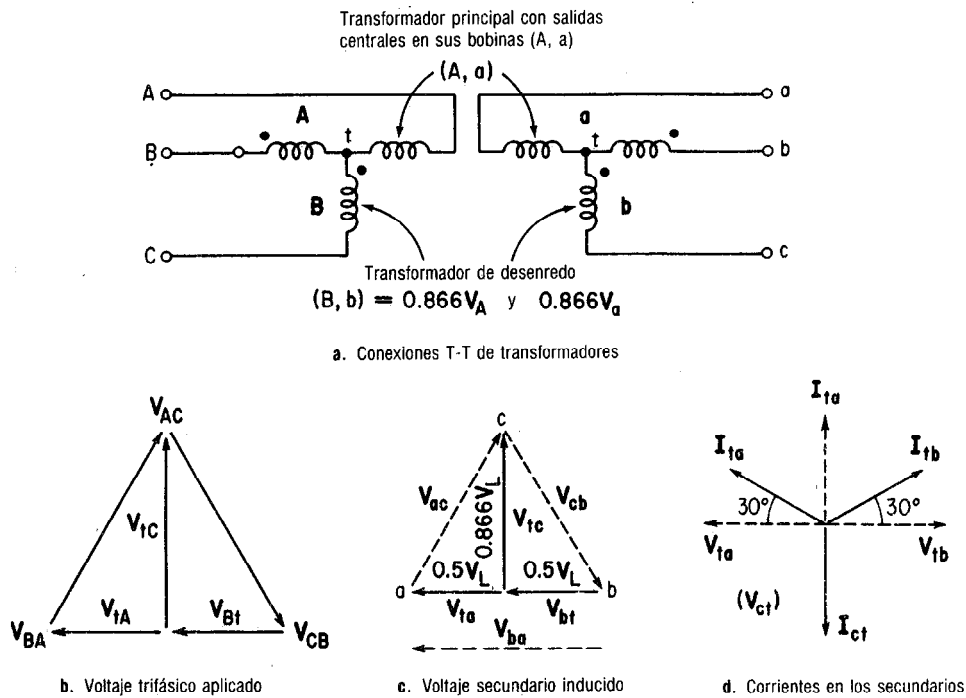
Al igual que las conexiones delta-delta y estrella-estrella, la delta abierta o V-V no produce desplazamiento de fase del voltaje de línea primario al secundario, como se ve en las figuras 14-43b y c. Por lo tanto, se puede conectar en paralelo con aquellos transformadores *que no tengan desplazamiento de fase*, con los mismos voltajes de línea en el primario y en el secundario (véase tabla 14-2, sección 14-18).

**14-18 RELACIONES PARA TRANSFORMACION T-T**

Al igual que la transformación V-V, es posible emplear sólo dos transformadores para dar una transformación trifásica, si se conectan en T-T. Sin embargo, a diferencia del sistema V-V, el sistema T-T necesita de dos transformadores especiales, distintos entre sí. Como el sistema V-V, el nombre del sistema T-T se deriva de la apariencia de sus conexiones, como se ve en la **figura 14-44a**.

Los transformadores especiales que se necesitan para la conexión T-T son un transformador, al que de acuerdo con su nombre en inglés (*teaser*) se le podría llamar *de desenredo* o *de desembrollo en T*, cuyos voltajes nominales primario y secundario son 0.866, o sea el 86.6 por ciento, de los voltajes nominales primario y secundario del transformador *principal* (A, a). El transformador principal es uno con salidas a la mitad de los devanados, o bien uno de varios devanados, que tiene dos devanados iguales





**Figura 14-44** Conexiones de transformadores T-T y relaciones de fase.

primarios y devanados secundarios cuya capacidad de voltaje *total* del transformador conectado en serie es 1.15 veces, o sea el 115 por ciento, de los voltajes primario y secundario del transformador de desenredo, respectivamente.

Los voltajes trifásicos que se aplican al primario de la T,  $V_{AC}$ ,  $V_{CB}$  y  $V_{BA}$  se descomponen en  $V_{Bt}$ ,  $V_{tA}$  y  $V_{tC}$ , para las polaridades instantáneas que se muestran, como se ve en la figura 14-44b, en la que t es la unión o empalme entre el transformador de desenredo y la salida central del principal en la figura 14-44a. Los voltajes secundarios inducidos están en fase con los componentes que se indican para el voltaje aplicado y se representan como fasores de línea llena en la figura 14-44c.

Como se puede ver en la figura 14-44c, el voltaje de línea  $V_{bc}$  es la suma fasorial de  $V_{bt} + V_{tc}$ . Dado que  $V_{bt}$  es  $0.5V_L$ , siendo  $V_L$  el voltaje secundario de línea y  $V_{tc}$  es  $0.866 V_L$ , que es el voltaje nominal del secundario del transformador de desenredo, entonces

$$V_{bc} = V_{bt} + V_{tc} \quad (14-59)$$

$$= 0.5V_L + j0.866V_L = V_L, \text{ el voltaje secundario de línea} \quad (14-60)$$

Igualmente, como se muestra en la figura 14-44c, el voltaje de línea  $V_{ac}$  es

$$V_{ac} = V_{at} + V_{tc} \quad (14-61)$$

$$= 0.5V_L + j0.866V_L = V_L, \text{ el voltaje secundario de línea}$$

y el voltaje de línea  $V_{ba}$  es

$$V_{ba} = V_{bt} + V_{ta} = 0.5V_L + 0.5V_L = V_L \quad (14-62)$$

Puesto que los tres voltajes secundarios de línea que se muestran en la figura 14-44c son iguales (a  $V_L$ ), están en un triángulo equilátero separados a  $60^\circ$ , y su relación fasorial es de  $120^\circ$ , con lo cual producen una verdadera transformación trifásica de los voltajes originales de línea que se aplican al primario.

Las relaciones fasoriales entre corrientes y voltajes para el transformador principal, con salidas al centro, y el de desenredo respectivamente, se muestran en la figura 14-44d. La suma fasorial de las corrientes es cero, como lo es en cualquier sistema trifásico verdadero. Sin embargo, obsérvese que la corriente en el transformador de desenredo  $I_{tc}$  está en fase, a FP unidad, con su voltaje  $V_{tc}$ . Pero también adviértase que las corrientes en el transformador principal preceden o están retrasadas  $30^\circ$  con respecto a sus voltajes de fase componentes. Esas relaciones de corrientes explican del siguiente modo la *disminución de capacidad* de ambos transformadores:

La carga total que suministra el transformador principal es

$$\begin{aligned} VA_{\text{principal}} &= V_{ta}I_{ta} \cos 30^\circ + V_{tb}I_{tb} \cos 30^\circ \\ &= 0.5V_L I_L \cos 30^\circ + 0.5V_L I_L \cos 30^\circ = V_L I_L \cos 30^\circ \\ VA_{\text{principal}} &= 0.866V_L I_L \end{aligned} \quad (14-63)$$

en las cuales  $V_L$  e  $I_L$  son los voltajes y corrientes secundarios de línea, respectivamente. Aunque la corriente de fase y de línea del transformador de desenredo está en fase con su voltaje respectivo de línea, también ese transformador disminuye su capacidad debido a que sus devanados están diseñados para  $0.866V_L$  y por lo tanto

$$\begin{aligned} VA_{\text{desenredo}} &= V_{ct}I_{ct} = (0.866V_L)I_L \\ &= 0.866V_L I_L \end{aligned} \quad (14-64)$$

Como en el caso de los dos transformadores en V-V, el transformador de desenredo y el principal tienen cada uno la mitad de la carga total trifásica, ya que

$$\begin{aligned} VA_{\text{total}} &= VA_{\text{principal}} + VA_{\text{desenredo}} \\ \sqrt{3}V_L I_L &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_L I_L + \frac{\sqrt{3}}{2} V_L I_L = 0.866V_L I_L + 0.866V_L I_L \end{aligned} \quad (14-65)$$

Para transformaciones trifásicas, las ecuaciones anteriores indican que no se tiene ventaja si se usa un banco T-T en comparación de uno V-V, por varias razones. Un banco T-T necesita de transformadores especiales, más costosos, y de un arreglo especial de conexiones. El banco V-V se presta fácilmente a la adición del tercer transformador, y cada transformador es uno convencional monofásico. Así, se usan transformadores en T-T, es difícil agregar un tercer transformador para obtener un banco delta-delta porque el transformador de desenredo sólo tiene capacidad para  $0.866V_L$ .

También se puede demostrar que el factor de disminución de capacidad para los transformadores en T-T y en V-V es en realidad el mismo y que no se gana ventaja alguna, por lo tanto, mediante el empleo de transformaciones T-T. La relación de la capacidad de la carga del banco V-V por transformador a la carga total que cada transformador puede suministrar, si ambos se usaran como transformadores conectados en una fase, es

$$\frac{V-V \text{ kVA}}{2 \times (\text{kVA monofásicos})} \text{ o sea } \frac{\sqrt{3} \text{ kVA}}{2 \text{ kVA}} = 0.866$$

Este factor es exactamente el mismo que se tiene para cada transformador en el arreglo T-T, como se ve en las ecuaciones (14-64) y (14-65).

Por esas razones, el banco de transformadores T-T se usa poco, excepto como introducción a la *conexión Scott* que se describe en la sección 14-19.

Al igual que los transformadores V-V, estrella-estrella y delta-delta, los T-T, como se ve en las figura 14-44b y c, no producen desplazamientos de fase entre el primario y el secundario. Por lo tanto se puede conectar en paralelo con cualquiera de los transformadores que no tengan ese corrimiento de fase, siempre que los voltajes primario y secundario sean los mismos y que se conserve la misma polaridad instantánea, como se muestra en la **tabla 14-2**.

Según la **tabla 14-2**, se puede conectar un transformador T-T en paralelo con un sistema V-V, otro T-T, con uno estrella-estrella o uno delta delta, pero no con uno estrella-delta o delta estrella. Así, cualquier transformador de la columna A se puede conectar en paralelo consigo mismo o con otro de esa columna. Igualmente, cualquier transformador de la columna B se puede conectar en paralelo con una combinación idéntica a sí mismo o a otra de la columna B. Así, un transformador delta-estrella se puede conectar en paralelo con otra combinación delta-estrella, o con un banco de transformadores en estrella-delta, ya que en ambos casos se produce un corrimiento de fase igual a 30°.

Ninguna de las combinaciones de transformadores de la columna A se puede conectar en paralelo con alguna de la columna B, bajo ninguna circunstancia, porque estas últimas producen un desplazamiento de fase de 30° entre los voltajes primario y secundario.

#### 14-19 CONEXION DE SCOTT: TRANSFORMACIONES DE 3 A 2 FASES O DE 2 A 3 FASES

Cualquier sistema *polifásico* se puede *transformar*, empleando combinaciones o transformadores adecuados, a otro sistema *polifásico*. Dado un suministro trifásico, es posible obtener cualquier sistema polifásico, desde con dos fases hasta con 24 fases o

**Tabla 14-2 Tipos de transformadores trifásicos que se pueden conectar en paralelo\***

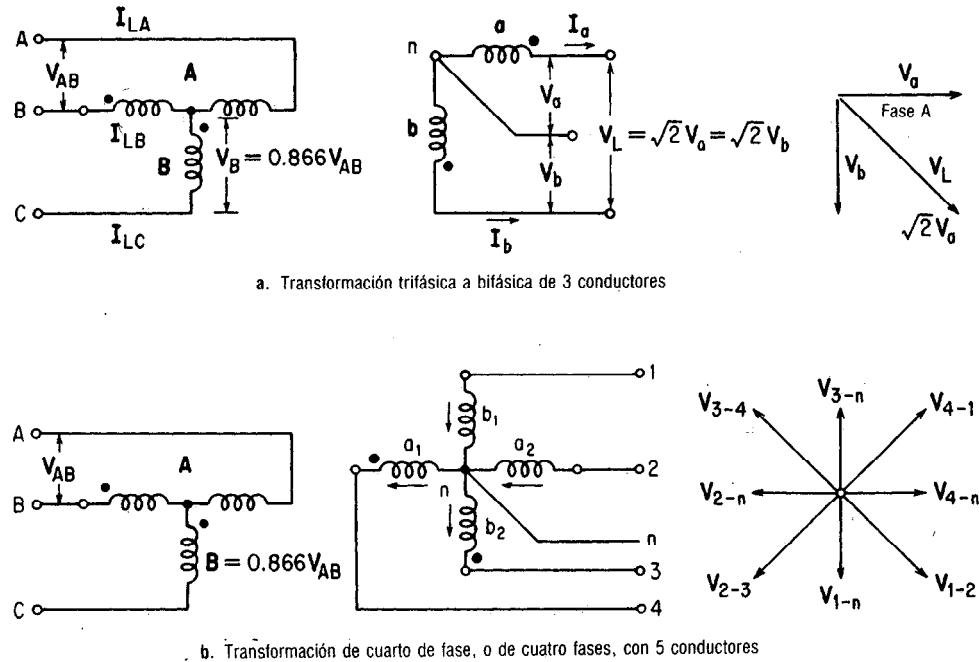
Columna A (desplazamiento de fase = 0°)	Columna B (desplazamiento de fase = 30°)
Y-Y	Δ-Y
Δ-Δ	Y-Δ
T-T	
V-V	

\*Suponiendo los mismos voltajes primarios y secundarios, al igual que la misma secuencia de fase, polaridad instantánea y faseo para producir el mismo desplazamiento de fase (véase sección 14-14).

más.<sup>23</sup> Se desea el empleo de transformadores debido a su eficiencia de conversión que es extremadamente alta.

El diagrama fasorial de la figura 14-44c que muestra los voltajes de fase que se inducen en los secundarios de los transformadores T-T sugiere que hay una relación de *cuadratura* entre los dos fasores. Es la misma relación que existe en los sistemas de  $2\phi$  y  $4\phi$ . Ambas transformaciones se llevan a cabo empleando la llamada *conexión de Scott*.

Al igual que la conexión T-T, se necesitan dos transformadores con salidas especiales. El transformador principal, que se muestra en la figura 14-45a, tiene el primario con una salida al centro, o bien dos devanados iguales conectados en serie. El transformador de desenredo tiene una capacidad de voltaje igual a  $\sqrt{3}/2$ , o sea 0.866, del voltaje nominal del transformador principal. Los secundarios de *ambos* transformadores tienen iguales voltajes nominales y pueden tener salidas centrales, sólo para cuatro fases, como se muestra en la figura 14-45b.



**Figura 14-45** Conexiones Scott para transformaciones bifásicas y de  $4\phi$  (cuarto de fase) a partir de suministro trifásico.

<sup>23</sup> Es imposible emplear transformadores para convertir un sistema monofásico a uno trifásico para grandes potencias. Desde luego que un motor monofásico que impulsa a un alternador polifásico produce un sistema polifásico, pero la eficiencia de esa conversión es el producto de las eficiencias de las máquinas individuales. Una conversión algo más eficiente se logra empleando una máquina única, llamada convertidor de fases de inducción.

Se pueden producir cantidades muy pequeñas de potencia a partir de un sistema monofásico con redes R-C de desplazamiento de fase para producir sistema bifásico el cual, a su vez, se puede transformar en uno trifásico o de más fases.

Se produce un sistema de dos fases y tres conductores, o alambres, si se conectan las salidas de los transformadores y se saca un conductor neutro de esta unión, como se ve en la figura 14-45a. Si se sacan las cuatro puntas de los dos transformadores (*sin* conexión alguna), se produce un sistema de dos fases y cuatro conductores. El diagrama fasorial de la figura 14-45a comprueba la relación entre los voltajes de fase y de línea de un sistema bifásico, empleando la polaridad instantánea de los transformadores, tal como se indica. El voltaje entre líneas es

$$V_L = \sqrt{2}V_P = \sqrt{2}V_a = \sqrt{2}V_b \quad (14-66)$$

donde  $V_P$  es el voltaje de fase, o voltaje inducido en uno de los transformadores  $V_a$  o  $V_b$  (figura 14-45a).

Se obtiene un sistema bifásico de 5 conductores si se conectan las salidas centrales de los secundarios de los transformadores y se lleva un alambre neutro de esta conexión, como se ve en la figura 14-45b. A ese sistema se le llama *de cuarto de fase* ( $4\phi$ ) y 5 conductores. Como se ve en el diagrama fasorial, produce cuatro voltajes de línea y cuatro voltajes de fase (de cualquier conductor al neutro). Los cuatro voltajes de línea están desplazados  $90^\circ$  entre sí, y lo mismo sucede con los cuatro voltajes de fase. Los voltajes de línea son la suma fasorial de cualesquiera dos voltajes de fase y conservan la misma relación que se dio en la ecuación (14-66), o sea  $V_L = 2V_P$ .

Se usa la conexión de Scott para producir potencia trifásica a partir de alimentadores bifásicos, o al revés, en cantidades lo bastante grandes como para hacer trabajar motores y demás equipo polifásico a su voltaje nominal. Así, una habitación que tenga servicio bifásico de tres conductores, de 155/110 V puede emplear fácilmente motores de inducción de jaula trifásicos para 440 V con relativamente poca pérdida de energía, con una transformación de Scott de dos a tres fases, como se muestra en el ejemplo 14-38. Como alternativa entre comprar un motor especial o nuevo en lugar de uno que sea fácilmente asequible, más el costo de los transformadores, la última es normalmente la menos cara, ya que los transformadores son menos costosos que las máquinas rotativas de la misma potencia en kVA.

Las relaciones de voltaje y corriente para la conexión de Scott se obtienen suponiendo primero eficiencia unidad y relaciones de transformación unidad. Así, en la figura 14-45a,

#### EJEMPLO 14-38

Un motor trifásico de inducción de jaula de 100 hp, 440 V, que tiene un FP de 0.8 se va a trabajar con un suministro de 155/110 V bifásico. Suponiendo que los transformadores que se seleccionen tienen una eficiencia de 98 por ciento a plena carga, calcular

- La corriente de línea para el motor (véase apéndice A-3, tabla 430-150 y notas al pie)
- La relación de transformación
- La corriente en el primario de los transformadores de Scott
- Los kVA nominales de los transformadores principal y de desenredo.

#### Solución

a.  $I_L = 124 \text{ A} \times 1.25 = 155 \text{ A}$

b.  $\frac{N_1}{N_2} = \alpha \frac{V_a}{V_L} = \frac{110 \text{ V}}{440 \text{ V}} = \frac{1}{4} = \alpha$

c.  $I_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{I_L}{\alpha \eta} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{155 \text{ A}}{0.25 \times 0.98} = 548 \text{ A} \quad (14-67b)$

d.  $\text{kVA} = \frac{V_a I_a}{0.866 \times 1000} = \frac{110 \text{ V} \times 548 \text{ A}}{0.866 \times 1000} = 69.6 \text{ kVA} \quad (14-64)$

kVA de salida en  $2\phi = \text{kVA de entrada en } 3\phi$

o sea

$$2V_a I_a = \sqrt{3} V_L I_L$$

pero la relación de transformación unidad,  $V_L/V_a = 1$ , y

$$2I_a = \sqrt{3} I_L$$

dando cada una de las corrientes bifásicas ( $I_a$ ,  $I_b$ ) a la salida como

$$I_a = I_b = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \quad \text{para relación de transformación unidad}$$

De acuerdo con la ecuación (14-2a), dado que los amperes-vuelta de la carga de cualquier secundario de transformador deben ser iguales a los amperes vuelta del primario, despreciando la corriente de magnetización, podemos escribir

$$I_a N_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L N_1$$

y ya que la relación de transformación  $\alpha$  es  $N_1/N_2$  y la eficiencia es  $\eta$ , podemos escribir

$$I_a = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \alpha \eta = I_b \quad \text{para transformación de } 3\phi \text{ a } 2\phi \quad (14-67a)$$

$$e \quad I_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{I_L}{\alpha \eta} = I_b \quad \text{para transformación de } 2\phi \text{ a } 3\phi \quad (14-67b)$$

en las cuales  $I_a$  e  $I_b$  son las corrientes de línea bifásicas

$I_L$  es la corriente trifásica balanceada

$\alpha$  es la relación de transformación del primario al secundario

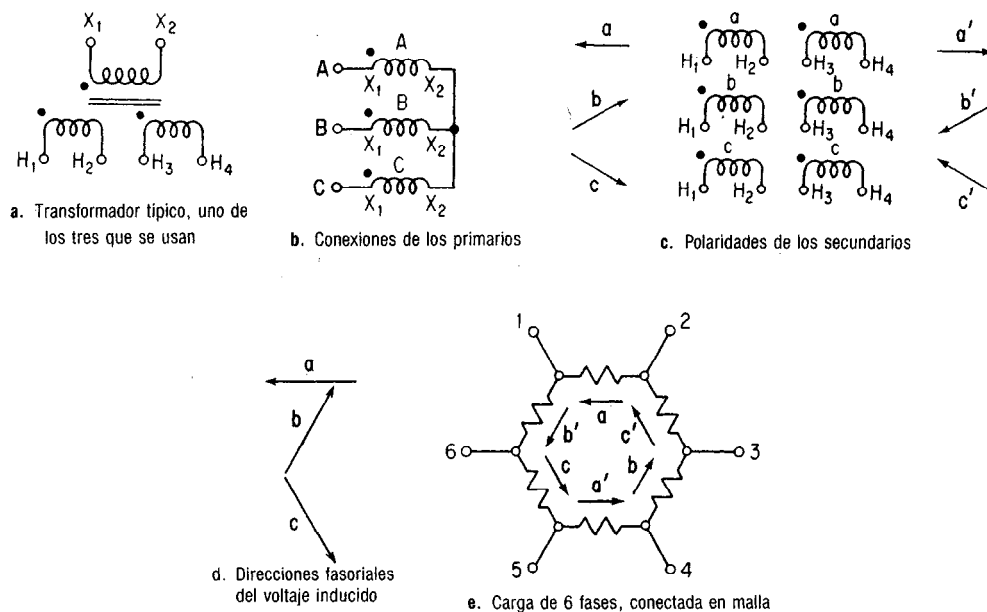
$\eta$  es la eficiencia de los transformadores

## 14-20 TRANSFORMACIONES TRIFASICAS A SEIS FASES

Debido a que su eficiencia es relativamente alta, los transformadores sirven como dispositivos excelentes de transformación polifásica para suministro de sistema de más fases, a partir, en general, de suministros trifásicos. Esos sistemas de más fases son especialmente útiles para rectificación de media onda y onda completa debido a los componentes fluctuantes relativamente bajos (véase sección 14-21). Así, cuando se necesitan grandes cantidades de cd, no es raro convertir la corriente trifásica a 6, 12 o hasta  $24\phi$  mediante transformadores y rectificadores adecuados de media onda o de onda completa de estado sólido. Si bien la teoría de las transformaciones de muchas fases está más allá del propósito de este libro, en esta sección daremos una introducción a la teoría de la transformación polifásica, describiendo las cinco transformaciones básicas, de  $3\phi$  a  $6\phi$ .

El tipo de transformador que se necesita para producir una transformación verdadera,<sup>24</sup> de 3 a 6 fases es el que tiene dos secundarios separados pero iguales. Se necesitan tres transformadores monofásicos de este tipo, aunque se puede usar un

<sup>24</sup> Una transformación verdadera es aquella que produce un sistema polifásico deseado en los secundarios sin necesitar de interconexión de las terminales de los secundarios con la carga. Sólo las conexiones en estrella y en malla producen sistemas polifásicos verdaderos.



**Figura 14-46** Transformadores que se requieren típicamente para una transformación verdadera de  $3\phi$  a  $6\phi$  con conexiones de primarios, direcciones fasoriales de voltajes secundarios y carga de  $6\phi$ .

transformador polifásico único con seis secundarios separados, como se ve en la **figura 14-46**. Para una conversión verdadera a 12 fases, se necesitan transformadores que tengan cuatro secundarios separados; para  $24\phi$ , ocho secundarios separados, y así sucesivamente.

Los tres transformadores están conectados en estrella, aunque se podría usar una delta, con un suministro trifásico, observando las condiciones correctas de polaridad instantánea como se ve en la figura 14-46b. Para la aplicación que se muestra, se desea producir un sistema de alto voltaje de seis fases, y por lo tanto los primarios son de bajo voltaje y los secundarios de alto. Se usará *la misma* conexión de primarios para *todos* los cinco tipos de transformaciones de  $6\phi$  que se describen, y sólo se muestran las conexiones de secundarios en las figuras 14-46 a 14-50, ya que cada una de ellas es distinta. Obsérvese que la polaridad instantánea del secundario y la dirección del fasor del voltaje inducido en cada uno de los secundarios aparece en las figuras 14-46c y d, respectivamente. Esos voltajes están separados  $120^\circ$  ya que están producidos por, y a partir de un suministro trifásico, como se esperaba. Así, las terminales instantáneas con punto que se ven en la figura 14-46c, tienen la dirección fasorial instantánea que se muestra en la figura 14-46d.

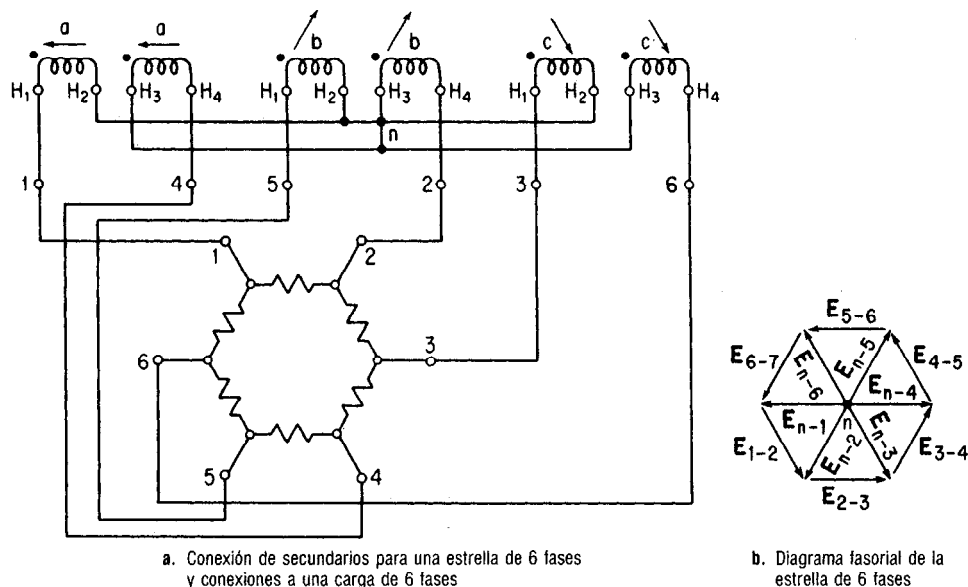
En la figura 14-46e se muestra una carga típica de  $6\phi$  conectada en red. Esa carga con sus terminales, del 1 al 6, se usará como carga en los cinco tipos de transformaciones de  $3\phi$  a  $6\phi$  que se mostrarán, y cuyo objeto será producir las mismas corrientes instantáneas que se ven en la figura 14-46e. La corriente fasorial identificada como **a** se produce por inversión de la corriente fasorial **a** la **b** es la inversa de **b**; la **c'** es la inversa de **c**. Si examinamos la figura 14-46c, podemos casi adivinar cómo se deben conectar las polaridades de los secundarios para producir esas corrientes fasoriales requeridas, que se ven en la figura 14-46e.

## 14-20.1 La estrella de $6\phi$ : una transformación verdadera de 6 fases

La primer transformación que se muestra es la **estrella de seis fases**. En la conexión genérica en estrella, un extremo de todas las bobinas se conecta a un devanado común (por ello, la conexión en Y es un *caso especial de la estrella*). Los extremos  $H_2$  de todas las bobinas secundarias se conectan entre sí, y también los extremos  $H_3$  de todas las bobinas secundarias. A continuación se unen *ambos* conjuntos en una unión común ( $n$ ), como se ve en la **figura 14-47a**. Los seis extremos libres se sacan como terminales 1 a 6, las cuales a su vez se conectan con las terminales 1 a 6 de la carga de  $6\phi$ , como se ve en la figura 14-47a.

Aún si los extremos libres no se conectan con la carga de 6 fases, la estrella  $6\phi$  produce un sistema *verdadero* de 6 fases por las siguientes razones:

1. El voltaje  $E_{n1}$  del neutro a la terminal 1 de línea está en la misma dirección que la polaridad del fasor  $H_2-H_1$  de la bobina a, que se muestra en las figuras 14-47a y b.
2. El voltaje  $E_{n2}$  del neutro a la terminal 2 de línea está en dirección opuesta a la polaridad del fasor,  $H_4-H_3$  de la bobina b, que se ve en las figuras 14-47a y b.
3. Así, se pueden trazar los fasores de  $E_{n1}$  a  $E_{n6}$  en el diagrama fasorial que se encuentra en la figura 14-47b.
4. Así, los voltajes de línea  $E_{61}$ ,  $E_{12}$ ,  $E_{23}$ , etc., se calculan empleando la notación de doble subíndice. Entonces,  $E_{61} = E_{6n} + E_{n1}$ . Es la misma que si se traza una línea de  $E_{n6}$  a  $E_{n1}$  en el diagrama fasorial de la figura 14-47b.
5. Nótese que para la conexión en estrella de  $6\phi$  la magnitud de los voltajes de línea ( $E_{12}$ ,  $E_{23}$ , etc.) es la misma que los voltajes de fase medidos del neutro a cualquier otra línea que sea la misma que el voltaje a través de cualquier bobina.



**Figura 14-47** Conexiones de secundarios en estrella de seis fases y diagrama fasorial.

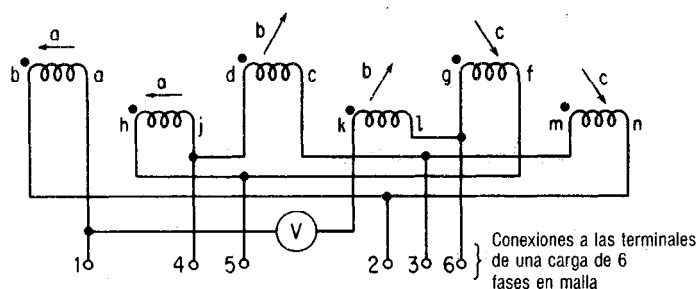


6. Por lo tanto, aun en ausencia de carga, existe la relación que aparece en el diagrama fasorial de la figura 14-47b, y la estrella de 6 fases es un sistema verdadero de  $6\phi$ .

Cuando se conectan las terminales 1 a 6 del suministro de 6 fases con las terminales 1 a 6 de la carga de 6 fases, se aplica el mismo voltaje de línea a través de cada una de las cargas de  $6\phi$  conectadas a la malla, como se ve en las figuras 14-47b y 14-46e, suponiendo que no hay caídas por impedancia interna debidas a la carga en los devanados secundarios del transformador.

## 14-20.2 La malla de 6 fases: una transformación verdadera de 6 fases

Las conexiones del secundario para la malla de  $6\phi$  se muestran en la figura 14-48a. Adviértase que antes de cerrar la malla, como en el caso de un secundario en delta (figura 14-38a) es necesario un voltímetro para asegurar que la suma fasorial de todos los voltajes en serie conectados a la malla es cero. En la figura 14-48b se muestra una tabla de conexiones para simplificar éstas y también para comprobar el diagrama fasorial de la figura 14-48c. Se han identificado con letras los extremos de las bobinas para simplificar la referencia de las conexiones.

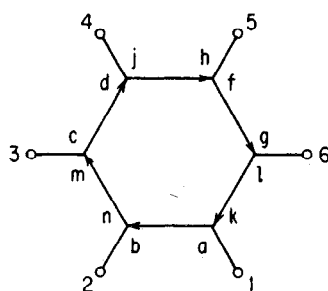


a. Conexiones de los secundarios para una malla de 6 fases

Tabla de conexiones

b	a	n	a	2
m	a	c	a	3
d	a	j	a	4
h	a	f	a	5
g	a	l	a	6
k	a	(V)	a	1
(1)	a	a		

b. Tabla de conexiones



c. Diagrama fasorial y conexiones a las terminales de la carga (la carga es la misma que la de la figura 14-47a)

**Figura 14-48** Conexiones de secundarios en malla de 6 fases (misma carga que en la figura 14-47a) y diagrama fasorial.

El diagrama fasorial de la figura 14-48c se obtiene como sigue:

1. Se comienza con la bobina a-b que sirve de referencia. Con b conectado a n (véase la tabla), el voltaje en la bobina n-m debe estar en la dirección opuesta que se indica, ya que la punta de la flecha corresponde al punto.
2. Con la terminal m conectada con c, el voltaje en la bobina c-d está en la dirección que se indica. La punta de la flecha corresponde al punto.
3. Se muestra el voltaje en la bobina h-j, pero deseamos el voltaje j-h porque d se conecta con j. Por lo tanto, el fasor se invierte como se ve en la figura 14-48c, que es el diagrama fasorial.
4. Estando h conectado con f, el fasor f-g está en la dirección que se indica.
5. Estando g conectado con l, el fasor k-l está en la dirección que se indica. Pero deseamos el fasor l-k, lo cual significa una inversión de fase. Con esto nos regresamos a ab, la bobina de referencia. Las conexiones en el diagrama fasorial de la figura 14-48c son las mismas que las de la tabla de conexiones de la figura 14-48b.

Adviértase que el diagrama fasorial de malla que se muestra en la figura 14-48c produce un sistema *verdadero* de voltajes de 6 entre las terminales de línea de 1 a 6, respectivamente, independientemente de la conexión a una carga de  $6\phi$ , y que los voltajes *de fase* y *de línea* de la malla son *los mismos*.<sup>25</sup>

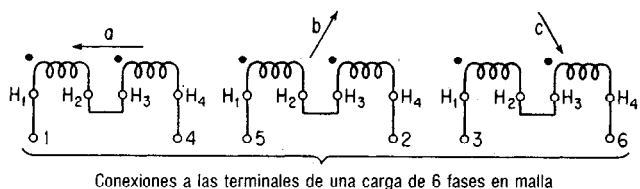
A veces, cuando se conecta la malla de 6 fase (figura 14-48a), aparece un voltaje armónico en el voltímetro si no está a tierra el neutro de la estrella del primario. Si se aterriza el neutro del primario, o si se conectan las bobinas primarias en delta, se eliminará este voltaje armónico (sección 14-15).

### 14-20.3 La conexión diametral de 6 fases

Al examinar las figuras 14-47a y 14-48a, el lector puede descubrir que las conexiones para la estrella y la malla de 6 fases se sacan a la carga en secuencia particular (1-4-5-2-3-6). Los extremos opuestos del primer transformador conectado en estrella se sacan a las terminales 1 y 4 de la carga. Los extremos opuestos del segundo transformador conectado en estrella se llevan a las terminales 5 y 2 de la carga. Los extremos opuestos del tercer transformador conectado en estrella se llevan a las terminales 3 y 6 de la carga. Lo anterior sugiere la posibilidad de una transformación de 3 fases a 6 fases *sin usar transformadores especiales ni conexiones centrales de ninguna especie!*

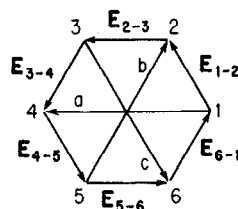
Esta posibilidad se alcanza si se usa la conexión **diametral** que se muestra en la figura 14-49a. Si los extremos de polaridad diametralmente opuesta de cada secundario del transformador se conectan con las terminales de la carga en la secuencia 1-4-5-2-3-6, como se muestra, aparece un voltaje de línea de 6 fases en las terminales de la carga, como en la figura 14-49b. Obsérvese que, en ausencia de una conexión con la carga, los voltajes inducidos en los secundarios de los transformadores a, b y c están desplazados  $120^\circ$ , como se ve en las figuras 14-49a y b. Si se conectan los extremos diametralmente opuestos en la secuencia correcta con las terminales de la carga, como

<sup>25</sup> Por definición, esta relación vale para *cualquier* sistema de malla: la delta trifásica, la malla de 6, la de 12, y así sucesivamente, ya que el voltaje *de fase* de una malla es *el mismo* que su voltaje *de línea*.



Conexiones a las terminales de una carga de 6 fases en malla

a. Conexiones de los secundarios diametrales para 6 fases (la carga es la misma que la de la figura 14-47a)



b. Diagrama fasorial cuando se interconectan a través de una carga de 6 fases

**Figura 14-49** Conexiones de secundarios diametrales en 6 fases y diagrama fasorial.

se señala en el diagrama fasorial de la figura 14-49b, se crean en forma automática seis voltajes de línea que se desplazan en forma apropiada, para formar un sistema de 6 $\phi$ :  $E_{12}$ ,  $E_{23}$ , y así sucesivamente, tal como se muestra.

Como se puede ver en la figura 14-49b, la relación entre el voltaje que se induce en cada devanado secundario completo,  $E_{14}$ , y un voltaje típico de línea de 6 fases,  $E_{12} = E_{6\phi}$  es

$$E_{12} = \frac{E_{14}}{2}$$

y por lo tanto

$$E_{6\phi} = \frac{E_{3\phi}}{2} = E_p \quad (14-68)$$

donde  $E_{3\phi}$  es el voltaje secundario total inducido en cada transformador

$E_p$  es el voltaje "de fase" que se induce en cada bobina secundaria ( $H_1$ - $H_2$  o  $H_3$ - $H_4$ ) de un transformador de dos devanados (si se usa)

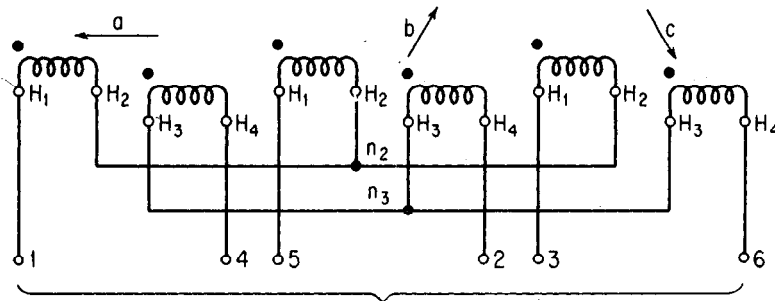
La conexión diametral es quizá la más sencilla de todas las conexiones de 3 $\phi$  a 6 $\phi$  porque *no se necesita interconexión entre los secundarios* y *no se necesitan transformadores especiales*. Se pueden emplear tres transformadores monofásicos de aislamiento idénticos.

Sin embargo, *no produce un verdadero sistema de seis fases*, y si se abre una de las líneas a la carga de 6 $\phi$ , o si aparece un circuito abierto en la red de la carga de 6 $\phi$ , la relación fasorial de la figura 14-49b se vuelve un sistema trifásico simple.

#### 14-20.4 La conexión doble estrella de 6 fases

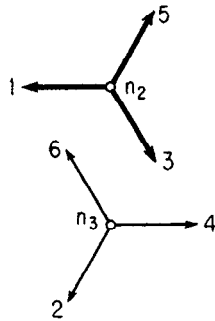
En las figuras 14-50 y 14-51 se muestran otros dos sistemas, que tampoco son sistemas verdaderos de 6 $\phi$ . Ambos sistemas, la doble estrella y la doble delta, necesita también *interconexión con la carga* para producir voltajes de línea de 6 $\phi$ . Debido a que son algo más complicados en las conexiones que se necesitan en los transformadores, rara vez se emplean, en comparación con la conexión *diametral*, excepto si se desea un cambio en el voltaje secundario de línea, como en el caso de la doble delta.

La conexión *doble estrella* se muestra en la figura 14-50a. Un examen detenido revela que es casi la misma que la estrella de 6 $\phi$  (figura 13-38a) con una excepción de menor importancia: las dos terminales de estrella en la Y ( $n_2$  y  $n_3$ ) *no se unen en una*

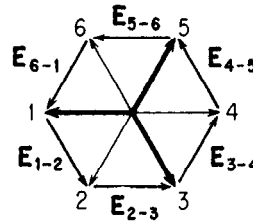


A las terminales de la carga de 6 fases en malla  
(la carga es la misma que la de la figura 14-47a)

a. Conexiones de los secundarios para transformación de 6 fases  
doble Y (no se conectan los neutros con la carga)



b. Diagrama fasorial para  
la doble estrella



c. Diagrama fasorial cuando se interconectan a través  
de una carga de 6 fases en malla (figura 14-47a)

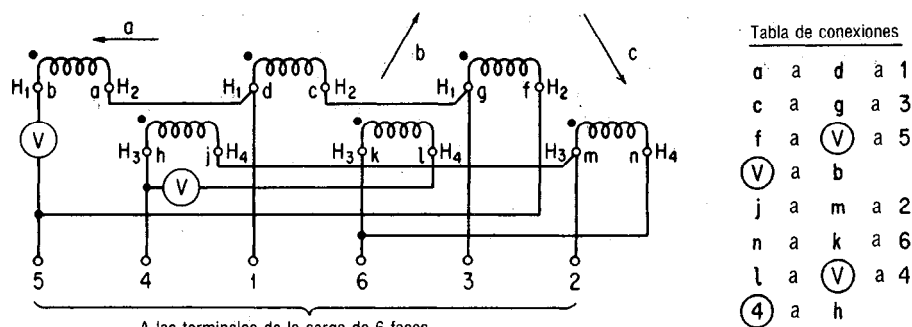
**Figura 14-50** Conexiones de secundarios doble estrella de seis fases y diagrama fasorial.

conexión común. Así, como se ve en el diagrama fasorial de la figura 14-50, se producen dos sistemas trifásicos separados, en estrella, en las terminales 1, 3 y 5 por un lado, y también en las terminales 2, 4 y 6 por el otro.

La conexión con la carga de red de  $6\phi$  sobrepone los fasores (trifásicos) de la figura 14-50b a la carga de  $6\phi$  y *entre sí*, como se ve en la figura 14-50c, y se producen voltajes de línea desplazados  $60^\circ$ , como en cualquier sistema  $6\phi$ . Como en el caso de la estrella de 6 fases, la magnitud de los voltajes de línea de 6 fases es la misma que el voltaje de fase medido desde un neutro a cualquier línea, y es el mismo que el voltaje a través de cualquier bobina secundaria ( $H_1-H_2$  o  $H_3-H_4$ ).

## 14-20.5 La conexión doble delta de seis fases

La conexión doble delta es el análogo de malla a la doble estrella. Se hacen dos conexiones trifásicas en delta separadas, con polaridad instantánea opuesta, como se ve en la figura 14-51a. El conjunto de la primera delta usa las bobinas  $H_1-H_2$ , mientras que el de la segunda delta usa las bobinas  $H_3-H_4$ . Como en el caso de cualquier sistema de malla, se necesitan voltímetros antes de cerrar la delta, como se muestra en la figura

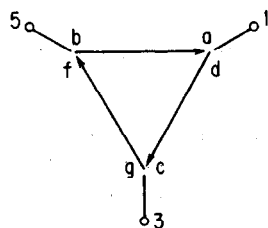


A las terminales de la carga de 6 fases  
(la carga es la misma que la de la figura 14-47a)  
a. Conexiones de los secundarios a seis fases doble delta

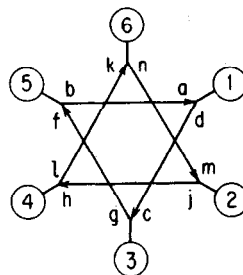
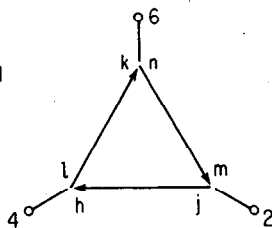
Tabla de conexiones

a	a	d	a	1
c	a	g	a	3
f	a	(V)	a	5
(V)	a	b		
j	a	m	a	2
n	a	k	a	6
l	a	(V)	a	4
(4)	a	h		

b. Tabla de conexiones



c. Diagramas fasoriales para la doble delta



d. Diagrama fasorial de la doble delta interconectada a través de la carga de seis fases en malla de la figura 14-47a)

**Figura 14-51** Conexiones de secundarios en doble delta de seis fases y diagrama fasorial.

14-51a y la tabla de conexiones de la figura 14-51b. Las relaciones fasoriales individuales de la delta trifásica se muestran en la figura 14-51c para cada delta separada que se produce así por las conexiones secundarias, al igual que sus conexiones a las terminales de línea de la carga de  $6\phi$ .

La conexión con la carga de malla de 6 fases sobrepone los fasores (trifásicos) de la figura 14-51c a la carga de  $6\phi$  y entre sí, como se ve en la figura 14-51d, produciendo voltajes de línea desplazados  $60^\circ$ , como en cualquier sistema de seis fases. La doble delta difiere de los demás sistemas que se han descrito antes en un aspecto importante: produce un voltaje de línea ( $E_L$ ) que es menor que el voltaje de fase ( $E_p$ ). Como se ve en la figura 14-51d, el voltaje de línea de  $6\phi$   $E_{12}$  es menor que el voltaje de la bobina trifásica  $E_{cd} = E_{13} = E_p$ , el voltaje de fase. La relación entre ellos es

$$E_L = \frac{E_p}{\sqrt{3}} = 0.577E_p \quad (14-69)$$

para la cual se han definido todos los términos.

Además de su empleo para transformar corriente alterna trifásica a altos voltajes para transmisión a grandes distancias y la subsiguiente transformación a menores voltajes para distribución de energía eléctrica, los transformadores también se usan en la *conversión* de ca a cd. Las transformaciones polifásicas de 3 a 6 fases, o *aun más fases*, son *un paso en el proceso de rectificación*. Se tienen varias ventajas de la rectificación polifásica con respecto a la monofásica:

1. Menor contenido de fluctuaciones tanto por las fundamentales como por las armónicas de mayor orden en la onda de salida, que necesita filtros de suavizado menos complejos.
2. Los transformadores se usan con más eficiencia porque la relación de potencia de salida de cd por kVA, es mayor en la conversión polifásica.
3. Se tiene una relación de voltaje mayor de cd a ca (media a rms) a medida que aumenta el número de fases (véase tabla 14-3).
4. Aumenta la eficiencia general del proceso de conversión. Lo anterior es importante cuando se tienen que convertir grandes cantidades de potencia de ca a cd.

Hay ventajas generales a causa de la transmisión de la energía eléctrica a grandes distancias empleando cd en lugar de ca. Se obtiene mayor eficiencia del sistema si se usa generación trifásica de potencia, se convierte a  $6\phi$ , o  $12\phi$  o más, se rectifica y se transmite a grandes distancias como cd. En el extremo receptor se usan inversores para regresarla a ca para fines de distribución local. Las ventajas de la transmisión de cd con respecto a la ca son las siguientes:

1. Se tiene teóricamente una mayor capacidad de MVA para el mismo tamaño y resistencia de conductor de la línea.
2. El costo de transmisión de cd es menor en comparación con el de ca para distancias bastante grandes.
3. Es más sencilla la regulación de voltaje en las líneas de cd debido a que la caída por reactancia es cero.
4. Se tiene la posibilidad de operación monopolar (con un solo conductor) en el caso de que se presente una emergencia por conexión a tierra o abertura de una de las dos líneas de cd<sup>26</sup>.
5. Se necesita un derecho de vía menor, aproximadamente de unos 8 metros, para transmitir cd, en comparación con el correspondiente para la ca, que es de aproximadamente unos 20 metros, entre los conductores externos.
6. Se necesitan menos conductores, y por consiguiente se necesitan menos torres de transmisión.

<sup>26</sup> Una línea de transmisión de cd de dos conductores tienen un alambre que es *positivo* y un segundo que es *negativo*, ambos con respecto a tierra. A esa línea se le llama *bipolar*. Sin embargo, cualquiera de las líneas se puede hacer trabajar como un conductor energizado (*monopolar*) con una trayectoria de regreso por la tierra. La resistencia del terreno es mucho menor a la cd que a la ca.

7. La pérdida por corona en las líneas de cd que trabajan a un valor máximo equivalente al de las de ca es considerablemente menor en el caso de la cd, lo cual ocasiona menos interferencia con las transmisiones de radio y TV.
8. Se producen menos efectos biológicos sobre personas en la vecindad de los conductores de cd, que los que producen los campos magnéticos y eléctricos de extra baja frecuencia con la transmisión de ca.

El ejemplo 14-39 hace resaltar la primera ventaja de las que se citaron.

#### EJEMPLO 14-39

Debido a los aisladores de cerámica que se emplean, una línea de transmisión para 1000 A (rms) puede tolerar un voltaje máximo de 750 kV en tres conductores y tierra. Calcular

- a. El voltaje rms máximo permisible que se puede aplicar a las líneas, empleando ca
- b. La potencia total trifásica aparente entregada por las tres líneas
- c. La corriente máxima permisible que se puede entregar con transmisión de cd
- d. La potencia total aparente de cd entregada por dos líneas
- e. La potencia por conductor de ca
- f. La potencia por conductor de cd.

#### Solución

- a.  $V_L = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{750 \text{ kV}}{\sqrt{2}} = 530.3 \text{ kV}$
- b.  $S_T = \sqrt{3} V_L I_L = \sqrt{3} \times 530.3 \text{ kV} \times 1 \text{ kA} = 918.6 \text{ MVA}$
- c.  $I_{dc} = I_{rms} \times \sqrt{2} = 1 \text{ kA} \times \sqrt{2} = 1.414 \text{ kA}$
- d.  $S_T = V_{dc} I_{dc} = 750 \text{ kV} \times 1.414 \text{ kA} = 1060.7 \text{ MVA}$
- e.  $S/\text{línea ca} = 918.6 \text{ MVA}/3 \text{ líneas} = 306.2 \text{ MVA/línea}$
- f.  $S/\text{línea cd} = 1060.66 \text{ MVA}/2 \text{ líneas} = 530.3 \text{ MVA/línea}$

Si bien la transmisión de cd *per se* tiene ciertas ventajas sobre la correspondiente de ca, no se pueden pasar por alto ciertas desventajas del sistema:

1. Las estaciones de conversión de CD son más caras que las de ca. Además de los transformadores, se necesitan rectificadores e inversores, así como equipo de control de fase.
2. Los rectificadores e inversores absorben potencia reactiva adicional, que la debe suministrar el sistema.
3. Se necesitan más transformadores en los extremos tanto de mando como de recepción de las líneas de cd, además del conjunto de subida y bajada de la ca para la transmisión.
4. El proceso de interrupción de circuito y de liberación de circuitos de ca en el caso de una falla o sobrecarga máxima es mucho más sencillo, porque se tiene corriente cero dos veces por ciclo. No se dispone de interruptores equivalentes de cd que igualen la capacidad interruptiva de los de ca. Tanto la conmutación como la salida de circuitos en líneas de cd se logra ya sea en los rectificadores (extremo de mando) como en los inversores (extremo de recepción).

En resumen, parece que el menor costo de la transmisión de cd y construcción de líneas de transmisión debe compararse contra el mayor costo del equipo de conversión en las terminales a cada extremo de las líneas.

En esta sección nos preocupa principalmente la conversión de ca a cd. La **tabla 14-3** muestra una comparación entre diversos factores pertinentes que gobiernan la selección del número de fases que se pueden emplear para tener rectificación óptima. El primer renglón muestra la relación del voltaje de salida de cd,  $V_{cd}$  al voltaje secundario de fase de ca,  $V_{p2}$ . Esa relación aparece en la tabla 14-3 como  $V_{cd}/V_{p2}$ . La relación aumenta a medida que aumenta el número de fases hasta un máximo teórico de  $\sqrt{2}$  o sea 1.414. La relación del primer renglón representa, de hecho, una medida de la cd útil al componente de fluctuación de ca que haya presente. Parecería así que si se usara rectificación de 12 fases, o aun de 24 fases, el máximo teórico del valor pico de la ca se alcanza prácticamente dentro del 1 por ciento (véase figura 14-53). Adviértase que, para cualquier onda senoidal,  $E_m = 1.414E_{p2}$ , siendo  $E_{p2}$  el voltaje rms secundario de fase del transformador, y ese valor es el valor cd límite,  $V_{cd}$ , que se produce con más de 24 fases.

**Tabla 14-3 Comparaciones entre los sistemas polifásicos con respecto a la rectificación**

Relación	Número de fases, $n$				
	(onda completa) 1	3	6	12	$\infty$
$\frac{V_{cd}}{V_{p2}}$	0.9	1.17	1.35	1.4	1.414
$\frac{E_h}{V_{cd}}$	0.667	0.25	0.057	0.014	0
$\frac{P_{cd}}{VA_2}$	0.54	0.675	0.551	0.400	0

El segundo renglón de la tabla 14-3 muestra la relación de  $E_h/V_{cd}$  (la amplitud de voltaje de la armónica principal a la salida de cd sin filtrar) en función del número creciente de fases. En este caso, de nuevo, a medida que aumenta el número de fases, se reduce el contenido de la tercera armónica y con ello se reduce en forma considerable la fluctuación de la ca. Este factor también dicta el empleo de conversiones de transformación con más fases, para la rectificación.

El último renglón de la tabla 14-3 es una relación de la potencia rectificada a la capacidad del secundario en volt-amperes. A esa relación se le llama a veces el factor de *utilización*. Un bajo factor de utilización significa un mayor costo del transformador para determinada potencia de cd producida. Se puede demostrar que el factor de utilización es un máximo teórico para 2.7 fases. Así, parecería que una rectificación trifásica daría la conversión más eficiente en términos de costo de transformador, a pesar de su mayor contenido de fluctuación y menor relación de voltaje de cd a fluctuación de rms de ca.

La **figura 14-52** muestra el empleo de un transformador delta-estrella con alto voltaje primario y bajo voltaje secundario para conversión de potencia, empleando rectificación de media onda de estado sólido. El primario está conectado en delta para suprimir las armónicas. El neutro del secundario se conecta a tierra por el mismo motivo. Sin embargo, para la mayor parte de las aplicaciones comerciales que impli-



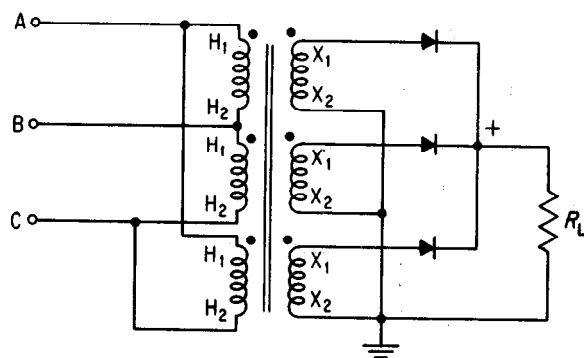


Figura 14-52 Rectificación trifásica de media onda.

can grandes cantidades de potencia de cd, es muy inconveniente el circuito de la figura 14-52 a pesar de su mayor factor de utilización del transformador. El componente de cd siempre está en la misma dirección en cada devanado secundario y ello origina una corriente de excitación excesivamente alta debido a la magnetización del núcleo de hierro. El efecto neto es un sobrecalentamiento de los transformadores. Esto, aunado a las desventajas del mayor contenido de fluctuación y menor relación de voltaje cd a rms de ca, determina el empleo de rectificación de 6 fases, a pesar de tener un factor algo menor de utilización del transformador.

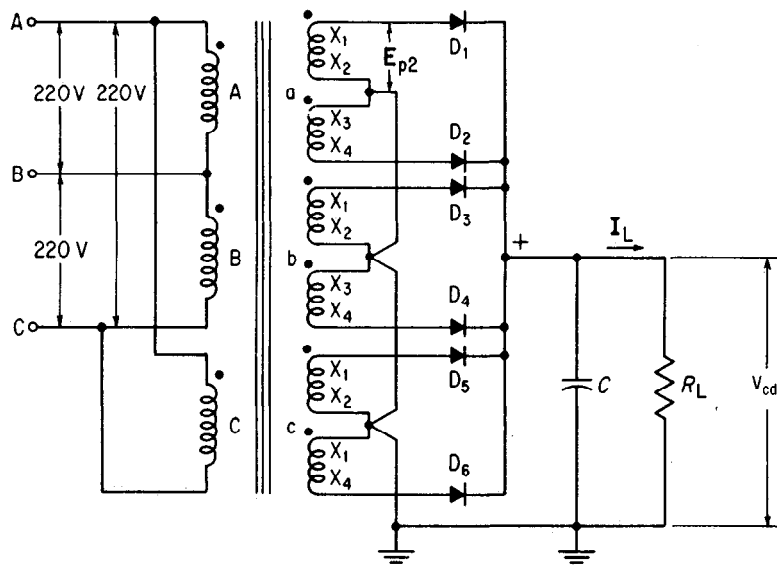
### 14-21.1 Rectificación de media onda de seis fases en estrella mediante diodos

Se prefiere la conexión en estrella de seis fases (sección 14-20.1) para la mayor parte de las transformaciones de  $3\phi$  a  $6\phi$  porque da un neutro, o tierra, de  $6\phi$ , y a la vez un sistema *verdadero* de  $6\phi$ . Se usan un total de seis rectificadores de estado sólido con voltaje máximo inverso adecuado y corriente nominal para tener una *salida rectificada de media onda* del voltaje secundario de seis fases.<sup>27</sup>

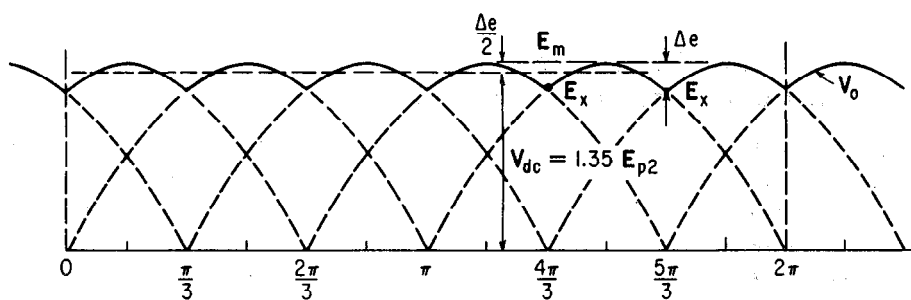
Si se desea ajustar el voltaje de salida de cd, dependiendo de los costos relativos y cantidad de potencia del caso, se emplean normalmente dos métodos. Se puede usar un variac trifásico a la entrada para controlar el voltaje de suministro a los tres transformadores conectados en delta, cambiando así el voltaje de fase secundario de salida  $E_{p2}$  y el voltaje de salida  $V_{cd}$ , como se ve en la figura 14-53a. También, en lugar de los diodos  $D_1$  a  $D_6$ , se pueden usar rectificadores controlados de silicio en conjunto con un circuito de desplazamiento de fase para controlar el voltaje de salida de cd (figura 14-54).

Las ondas que producen los seis diodos se muestran en la figura 14-53b en *ausencia* del capacitor  $C$  del filtro, que se ve en la figura 14-53a. El efecto sobre la onda de salida, de agregar un capacitor al filtro, se ve en la figura 14-53c.

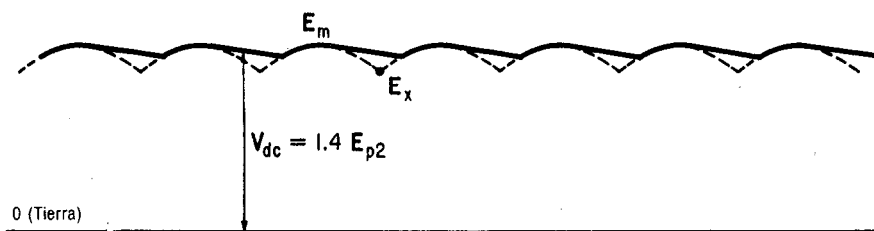
<sup>27</sup> Se dispone de diodos PIN de alta corriente y alto voltaje, con capacidad nominal hasta de 2000 A y con voltajes inversos máximos nominales de 5000 V. Igualmente, se dispone de rectificadores controlados de silicio a 500 A rms con voltaje inverso máximo hasta de 5000 V. Se pueden obtener mayores capacidades de corriente si se conectan los diodos o los rectificadores de silicio en paralelo. Se pueden obtener mayores voltajes nominales si se conectan diodos o rectificadores en serie.



a. Conexiones de tres a 6 fases para rectificación de media onda con estrella de seis fases



b. Forma de onda de voltaje de salida a través de  $R_L$  con capacitor en el filtro



c. Forma de onda de voltaje de salida a través de  $R_L$  con capacitor en el filtro

**Figura 14-53** Conexión de  $3\phi$  a  $6\phi$  en delta-estrella y rectificación de media onda.

Nótese que la forma de onda de salida de la figura 14-53b contiene un componente pequeño de fluctuación tal que varía de  $E_m$  a  $E_x$ , siendo  $E_m = 1.414E_{p2}$ . El valor promedio de la cd rectificada para la onda de salida de la figura 14-53b es<sup>28</sup>

$$V_{dc} = 1.35E_{p2} \quad (14-70)$$

en la cual  $E_{p2}$  es el voltaje de fase secundario del transformador de seis fases conectado en estrella.

Como se muestra en la tabla 14-3, este valor de cd ( $1.35E_{p2}$ ) es algo mayor que el valor correspondiente que se obtiene con rectificación de 3 fases ( $1.17E_{p2}$ ) con un contenido *considerablemente menor* de fluctuación por armónicas.

También se obtiene una menor fluctuación y una alta relación de voltaje de salida de cd tan sólo con conectar en paralelo a  $R_L$  con un capacitor de tamaño y voltaje nominal adecuados, como se ve en la figura 14-53c. Bajo esas circunstancias, el capacitor está más que justificado porque produce la misma relación de  $V_{cd}$  a  $E_{p2}$  que la que produciría una rectificación de  $12\phi$  (véase tabla 14-3) sin reducción del factor de utilización que se tiene en la conversión de 12 fases y el empleo de seis rectificadores adicionales.<sup>29</sup>

## 14-21.2 Rectificación doble estrella o Y de seis fases mediante rectificadores controlados de silicio

En la figura 14-54a se muestra una técnica comercial típica empleada para dar una salida *ajustable* de cd en donde se usan rectificadores controlados de silicio. En este caso la conversión es una delta trifásica a una doble estrella de seis fases. Nótese que se usa una reactancia con salida al centro, llamada transformador de *interfase*,  $T_2$ , entre los neutros de las dos estrellas. Si se omite  $T_2$ , se obtendría una estrella. El transformador de interfase sirve para:

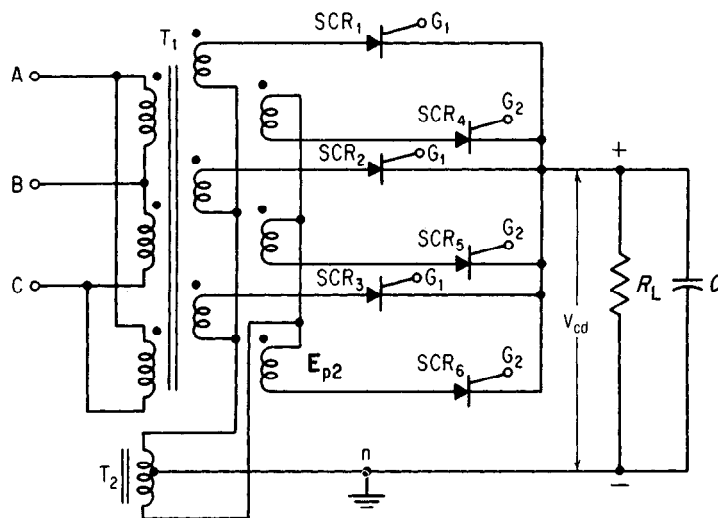
1. Tener una conexión de salida central a tierra para la doble estrella.
2. Actuar como medio de igualar cualesquiera diferencias de voltajes de cd entre las dos mitades dando una alta reactancia para la ca, pero baja resistencia para la cd.
3. Mejorar la regulación de voltaje del circuito, es decir, su capacidad de mantener el voltaje de salida desde sin carga hasta plena carga.

<sup>28</sup> Se puede demostrar que para  $n$  fases, 2 o más, la relación de

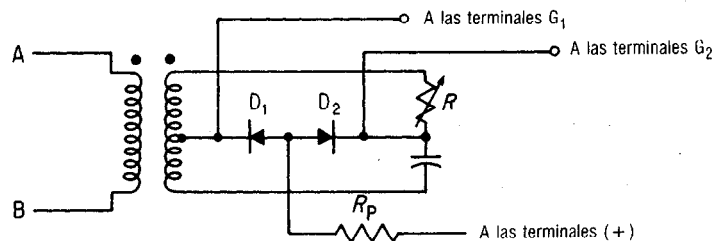
$$\frac{V_{dc}}{E_{p2}} = \frac{\sqrt{2}n}{\pi} \left( \sin \frac{180^\circ}{n} \right)$$

Sustituyendo  $n = 6$  en esa ecuación se obtiene el 1.35 que aparece en la tabla 14-3 y la ecuación (14-70).

<sup>29</sup> La rectificación de onda completa necesita de 12 diodos, uno a cada lado de los seis devanados del transformador, y se muestra en la figura 14-53c. Esto implica una posible pérdida del neutro en el caso de que falle un diodo en el lado del neutro. En consecuencia, se pueden preferir transformaciones de 12 fases y media onda respecto a las de 6 fases y onda completa empleando el mismo número, 12, de diodos, a pesar de tener un factor de utilización de transformador algo menor.



a. Rectificadores de silicio para controlar la fase, delta trifásica a doble estrella de seis fases con transformador  $T_2$  de interfase



b. Circuito típico de control de fase para ajustar la activación de los rectificadores controlados de silicio

**Figura 14-54** Transformación de  $6\phi$  en doble estrella con rectificadores controlados de silicio para controlar el voltaje de salida de cd mediante red de desplazamiento de fase.

El empleo de la conexión de doble estrella o Y, da todas las ventajas de la conversión de seis fases, pero sin la desventaja adicional de menor factor de utilización del transformador. Puesto que consiste inherentemente de dos transformaciones trifásicas, como se ve en la tabla 14-3, tiene un factor de utilización de 0.675 y no de 0.551, el cual se aplica al caso de la figura 14-53a. Al mismo tiempo, cuando se conecta a la carga,  $R_L$ , se produce un sistema de  $6\phi$  y la fluctuación es la típica de 6 fases en lugar de la de un sistema trifásico.

Se obtiene el control de la magnitud del voltaje de salida  $V_{cd}$  mediante un circuito de corrimiento de fase, que se muestra en la figura 14-54b. La resistencia variable  $R$  controla el ángulo de fase entre el voltaje de señal de compuerta en las terminales  $G_1$  y  $G_2$  con respecto al voltaje de entrada de ca. Si se varía  $R$  de 0 a un valor alto, se puede variar el ángulo de fase desde casi 0 hasta  $180^\circ$ . De ese modo se varía la conducción del rectificador controlado de silicio desde su máxima a  $\theta = 0$ , hasta una mínima, cuando  $\theta = 180^\circ$ .

Es útil el circuito de la figura 14-54 siempre que se necesita una cd de voltaje variable como en el control de velocidad de un motor de cd mediante control de voltaje de armadura, empleando como fuente una corriente trifásica.

## 14-22 GLOSARIO DE LOS TERMINOS EMPLEADOS

**Acoplamiento mínimo** Ubicación de dos o más inductores o devanados tal que se reduce al mínimo el eslabonamiento de flujo entre ellos.

**Autotransformador** Transformador de varios devanados conectado en tal forma que tiene un devanado continuo del cual una parte es común tanto al circuito primario como al secundario con los cuales se conecta el transformador.

**Coefficiente de acoplamiento ( $k$ )** Relación de la inductancia mutua ( $M$ ) a la raíz cuadrada del producto  $L_1 L_2$ , siendo  $L_1$  la inductancia total de una malla y  $L_2$  la inductancia total de una segunda malla, acoplada mutuamente a la primera. También, la relación del flujo mutuo al flujo total para cualesquiera dos bobinas que estén acopladas magnéticamente.

**Componente armónico** Cualquier componente senoidal, ya sea en fase o fuera de fase, con una senoide periódica fundamental que es múltiplo entero de la frecuencia fundamental. Una armónica cuya frecuencia sea el doble de la frecuencia fundamental se llama segunda armónica.

**Conexión diametral** Conexión de un transformador de 6 fases en la cual los extremos de los secundarios de polaridad diametralmente opuesta en un transformador trifásico producen un sistema de 6 fases mediante la interconexión adecuada con una carga conectada en malla a 6 fases.

**Conexión doble delta** Unión de un transformador de 6 fases en la cual se conectan en delta dos conjuntos separados de secundarios trifásicos, pero son de polaridad instantánea opuesta, de modo que cuando se conectan con una carga de red de 6 fases, se produce un sistema de 6 fases.

**Conexión doble estrella o Y** Análogo de la conexión estrella, de la doble delta, en el que se conectan en estrella o Y dos conjuntos separados de secundarios trifásicos con los neutros separados entre sí de tal modo que, cuando se conectan con una carga de seis fases, se produce un sistema de 6 fases.

**Conexión en delta abierta** Conexión semejante a la delta-delta para dar una salida trifásica empleando tres transformadores monofásicos, pero sacando uno de ellos. Los dos transformadores restantes tienen el 57.7 por ciento de la carga del banco delta-delta.

**Conexión en estrella** Cualquier red en la que todas las trayectorias de corriente de circuito pasan de una terminal de entrada a una terminal común, junta o empalme. La conexión Y es un caso especial de la conexión en estrella.

**Convención de punto** Método cómodo para especificar la polaridad instantánea y la dirección de la corriente en un devanado, entre dos o más bobinas que están acopladas magnéticamente.

**Eficiencia** Relación que da energía o potencia útil de salida a entrada, expresada como porcentaje.

**Eficiencia máxima** El punto de la carga en el que las pérdidas fijas y variables de cualquier dispositivo electromecánico son iguales.

**Factor de utilización del transformador** Relación de la potencia de cd rectificadora con la capacidad del devanado secundario, en volt-amperes, del transformador que suministra al circuito rectificador. Mientras mayor sea el factor de utilización, menor será el costo del transformador para la misma cantidad de potencia producida por el rectificador.

**Flujo de fuga** El flujo que enlaza a una bobina dada que no es parte del flujo mutuo ( $\phi_m$ ) común a otras bobinas acopladas magnéticamente con la bobina dada.

**Impedancia reflejada** Impedancia que se refleja al primario debida a la carga que aparece en el secundario.

**Inductor** Cualquier bobina, con o sin núcleo de hierro, que tiene la propiedad de inductancia.

**Malla** Clasificación genérica de cualquier conjunto de ramales en una red que forma una trayectoria cerrada que representa el circuito más corto posible en la red. Una conexión en delta es un caso especial de la malla.

**Primario** El devanado de entrada de un transformador, al cual se le aplica el voltaje de la fuente. Cualquier devanado de un transformador puede servir como primario siempre que se le puedan aplicar su voltaje y frecuencia nominales.

**Prueba de circuito abierto** Prueba para determinar sólo las pérdidas en el núcleo de un transformador real convencional de núcleo de hierro.

**Prueba de cortocircuito** Prueba para determinar las pérdidas equivalentes en el cobre del primario y secundario del transformador, junto con su resistencia, reactancia e impedancia equivalentes. Los datos de esta prueba permiten el cálculo de la regulación de voltaje.

**Regulación de voltaje** Cambio en el voltaje secundario que se presenta siempre que se reduce la carga a determinado factor de potencia, desde su valor nominal hasta cero, manteniendo constante el voltaje aplicado al primario del transformador.

**Relación de transformación ( $\phi$ )** Relación de vueltas en el primario con las vueltas en el secundario de un transformador de núcleo de hierro, que determina la impe-

dancia reflejada al primario, debida a la carga en el secundario.

**Secundario** Uno o más devanados de salida de un transformador conectados con una o más cargas y que producen una transferencia de energía desde la fuente a la(s) carga(s).

**Sistema bipolar** Cualquier sistema que tiene dos polaridades con respecto a la tierra.

**Transferencia máxima de potencia** Dada una carga  $Z_L$  sin restricciones, conectada a una fuente ya sea en forma directa o a través de un transformador, cuando la carga  $Z_L$  es el conjugado de la impedancia interna de la fuente,  $Z_1$ , entonces se transfiere máxima potencia de la fuente a la carga.

**Transformador** Dispositivo para transferir energía de un circuito a otro.

**Transformador de aislamiento** Cualquier transformador del tipo de devanados múltiples en el que los devanados primario y secundario están separados físicamente.

**Transformador de bajada** Transformador cuyo secundario tiene menos vueltas que su primario y cuya transferencia de energía es del alto al bajo voltaje.

**Transformador de igualación** Transformador que se usa como dispositivo de igualación de impedancia, para igualar una fuente de alta impedancia a una carga de baja impedancia, o viceversa. Un transformador de igualación de impedancia permite la máxima transferencia de potencia de la fuente a la carga con pérdida mínima de energía.

**Transformador de subida** Transformador cuyo secundario tiene más vueltas que su primario y cuya transferencia de energía es desde el voltaje bajo al alto.

**Transformador ideal** El que ni almacena ni disipa energía eléctrica, que tiene acoplamiento unidad, cero flujo de fuga e inductancia de fuga y cuya permeabilidad de núcleo es infinita.

## 14-23 PREGUNTAS

- 14-1 Para un transformador
- Definir devanados primario y secundario.
  - Definir devanados del lado de alto voltaje y del lado de bajo voltaje.
  - ¿Es posible que el devanado de cualquier voltaje trabaje como primario? Explicar la respuesta.
- 14-2
- ¿Cuál es el significado de la convención del punto para el primario?
  - ¿Cuál es el significado de la convención del punto para los devanados secundarios separados?
  - ¿Por qué están en fase las FEM inducidas en todos los devanados, incluyendo al primario?
- 14-3
- Definir el factor de transformación  $\alpha$ .
  - ¿Es constante la relación de transformación para determinado transformador? Explicar la respuesta.
  - Definir la relación de transformación en términos de 1) relación de vueltas, 2) relación de corrientes y 3) relación de voltajes.
  - ¿Por qué varía la relación de voltaje en razón directa a la relación de vueltas?
  - ¿Por qué varía la relación de corriente en razón inversa a la relación de vueltas?
- 14-4
- ¿Es posible que un transformador de 60 Hz funcione con 400 Hz? ¿Bajo qué condiciones?
  - ¿Por qué es necesario mantener el *valor máximo* tanto de flujo mutuo como densidad de flujo en un valor constante independiente de los cambios de frecuencia?
- 14-5 Para que un transformador de 400 Hz trabaje a 60 Hz, explicar
- ¿Por qué se debe reducir el voltaje en la misma proporción que la frecuencia?
  - ¿Por qué los kVA nominales se reducen en la misma proporción que la frecuencia?
  - ¿Por qué las pérdidas en el núcleo se reducen tanto?
  - ¿Por qué aumenta la eficiencia del transformador?
- 14-6 En base a la pregunta 14-5, explicar por qué un transformador de 1 kVA y 400 Hz es menor que uno de 1 kVA y 60 Hz.
- 14-7
- Formular la relación entre la impedancia del secundario y del primario de un transformador.
  - Explicar, sobre la base de la parte (a), cómo es que el transformador sirve como dispositivo de igualación de impedancia.
  - ¿Cuál es el objeto de igualación de impedancia?
  - Mencionar dos aplicaciones para las que sea necesaria la igualación de impedancia.
- 14-8 Para un transformador real con carga, que tiene una  $Z_L$  de carga conectada a sus terminales del secundario, explicar
- Por qué la impedancia de carga es normalmente mayor que la impedancia interna del devanado secundario.
  - Por qué la impedancia de entrada al primario es mucho mayor que la del devanado primario.
  - Por qué los diseñadores tratan de hacer que las impedancias internas sean lo más cercanas posibles a las resistencias internas.
  - Por qué los transformadores deben tener resistencia interna en el primario y el secundario.

- 14-9 Tomando como fador de referencia el voltaje de terminales del secundario, explicar, empleando tanto la ecuación (14-30) como diagramas fasoriales,
- Por qué las cargas en retraso producen regulación de voltaje más mala que las cargas con FP unidad.
  - Por qué algunas cargas en adelanto producen mejor regulación de voltaje que las cargas con FP unidad.
  - ¿Es posible que un transformador tenga regulación de voltaje negativa? Explicar la respuesta.
- 14-10 Al hacer una prueba de cortocircuito en un transformador,
- ¿Por qué en general se pone en cortocircuito el lado de bajo voltaje? Dar dos razones.
  - Con la figura 14-18a, explicar por qué si se conecta en cortocircuito el secundario de un transformador sólo se obtienen la impedancia, resistencia y reactancia equivalentes mediante las mediciones de voltaje, corriente y potencia del primario.
  - ¿Por qué se consideran despreciables las pérdidas en el núcleo de un transformador?
  - ¿Bajo qué circunstancias se deben tener en cuenta las pérdidas en el núcleo del transformador? ¿Por qué?
- 14-11
- ¿Es necesaria la prueba de circuito abierto para determinar la regulación de voltaje de un transformador?
  - ¿Qué información específica se obtiene de la prueba de circuito abierto y dónde se usa exclusivamente?
  - ¿Por qué se acostumbra a llevar a cabo la prueba de circuito abierto en el devanado de menor voltaje que tenga un transformador?
  - Sin embargo, ¿qué precauciones son necesarias en relación a la parte (c)?
  - ¿Es igual la pérdida en el núcleo si se usa un devanado de alto voltaje? Explicar la respuesta.
- 14-12 Para determinar *sólo la eficiencia*, con datos de pruebas de circuito abierto y cortocircuito,
- ¿Por qué no es necesario calcular la impedancia y reactancia equivalente a partir de los datos de prueba de cortocircuito?
  - ¿Qué instrumento específico da la información útil para calcular la eficiencia?
  - ¿Es necesario calcular la resistencia equivalente? ¿Por qué no? Explicar la respuesta. (Sugerencia: vea las tablas de pérdidas en el cobre en el ejemplo 14-21a y b.)
  - ¿Es la pérdida equivalente en el cobre referida al lado de alto voltaje la misma que la equivalente en el cobre referida al lado del bajo voltaje? Explicar la respuesta.
- 14-13 Acerca del sistema por unidad (p. u.), explicar
- Por qué no se necesitan relaciones de transformación cuando se trabaja con valores p. u.
  - De qué manera la parte (a) simplifica los cálculos de cortocircuito de regulación de voltaje y eficiencia.
  - ¿Cuáles son las tres informaciones que se necesitan para calcular la eficiencia p. u. a cualquier carga?
  - ¿Cuál parámetro específico se necesita para calcular la regulación de voltaje empleando sistema p. u.?
- 14-14 Comparar los datos de los ejemplos 14-20 y 14-21 con los de los ejemplos 14-23 y 14-24 empleando el sistema de cálculo p. u. en cuanto a simplicidad de operaciones y menor posibilidad de error al calcular



- a. La eficiencia a cualquier carga.
  - b. El factor de carga que produce la máxima eficiencia.
  - c. La eficiencia máxima.
- 14-15 La potencia reactiva compleja,  $S^*$ , se calcula multiplicando el voltaje  $V$  por el conjugado de la corriente total,  $I^*$ , o sea  $S^* = VI^*$ . Explicar
- a. Tres ventajas de emplear la potencia compleja sobre el empleo de la potencia convencional reactiva,  $S$ .
  - b. Por qué el var reactivo que absorbe una carga inductiva es positivo y el de una carga capacitiva es negativo.
- 14-16 Para las siguientes ventajas que se citan en el empleo de los cálculos p. u. de sistemas de transmisión de potencia, explicar cómo el empleo de p. u. simplifica el cálculo de
- a. Información de placa que especifica el fabricante para alternadores, transformadores y motores.
  - b. Máquinas del mismo tipo (digamos alternadores o transformadores) de capacidades muy diversas.
  - c. Impedancia por unidad de cualquier lado de un transformador.
  - d. Si los transformadores están conectados en estrella o en delta.
- 14-17 Mencionar dos ventajas de reducir un sistema de transmisión trifásico a un diagrama unifilar sencillo de reactancia, estando todas las reactancias expresadas como cantidades p. u.
- 14-18
- a. Definir potencia *transformada* del primario al secundario. Dar ecuaciones.
  - b. Definir potencia *transferida por conducción* del primario al secundario. Dar ecuaciones.
  - c. ¿Cuál de las dos potencias es la responsable del aumento de kVA cuando se emplea un autotransformador además de un transformador convencional de aislamiento?
- 14-19
- a. Además de las pruebas a circuito abierto y cortocircuito, ¿por qué son necesarias las pruebas de faseo y polaridad antes de poner en servicio un transformador?
  - b. Definir el faseo.
  - c. ¿Cómo puede tener polaridad un transformador si se usa con ca? Explicar la respuesta.
  - d. ¿Qué letra de código determina los lados de alta y baja, respectivamente?
  - e. ¿Cuál es el significado de los subíndices numéricos?
  - f. ¿Es posible determinar cómo se devanan las bobinas, o la polaridad, mediante un examen físico? ¿Por qué no? Explicar la respuesta.
- 14-20
- a. Explicar por qué los *secundarios* de transformadores conectados en malla o en delta (en estrella-delta) presentan un pequeño voltaje que registra un voltímetro antes de cerrar la delta.
  - b. Explicar el origen de ese voltaje.
  - c. ¿Cómo se hace desaparecer ese voltaje, si se cierra la delta?
  - d. Sobre la base de la respuesta a la parte (c), ¿presentan voltajes armónicos los sistemas delta-delta, estrella-delta o delta-estrella? Dar una explicación completa.
  - e. Sobre la base de la respuesta a la parte (d), explicar por qué son absolutamente necesarios los neutros en los sistemas estrella-estrella.
- 14-21
- a. Dar tres motivos para hacer una conexión de neutro siempre que se tenga un banco en estrella.
  - b. ¿Es posible tener un neutro en un sistema delta-delta?

- c. ¿Cuál es el peligro de sacar un conductor del centro de más de una bobina secundaria en delta y conectarlo a tierra?
  - d. ¿Por qué nunca se conecta a tierra el primario de un banco en delta, con una fuente trifásica de cuatro conductores?
- 14-22 a. Mencionar tres objetivos del empleo de devanados terciarios en transformadores de transmisión y distribución de potencia.
- b. ¿Por qué siempre se conectan los devanados terciarios en malla?
  - c. ¿Cómo reduce el devanado terciario los desequilibrios de cargas conectadas en estrella?
  - d. ¿Cuál tipo de transformador nunca se fabrica con devanados terciarios?
  - e. Explicar por qué el transformador de la parte (d) no necesita devanados terciarios.
- 14-23 a. ¿Por qué tan sólo se saca una terminal de centro de fase de los secundarios de un banco de transformadores conectados en delta, y se conecta a tierra para obtener sistemas monofásicos de tres conductores para distribución local?
- b. ¿Qué método nos permite sacar conductor central y aterrizarlo en las tres fases secundarias?
  - c. ¿Por qué no es posible poner el transformador en corto cuando se usa el método que se describe en la parte (b)?
  - d. ¿Por qué nunca se pone fusible al alimentador neutro de cualquier sistema de potencia?
  - e. ¿Por qué siempre suman cero las corrientes de línea de un sistema delta-delta?
  - f. ¿Qué ventajas se tienen debido a la parte (e) en un sistema de transmisión de potencia?
- 14-24 Si sólo se usan transformadores, ¿es posible transformar
- a. ¿Un sistema monofásico en uno polifásico? Explicar la respuesta.
  - b. Un sistema polifásico en uno monofásico? Explicar la respuesta.
  - c. ¿Un sistema bifásico en un sistema de seis fases? Explicar la respuesta.
  - d. ¿Cuál es la ventaja de emplear sólo transformadores para esas transformaciones? Explicar la respuesta.
- 14-25 a. ¿En qué difiere un sistema bifásico de uno trifásico?
- b. ¿Cuál es la relación entre los voltajes de línea y de fase en un sistema bifásico?
  - c. ¿Qué significa un sistema de cuarto de fase con 5 conductores?
  - d. ¿De cuántos voltajes de fase y de línea se dispone en un sistema como el de la parte (c)?
  - e. Trazar una transformación de Scott que muestre una transformación de 3 a 2 fases con 5 conductores en el que las relaciones de voltaje de fase a fase sean 120 V/120 V.
  - f. ¿Cuáles son los voltajes de línea en la parte (e), tanto en el primario como en el secundario?
- 14-26 a. ¿Qué significa un sistema verdadero de 6 fases?
- b. ¿Qué transformaciones producen un sistema verdadero de  $6\phi$ ?
  - c. ¿Cuál es una de las ventajas de emplear sistemas polifásicos de muchas fases (de orden mayor o alto) para la rectificación?
  - d. Dar el nombre de cinco tipos distintos de conexiones de 6 fases empleando transformaciones trifásicas a  $6\phi$ .
  - e. ¿Qué transformación dará suministro a una carga de 6 fases empleando transformadores convencionales de devanado único en el secundario, sin salidas al centro?

- 14-27 a. ¿Cuáles son los dos métodos que se usan para ajustar el voltaje de salida de cd en los rectificadores polifásicos?  
 b. ¿Cuál es la ventaja de emplear rectificadores controlados de silicio en lugar de diodos?  
 c. ¿Por qué se usan transformadores de interfase con los rectificadores controlados de silicio?  
 d. ¿Cuál es la ventaja de la transformación de doble Y que se muestra en la figura 14-54 sobre la transformación convencional a  $6\phi$  de media onda, en términos del factor de utilización?

## 14-24 PROBLEMAS

- 14-1 El primario de un transformador, fuertemente acoplado o con acoplamiento estrecho, tiene una inductancia de 20 H, coeficiente de acoplamiento igual a 0.98, e inductancia mutua 9.8 H. Calcular la inductancia del devanado secundario.
- 14-2 Un transformador comercial de 400 Hz, 220/20 V tiene 50 vueltas en su lado de bajo voltaje. Calcular  
 a. El número de vueltas en su lado de alta.  
 b. La relación de transformación  $\alpha$ , cuando se emplea como transformador de bajada.  
 c. Repetir la parte (b), cuando se emplea como transformador de subida.  
 d. La relación de volts/vuelta en el lado de alta.  
 e. La relación de volts/vuelta en el lado de baja.
- 14-3 El lado de alto voltaje de un transformador tiene 750 vueltas; el de bajo voltaje tiene 50 vueltas. Cuando se conecta el lado de alta a un voltaje nominal de 120 V, 60 Hz y carga nominal de 40 A en el lado de baja, calcular  
 a. La relación  $\alpha$  de transformación.  
 b. El voltaje secundario, suponiendo que no hay caídas internas de voltaje por impedancia.  
 c. La resistencia de la carga.  
 d. La relación de volts/vuelta en el secundario y primario, respectivamente.  
 e. Los volt-amperes nominales del transformador.
- 14-4 Un transformador comercial de potencia de 50 kVA, 60 Hz, 440/110 V, tiene 600 vueltas en su lado de alto voltaje. Calcular  
 a. El número de vueltas en su lado de bajo voltaje.  
 b. La relación  $\alpha$  de transformación, cuando se usa como transformador de bajada.  
 c. La relación  $\alpha$  de transformación, cuando se usa como transformador de subida.  
 d. La relación de volts/vuelta en el lado de alto voltaje.  
 e. La relación de volts/vuelta en su lado de bajo voltaje.  
 f. La corriente nominal del lado de alto voltaje.  
 g. La corriente nominal del lado de bajo voltaje.
- 14-5 El lado de alto voltaje de un transformador de bajada con dos devanados tiene 800 vueltas; el lado de bajo voltaje tiene 100 vueltas. Si se aplica un voltaje nominal de 240 V al lado de alto voltaje y se conecta una impedancia de carga de  $3 \Omega$  al de bajo voltaje, calcular  
 a. El voltaje y la corriente en el secundario.  
 b. La corriente en el primario.  
 c. La impedancia de entrada al primario, a partir de la relación  $Z_1 = V_1/I_1$ .  
 d. La impedancia de entrada al primario empleando la ecuación (14-3a).

- 14-6 En el transformador de igualación de tres bobinas que se muestra en la figura 14-5,  $N_1 = 1000$  vueltas,  $N_2 = 200$  v,  $N_3 = 400$  v,  $Z_2 = 10 \angle 0^\circ$ ,  $Z_3 = 16 \angle 0^\circ \Omega$  y el voltaje primario es 30 V rms, calcular
- La  $Z'_2$  reflejada al primario.
  - La  $Z'_3$  reflejada al primario.
  - La impedancia total equivalente reflejada al primario.
  - La corriente que en el primario toma del suministro.
  - La potencia total que se toma del suministro.
  - El voltaje  $V_2$  a través de  $Z_2$  y la potencia que se disipa en  $Z_2$ .
  - El voltaje  $V_3$  a través de  $Z_3$  y la potencia que se disipa en  $Z_3$ .
  - La potencia total que se disipa en las cargas.
- 14-7 En el transformador de igualación *con salidas* que aparece en la figura 14-6,  $N_1 = 1000$  v,  $N_2 = 200$  v,  $N_3 = 300$  v,  $Z_2 = 2 \angle 0^\circ \Omega$  y  $Z_3 = 5 \angle 0^\circ \Omega$ . El voltaje primario es 21 V rms. Repetir todas las partes del problema 14-6.
- 14-8 Un transformador de igualación de impedancia con salidas que se encontró en un almacén de equipo usado no tiene más información que sus tres terminales del secundario marcadas con 16  $\Omega$ , 8  $\Omega$  y G, respectivamente. Calcular la impedancia entre las salidas de 16  $\Omega$  y 8  $\Omega$ .
- 14-9 Para el circuito que aparece en la figura 14-55, calcular
- La relación  $\alpha$  de transformación para asegurar la máxima transferencia de potencia entre la fuente y la impedancia compleja de carga  $Z_L$ .
  - La reactancia primaria (inductiva) reflejada en el circuito secundario de carga.
  - El valor de  $-jX_C$  para asegurar máxima transferencia de potencia de la fuente.
  - La reactancia total reflejada del secundario al primario a transferencia máxima de potencia.
  - La corriente  $I_1$  en el primario e  $I_2$  en el secundario a transferencia máxima de potencia.
  - La potencia que se disipa en la carga transferencia máxima de potencia.
  - La potencia que se disipa en  $Z_p$  a máxima transferencia de potencia.
  - La caída de voltaje a través de la impedancia  $Z_L$  de carga, a transferencia máxima de potencia.
  - La caída de voltaje a través de la impedancia  $Z_p$  del primario, a transferencia máxima de potencia.

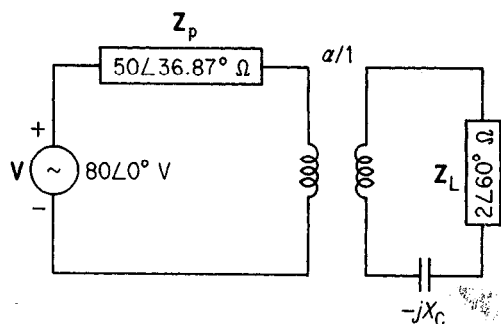


Figura 14-55 Circuito para el problema 14-9.

- 14-10 Un transformador real de bajada de núcleo de hierro, de 500 kVA, 2300/230 V, 60 Hz, tiene los siguientes valores:  $r_1 = 0.1 \Omega$ ,  $jX_{L1} = j0.3 \Omega$ ,  $r_2 = 1 \text{ m}\Omega$  y  $jX_{L2} = j3 \text{ m}\Omega$ . Cuando se carga este transformador a su valor nominal y se usa como de bajada, calcular
- Las corrientes nominales en el primario y secundario.
  - Las impedancias internas secundarias y primarias  $Z_2$  y  $Z_1$  (sólo las magnitudes).
  - Las caídas internas de voltaje en el secundario y en el primario.
  - Los voltajes inducidos en el secundario y en el primario, suponiendo que los voltajes de terminales e inducido están en fase.
  - La relación de los voltajes *inducidos* en el primario y el secundario, según la parte (d).
  - La relación de los voltajes *de terminales* primario y secundario, a partir de los datos de placa.

- 14-11 Para el transformador del problema 14-10, con los datos y los resultados, calcular
- La impedancia de carga en el secundario, a la potencia nominal,  $Z_L$ .
  - La impedancia de entrada al primario, a la carga nominal  $Z_p$ , con dos métodos.
  - Comparar la  $Z_p$  con la impedancia interna del secundario  $Z_2$  en el problema 14-10 y explicar la diferencia entre ellas.
  - Comparar la  $Z_p$  con la impedancia interna del primario  $Z_2$  en el problema 14-10 y explicar la diferencia.

- 14-12 Con los datos del problema 14-10 y la relación de transformación ( $\alpha = 10$ ), calcular
- La resistencia equivalente del transformador referida al lado de alto voltaje.
  - La reactancia equivalente del transformador referida al lado de alto voltaje.
  - La resistencia equivalente del transformador referida al lado de bajo voltaje.
  - La reactancia equivalente del transformador referida al lado de bajo voltaje.
  - Explicar por qué se puede suponer que la resistencia de cualquiera de los devanados es aproximadamente la mitad de su resistencia equivalente, medida con la prueba de cortocircuito.
  - Explicar por qué se puede suponer que la reactancia de cualquier devanado es aproximadamente la mitad de su reactancia equivalente, calculada a partir de datos de la prueba de cortocircuito.

- 14-13 Se prueba un transformador de 10 kVA, 60 Hz, 4800/240 V a circuito abierto y en cortocircuito. Los resultados de la prueba son los siguientes:

Prueba	V	A	W	Lado que se usa
A circuito abierto	240	1.5	160	Bajo voltaje
En cortocircuito	180	2.083	180	Alto voltaje

A partir de los datos anteriores, calcular

- La resistencia y reactancia equivalentes, referidas al lado de alto voltaje.
  - La resistencia y reactancia equivalentes, referidas al lado de bajo voltaje.
  - La regulación de voltaje del transformador de bajada, a FP unidad y plena carga.
  - La regulación de voltaje del transformador de bajada; a FP 0.8 en retraso.
  - La regulación de voltaje del transformador a FP 0.8 en adelanto.
- 14-14 Para los datos de las pruebas a circuito abierto y cortocircuito del problema 14-13, calcular
- La resistencia equivalente del transformador, referida al lado de bajo voltaje.
  - La eficiencia a plena carga, a un FP 0.9 en retraso.
  - La eficiencia a media carga, a un FP 0.9 en retraso.
  - La fracción de carga y el valor de la corriente en el secundario a los cuales se presenta la eficiencia máxima.

- e. La eficiencia máxima a FP unidad.
- f. La eficiencia máxima a FP 0.9 en retraso.

14-15 Un transformador de 100 kVA, 60 Hz, 12 000/240 V se prueba a circuito abierto y en cortocircuito. Los resultados de la prueba son los siguientes:

Prueba	V	A	W	Lado empleado
A circuito abierto	240	8.75	980	Bajo voltaje
En cortocircuito	600	8.3	1200	Alto voltaje

Para este transformador, en modo de bajada, calcular

- a. La regulación de voltaje a FP 0.8 en retraso.
  - b. La eficiencia a FP 0.8 en retraso para  $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$  y  $\frac{5}{4}$  de la carga nominal.
  - c. La fracción de la carga nominal a la que se presenta la eficiencia máxima.
  - d. La eficiencia máxima con FP 0.8 en retraso.
- 14-16 Un transformador monofásico tiene sus datos nominales de 110/440 V, 2.5 kVA, y se mide su reactancia de fuga en el lado de bajo voltaje en  $j0.06 \Omega$  mediante la prueba de cortocircuito. Calcular
- a. La reactancia de fuga en el lado de alto voltaje, en ohms.
  - b. La impedancia de base del lado de bajo voltaje [véase ecuación (13-5)].
  - c. La impedancia base del lado de alto voltaje.
  - d. La reactancia por unidad del lado de bajo voltaje. Pág. 5-33 (13-3)
  - e. La reactancia por unidad del lado de alto voltaje.
  - f. De acuerdo con los resultados de las partes (d) y (e), ¿cuál es la ventaja del sistema p. u. para calcular la reactancia p. u.?
- 14-17 Para los datos de la prueba de cortocircuito del problema 14-13, calcular
- a.  $Z_{eqp.u.}$  tanto en magnitud como en fase. [Sugerencia: véase ecuación (14-38).]
  - b.  $V_{lp.u.}$  a FP 0.8 en retraso.
  - c.  $V_{lp.u.}$  a FP 0.8 en adelanto.
  - d. La regulación de voltaje a FP 0.8 en retraso. Comparar con el problema 14-13d.
  - e. La regulación de voltaje a FP 0.8 en adelanto. Comparar con el problema 14-13e.
- 14-18 Para los datos de prueba de cortocircuito del problema 14-15, emplear el sistema p. u. para calcular la regulación de voltaje a la carga nominal y a
- a. FP 0.8 en retraso. Comparar con la respuesta al problema 14-15a.
  - b. FP 0.6 en adelanto.
- 14-19 Para los datos de prueba de cortocircuito del ejemplo 14-20, emplear el sistema p. u. y calcular la regulación de voltaje a carga nominal y a
- a. FP unidad.
  - b. FP 0.6 en adelanto.
- 14-20 Para los datos de prueba de circuito abierto y cortocircuito del problema 14-13, usar el sistema p. u. y calcular
- a. Las pérdidas en cobre p. u.,  $P_{Cup.u.}$ .
  - b. Las pérdidas en el núcleo, por unidad,  $P_{CLp.u.}$ .
  - c. La eficiencia a plena carga con FP 0.9 en retraso. Comparar con el problema 14-14b.
  - d. La eficiencia a media carga con FP 0.9 en retraso. Comparar con el problema 14-14c.
  - e. La eficiencia máxima a FP 0.9 en retraso. Comparar con el problema 14-14f.

- 14-21 Para los datos de prueba de cortocircuito y circuito abierto del problema 14-15, usar el sistema p. u. y calcular
- La eficiencia a FP 0.8 en retraso para la carga nominal y  $\frac{3}{4}$  de la carga nominal. Comparar con el problema 14-15b.
  - La fracción de la carga nominal a la cual se presenta la eficiencia máxima.
  - La eficiencia máxima a FP 0.8 en retraso. Comparar con los problemas 14-15c y d.
- 14-22 Se prueba un transformador de 50 kVA, 2400/240 V a circuito abierto y en cortocircuito. Los resultados de la prueba son los siguientes:

Prueba	V	A	W	Lado empleado
<i>A circuito abierto</i>	240	5.41	186	Bajo voltaje
<i>En cortocircuito</i>	48	20.83	617	Alto voltaje

- A partir de estos datos, emplear sólo el sistema p. u. y calcular, a carga nominal y FP 0.8 en retraso,
- La regulación de voltaje.
  - La eficiencia.
  - El factor de carga que produce la eficiencia máxima.
  - La eficiencia máxima con FP 0.8 en retraso.
- 14-23 La reactancia dada de un transformador de 500 MVA trifásico, 18 kV, es  $j0.25$  p. u., según su placa. Las bases de cálculo para el uso del transformador son 20 kV y 100 MVA. Calcular
- La impedancia de base original, en ohms.
  - La impedancia de base nueva, en ohms.
  - La reactancia óhmica original del transformador, en ohms.
  - La reactancia p. u. nueva del transformador, usando las partes (b) y (c).
  - La reactancia p. u. nueva del transformador, usando la ecuación (14-47).
  - Comparar las partes (d) y (e) y sacar conclusiones acerca de la última.
- 14-24 En un sistema de transmisión sencillo, monofásico, se conecta directamente un alternador de  $480 \angle 0^\circ$  V, de capacidad desconocida de kVA, con un transformador de 480/4800 V ( $T_1$ ) cuya capacidad es 10 kVA. El secundario de  $T_1$  se conecta a una línea de transmisión cuya impedancia óhmica es  $20 + j60 \Omega$  la cual, a su vez, alimenta a un segundo transformador de 10 kVA, de 4800/240 V,  $T_2$ . El secundario del  $T_2$  se conecta directamente con una carga de  $10 \angle 30^\circ \Omega$  de impedancia. Cada transformador tiene una reactancia p. u. igual a  $j0.1$  p. u. Trazar un diagrama de ese sistema monofásico identificando los tres circuitos como el circuito A del alternador, circuito B de transmisión y circuito C de carga. Calcular
- El voltaje, kVA e impedancia base del circuito C de carga.
  - El voltaje, kVA e impedancia base del circuito B de transmisión.
  - El voltaje, kVA e impedancia base del circuito A del alternador.
  - La impedancia de la carga por unidad, en forma compleja.
  - La impedancia por unidad de la línea de transmisión, en forma compleja.
  - El voltaje por unidad del alternador y trazar el diagrama unifilar de reactancia equivalente del sistema, indicando *todos* los valores p. u.: los datos y los valores calculados.
  - La impedancia total por unidad y la corriente p. u. del sistema, en forma compleja, respectivamente.

- h. La potencia por unidad y la potencia real que se disipa en la carga.
- i. La potencia por unidad y la potencia real que se disipa en las líneas.
- j. La potencia por unidad y la potencia real que suministra el alternador.
- k. Los kVA reales que suministra el alternador al sistema.

14-25 Dados tan sólo los valores del diagrama unifilar de la figura 14-56 y unos MVA base de 10 MVA, calcular

- a. La impedancia por unidad de la carga en el circuito C.
- b. La impedancia por unidad de la carga referida al circuito B (incluir  $\alpha_B$ ).
- c. La impedancia por unidad de la carga referida al circuito A (incluir  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$ ).
- d. Sacar conclusiones acerca de esos valores por unidad y hacer un esquema unifilar de reactancia equivalente para el sistema completo. Con ese diagrama, calcular
- e. El voltaje de la carga, en p. u.
- f. La corriente en la carga, en p. u.
- g. El voltaje de entrada de la fuente en p. u. (es decir, el voltaje sin carga).
- h. La regulación de voltaje (en p. u.), suponiendo que el voltaje del alternador es constante desde sin carga hasta plena carga.
- i. El voltaje real de la fuente, en kV, bajo las condiciones de carga que se indican en la figura 14-56.

14-26 Para el diagrama unifilar de reactancia equivalente para el ejemplo 14-29 en la figura 14-25b, y si la potencia que toma cada motor trabajando a FP unidad es  $M_1 = 15$  MW,  $M_2 = 30$  MW y  $M_3 = 20$  MW, calcular

- a. La potencia total que toman los tres motores, en MW.
- b. La potencia por unidad de la carga combinada de motores.
- c. El voltaje por unidad a través de los motores.
- d. La corriente por unidad que se entrega a la carga de motores.
- e. El voltaje de terminales de generador, por unidad.
- f. El voltaje real entre terminales del generador bajo las condiciones de carga dadas.

14-27 Se emplea un autotransformador de subida para abastecer 3 kV a partir de una línea de suministro de 2.4 kV. Si la carga en el secundario es 50 A, despreciar las pérdidas y la corriente de magnetización y calcular

- a. La corriente en cada parte del transformador.
- b. La corriente que se toma de la línea de suministro de 2.4 kV.
- c. Los kVA nominales del autotransformador.
- d. Los kVA nominales de un transformador convencional equivalente de dos devanados, necesario para llevar a cabo la misma transformación.

14-28 Para el autotransformador del problema 14-27, calcular a la carga nominal y FP unidad:

- a. La potencia que se transfiere del primario al secundario.
- b. La potencia que se transfiere por conducción del primario al secundario.

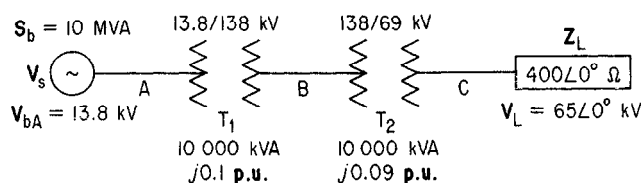


Figura 14-56 Diagrama para el problema 14-25.



- 14-29 Se puede demostrar que para los autotransformadores *de subida*, que la potencia transformada,  $P_x$ , se relaciona con la potencia total  $P$  que entra y sale del autotransformador ideal, con la sencilla ecuación  $P_x = P(1 - \alpha)$  siendo  $\alpha$  la relación de transformación. Demostrar algebraicamente que la potencia transferida por conducción,  $P_c$  simplemente es  $P_c = \alpha P$ . (Sugerencia:  $P = P_x + P_c$ .)
- 14-30 Para los autotransformadores *de bajada* se puede demostrar que la potencia transformada del primario al secundario,  $P_x$ , se relaciona con la potencia total que entra y sale del autotransformador mediante la ecuación  $P_x = P(\alpha - 1)/\alpha$ . Demostrar algebraicamente que la potencia que se transfiere en forma conductiva,  $P_c$ , en un transformador de bajada, es  $P_c = P/\alpha$ .
- 14-31 Se debe abastecer una carga trifásica de 50 kVA, 220 V con un suministro de 13 200 V, trifásico. Especificar los valores nominales de voltaje, corriente y kVA de los transformadores monofásicos que se necesitan para las siguientes conexiones:
- Estrella-estrella.
  - Estrella-delta.
  - Delta-estrella.
  - Delta-delta.
  - V-V.
- 14-32 Un banco de transformadores abastece una fábrica que toma 693.0 kW a FP unidad mediante dos transformadores conectados en V-V. El voltaje de la línea que entra a los primarios es 26 600 V, y el voltaje secundario de línea es 2300 V. Calcular, despreciando las pérdidas,
- Los kVA nominales mínimos de cada transformador.
  - La corriente y el voltaje nominales de cada devanado.
  - El FP al cual trabaja cada devanado, despreciando la corriente de excitación.
  - El aumento en capacidad, en KW a FP unidad, del banco cuando se agrega un tercer transformador idéntico.
  - El aumento porcentual, en kW, y en costo del transformador, bajo las condiciones de la parte (d).

# Apéndice

## Apéndice A-1 UNIDADES SI, DEFINICIONES Y FACTORES DE CONVERSION

### A-1-1 Definiciones de las unidades básicas del SI

**Ampere** La corriente constante que, si se mantiene en dos conductores paralelos de longitud infinita y sección transversal despreciable, colocados a una distancia de 1 metro, producen entre esos conductores una fuerza de  $2 \times 10^{-7}$  newtons por metro de longitud.

**Candela** Intensidad luminosa en dirección perpendicular, de una superficie de  $1/600\,000$  metros cuadrados de un cuerpo negro a la temperatura de solidificación del platino bajo una presión de 101325 newtons por metro cuadrado.

**Esterradián** Unidad de medición de un ángulo sólido con su vértice al centro de una superficie esférica igual a la de un cuadra-

do con lados de longitud igual a la del radio.

**Kelvin** La temperatura termodinámica que es la fracción  $1/273.16$  del punto triple del agua.

**Kilogramo** Unidad de masa igual a la masa del kilogramo patrón internacional en custodia de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sèvres, París, Francia.

**Metro** Longitud igual a  $1\,650\,763.73$  longitudes de onda en el vacío de la radiación que corresponde a la transición entre los niveles  $2p_{10}$  y  $5d_5$  del átomo de kriptón, 86.

**Mol** Cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en  $0.012$  kg de carbono 12.

## A-1.2 Definiciones de las unidades suplementarias del SI

**Radián** Unidad de medición de un ángulo plano con su vértice en el centro de un círculo y que subtiende un arco igual al radio.

**Segundo** Duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación que corresponde a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

## A-1.3 Factores de conversión

### A. Longitud (relaciones lineales)

2.54 cm/pulg	0.1 nm/Å	$10^{-3}$ pulg/mil	0.16 brazas/pie
0.9144 m/yard	$1.76 \times 10^3$ yd/mi	$9.46 \times 10^{12}$ km/año luz	16.5 pie/vara
1.609 km/mi	6 pie/braza	$3.084 \times 10^{13}$ km/parsec	$10^{-6}$ m/μm
30.48 cm/pie	3 pie/yard	$10^2$ cm/m	3.281 pie/m
$5.28 \times 10^3$ pie/mi	16.5 pie/vara	0.0254 mm/mil	0.001 pulg/mil

### B. Area (que se pueden obtener elevando al cuadrado las relaciones lineales en A)

$10^4$ cm <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	$1.974 \times 10^9$ cmil/m <sup>2</sup>	$6.944 \times 10^{-3}$ pie <sup>2</sup> /pulg <sup>2</sup>	144 pulg <sup>2</sup> /pie <sup>2</sup>
10.76 pie <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	$1.076 \times 10^{-3}$ pie <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup>	$5.454 \times 10^{-9}$ pie <sup>2</sup> /cmil	$5.067 \times 10^{-6}$ cm <sup>2</sup> /cmil
$1.55 \times 10^3$ pulg <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	10.76 pie <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	$5.067 \times 10^{-10}$ m <sup>2</sup> /cmil	

### C. Volumen (que se pueden obtener elevando al cubo las relaciones lineales en A)

$10^6$ cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	$10^{-3}$ m <sup>3</sup> /litro (1)
35.31 pie <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	61.02 pulg <sup>3</sup> /litro
$6.102 \times 10^4$ pulg <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	231 pulg <sup>3</sup> /gal
$3.531 \times 10^{-2}$ pie <sup>3</sup> /litro (2)	277.42 pulg <sup>3</sup> /gal imperial = 10 lb H <sub>2</sub> O
$10^3$ cm <sup>3</sup> /litro (1)	1000.028 cm <sup>3</sup> /litro = 1 kg H <sub>2</sub> O (3)
57.75 pulg <sup>3</sup> /cuarto de galón	

### D. Velocidad (que se pueden obtener empleando las relaciones lineales de A, por segundo, minuto u hora)

1.097 $\frac{\text{km/h}}{\text{pie/s}}$	3.6 $\frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}$	5.08 $\frac{\text{min/s}}{\text{pie/min}}$	1.152 $\frac{\text{mi/h}}{\text{nudo}}$
0.6818 $\frac{\text{mi/h}}{\text{pie/s}}$	3.281 $\frac{\text{pie/s}}{\text{m/s}}$	0.2778 $\frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}$	0.9113 $\frac{\text{pie/s}}{\text{km/h}}$

(1) N. del T.: En realidad, un litro equivale a 1000.028 cm<sup>3</sup>, y la pequeña diferencia se debe a una corrección posterior a la definición original (1000 cm<sup>3</sup>/l) debida a su vez a una corrección del valor de la densidad del agua.

(2) Sólo en la tierra.

(3) N. del T.: Sólo a 4°C.

$0.5921 \frac{\text{nudo}}{\text{pie/s}}$	$1.467 \frac{\text{pie/s}}{\text{mi/h}}$	$0.5148 \frac{\text{m/s}}{\text{nudo}}$	$0.9144 \frac{\text{m/h}}{\text{yd/h}}$
$0.54 \frac{\text{km/h}}{\text{mi/h}}$	$0.447 \frac{\text{m/s}}{\text{mi/h}}$	$1.853 \frac{\text{km/h}}{\text{nudo}}$	$1609.4 \frac{\text{m/h}}{\text{mi/h}}$
$1.944 \frac{\text{nudo}}{\text{m/s}}$	$0.01 \frac{\text{m/s}}{\text{cm/s}}$	$0.3048 \frac{\text{m/s}}{\text{ft/s}}$	

## E. Masa

$2.205 \text{ lb/kg}_f (2)$	$0.4536 \text{ kg/lb} (2)$	$0.06852 \text{ slug/kg}$	$1 \frac{\text{dina/cm}^2}{\text{g}}$
$28.35 \text{ g/onza} (2)$	$1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/uam}$	$1 \times 10^3 \text{ kg/ton métrica} (2)$	
$453.6 \text{ g/lb}^*$	$907.2 \text{ kg/ton corta} (2)$	$1 \frac{\text{N/m/s}^2}{\text{kg}}$	$1 \frac{\text{lb/pic/s}^2}{\text{slug}}$
$1.459 \times 10^4 \text{ g/slug}$	$10^3 \text{ g/kg}$		
$14.594 \text{ kg/slug}$			

## F. Fuerza y peso

$10^{-5} \text{ N/dina}$	$3.108 \times 10^{-2} \text{ lb/pdl}$	$980.7 \text{ dina/gf}_f (2)$	$9.807 \text{ N/kg}_f (2)$
$2.248 \times 10^{-6} \text{ lb/dina}$	$9.807 \times 10^{-3} \text{ N/kg}_f$	$0.138 \text{ 26 N/pdl}$	$1 \frac{\text{slug} \cdot \text{pie/s}^2}{\text{lb}_f}$
$7.233 \times 10^{-5} \text{ pdl/dina}$	$4.4482 \text{ N/lb}_f$	$0.278 \text{ N/onza} (2)$	
$28.35 \text{ g/onza}$	$9.807 \text{ N/kg}_f (2)$	$1 \frac{\text{g} \cdot \text{cm/s}^2}{\text{dina}}$	$1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{N}}$
$0.2248 \text{ lb/N}$	$32.17 \text{ pdl/lb}$		
$7.233 \text{ pdl/N}$	$2.205 \text{ lb/kg}_f (2)$		

## G. Densidad

$515.4 \frac{\text{kg/m}^3}{\text{slug/pie}^3}$	$16.02 \frac{\text{kg/m}^3}{\text{lb/pie}^3}$	$32.17 \frac{\text{lb/pie}^3 (2)}{\text{slug/pie}^3}$	$62.43 \frac{\text{lb/pie}^3 (2)}{\text{g/cm}^3}$
$10 \frac{\text{kg/cm}^3}{\text{g/cm}^3}$	$2.768 \times 10^4 \frac{\text{kg/m}^3 (2)}{\text{lb/pulg}^3}$	$62.43 \frac{\text{lb/pie}^3 (2)}{\text{g/cm}^3}$	$1728 \frac{\text{lb/pie}^3}{\text{lb/pulg}^3}$
$\text{H}_2\text{O} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{litro}} = 8.342 \frac{\text{lb}}{\text{gal}} = 62.43 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 1 \text{ g/cm}^3$			

## H. Energía

$10^{-7} \text{ J/erg}$	$1 \frac{\text{J}}{\text{N} \cdot \text{m}}$	$1.49 \times 10^{-10} \text{ J/uma}$	$2.685 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{hp} \cdot \text{h}}$
$3.6 \times 10^6 \text{ J/kWh}$	$1 \frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{N} \cdot \text{m}}$	$3413 \frac{\text{Btu}}{\text{kWh}}$	$2.93 \times 10^{-4} \frac{\text{kWh}}{\text{Btu}}$
$1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV}$		$252 \frac{\text{g} \cdot \text{cal}}{\text{Btu}}$	$0.7457 \frac{\text{kWh}}{\text{hp} \cdot \text{h}}$
$4.186 \text{ J/g} \cdot \text{cal}$	$0.7375 \frac{\text{pie} \cdot \text{lb}}{\text{J}}$	$0.252 \text{ kg} \cdot \text{cal/Btu}$	$2.778 \times 10^{-7} \text{ kWh/J}$
$1054.8 \text{ J/Btu}$	$3.968 \frac{\text{Btu}}{\text{kg} \cdot \text{cal}}$	$0.2389 \text{ g} \cdot \text{cal/J}$	$0.324 \text{ g} \cdot \text{cal/pie} \cdot \text{lb}$
$1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2}$		$788 \text{ pie} \cdot \text{lb/Btu}$	$1.356 \text{ J/pie} \cdot \text{lb}$
$1 \frac{\text{J}}{\text{W} \cdot \text{s}}$	$4.186 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{cal}}$		

**I. Potencia (se obtienen las relaciones en H si cada una se divide entre la misma unidad de tiempo)**

$10^{-7} \frac{\text{J/s}}{\text{erg/s}}$	$4.186 \frac{\text{W}}{\text{g} \cdot \text{cal/s}}$	$550 \frac{\text{pie} \cdot \text{lb/s}}{\text{hp}}$	$3.929 \times 10^{-4} \frac{\text{hp}}{\text{Btu/h}}$
$745.7 \frac{\text{W}}{\text{hp}}$	$1.356 \frac{\text{W}}{\text{pie} \cdot \text{lb/s}}$	$33\,000 \frac{\text{pie} \cdot \text{lb/min}}{\text{hp}}$	$5.613 \times 10^{-3} \frac{\text{hp}}{\text{g} \cdot \text{cal/s}}$
$0.2931 \frac{\text{W}}{\text{Btu/h}}$	$0.056\,88 \frac{\text{Btu/min}}{\text{W}}$	$1.3405 \frac{\text{hp}}{\text{kW}}$	$4.186 \frac{\text{W}}{\text{g} \cdot \text{cal/s}}$
$1 \frac{\text{W}}{\text{J/s}}$	$0.014\,33 \frac{\text{kg} \cdot \text{cal/min}}{\text{W}}$	$2.260 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{pie} \cdot \text{lb/min}}$	

**J. Presión**

$1 \frac{\text{Pa}}{\text{N/m}^2}$	$10^2 \text{ Pa/mbar}$	$249.1 \frac{\text{Pa}}{\text{pulg (H}_2\text{O)}}$	$10^6 \frac{\text{dina/cm}^2}{\text{bar}}$
$1.013 \times 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{atm}}$	$133.322 \frac{\text{Pa}}{\text{mm Hg}}$	$1333 \frac{\text{Pa}}{\text{cm Hg}}$	$10^3 \frac{\text{dina/cm}^2}{\text{m bar}}$
$6.895 \frac{\text{kPa}}{\text{lb/pulg}^2}$	$0.2491 \frac{\text{kPa}}{\text{pulg (H}_2\text{O)}}$	$2116 \frac{\text{lb}_f/\text{pie}^2}{\text{atm}}$	$760 \text{ mm Hg}$
$47.88 \frac{\text{Pa}}{\text{lb}_f/\text{pie}^2}$	$2.989 \frac{\text{kPa}}{\text{pulg (H}_2\text{O)}}$	$27.85 \frac{\text{lb}_f/\text{pie}^2}{\text{cm Hg}}$	$1 \text{ atm}$
$9.807 \frac{\text{Pa}}{\text{kg}_f/\text{m}^2}$	$0.1 \frac{\text{Pa}}{\text{dina/cm}^2}$	$10 \frac{\text{N/m}^2}{\text{bar}}$	

**K. Luz**

$10.76 \text{ lux/fc}$	$3.426 \frac{\text{cd/m}^2}{\text{fL}}$	$1 \frac{\text{lum/pie}^2}{\text{fc}}$
------------------------	---	--

**L. Inercia**

$10^{-7} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$	$7.07 \times 10^4 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{onza} \cdot \text{pulg} \cdot \text{s}^2}$	$7.372 \times 10^{-8} \frac{\text{slug} \cdot \text{pie}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$
$1.829 \times 10^2 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{onza} \cdot \text{in}^2}$	$1.829 \times 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{onza} \cdot \text{pulg}^2}$	$1.348 \times 10^{-5} \frac{\text{slug} \cdot \text{pie}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$
$1.357 \times 10^7 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{slug} \cdot \text{pie}^2}$	$70.7 \frac{\text{kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{onza} \cdot \text{pulg} \cdot \text{s}^2}$	$5.468 \times 10^{-3} \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$
$1.357 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{slug} \cdot \text{pie}^2}$	$2.59 \times 10^{-3} \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg} \cdot \text{s}^2}{\text{onza} \cdot \text{pulg}^2}$	$1 \frac{\text{dina} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}$
$2.925 \times 10^{-4} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{lb} \cdot \text{pulg}^2}$	$7.419 \times 10^4 \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}^2}{\text{lb} \cdot \text{pie} \cdot \text{s}^2}$	$1 \frac{\text{lb} \cdot \text{pie} \cdot \text{s}^2}{\text{slug} \cdot \text{pie}^2}$
		$7.07 \times 10^4 \frac{\text{dina} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2}{\text{onza} \cdot \text{pulg} \cdot \text{s}^2}$

**M. Par**

$1.383 \times 10^4 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{lb} \cdot \text{pie}}$	$7.0612 \times 10^4 \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}}$	$1.235 \times 10^{-5} \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{g} \cdot \text{cm}}$	$1.355818 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{lb} \cdot \text{pie}}$
---	--	--	---

$$\begin{array}{llll}
 72.01 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} & 1.416 \times 10^{-5} \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}}{\text{dina} \cdot \text{cm}} & 1.389 \times 10^{-2} \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}}{\text{g} \cdot \text{cm}} & 0.737562 \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{N} \cdot \text{m}} \\
 7.0612 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} & 192 \frac{\text{onza} \cdot \text{pulg}}{\text{lb} \cdot \text{pie}} & 5.208 \times 10^{-3} \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{onza} \cdot \text{pulg}} & 
 \end{array}$$

## N. Temperatura

$$\begin{array}{lll}
 ^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32) & \text{K} = ^\circ\text{C} + 273.16 & ^\circ\text{F} = \frac{9}{5} ^\circ\text{C} + 32 \\
 & ^\circ\text{R} = ^\circ\text{F} + 459.67 & 
 \end{array}$$

## O. Resistividad

$$\begin{array}{lll}
 6.0153 \times 10^8 \frac{\Omega \cdot \text{cmil/pie}}{\Omega \cdot \text{m}} & 6.0153 \times 10^6 \frac{\Omega \cdot \text{cmil/pie}}{\Omega \cdot \text{cm}} & 1.662 \times 10^{-9} \frac{\Omega \cdot \text{m}}{\Omega \cdot \text{cmil/pie}} \\
 10^{-8} \frac{\Omega \cdot \text{m}}{\mu\Omega \cdot \text{cm}} & 0.01 \frac{\Omega \cdot \text{m}}{\Omega \cdot \text{cm}} & 
 \end{array}$$

## P. Diferencia de potencial

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}} \quad 10^{-8} \frac{\text{V}}{\text{abV}} \quad 299.8 \frac{\text{V}}{\text{esu}} \quad 1 \frac{\text{Wb/s}}{\text{V}}$$

## Q1. Flujo magnético ( $\Phi$ ) y densidad de flujo ( $B$ )

$$\begin{array}{llll}
 10^8 \frac{\text{Mx}}{\text{Wb}} & 10^{-4} \frac{\text{Wb/m}^2}{\text{G}} & 10^{-9} \frac{\text{Wb/m}^2}{\text{gamma}} & 1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Wb}}{\text{A}} \\
 10^5 \frac{\text{k} \cdot \text{líneas}}{\text{Wb}} & 1.550 \times 10^{-2} \frac{\text{Wb/m}^2}{\text{k} \cdot \text{línea/pulg}^2} & 2.998 \times 10^6 \frac{\text{Wb/m}^2}{\text{ues}} & \\
 10^{-4} \text{ T} = 1 \text{ G} = 1 \frac{\text{Mx}}{\text{cm}^2} & 10^{-7} \frac{\text{Wb/m}^2}{\text{mG}} & \frac{10^7 \text{ G/Oe}}{4\pi \text{ H/m}} & 
 \end{array}$$

## Q2. Fuerza magnetomotriz ( $\mathcal{F}$ )

$$10 \frac{\text{At}}{\text{abAt}} \quad 0.7958 \frac{\text{At}}{\text{Gb}} \quad 1.257 \frac{\text{Gb}}{\text{At}}$$

## Q3. Intensidad de campo magnético ( $H$ )

$$10^2 \frac{\text{At/m}}{\text{At/cm}} \quad 79.58 \frac{\text{At/m}}{\text{Oe}} \quad 1.257 \frac{\text{Oe}}{\text{AT/cm}} \quad 1.257 \times 10^{-2} \frac{\text{Oe}}{\text{At/m}}$$

$$39.37 \frac{\text{At/m}}{\text{At/in}}$$

$$2.021 \frac{\text{At/in}}{\text{Oe}}$$

$$0.4947 \frac{\text{Oe}}{\text{At/in}}$$

$$0.7958 \frac{\text{At/cm}}{\text{Oe}}$$

#### Q4. Otras relaciones magnéticas

$$\mu_{\text{MKS}} = \mu_{\text{ENG}} (4\pi \times 10^{-7} \times 2.54 \times 10^{-7})$$

$$1 \text{ Oe} = 1 \frac{\text{Gb}}{\text{cm}} = 1 \frac{\text{dina}}{\text{polo unit.}} = 79.6 \frac{\text{At}}{\text{m}}$$

$$\mu_{\text{cgs}} = \mu_{\text{MKS}} \frac{10^7}{4\pi}$$

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}}$$

$$\frac{10^7 \text{ G/Oe}}{4\pi \text{ H/m}}$$

#### R. Carga eléctrica

$$2.778 \times 10^{-3} \frac{\text{Ah}}{\text{abC}}$$

$$26.81 \frac{\text{Ah}}{\text{F}}$$

$$9.652 \times 10^4 \frac{\text{C}}{\text{F}}$$

$$2.778 \times 10^{-4} \text{ Ah/C}$$

$$3600 \frac{\text{C}}{\text{Ah}}$$

#### S. Corriente eléctrica

$$1 \text{ abA/emu}$$

$$10 \text{ A/abA}$$

$$2.998 \times 10^{10} \text{ stat A/abA}$$

$$1 \text{ stat A/ues}$$

$$2.998 \times 10^9 \text{ stat A/A}$$

$$1 \frac{\text{C/s}}{\text{A}}$$

#### T. Mediciones de ángulos

$$3600 \text{ s/grado}$$

$$57.30 \text{ grado/rad}$$

$$10^3 \text{ mils/rad}$$

$$17.45 \text{ mils/grado}$$

$$1.745 \times 10^{-2} \text{ rad/grado}$$

$$6.283 \text{ rad/rev}$$

$$3.438 \times 10^3 \text{ min/rad}$$

$$3.438 \text{ min/mil}$$

$$2.778 \times 10^{-3} \text{ rad/grado}$$

$$60 \text{ min/grado}$$

$$0.1592 \text{ rev/rad}$$

$$60 \text{ s/min}$$

$$1.667 \times 10^{-2} \frac{\text{grado}}{\text{min}}$$

#### U. Mediciones de ángulos sólidos

$$1 \text{ esfera} = 4\pi \text{ esterradianes} = 12.57 \text{ esterradianes}$$

#### V. Tiempo

$$365.256 \text{ días solares/año sideral}$$

$$3.6 \times 10^3 \text{ s/h}$$

$$8.64 \times 10^4 \text{ s/día}$$

$$60 \text{ s/min}$$

## W. Velocidad angular

$$\begin{aligned} & \frac{30 \text{ rev/min}}{\pi \text{ rad/s}} \\ & \frac{1 \text{ rev/s}}{2\pi \text{ rad/s}} \\ & \frac{6 \text{ grado/s}}{\text{rev/min}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\pi \text{ rad/s}}{30 \text{ rev/min}} \\ & \frac{360 \text{ grado/s}}{\text{rev/s}} \\ & \frac{2\pi \text{ rad/s}}{\text{rev/s}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{180 \text{ grado/s}}{\pi \text{ rad/s}} \\ & \frac{1 \text{ rev/min}}{6 \text{ grado/s}} \\ & \frac{60 \text{ rev/min}}{\text{rev/s}} \end{aligned}$$

## X. Amortiguamiento

$$20.11 \frac{\text{onzas} \cdot \text{pulg}/\text{rpm}}{\text{pie} \cdot \text{lb}/(\text{rad/s})} \quad 6.75 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s})}{\text{onzas} \cdot \text{pulg}/(\text{rev/min})}$$

## APÉNDICE A-2 DEDUCCION DE LAS RELACIONES ENTRE PAR, POTENCIA Y VELOCIDAD

Sea  $F$  la fuerza útil desarrollada por todos los conductores de la armadura que producen par electromagnético, en libras;  $r$  el radio de la armadura, en pies;  $n$  el número de revoluciones de la armadura; y  $t$  el tiempo, 1 minuto, durante el cual la armadura gira  $n$  veces.

Entonces la potencia, que es la rapidez con que una armadura giratoria efectúa trabajo, expresada en  $\text{pie} \cdot \text{lb}/\text{min}$  es

$$P = \frac{W}{t} = \left( 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}} \right) \times \left( \frac{n \text{ rev}}{t \text{ min}} \right) \times (F \text{ lb}) \times r \text{ pies} = \frac{2\pi Frn}{t} \text{ (pie} \cdot \text{lb/min)}$$

Pero como  $T = Fr$  y  $n/t =$  velocidad,  $S$ , por definición, entonces

$$P = \frac{W}{t} = 2\pi TS \text{ (pie} \cdot \text{lb/min)}$$

y como  $1 \text{ hp} = 33\,000 \text{ pie} \cdot \text{lb}/\text{min}$ , por definición, entonces

$$\text{hp} = \frac{2\pi TS \text{ (pie} \cdot \text{lb/min)}}{33\,000 \text{ (pie} \cdot \text{lb/min/hp)}} = \frac{TS}{5252} \quad (4-15a)$$

Despejando el par de la ecuación (4-15a), se obtiene

$$T = \frac{\text{hp} \times 5252}{S} = \frac{5252 \times P}{S \times 746 \text{ W/hp}} = \frac{7.04P}{S} \text{ (lb} \cdot \text{pie)} \quad (4-16a)$$

en la cual  $S$  es la velocidad en rpm (rev/min)

$P$  es la potencia en watts

La deducción de las ecuaciones correspondientes en SI se hace de modo muy sencillo ya que la velocidad angular,  $\omega$ , es  $\theta/t$ . Cuando se aplica una fuerza tangencial,  $F$ , a un conductor que está a una distancia de radio  $r$  del eje de rotación, entonces el



par es  $Fr$ . El trabajo, en newton-metros es  $\theta T$ . Como la potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo, podemos escribir las siguientes igualdades para la potencia, en watts:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\theta T}{t} = \left(\frac{\theta}{t}\right)T = \omega T$$

de la cual, entonces se despeja el par y da

$$T_{SI} = \frac{P}{\omega} \quad \text{newton-metros (N·m)} \quad (4-16b)$$

donde  $P$  es la potencia en watts

y  $\omega$  es la velocidad en rad/s.

De la ecuación (4-16b), podemos escribir la relación de los hp en SI:

$$\text{hp} = \frac{\omega T}{746} \quad (4-15b)$$

## APENDICE A-3 SECCIONES APLICABLES DEL CODIGO NACIONAL ELECTRICO DE EUA (NEC)

Nota: Todas las tablas indican las secciones NEC.

**Tabla 430-147. Corriente a plena carga en amperes, motores de corriente directa**

Los siguientes valores para corrientes a plena carga son para motores que trabajan a la velocidad base.

HP	Voltaje nominal de armadura (*)					
	90V	120V	180V	240V	500V	550V
¼	4.0	3.1	2.0	1.6		
½	5.2	4.1	2.6	2.0		
¾	6.8	5.4	3.4	2.7		
1	9.6	7.6	4.8	3.8		
1½	12.2	9.5	6.1	4.7		
2		13.2	8.3	6.6		
3		17	10.8	8.5		
5		25	16	12.2		
7½		40	27	20		
10		58		29	13.6	12.2
15		76		38	18	16
20				55	27	24
25				72	34	31
30				89	43	38
40				106	51	46
50				140	67	61
60				173	83	75
75				206	99	90
100				255	123	111
125				341	164	148
150				425	205	185
200				506	246	222
				675	330	294

\*Son cantidades promedio de corriente directa.

En lo que respecta a la tabla 430-147, nótese que los valores intermedios de corriente de plena carga para motores cuyos voltajes nominales de armadura no aparecen en la tabla se pueden calcular por interpolación (a dos dígitos significativos), como se muestra en los siguientes ejemplos:

<b>EJEMPLO 1</b> Calcular la corriente a plena carga de un motor de 5 hp, 220 V con los datos para a. Un voltaje de armadura de 180 V b. Un voltaje de armadura de 240 V	<b>Solución</b> a. $I_{L1} = 27 \text{ A} \left( \frac{180 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right) = 22 \text{ A}$ b. $I_{L2} = 20 \text{ A} \left( \frac{240 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right) = 22 \text{ A}$
<b>EJEMPLO 2</b> Calcular la corriente de línea para un motor de 10 hp, 600 V cd, a su carga nominal.	<b>Solución</b> $I_L = 16 \text{ A} \left( \frac{550 \text{ V}}{600 \text{ V}} \right) = 14.6 \text{ A}$

**Tabla 430-148. Corrientes de plena carga en amperes  
Motores monofásicos de corriente alterna**

Los siguientes valores de corrientes de plena carga son para motores que trabajan a las velocidades usuales y con características normales de par. Los motores que se construyen para velocidades especialmente bajas o pares altos pueden tener corrientes mayores de plena carga, y los motores de varias velocidades tendrán la corriente de plena carga variable de acuerdo a la velocidad, en cuyo caso se deben emplear las corrientes nominales de placa.

Para obtener las corrientes de plena carga de motores de 208 y 200 volts, aumentar 10 y 15 por ciento, respectivamente, las corrientes de plena carga para los motores correspondientes de 230 volts.

Los voltajes enlistados son voltajes de motor. Las corrientes enlistadas se deben permitir para límites de voltaje del sistema de 110 a 120 y 220 a 240.

HP	115V	230V
1/6	4.4	2.2
1/4	5.8	2.9
1/3	7.2	3.6
1/2	9.8	4.9
3/4	13.8	6.9
1	16	8
1 1/2	20	10
2	24	12
3	34	17
5	56	28
7 1/2	80	40
10	100	50

**Tabla 430-150. Corriente de plena carga\***  
**Motores trifásicos de corriente alterna**

HP	Motor de inducción de jaula de ardilla y rotor devanado Amperes					Motor sincrónico Factor de potencia unidad (†) Amperes			
	115V	230V	460V	575V	2300V	230V	460V	575V	2300V
½	4	2	1	.8					
¾	5.6	2.8	1.4	1.1					
1	7.2	3.6	1.8	1.4					
1½	10.4	5.2	2.6	2.1					
2	13.6	6.8	3.4	2.7					
3		9.6	4.8	3.9					
5		15.2	7.6	6.1					
7½		22	11	9					
10		28	14	11					
15		42	21	17					
20		54	27	22					
25		68	34	27		53	26	21	
30		80	40	32		63	32	26	
40		104	52	41		83	41	33	
50		130	65	52		104	52	42	
60		154	77	62	16	123	61	49	12
75		192	96	77	20	155	78	62	15
100		248	124	99	26	202	101	81	20
125		312	156	125	31	253	126	101	25
150		360	180	144	37	302	151	121	30
200		480	240	192	49	400	201	161	40

Para corrientes de plena carga de motores de 208 y 200 volts, aumentar 10 y 15 por ciento, respectivamente, la corriente de plena carga de los motores correspondientes de 230 volt.

\*Estos valores para la corriente de plena carga son para motores que trabajen a velocidades normales en los motores con banda y aquellos con características normales de par. Los motores contruidos especialmente para bajas velocidades o altos pares podrán necesitar más corriente en trabajo normal, y los motores de varias velocidades tendrán la corriente de plena carga variable con su velocidad, en cuyo caso se debe emplear la corriente nominal de placa.

† Para factores de potencia de 90 y 80 por ciento, se deben multiplicar las cifras anteriores por 1.1 y 1.25 respectivamente.

Los voltajes de la lista son voltajes de motor. Las corrientes de la lista se deben permitir para límites de voltaje del sistema de 110 a 120, 220 a 240, 440 a 480, y 580 a 600 volts.

Tabla 430-7(b). Letras de código indicadoras de rotor bloqueado

Letra de código	Kilovoltamperes por caballo de fuerza con rotor bloqueado		
A	0	—	3.14
B	3.15	—	3.54
C	3.55	—	3.99
D	4.0	—	4.49
E	4.5	—	4.99
F	5.0	—	5.59
G	5.6	—	6.29
H	6.3	—	7.09
J	7.1	—	7.99
K	8.0	—	8.99
L	9.0	—	9.99
M	10.0	—	11.19
N	11.2	—	12.49
P	12.5	—	13.99
R	14.0	—	15.99
S	16.0	—	17.99
T	18.0	—	19.99
U	20.0	—	22.39
V	22.4	—	and up

**Letras de código indicadores de rotor bloqueado.** Las letras de código estampadas en las placas del motor para indicar la entrada al motor con rotor bloqueado deben estar de acuerdo con la tabla 430-7(b).

La letra de código que indica la entrada al motor con el rotor bloqueado debe estar en un grupo especial en la placa, identificada correctamente. Esa letra de código se debe emplear para calcular la protección del circuito ramal, cortocircuito y falla a tierra, mediante una referencia a la tabla 430-152, que aparece en la sección 430-52.

(1) Los motores de varias velocidades deben estar marcados con la letra de código que identifica los kVA del rotor bloqueado por hp para la máxima velocidad a la que se pueda poner a trabajar el motor.

*Excepción:* Los motores de potencia constante y varias velocidades se deberán marcar con la letra del código que dé los mayores kVA de rotor bloqueado por hp.

(2) Los motores de una velocidad que arranquen con una conexión en estrella y trabajen en conexiones delta se deben marcar con una letra de código que corresponda a los kVA de rotor bloqueado por hp para la conexión Y.

(3) Los motores para dos voltajes que tienen diferentes kVA a rotor bloqueado por hp en cada uno de los voltajes deberán tener la marca con la letra de código para el voltaje que dé los mayores kVA por hp a rotor bloqueado.

(4) Los motores con 50 y 60 Hz nominales deben estar marcados con una letra de código que identifique a los kVA a rotor bloqueado por hp para 60 hertz.

(5) Los motores de arranque con devanado parcial deben estar marcados con una letra de código que identifique los kVA a rotor bloqueado por hp que se base en la corriente a rotor bloqueado para el devanado completo del motor.

**Tabla 430-151. Tabla de conversión de corrientes de rotor bloqueado para selección de medios de desconexión y de control, determinados a partir de la potencia y voltaje nominales**  
**Para empleo sólo con las secciones 430-110, 440-12 y 440-41.**

Corriente de rotor bloqueado en amperes*							Hp máx. nominales
Monofásicos		Dos o tres fases					
115V	230V	115V	200V	230V	460V	575V	
58.8	29.4	24	18.8	12	6	4.8	½
82.8	41.4	33.6	19.3	16.8	8.4	6.6	¾
96	48	43.2	24.8	21.6	10.8	8.4	1
120	60	62	35.9	31.2	15.6	12.6	1½
144	72	81	46.9	40.8	20.4	16.2	2
204	102	—	66	58	26.8	23.4	3
336	168	—	105	91	45.6	36.6	5
480	240	—	152	132	66	54	7½
600	300	—	193	168	84	66	10
—	—	—	290	252	126	102	15
—	—	—	373	324	162	132	20
—	—	—	469	408	204	162	25
—	—	—	552	480	240	192	30
—	—	—	718	624	312	246	40
—	—	—	897	780	390	312	50
—	—	—	1063	924	462	372	60
—	—	—	1325	1152	576	462	75
—	—	—	1711	1488	744	594	100
—	—	—	2153	1872	936	750	125
—	—	—	2484	2160	1080	864	150
—	—	—	3312	2880	1440	1152	200

\*Estos valores de corriente de rotor bloqueado son aproximadamente 6 veces los valores de corriente de plena carga que se dan en las tablas 430-148 y 430-150.

**Tabla 430-152. Capacidad máxima o ajuste de dispositivos de protección de cortocircuito o falla a tierra en el circuito ramal**

Tipo de motor	Porcentaje de la corriente de plena carga			
	Fusible sin retardo	Fusible de dos elementos (De tiempo de retardo)	Disyuntor instantáneo	Disyuntor tiempo inverso(*)
Monofásico, todos los tipos, sin letra de código .....	300	175	700	250
Todos los monofásicos y polifásicos ca de jaula de ardilla y síncronos con arranque a pleno voltaje, por resistor o por reactor:				
Sin letra de código .....	300	175	700	250
Letras F a V de código ..	300	175	700	250
Letras B a E de código...	250	175	700	200
Letra A de código .....	150	150	700	150
Todos los motores de ca de jaula de ardilla y síncronos con arranque de autotransformador:				
No mayores de 30 amp				
Sin letras de código .....	250	175	700	200
Mayores de 30 amp				
Sin letra de código .....	200	175	700	200
Letras F a V de código .....	250	175	700	200
Letras B a E de código .....	200	175	700	200
Letra A de código .....	150	150	700	150
Jaula de ardilla de alta react. No mayores de 30 amp				
Sin letra de código .....	250	175	700	250
Mayores de 30 amp				
Sin letra de código .....	200	175	700	200
De rotor devanado—				
Sin letra de código .....	150	150	700	150
Corriente directa (voltaje constante)				
No mayores de 50 hp				
Sin letra de código .....	150	150	250	150
Mayores de 50 hp				
Sin letra de código .....	150	150	175	150

Para explicación de la marca de letra de código, véase tabla 430-7(b).

Para ciertas excepciones a los valores especificados, véanse secciones 430-52 a 430-54.

\* Los valores de la última columna también comprenden las capacidades de disyuntor no ajustables tipo tiempo inverso que se pueden modificar como en la sección 430-52.

† Motores síncronos del tipo de bajo par, baja velocidad (en general de 450 rpm o menos), como en los que se emplean para impulsar compresores recíprocos, bombas, etc., que arrancan sin carga, no necesitan capacidad de fusible o ajuste de disyuntor mayores que 200 por ciento de la corriente de plena carga.

**Tabla A-3 Corrientes y pares nominales de arranque para varias clases de motores de inducción (†) para 220 V\***

hp del motor	Corriente de arranque			Par de arranque, por ciento del par nominal al voltaje nominal					
	Corriente nominal (A)	(A)		Clases A y B			Clase C		
		Clases B, C, D	Clase F	4 polos	6 polos	8 polos	4 polos	6 polos	8 polos
0.5	2.0	12				150			
1.0	3.5	24		275	175	150			
1.5	5.0	35		265	175	150			
2	6.5	45		250	175	150			
3	9.0	60		250	175	150		250	225
5	15	90		185	160	130	250	250	225
7.5	22	120		175	150	125	250	225	200
10	27	150		175	150	125	250	225	200
15	40	220		165	140	125	225	200	200
20	52	290		150	135	125	200	200	200
25	64	365		150	135	125	200	200	200
30	78	435	270	150	135	125	200	200	200
40	104	580	360	150	135	125	200	200	200
50	125	725	450	150	135	125	200	200	200
60	150	870	540	150	135	125	200	200	200
75	185	1085	675	150	135	125	200	200	200
100	246	1450	900	125	125	125	200	200	200
125	310	1815	1125	125	125	125	200	200	200
150	360	2170	1350	125	125	125	200	200	200
200	480	2900	1800	125	125	125	200	200	200

\* Para cambios en el voltaje, emplear las siguientes ecuaciones:

a. Corriente de arranque  $= \frac{V_1}{220} \times I_s$ ,

en la cual  $V_1$  = nuevo voltaje aplicado al estator e  $I_s$  = corriente de arranque en la tabla anterior.

b. Par de arranque  $= \left( \frac{V_1}{220} \right)^2 \times T_s$ ,

en la cual  $T_s$  = par de arranque en la tabla anterior.

† Las corrientes de arranque de los motores clase A son en general *mayores* que las correspondientes de los motores de las clases B, C y D.

Los pares de arranque de los motores clase D son en general *mayores* que los correspondientes de los motores de las clases A, B y C.

Los pares de arranque de los motores clase F son en general *menores* que los correspondientes de los motores de las clases A, B y C.

## **APENDICE A-4 DEDUCCION Y DEMOSTRACION DE QUE LOS FLUJOS DE REACCION EN LA ARMADURA PRODUCEN UNA MAGNITUD RESULTANTE CONSTANTE QUE TIENE UNA RELACION GEOMETRICA CONSTANTE CON EL FLUJO DE CAMPO INDEPENDIENTEMENTE DEL TIEMPO O DEL FACTOR DE POTENCIA DE UNA ARMADURA TRIFASICA**

Dadas las corrientes de fase de un alternador trifásico

$$i_A = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t + \theta - 120^\circ)$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + \theta - 240^\circ)$$

en las cuales  $I_m$  es la corriente instantánea máxima

$\theta$  es el ángulo del factor de potencia, y  $\cos \theta$  es el factor de potencia (FP) balanceado de la carga

Demostrar que, para una carga trifásica balanceada, independientemente del tiempo instantáneo y del FP de la carga, el flujo de reacción de armadura tiene una relación geométrica constante al flujo de campo, y una magnitud de  $1.5 \times \phi_m$ .

**DEMOSTRACION:** Se han seleccionado tres tiempos y tres FP para esta demostración.

**Caso I:**  $\omega t = 0$  y  $\theta = +90^\circ$  (FP cero en adelanto)

**Caso II:**  $\omega t = 90^\circ$  y  $\theta = -90^\circ$  (FP cero en retraso)

**Caso III:**  $\omega t = 120^\circ$  y  $\theta = 0$  (FP unidad)

**Caso I:**  $\omega t = 0, \theta = 90^\circ$  (FP = 0 en adelanto)

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin(0 + 90^\circ) & i_B &= I_m \sin(0 + 90 - 120)^\circ & i_C &= I_m \sin(0 + 90 - 240)^\circ \\ i_A &= I_m \sin 90^\circ & i_B &= I_m \sin -30^\circ = -0.5 I_m & i_C &= I_m \sin(-150^\circ) \\ &= I_m \angle 90^\circ & &= -0.5 I_m \angle -30^\circ & &= -0.5 I_m \angle -150^\circ \end{aligned}$$

Pero, como el flujo de reacción de armadura está en cuadratura con el flujo de campo (es decir, a  $+90^\circ$ ) y las corrientes negativas están invertidas  $180^\circ$  para hacer positivas todas las polaridades instantáneas, los flujos individuales son

$$\begin{aligned} \phi_A &= \phi_m \angle 180^\circ & \phi_B &= -0.5 \phi_m \angle +60^\circ & \phi_C &= -0.5 \phi_m \angle -60^\circ \\ & & &= +0.5 \phi_m \angle -120^\circ & &= +0.5 \phi_m \angle 120^\circ \end{aligned}$$

cuya suma  $\phi_R = \phi_A + \phi_B + \phi_C = \phi_m \angle 180^\circ + 0.5 \phi_m \angle -120^\circ + 0.5 \phi_m \angle 120^\circ$

$$\phi_m \angle 180^\circ = (-1 + j0) \phi_m = -\phi_m$$

$$0.5 \phi_m \angle -120^\circ = (-0.5 - j0.866) 0.5 \phi_m = -0.25 \phi_m - j0.433 \phi_m$$

$$0.5 \phi_m \angle +120^\circ = (-0.5 + j0.866) 0.5 \phi_m = -0.25 \phi_m + j0.433 \phi_m$$

$$\phi_R = -\phi_m - 0.25 \phi_m - 0.25 \phi_m = -1.5 \phi_m = 1.5 \phi_m \angle 180^\circ$$



**Caso II:**  $\omega t = 90^\circ$ ,  $\theta = -90^\circ$  (FP = 0 en retraso)

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin(90^\circ - 90^\circ) & i_B &= I_m \sin(90 - 90 - 120)^\circ & i_C &= I_m \sin(90 - 90 - 240)^\circ \\ &= I_m \sin 0^\circ & &= I_m \sin(-120^\circ) & &= I_m \sin(-240^\circ) \\ &= 0 & &= -0.866 I_m \angle -120^\circ & &= +0.866 I_m \angle -240^\circ \end{aligned}$$

Sumando  $90^\circ$  a las corrientes  $i_B$  e  $i_C$  y haciendo positiva a  $i_B$  se obtiene

$$\begin{aligned} \phi_B &= -0.866 \phi_m \angle -30^\circ & \phi_C &= 0.866 \phi_m \angle -150^\circ \\ &= +0.866 \phi_m \angle +150^\circ & \phi_R &= \phi_B + \phi_C \end{aligned}$$

$$\phi_B = (-0.866 - j0.5)0.866 \phi_m$$

$$\phi_C = (-0.866 + j0.5)0.866 \phi_m$$

$$\phi_R = (-1.732 + j0)0.866 \phi_m = -1.5 \phi_m = \mathbf{1.5 \phi_m \angle 180^\circ}$$

**Caso III:**  $\omega t = 120^\circ$ ,  $\theta = 0$  (FP unidad)

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin(120 + 0)^\circ & i_B &= I_m \sin(120 + 0 - 120)^\circ & i_C &= I_m \sin(120 + 0 - 240)^\circ \\ &= 0.866 I_m \angle 120^\circ & &= I_m \sin 0^\circ = 0 & &= I_m \sin(-120^\circ) \\ \phi_A &= 0.866 \phi_m \angle 210^\circ & & & & \phi_C = -0.866 \phi_m \angle -30^\circ \\ & & & & & = +0.866 \phi_m \angle +150^\circ \end{aligned}$$

$$\phi_R = \phi_A + \phi_C$$

donde 
$$\begin{cases} \phi_A = 0.866 \phi_m \angle 210^\circ = (-0.866 - j0.5)0.866 \phi_m \\ \phi_C = 0.866 \phi_m \angle 150^\circ = (-0.866 + j0.5)0.866 \phi_m \end{cases}$$

$$\phi_R = 0.866 \phi_m (-1.732 + j0) = -1.5 \phi_m = \mathbf{1.5 \phi_m \angle 180^\circ}$$

## APENDICE A-5 DEDUCCION DE LAS RELACIONES DE POTENCIA Y PAR EN UN ALTERNADOR SINCRONO

En un alternador síncrono relativamente grande, se puede suponer que la resistencia del devanado de armadura se puede despreciar. Bajo esas condiciones, la reactancia interna síncrona  $X_s$  es equivalente a la impedancia síncrona (secciones 6-9 y 6-10). También, bajo esas circunstancias, en una carga con FP en retraso, podemos representar a la figura 6-4b como se muestra en la figura A-5.1, en la cual se representan todos los voltajes, corrientes y flujos en base por fase.

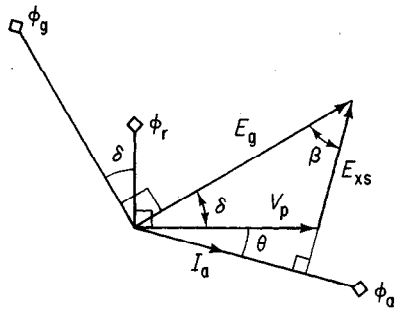
Un flujo necesita de  $90^\circ$  para producir un voltaje. En la figura A-5.1 se pueden definir los diversos flujos, ángulos y voltajes como sigue:

$\phi_g$  es el flujo que produce el voltaje generado  $E_g$ .

$\phi_a$  es el flujo producido por el devanado de armadura, el cual también produce el voltaje  $E_{xs}$  síncrono de reactancia de armadura.

$\phi_r$  es la suma vectorial resultante de  $\phi_g$  y  $\phi_a$  y también es el flujo que produce el voltaje  $V_p$  de fase entre terminales.

$\delta$  es el llamado ángulo de par entre  $\phi_g$  y  $\phi_r$  y/o entre  $E_g$  y  $V_p$ .



**Figura A-5.1** Voltaje, flujos y ángulos de par de un alternador síncrono.

$\beta$  es la suma de ángulos  $\theta + \delta$  y/o el ángulo entre  $E_{xs}$  y  $E_g$ .

$\theta$  es el ángulo de fase entre el voltaje fase de salida entre terminales,  $V_p$ , y la corriente de fase en la armadura,  $I_a$ .

Del diagrama fasorial que aparece en la figura A-5.1, podremos escribir que la potencia de salida por fase  $P_p$  es

$$P_p = V_p I_a \cos \theta = E_g I_a \cos (\theta + \delta) \quad \text{watts (W)} \quad (6-9)$$

Pero, ya que el complemento del ángulo  $\theta + \delta$  es  $\beta$ , podemos sustituir el  $\cos \beta$  por  $\cos (\theta + \delta)$ . Podemos decir ahora que la potencia generada de salida por fase es

$$P_p = E_g I_a \sin \beta = (E_g I_a) \frac{V_p \sin \delta}{I_a X_s} = \left( \frac{E_g}{X_s} \right) V_p \sin \delta \quad \text{watts (W)} \quad (6-10)$$

El segundo y tercer términos de la ecuación (6-10) se deben a la aplicación de la ley de los senos, ya que los términos mencionados están en la relación

$$\frac{\sin \beta}{V_p} = \frac{\sin \delta}{E_{xs}} = \frac{\sin \delta}{I_a X_s}$$

como se ve en la figura A-5.1.

Despejando  $\sin \beta$  en la expresión de la ley de los senos, se obtiene

$$\sin \beta = \frac{V_p \sin \delta}{I_a X_s}$$

que sustituyó al segundo término de la ecuación (6-10) y se obtuvo la tercera expresión simplificada que se presenta.

Podemos deducir ahora la ecuación correspondiente al par necesario para generar energía eléctrica. En el apéndice A-2, dedujimos la ecuación (4-16b) como  $P = \omega T$ . Ya que la potencia eléctrica siempre es equivalente a la potencia mecánica en cualquier punto dado en una máquina eléctrica, podemos modificar la ecuación (6-10) para escribir la igualdad

$$\omega T = \frac{E_g V_p \sin \delta}{X_s}$$

de la cual, al despejar el par por fase, se obtiene

$$T_p = \frac{E_g V_p \sin \delta}{\omega X_s} \quad \text{newton-metros (N·m)} \quad (6-11b)$$

en la cual  $\omega$  es la velocidad, en radianes por segundo (rad/s) y todos los demás términos se han definido ya.

La relación anterior se definió en términos de unidades SI. La deducción del par en unidades inglesas se hace en la misma forma que la del apéndice A-2 para la relación potencia-par, de la ecuación (4-16a). Correspondientemente podremos escribir

$$T_p = \frac{7.04 E_g V_p \sin \delta}{S X_s} \quad \text{libras pie (lb·pie)} \quad (6-11a)$$

en la cual  $S$  es la velocidad en revoluciones por minuto (rpm o rev/min).

## APENDICE A-6 DEDUCCION DEL VOLTAJE GENERADO POR FASE Y DEL ANGULO DEL PAR DE LOS MOTORES SINCRONOS POLIFASICOS Y MONOFASICOS

### A-6.1 Deducción empleando la ley de los cosenos para el voltaje generado por fase y el ángulo del par

Se mostró en la sección 8-7, mediante la ecuación (8-1), que se puede escribir  $E_{gp}$  del siguiente modo:

$$E_{gp} = V_p - E_r = V_p - I_a Z_p \quad (8-1)$$

La relación entre esos fasores se muestra en la figura A-6.1, y si se aplica la ley de los cosenos, podemos escribir

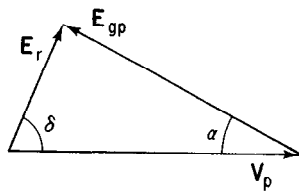
$$E_{gp}^2 = E_r^2 + V_p^2 - 2E_r V_p \cos \alpha \quad (8-4)$$

Sacando raíz cuadrada a ambos lados de la ecuación anterior se obtiene el voltaje generado por fase:

$$E_{gp} = \sqrt{E_r^2 + V_p^2 - 2E_r V_p \cos \alpha} \quad (8-4)$$

La ley de cosenos se emplea también para calcular el ángulo  $\alpha$  del par el cual, de la ecuación (8-4) directamente, da

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{E_{gp}^2 + V_p^2 - E_r^2}{2E_{gp} V_p} \right) \quad (8-12)$$



**Figura A-6.1** Calcule  $E_{gp}$  utilizando la ley de los cosenos.

### A-6.2 Dedución del voltaje generado por fase y del ángulo del par empleando el voltaje por fase ( $V_p$ ) como referencia para todos los diagramas fasoriales

La figura A-6.2 resume y muestra las relaciones fasoriales entre el voltaje aplicado y el generado por fase bajo tres casos posibles del factor de potencia:

1. La figura A-6.2a muestra el caso del FP unidad.
2. La figura A-6.2b muestra el caso del FP en adelanto.
3. La figura A-6.2c muestra el caso del FP en retraso.

### A-6.3 Dedución del voltaje generado por fase y ángulo de par empleando la corriente de fase ( $I_a$ ) como referencia para todos los diagramas fasoriales

La figura A-6.3 resume y muestra las relaciones fasoriales entre el voltaje aplicado y el generado por fase bajo tres casos posibles del factor de potencia:

1. La figura A-6.3a muestra el caso del FP unidad.
2. La figura A-6.3b muestra el caso del FP en adelanto.
3. La figura A-6.3c muestra el caso del FP en retraso.

Un examen detenido de las tres ecuaciones (8-11) muestra que se puede formular una ecuación única para los tres casos:

$$E_{gp} = (V_p \cos \theta - I_a R_a) + j (V_p \sin \theta \pm I_a X_s) \quad (8-11)$$

en la cual, en la expresión de cuadratura, se usa el signo de más (+) para FP en adelanto y de menos (-) para FP en retraso.

Un examen análogo de las ecuaciones para el ángulo  $\alpha$  del par da

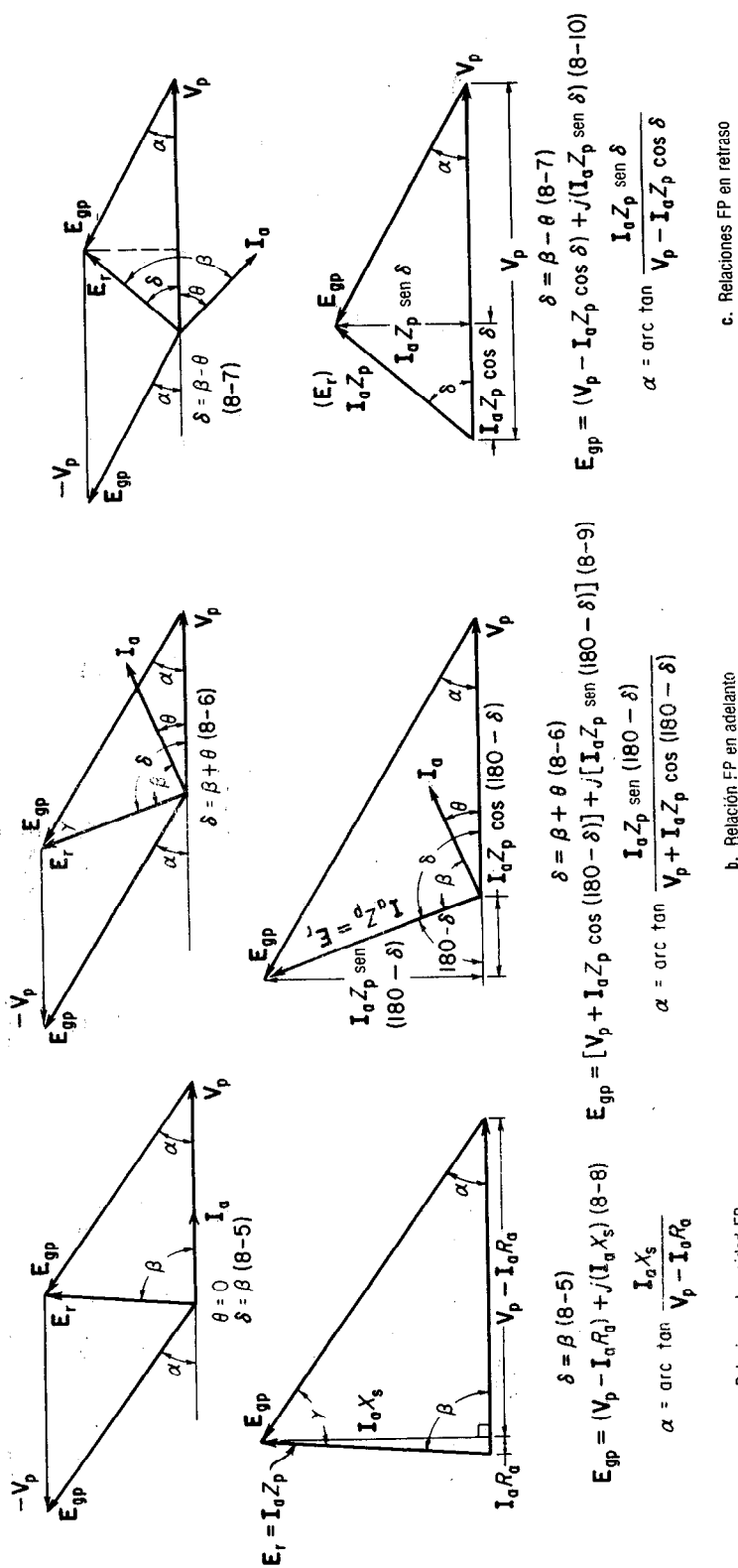
$$\alpha = \theta - \tan^{-1} \frac{V_p \sin \theta \pm I_a X_s}{V_p \cos \theta - I_a R_a} \quad (8-14)$$

en la cual  $\alpha$  siempre es la diferencia entre los dos ángulos, independientemente de cuál sea mayor, y en la cual se usa el signo de más (+) en el numerador para factor de potencia en adelanto y de menos (-) para factor de potencia en retraso.

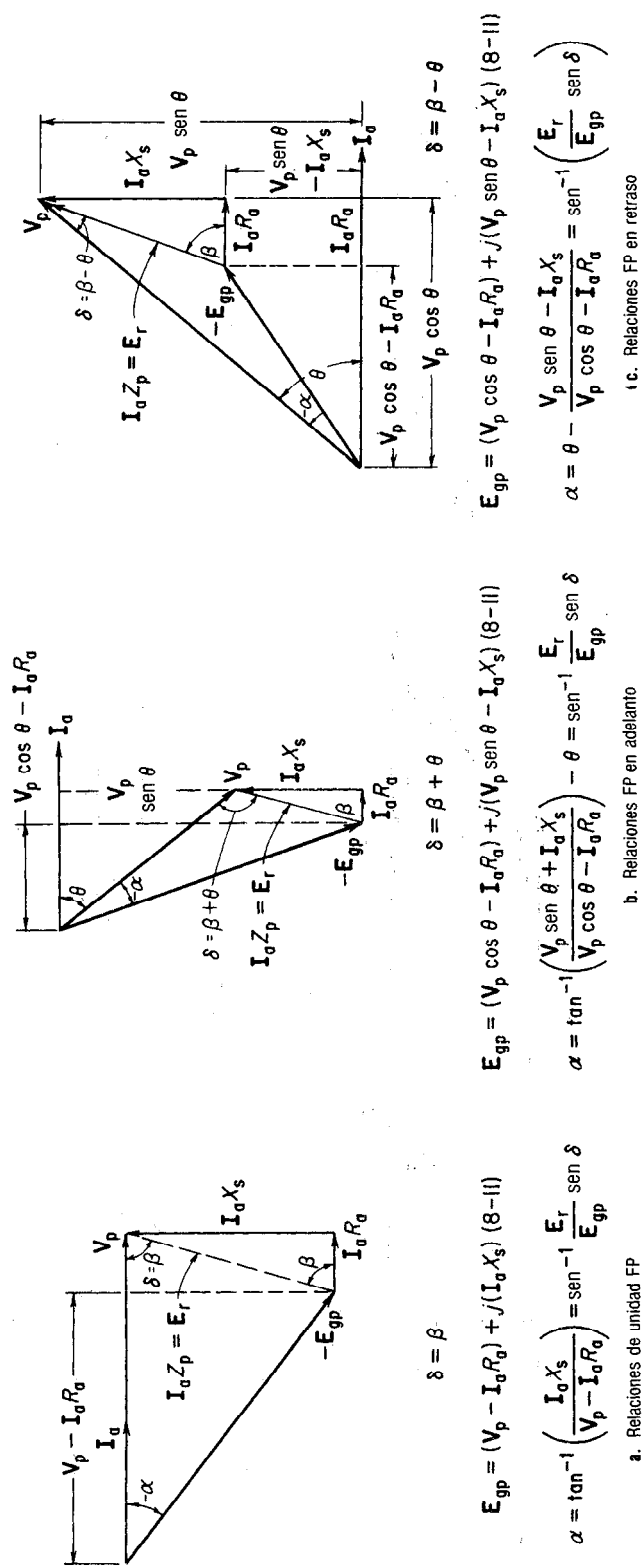
## APENDICE A-7 DEDUCCION DE ECUACIONES DE POTENCIA Y PAR EN UN MOTOR SINCRONO

### A-7.1 Potencia por fase que desarrolla un motor síncrono

Nuestro objetivo es desarrollar una ecuación, semejante a la desarrollada en el apéndice A-5, deducida como la ecuación (6-10) para un alternador síncrono, que represente la potencia desarrollada por fase en el motor síncrono, para cualquiera y para todas las condiciones de ángulo  $\alpha$  del par y ángulo  $\theta$  de factor de potencia. Sabemos de la ecuación (6-10) que la potencia generada por fase en un alternador depende, como se ve en la figura A-5.1, no sólo del ángulo  $\theta$  del factor de potencia, sino que también del ángulo  $\alpha$  del par. Ello suscita las siguientes preguntas:



**Figura A-6.2** Relaciones fasoriales entre  $E_{gp}$ ,  $V_p$  e  $I_a$  para el cálculo de  $E_{gp}$ ,  $\alpha$  y  $\delta$  a cualquier factor de potencia, usando  $V_p$  como referencia.



**Figura A-6.3** Relaciones fasoriales entre  $E_{gp}$ ,  $V_p$  y  $I_a$  para el cálculo de  $E_{gp}$  y el par ángulo  $\alpha$ , que emplean  $I_a$  como referencia.

1. ¿Hay alguna potencia máxima que pueda desarrollar un motor síncrono?
2. ¿Hay algún ángulo máximo de par más allá del cual el motor salga del sincronismo?

La figura A-7.1 muestra un diagrama fasorial que representa la potencia por fase de una dinamo síncrona de ca que trabaja ya sea en el modo generador (alternador) o en el modo motor. Sea  $\theta$  el ángulo por el cual la corriente de fase está en retraso con respecto al voltaje de nodo  $V_p$  y sea  $\alpha$  el ángulo entre  $E_{gp}$  y  $V_p$ . Siempre, la diferencia fasorial entre  $E_{gp}$  y  $V_p$  es  $E_r = (E_{gp} - V_p) = I_a Z_p$ .

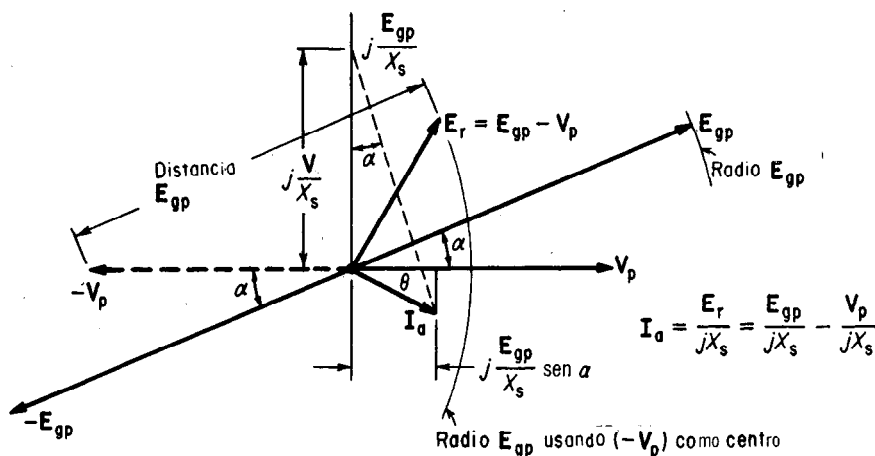
En la mayor parte de las dinamos síncronas grandes, la reactancia síncrona es muy grande en comparación con la resistencia de la armadura. En consecuencia, si se desprecia la resistencia de la armadura,  $I_a$  está retrasada  $90^\circ$  en relación con  $E_r$ , y  $E_r$  es igual a  $I_a jX_s$ . Entonces, se puede representar la corriente de armadura mediante

$$I_a = \frac{E_r}{jX_s} = \frac{E_{gp} - V_p}{jX_s} = \frac{E_{gp}}{jX_s} - \frac{V_p}{jX_s}$$

Por tanto, el lugar geométrico de la corriente de armadura  $I_a$  es un círculo cuyo centro, como se ve en el diagrama, es  $jV_p/X_s$  y cuyo radio es  $jE_{gp}/X_s$ . Esta información nos permite construir  $jE_{gp}/X_s$  a un ángulo  $\alpha$  con el eje vertical, del cual se conoce la corriente  $jV_p/X_s$ . La potencia entregada por el nodo, por fase, es  $V_p I_a \cos \theta$ , o sea  $V_p$  multiplicado por la proyección de  $I_a$  sobre  $V_p$ . Pero esta proyección también es igual a  $j(E_{gp}/X_s) \sin \alpha$ . Por tanto, la potencia eléctrica que desarrolla cada fase,  $P_p$ , de una dinamo síncrona rotatoria de ca es

$$P_p = \left( \frac{V_p E_{gp}}{X_s} \right) \sin \alpha \quad (8-16)$$

Para un motor síncrono dado, el voltaje de fase  $V_p$ , la reactancia síncrona  $X_s$ , y la excitación que produce el voltaje generado  $E_{gp}$ , son constantes. En consecuencia, la potencia por fase debe variar en forma senoidal produciendo potencia positiva máxi-



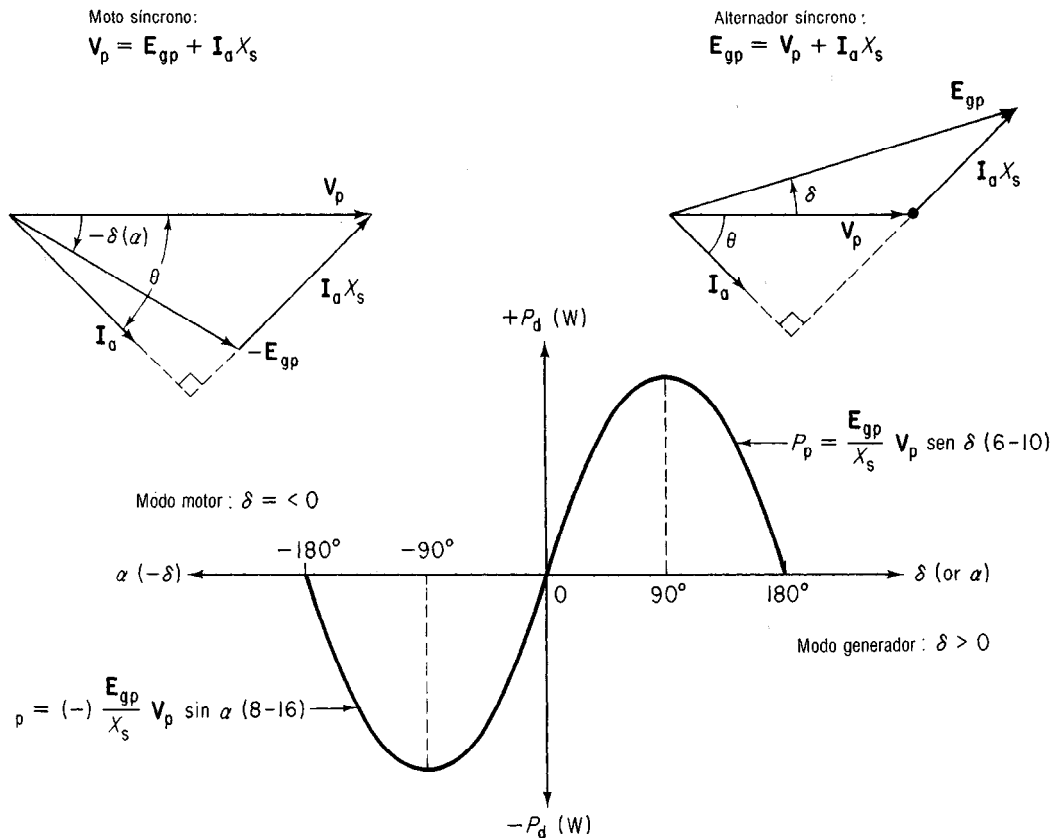
**Figura A-7.1** Construcción para la derivación de máxima potencia y par de una dinamo síncrona de ca.

ma (acción de generador) a un ángulo de  $+90^\circ$  y potencia máxima negativa (acción de motor) a un ángulo de  $-90^\circ$ .

Podemos unificar ahora las relaciones de potencia para la dínamo síncrona de ca que trabaje ya sea en el modo generador o en el modo motor. La **figura A-7.2** muestra que, cuando el ángulo del par ( $-\delta$ ) es negativo, o menor que cero, se toma potencia del nodo de distribución, y que se entrega potencia del nodo cuando el ángulo del par es positivo. También muestra que se entrega potencia máxima al nodo cuando el ángulo es  $90^\circ$  y que se toma potencia máxima del nodo cuando el ángulo es  $-90^\circ$ . La única diferencia entre las ecuaciones para la potencia de la dínamo por fase es que para el motor se representa el ángulo  $-\delta$  como un ángulo  $\alpha$  positivo de par.

### A-7.2 Par que desarrolla un motor síncrono por fase

En el apéndice A-2 se dedujo la relación entre la potencia externa y/o interna, par motor y velocidad para cualquier motor de cd, del siguiente modo:



**Figura A-7.2** Desarrollo de potencia por fase de una dínamo síncrona de ca de la proyección de la figura A-7.1 sobre una rotación de  $80^\circ$ .



$$T = \frac{7.04P}{S} \quad \text{lb·pie (4-16a)} \quad \text{y} \quad T = \frac{P}{\omega} \quad \text{N·m (4-16b)}$$

en la cual  $P$  es la potencia en watts  
 $S$  es la velocidad en rpm  
 $\omega$  es la velocidad en rad/s.

Sustituyendo la  $P$  en esas ecuaciones del par, por la potencia por fase de la ecuación (8-16), se obtiene el par por fase tanto en unidades inglesas como SI, respectivamente, como

$$T_p = \frac{7.04(E_{gp}V_p)}{SX_s} \sin \alpha \quad \text{lb·pie (8-17a)}$$

$$T_p = \frac{E_{gp}V_p}{X_s\omega} \sin \alpha \quad \text{N·m (8-17b)}$$

Para las cuales se han definido ya todos sus términos.

## APENDICE A-8 DEDUCCION DE LA EFICIENCIA MAXIMA DE LA DINAMO DE CD

El análisis de la tabla 12-1 revela que, para la dinamo de cd, la suma de la pérdida en el campo ( $V_f I_f$ ) y la pérdida rotacional, determinada como  $V_a I_a$  mediante la prueba de funcionamiento en vacío, se puede considerar como una pérdida combinada *fija* que no varía con la corriente de carga  $I_a$ . El ejemplo 12-1 pasó por alto la pérdida en la escobilla y en el contacto de ésta,  $V_b I_a$ , con objeto de simplificar el problema que muestra la determinación de la eficiencia. Por tanto, la *pérdida variable*, es la pérdida por corriente en el devanado de armadura  $I_a^2 R_a$  y la pérdida asociada en la armadura  $V_b I_a$ . La primera varía de acuerdo con el cuadrado de la corriente en la armadura, y la última en forma directa con la corriente de armadura.

La eficiencia del generador se puede expresar para cualquier carga como:<sup>1</sup>

$$\text{Eficiencia } \eta = \frac{\text{Salida}}{\text{Salida} + \text{Pérdidas}} = \frac{VI_a}{VI_a + K + V_b I_a + R_a I_a^2}$$

en la cual  $K$  es la pérdida en el campo más la pérdida rotacional, o sean las pérdidas *fijas*.

Para calcular la eficiencia máxima, es necesario diferenciar esta expresión con respecto a  $I_a$  e igualar esto a cero:

$$\frac{\delta \eta}{\delta I_a} = \frac{(VI_a + K + V_b I_a + R_a I_a^2)V - VI_a(V + V_b + 2I_a R_a)}{(VI_a + K + V_b I_a + R_a I_a^2)^2} = 0$$

la cual da

$$VI_a + K + V_b I_a + R_a I_a^2 - VI_a - V_b I_a - 2R_a I_a^2 = 0$$

Haciendo la resta,  $K - I_a^2 R_a = 0$

<sup>1</sup> En esta ecuación se usa la expresión  $VI_a$  en lugar de  $VI_L$  en el numerador para crear un término común de corriente tanto en el numerador como en el denominador. La diferencia es mínima, como veremos.

o sea

$$K = I_a^2 R_a \quad (12-6a)$$

La ecuación (12-6a) establece así que la eficiencia máxima se obtiene cuando las pérdidas fijas,  $K$ , son iguales a aquellas pérdidas que varían de acuerdo con el cuadrado de la corriente de carga. Ya que en la mayor parte de los dinamos, sean de corriente directa o alterna, las pérdidas que varían en forma directa con la corriente de carga son pequeñas (ya sea pérdidas en los anillos rozantes o en las escobillas), podemos llegar a la conclusión de que la eficiencia máxima se presenta cuando las *pérdidas fijas son iguales a las pérdidas variables*. Esta relación se aplica por igual a todas las máquinas rotatorias, *independientemente* de su tipo; se aplica a motores mecánicos y turbinas, al igual que a todas las dinamos eléctricas que se describen en este libro, y también a dispositivos no rotatorios como transformadores, amplificadores de potencia, fuentes de poder, etc.<sup>2</sup>

## APENDICE A-9 DEDUCCION DE LOS VALORES POR UNIDAD PARA TRANSFORMADORES

### A-9.1 Definiciones de magnitudes de un transformador por unidad

#### Voltajes base

$$\text{Voltaje nominal del primario} = V_{1b}$$

#### Volt-amperes base

$$\text{Voltaje nominal del secundario} = V_{2b} \quad (A9-1)$$

$$\text{Volt-amperes nominales del primario} = S_b = VA_b = \text{volt-amperes nominales del secundario} \quad (A9-2)$$

$$\text{Corriente nominal del primario } I_{1b} = \frac{S_b}{V_{1b}}$$

$$\text{Corriente nominal del secundario } I_{2b} = \frac{S_b}{V_{2b}} \quad (A9-3)$$

#### Impedancia base

$$\text{Impedancia base del primario } Z_{1b} = \frac{V_{1b}}{I_{1b}}$$

#### Relación $\alpha$ de transformación (por convención)

$$\text{Impedancia base del secundario } Z_{2b} = \frac{V_{2b}}{I_{2b}} \quad (A9-4)$$

#### Impedancias del transformador por unidad

$$\alpha = \frac{V_{1b}}{V_{2b}} = \frac{I_{2b}}{I_{1b}} = \frac{N_1}{N_2} = \left( \frac{Z_{1b}}{Z_{2b}} \right)^{1/2} \quad (A9-5)$$

<sup>2</sup> No se debe confundir la eficiencia máxima con la transferencia máxima de energía eléctrica de cd, la cual se presenta cuando son iguales las impedancias internas y externas (a una eficiencia de 50 por ciento).

A la carga nominal, las impedancias base son

$$Z_{1b} = \frac{V_{1b}}{I_{1b}} = \alpha^2 Z_{2b} \quad (\text{A9-6})$$

Podemos escribir también la impedancia equivalente reflejada al primario de la siguiente forma:

$$Z_{1eq} = \alpha^2 Z_{2eq} \quad (\text{A9-7})$$

La impedancia por unidad del primario se puede definir<sup>1</sup> como

$$Z_{1eq.p.u.} = \frac{Z_{1eq}}{Z_{1b}} = \frac{Z_{1eq}}{\alpha^2 Z_{2b}} = \frac{Z_{2eq}}{Z_{2b}} = \frac{I_{2b} Z_{2eq}}{V_{2b}} = \frac{I_{1b} Z_{1eq}}{V_{1b}} = Z_{2eq.p.u.} \quad (\text{A9-8})$$

## A-9.2 Pérdidas en el cobre del transformador por unidad y resistencia equivalente por unidad

Las pérdidas en el cobre del transformador por unidad se pueden obtener de diversas maneras:

$$P_{Cu} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 = \left( \frac{I_2}{\alpha} \right)^2 \times r_1 + I_2^2 r_2 = I_2^2 \left( \frac{r_1}{\alpha^2} + r_2 \right) = I_2^2 R_{2eq} \quad (\text{a cualquier carga}) \quad (\text{A9-9})$$

$$P_{Cu} = I_2^2 \left( \frac{r_1}{\alpha^2} + r_2 \right) = \frac{I_2^2}{\alpha^2} (r_1 + \alpha^2 r_2) \\ = \left( \frac{I_2}{\alpha} \right)^2 R_{1eq} = I_1^2 R_{1eq} = I_2^2 R_{2eq} \quad (\text{a cualquier carga}) \quad (\text{A9-10})$$

en la cual  $r_1$  y  $r_2$  son las resistencias internas óhmicas del primario y secundario, respectivamente, del transformador.

$$P_{Cup.u.} = \frac{I_2^2 R_{2eq}}{S_b} = \frac{I_1^2 R_{1eq}}{S_b} \quad (\text{a cualquier carga}) \quad (\text{A9-11})$$

Pero a la carga *nominal*,  $I_2 = I_{2b}$  y por tanto, la pérdida *nominal* por unidad en el cobre es

$$(\text{nominal}) P_{Cup.u.} = \frac{I_{2b}^2 R_{2eq}}{S_b} = \frac{I_{2b}^2 R_{2eq}}{V_{2b} I_{2b}} = \frac{I_{2b}}{V_{2b}} R_{2eq} = \frac{R_{2eq}}{Z_{2b}} = R_{2eq.p.u.} \quad (\text{A9-12})$$

Repitiendo la ecuación A9-12 para el lado del primario empleando las impedancias reflejadas del secundario al primario se tiene que

$$(\text{nominal}) P_{Cup.u.} = \frac{\alpha^2 R_{2eq}}{\alpha^2 Z_{2b}} = \frac{R_{1eq}}{Z_{1b}} = R_{1eq.p.u.} \quad (\text{A9-13})$$

<sup>1</sup> En la ecuación (A9-8) nótese lo siguiente:

1.  $Z_{eq.p.u.}$  es una cantidad compleja con magnitud y dirección angular.
2. Los valores p.u. de  $Z_{1eq.p.u.}$  y  $Z_{2eq.p.u.}$  son *los mismos*. No se necesita relación de transformación cuando se trabaje con valores p.u.
3. El voltaje de prueba aplicado en la prueba de cortocircuito es ya sea  $I_{2b} Z_{2eq}$  o bien  $I_{1b} Z_{1eq}$ .
4. En general, los transformadores de alto voltaje presentan mayores valores de  $Z_{eq.p.u.}$  porque se necesita una mayor caída de voltaje para producir la corriente de cortocircuito.

Como las pérdidas en el cobre a carga nominal son las mismas en las ecuaciones (A9-12) y (A9-13), vemos una vez más que, cuando se expresan en unidades p. u.,<sup>2</sup>

$$(\text{nominal}) P_{\text{Cup.u.}} = R_{1\text{eq.p.u.}} = R_{2\text{eq.p.u.}} = \frac{P_c}{S_b} \quad (\text{A9-14})$$

### A-9.3 Reactancia de fuga equivalente por unidad

Las relaciones para la reactancia de fuga parten de la ecuación (A9-8) directamente, pero se debe notar que todos los valores óhmicos (impedancia, reactancia y resistencia) se dividen entre la impedancia base, o sea

$$X_{\text{eq.p.u.}} = \frac{X_{1\text{eq}}}{Z_{1b}} = \frac{\alpha^2 X_{2\text{eq}}}{\alpha^2 Z_{2b}} = \frac{X_{2\text{eq}}}{Z_{2b}} = \frac{I_{2b} X_{2\text{eq}}}{V_{2b}} = \sqrt{Z_{\text{eq.p.u.}}^2 - R_{\text{eq.p.u.}}^2} \quad (\text{A9-15})$$

En los transformadores más pequeños es necesario especificar tanto  $X_{\text{eq.p.u.}}$  como  $R_{\text{eq.p.u.}}$ . Pero en los transformadores más grandes, la relación de reactancia a resistencia es tan grande que se puede considerar a la resistencia despreciable y entonces  $X_{\text{eq.p.u.}} \cong Z_{\text{eq.p.u.}}$ .

### A-9.4 Pérdidas en el núcleo del transformador por unidad

Podemos hacer  $P_{\text{CL}} = P_{\text{hist}} + P_{\text{paras}}$  porque no hay gran necesidad de separar las pérdidas en el hierro de un transformador. A voltaje y frecuencia nominales, esas pérdidas son constantes e independientes de la carga, y por tanto podemos escribir que para la pérdida en el núcleo,

$$P_{\text{CL}} = \frac{V_1^2}{R_{\text{CL}}}$$

en la cual  $R_{\text{CL}}$  es la resistencia de la pérdida en núcleo. Véase figura 14-13.

Entonces la pérdida en el núcleo de un transformador por unidad se puede expresar como<sup>3</sup>

$$P_{\text{CLp.u.}} = \frac{P_{\text{CL}}}{S_b} = \frac{V_1^2}{R_{\text{CL}} S_b} = \frac{V_1^2}{R_{\text{CL}} V_{1b} I_{1b}} \quad (\text{A9-16})$$

Pero cuando el transformador trabaja a voltaje nominal, a la carga nominal o cerca de ella,  $V_1 \cong V_{1b}$ , de manera que

$$P_{\text{CLp.u.}} = \frac{V_{1b}}{R_{\text{CL}} I_{1b}} = \frac{Z_{1b}}{R_{\text{CL}}} = \frac{1}{R_{\text{CLp.u.}}} \quad (\text{A9-17})$$

<sup>2</sup> Los valores típicos de  $R_{\text{eq.p.u.}}$  son de aproximadamente 0.01 o menos. Para el transformador promedio, la pérdida en el cobre, en watts, es aproximadamente  $0.01 S_b$ , o sea el 1 por ciento de la potencia nominal de salida. Nótese que los valores primario y secundario de  $R_{\text{eq.p.u.}}$  son los mismos.

<sup>3</sup> Los valores típicos de  $P_{\text{CLp.u.}}$  son aproximadamente 0.01, mientras que los valores de  $R_{\text{CLp.u.}}$  son aproximadamente 100. De la ecuación (A9-16),  $P_{\text{CL}} = S_b P_{\text{CLp.u.}} \cong 0.01 S_b$ . La pérdida en el núcleo,  $P_{\text{CL}}$ , se calcula directamente a partir de la indicación del wattmetro en la prueba del transformador a circuito abierto.

### A-9.5 Corrientes en el transformador por unidad

La corriente sin carga en el transformador  $I_0$  consta de dos componentes: 1) una corriente de pérdidas en el núcleo  $I_{CL}$  en fase con el voltaje aplicado  $V_1$  y 2) una corriente de magnetización  $I_m$  que está retrasada  $90^\circ$  con respecto a  $V_1$ .<sup>4</sup> Para un transformador bastante grande, se puede escribir que el componente de pérdidas en el núcleo  $I_{CL} = 0.01I_b$ , o bien  $I_{CLp.u.} = 0.01$

$$y \quad I_m = j0.05I_b \quad \text{or} \quad I_{mp.u.} = j0.05$$

para el componente de magnetización de la corriente.

Expresando la corriente sin carga en unidades p. u., podemos escribir

$$I_{0p.u.} = I_{CLp.u.} + jI_{mp.u.} \cong 0.01 + j0.05 \cong 0.051 \quad (A9-18)$$

A la carga nominal,

$$I_0 \cong I_{0p.u.} \times I_{1b} \cong 0.051 \times I_{1b} \quad (A9-19)$$

En la ecuación (A9-3) se indican las corrientes nominales en el primario y el secundario. De allí se puede concluir que  $I_{1p.u.}$  e  $I_{2p.u.}$  a carga nominal son uno!

### A-9.6 Regulación de voltaje por unidad

De acuerdo con el circuito equivalente de un transformador de núcleo de hierro con acoplamiento fuerte que se muestra en la figura 14-18c, podemos escribir las siguientes relaciones de voltaje empleando la ley de voltaje de Kirchhoff:

$$\frac{V_1}{\alpha} = V_2 + I_2 Z_{2eq}$$

y dividiendo ambos lados entre  $V_{2b}$  para obtener los valores p. u.,

$$\frac{V_1}{\alpha V_{2b}} = \frac{V_2}{V_{2b}} + \frac{I_2 Z_{2eq}}{V_{2b}}$$

Pero como  $\alpha V_{2b} = V_{1b}$  y también  $V_{2b} = I_{2b} Z_{2b}$ , entonces, por sustitución directa se obtiene

$$\frac{V_1}{V_{1b}} = \frac{V_2}{V_{2b}} + \frac{I_2 Z_{2eq}}{I_{2b} Z_{2b}}$$

la cual da la relación por unidad

$$V_{1p.u.} = V_{2p.u.} + (I_{2p.u.})(Z_{eq.p.u.} \angle \beta) \quad (A9-20)$$

La ecuación A9-20 es válida para las relaciones de voltaje de *cualquier* transformador de núcleo de hierro a *cualquier* carga. Pero, como la regulación de voltaje se

<sup>4</sup> La corriente  $I_0$  sin carga es típicamente del 5 al 10 por ciento de la corriente nominal: 5 por ciento en los transformadores grandes y 10 por ciento en los más pequeños. La corriente de pérdidas en el núcleo es típicamente el 1 por ciento de la corriente nominal en el primario y es menor que la corriente de magnetización, que varía desde aproximadamente 4 hasta 9 por ciento de la corriente en el primario.

define a la carga nominal, a cualquier factor de potencia, notaremos que para este caso específico, en términos de valores absolutos

$$V_2 = V_{2b} \quad y \quad |V_{2p.u.}| = 1$$

$$|I_2| = |I_{2b}| \quad y \quad |I_{2p.u.}| = 1$$

Sustituyendo esas igualdades para el caso de la carga nominal, en la ecuación A9-20, se obtiene la siguiente ecuación por unidad:

$$|V_{1p.u.}| = 1 \angle 0^\circ + (1 \angle \pm \theta)(Z_{eq.p.u.} \angle \beta) \quad (A9-21)$$

en la cual  $+\theta$  es un ángulo de factor de potencia en adelanto producido por la carga nominal<sup>5</sup>

$-\theta$  es un ángulo de factor de potencia en retraso y  $Z_{eq.p.u.} \angle \beta$  se calcula a partir de datos de la prueba de cortocircuito.

Una vez que se evalúa  $V_{1p.u.}$ , su magnitud como cantidad absoluta da la regulación de voltaje (VR) como cantidad decimal cuando se sustituye en

$$VR = |V_{1p.u.}| - 1 \quad (A9-22)$$

### A-9.7 Eficiencia del transformador por unidad

A diferencia de la regulación de voltaje, que normalmente se calcula a la carga nominal, la eficiencia del transformador se calcula desde sin carga hasta más allá de la carga nominal. A cualquier carga se calcula la eficiencia  $\eta$  a partir de

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_{CL} + P_{Cu}} = \frac{P_{o.p.u.}}{P_{o.p.u.} + P_{CLp.u.} + P_{Cup.u.}} \quad (A9-23)$$

siendo  $P_{op.u.}$  igual a  $P_o/S_b$

$P_{CLp.u.}$  igual a  $P_{CL}/S_b$  (de la prueba a circuito abierto; véase sección A-9.4)

$P_{Cup.u.}$  igual a  $P_{Cu}/S_b$  (a la carga nominal,  $P_{Cup.u.} = R_{eqp.u.}$  de la prueba de cortocircuito; véase sección A-9.2)

Pero como el factor de carga (FC) se define como la relación  $S/S_b$ , entonces la eficiencia del transformador a cualquier factor de potencia (FP) es

$$\eta = \frac{(FC)(FP)}{(FC)(FP) + P_{CLp.u.} + (FC)^2 R_{eqp.u.}} \quad (A9-24)$$

### A-9.8 Eficiencia máxima del transformador

Como con cualquier máquina, para un transformador la eficiencia máxima se presenta cuando las pérdidas fijas,  $P_{CLp.u.}$ , son iguales a las pérdidas variables,  $(FC)^2 R_{eqp.u.}$ . Poniéndola como igualdad, la condición para máxima eficiencia es

<sup>5</sup> La regulación de los transformadores grandes se determina a partir de datos de prueba de cortocircuito que se llevan a cabo cuando la corriente nominal de carga pasa en el lado de alto voltaje del transformador. En ese caso,  $Z_{eqp.u.} = I_h Z_{eh(sc)} / I_h Z_{h(carga nominal)} = V_{sc} / V_{bh}$ . También, de la misma prueba de cortocircuito,  $R_{eqp.u.} = P_{(Cu(sc))} / S_b$ . Esas dos relaciones simplifican tremendamente los cálculos de la regulación de voltaje y la eficiencia.

$$(FC)^2 R_{eq.p.u.} = P_{CLp.u.} \quad (A9-25)$$

Entonces el factor de carga al cual se presenta la eficiencia máxima es

$$L.F. = \frac{S}{S_b} = \sqrt{\frac{P_{CLp.u.}}{R_{eq.p.u.}}} \quad (A9-26)$$

#### A-9.9 Cambio de una cantidad base por unidad de un sistema a otro

Cuando se usan varios equipos (motores, líneas de transmisión, transformadores y alternadores) en un sistema común, se debe hacer una elección arbitraria de base de volt-amperes para que la *misma* base se use en todo el sistema. Como cada equipo tiene *sus propios* valores base ( $V_{b1}$ ,  $I_{b1}$ ,  $S_{b1}$ ,  $Z_{b1}$ , etc.), es necesario convertirlo a alguna base seleccionada para todos los equipos del sistema. El subíndice "1" identifica a la base *original*, y el subíndice "2" identifica a la *nueva* base que se selecciona arbitrariamente en todas las ecuaciones que se darán a continuación.

#### A-9.10 Cambio de voltaje de base, de la base 1 a la base 2. Sólo voltajes por unidad

$$V_{b2p.u.} = V_{b1p.u.} \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right) \quad (A9-27)$$

#### A-9.11 Cambio de corriente de base, de la base 1 a la base 2. Sólo corrientes por unidad

$$I_{b2p.u.} = I_{b1p.u.} \left( \frac{V_{b2}}{V_{b1}} \right) \left( \frac{VA_{b1}}{VA_{b2}} \right) \quad (A9-28)$$

#### A-9.12 Cambio de valores óhmicos de la base 1 a la base 2. Sólo valores por unidad<sup>6</sup> de resistencia, reactancia e impedancia

$$Z_{b2p.u.} = Z_{b1p.u.} \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)^2 \left( \frac{VA_{b2}}{VA_{b1}} \right) \quad (A9-29)$$

#### A-9.13 Cambio de valores de potencia de la base 1 a la base 2. Sólo valores por unidad<sup>7</sup> de potencia activa, de cuadratura y aparente.

$$P_{b2p.u.} = P_{b1p.u.} \left( \frac{VA_{b1}}{VA_{b2}} \right) \quad (A9-30)$$

<sup>6</sup> Si bien se muestra sólo la ecuación (A9-29) para impedancias, trabaja igualmente bien para reactividades y resistencias por unidad. Sólo los valores óhmicos p.u. contienen una relación de términos al cuadrado.

<sup>7</sup> Si bien sólo se muestra la ecuación (A9-30) para potencias activas en watts, trabaja igualmente bien para la potencia de cuadratura por unidad (Q) y potencia aparente por unidad (S).

# Respuestas a los problemas de este libro

## Capítulo 1

- 1-1 0.4 V  
 1-2 a. 0.25 V/vuelta  
      b. 125 V  
 1-3 a. 0.45 V;  
      b. 0.3897 V  
 1-4 a. 0.48 V;  
      b. 0.4636 V  
 1-5 a. 62.5 V; b. 62.5 V  
 1-6 a. 62.5 V; b. 62.5 V  
 1-7 a. 2.16 V; b. 3.393 V  
      c. 0; d. 17.28 V  
 1-8 a. 28.75 V; b. 17.5 V  
      c. 27 V  
 1-9 a. 0.04 s, 0.01s; b. 2  
      c. 2  
 1-10 19.1 V  
 1-11 a. 12 V; b. 3  
 1-12 a. 5 ms; b. 1;  
      d. 12  
 1-13 a. 48; b. 12  
 1-14 138.24 V  
 1-15 138.24 V  
 1-16 a. 0.885 onzas  
      b. hacia arriba  
 1-17 a. 5 N; 1.124 lb  
      b. hacia abajo  
 1-18 a.  $9.524 \times 10^5$  líneas/  
      polo; 7808  
      líneas/pulg<sup>2</sup>  
      b. 114 V; c. 0.2764  
      lb/conc.; d. 126 V

## Capítulo 2

- 2-1 a. 2 A; b. 75  $\Omega$   
      c. 15  $\Omega$ ; d. 533.3 ms  
      e. 16 J  
 2-2 a. 2 trayectorias, 125 A  
      b. 12 trayectorias, A  
      20.83 A  
 2-3 a. 6 trayect. 16.6 A  
      b. 54 trayect. 1.852 A  
      c. 36 trayect. 2.7 A  
      d. 8 trayect. 12.5 A  
 2-4 a. 4.16 mWb, 416  
      k-líneas; b. 13.8 A  
      c. 12; 3  
 2-5 a. 8; 25 A; b. 5760  
      c. 434 k-líneas  
 2-6 a. 100 A  
      b. 108.5 k-líneas  
 2-7 a. 2880°; b. 400 Hz  
 2-8 a. 20 rev/s  
      b. 2400 V; c. 160 kV  
 2-9 a. 384; b. 0.9659  
      c. 1.0; d. 300 rpm  
      e. 2964 V, 5134 V  
 2-10 a. 384; b. 0.9659  
      c. 0.9659;  
      d. 300 rpm  
      e. 2863 V, 4959 V

## Capítulo 3

- 3-1 a. 200; 4; 204 A  
      b. 258.1 V

- 3-2 a. 80 A; b. 139 V  
 3-3 a. 166.6 A;  
      b. 615.2 V  
 3-4 a. 154.8 V;  
      b. 151.0 V  
 3-5 -16.6%  
 3-6 a. 1.56 v/polo  
      b. 1.55 v/polo  
 3-7 a. sobre; b. sub  
 3-8 a. sobre, negativo  
      b. sub, positivo  
 3-9 a. 4x; b. 100x  
      c. 10x; d. 3x

## Capítulo 4

- 4-1 a. 5.182 lb  
      b. 310.9 lb  
      c. 233.2 pie·lb  
      d. 316.2 N·m  
 4-2 a. 23.055 N  
      b. 1383.3 N  
      c. 316.2 N·m  
      d. igual  
 4-3 a. 3145  
      b. 15.04 pulg  
      c. 4688 lb  
      d. 2735 lb·pie  
 4-4 2407 lb·pie  
 4-5 297.5 N·m  
 4-6 a. 207 V  
      b. 8280 W  
      c. 11.1 hp



- 4-7 a. 81 N·m  
b. 108 N·m  
c. 27 N·m
- 4-8 a. 12 A; b. 24 A  
c. 32 A
- 4-9 a. 56.25 lb·pie  
b. 76.275 N·m
- 4-10 18 mWb
- 4-11 a. 50 A; b. 1781 rpm  
c. 1816 rpm
- 4-12 a. 32.1 lb·pie  
b. 35.6 lb·pie  
c. 1784 rpm
- 4-13 a. 0.1 N·m  
b. 0.07375 lb·pie  
c. 14.16 onzas·pulg
- 4-14 a.  $60.57\pi$  rad/s  
b. 1817 rpm
- 4-15 a. 10 hp  
b. 39.6 N·m  
c. 43.91 N·m  
d. 81.8%  
e. 27.5 N·m  
f.  $60.57\pi$  rad/s  
g. 7.015 hp;  
h. 80.75%
- 4-16 a. 56 A; b. 115.2 V  
c. 6.45 kW; 8.646 hp  
d. 32.25 N·m, 23.78 lb·pie  
e. 80.39%
- 4-17 a. 1255 rpm, 171 A  
b. 3.6%; c. 51.9 hp
- 4-18 a. 217.2 lb·pie  
b. 12.7 lb·pie
- 4-19 a. 1198 rpm  
b. 25 185 rpm  
c. 450.1 rpm

## Capítulo 5

- 5-1 a. 10; 7.5; 5; 2.5; 0 V  
b. 20; 15; 10; 5; 0 V  
c. 286; 278.5; 271; 263.5; 250 V
- 5-2 a. 18 000 Av/polo  
b. 1000; 17 000 Av/polo;  
c. 2000; 16 000 Av/polo  
d. 28 V

- 5-3 Av. desmagnet./polo =  $(\alpha/90)(ZI_a/Pa)$   
Av. Magn. Cruz./polo =  $(\beta/180)(ZI_a/Pa)$
- 5-4 a. 800, 93%
- 5-5 a. 50
- 5-6 a. 20 V/bobina  
b. 2 V/conductor  
c. 31 250 líneas/pulg<sup>2</sup>

## Capítulo 6

- 6-1 a. 10 polos  
b. 3600 y 120  $\pi$ ; 1800 y 60  $\pi$ ; 1200 y 40  $\pi$ ; 900 y 30  $\pi$ ; 720 y 24  $\pi$   
c. 66.6 Hz
- 6-2 a. 0.5 ( $E_g$  nominal)  
b. 0.5 ( $X_a$  nominal)  
c. Sin efecto,  $\phi_r = k$
- 6-3 a. 216.5 V  
b. 1600 A  
c. 600 kVA
- 6-4 a. 1613.3, 4840 W  
b. 4840, 14 520 W  
c. 3/1
- 6-5 a. 7584 V  
b. 7883 V  
c. 7248.5 V  
d. 1.045%, 5.03%, -3.425%
- 6-6 a. 515.9 V  
b. 394.6 V
- 6-7 a. 1  $\Omega$ ; 0.992  $\Omega$   
b. -11.6%; 25.3%
- 6-8 a. 11.52%  
b. 31.3%, -14.2%
- 6-9 a. 12.93%  
b. 34.6%, -15.53%
- 6-10 a. 43.22%  
b. 75.75%, -3.94%
- 6-11 a. 8.73%  
b. 25.9%, -13.1%
- 6-12 Tabulación
- 6-13 a. 0°; 36.9°; 36.9°  
b. 4.03°; 39.7°; 33.2°  
c. 4.03°; 2.8°; 3.7°  
d. 500; 361.3; 438.9 kW

- e. 504; 404; 404 kW  
f. 500; 400; 400 kW
- 6-14 a. 2933; 8800 lb·pie  
b. 2346; 7040 lb·pie  
c. igual que b

## Capítulo 7

- 7-1 a. 40 A, 100 A  
b. 140 A  
c. 120 V
- 7-2 a. 0; 140 A  
b. 140 A  
c. 120 V
- 7-3 a. 160 A; -20 A  
b. 140 A; c. 120 V
- 7-4 a., b. ninguno
- 7-6 a. 25 kW;  
b. 75 kW  
c. 50 kW, 25 kW
- 7-7 a. 221 V; b. 1 Hz  
c. 1 V
- 7-8 a. 221 V; b. 1 V  
c. 0
- 7-9 a. 10  $\angle 0^\circ$  V  
b. 4.975  $\angle -84.3^\circ$  A  
c. 84.3°  
d. 108.9 W  
e. -104 W  
f. 4.95; 104 W  
g. 215 V
- 7-10 a. 115.5 V  
b. 57.5 A; c. 84.3°  
d. 8243 W (gen.)  
e. 7583 W (motor)  
f. 660 W  
g. 1386; 2400 V
- 7-11 a. 89.44  $\angle -63.435^\circ$  V  
b. 4.472  $\angle 26.565^\circ$  A  
c. 10  $\angle -36.87^\circ$  A  
d. 8.944  $\angle 116.565^\circ$  A  
e, f, g. cero

## Capítulo 8

- 8-1 a. 100 Hz  
b. 12 polos  
c. 200 rpm, 20.9 rad/s
- 8-2 a. 16 polos  
b. 8° elec.

- 8-3 c.  $17.72 \angle 86^\circ$  V  
d.  $86^\circ$   
e.  $17.72 \angle 1.7^\circ$  A  
f. 0.9995,  $1.7^\circ$  avance  
g. 6748; 6655 W  
a. 16 polos  
b.  $20^\circ$  elec.  
c.  $44.11 \angle 80^\circ$  V  
d.  $80^\circ$   
e.  $44.11 \angle -4.3^\circ$  A  
f. 0.9972;  $-4.3^\circ$  retraso  
g. 16 759; 16 179 W  
a. 16 polos; b.  $24^\circ$   
c.  $61.83 \angle 99.34^\circ$  V  
d.  $99.34^\circ$   
e.  $61.83 \angle 15^\circ$  A  
f. 0.966;  $15^\circ$  adelanto  
g. 22 755; 21 620 W  
a. 16 polos; b.  $24^\circ$   
c.  $54.08 \angle 48.77^\circ$  V  
d.  $48.77^\circ$   
e.  $54.08 \angle -35.53^\circ$  A  
f. 0.8138;  $-35.57^\circ$  retraso  
g. 16 768; 15 897 W  
a. 8.92; 21.7; 29.0, 21.31 hp  
b. 104.1; 253.3; 338.5; 248.7 lb·pie  
c. 141; 343.4; 458.9, 337.2 N·m  
a. 6.33 hp, 73.88 lb·pie  
b. 16.85 hp, 196.7 lb·pie  
c. 25.92 hp, 302.5 lb·pie  
d. 18 hp, 210.1 lb·pie  
a.  $170.5 \angle 47.85^\circ$  V  
b.  $47.85^\circ$   
c.  $170.5 \angle -36.45^\circ$  A, 1.58  
d. 58.4 hp; 682 lb·pie  
e. 1.168  
a. 103.6; 56.1; 148 V  
b. 57.2; 31; 81.72 A  
c. 0.4772 retraso, 0.993; 0.4315 adelanto  
d. 26 000; 29 312; 33 587 W
- 8-10 f. 188; 224.8; 231.4 lb·pie  
f. 854; 1180; 1562 lb·pie  
Conclusiones por escrito  
a. 11 666 kVA  
b. 26 800 kVA  
c. 10 653 kW  
a. 11 411 kW  
b. 35 887 kVA  
a. 0.369 adelanto  
b. 1839 kVA  
c. 2169 hp  
12 polos
- 8-11  
8-12  
8-13  
8-14  
8-15
- 9-9 a. 3739 lb·pie  
5070 N·m  
b. 1401 lb·pie  
1900 N·m  
c. 2.0; d. 5.2  
a.  $25.12 \angle -30^\circ$  A  
b.  $22.545 \angle -9^\circ$  A  
c. 0.866 retraso  
d. 2762 W  
e. 220.9 W  
f. 2541 W  
g. 2467 W  
h. 7141 W; 9.57 hp  
i. 43.15 lb·pie  
j. 9.6 hp;  
k. 86.2%  
a. 218 lb·pie  
296 N·m  
b. 117.2 lb·pie  
159 N·m  
c. 2.72; d. 5.05
- 9-10  
9-11
- Capítulo 9**
- 9-1 a. 570 rpm, 59.7 rad/s  
b. 600 rpm,  $20\pi$  rad/s  
c. 5.26%  
a. 1200 rpm,  $40\pi$  rad/s  
b. 5%; c. 5.26%  
a. 70.66 N·m  
b. 379 V  
c.  $366.6 \bar{V}$   
a.  $87.27 \bar{A}$   
b. 110 V  
a. 0.3  
b. 800 rpm, 83.8 rad/s  
c. 20 Hz  
a. 0.3; 420 rpm  
b. 1.4  $\Omega$ ; c. 0.27  
d. 38.45%;  
e. 0.788  
a. 110 V; 60 Hz, 213.7 A, 190.5 V  
b. 0.2; 155.6 A, 36.3 kW  
c. 213 lb·pie  
289 N·m  
d. 81.9; 100.2 lb·ft  
a.  $217.9 \angle -25.65^\circ$  A/fase  
b.  $204.68 \angle -14.04^\circ$  A /fase  
c. 0.9015 retraso
- 9-2  
9-3  
9-4  
9-5  
9-6  
9-7  
9-8
- Capítulo 10**
- 10-1 a. caballaje integral  
b, c, d. potencia fraccionaria  
10-2 a. 11.2 oz·pulg  
79.2 mN·m  
b. 80 mN·m, 11.33 oz·pulg  
c. 6.24 oz·pulg  
44.05 mN·m  
d. 186.5 mN·m, 26.4 oz·pulg  
10-3 a. 26.63 W, 0.0357 hp  
b. 22.5 W, 0.03016 hp  
c. 49 W, 0.066 hp  
d. 25 W, 0.0335 hp  
10-4 a. 3.535 A

- Chapter 11**
- 10-5 a. 0.5963  
b. 1061 mN·m  
150.3 onza·pulg
- 10-6 a. 76%  
b. 2.842 N·m,  
2.096 lb·pie
- 10-7 a. 923.1 W  
b. 0.582 retraso  
c. 0.8 hp
- 10-8 a. 40%; b. 0.04  
c. 1.018 lb·pie  
1.38 N·m  
d. 3.51 lb·pie  
e. 1.932 lb·pie  
2.62 N·m  
f. 3.45, 1.9
- 10-9 a. 99.46 W  
b. 1.922 A  
c. 0.16, 44.8 onza·pulg  
d. 63.1 onza·pulg  
e. 43.5 onza·pulg  
f. 1.408, 0.971
- 10-10 a. 62.1%;  
b. 0.6522  
c. 1/8 hp, 72 oz·pulg  
d. 318 oz·pulg  
134.7 oz·pulg  
e. 60%, 0.4783  
f. 78.28 oz·pulg  
g. 8.72%
- 10-11 a. 4 bobinas en paralelo,  
0.5 V/vuelta  
b. 2 bobinas en serie/  
paralelo, 0.5 V/vuelta  
c. 4 bobinas en serie,  
0.5 V/vuelta
- 10-12 a. 103 V  
b. 22.35  $\angle 57.52^\circ \Omega$   
c. 1784 rpm  
d. 103 W  
e. 90 W  
f. 0.234 lb·ft,  
0.317 N·m  
g. 0.275 lb·ft,  
0.372 N·m  
h. 0.111 hp  
i. 0.09 hp  
j. 0.1 hp
- 11-1 a. 67.65 V
- 11-2 a.  $\frac{5}{800} \frac{V}{rpm}$   
b. 10 W  
c. 6.25 W  
d. 0.9375  $\Omega$
- 11-3 a. 11.25°  
b. 1.125°
- 11-4 a. 60 dientes  
b. 1.5°
- 11-5 a. 16 pps  
b. 62.5 ms/pulso
- 11-6 a. 48 pps  
b. 20.83 ms/pulso
- 11-7 a. 9°/paso  
b. 0.45°/paso  
c. 25 ms/pulso  
d. 40 pps
- 11-8 a. 160 m/s  
b. 152 m/s
- Chapter 12**
- 12-1 a. 4.16 W  
b. 1.307 W
- 12-2 a. 111.12 W  
b. 1750 rpm
- 12-3 a. 1099.2 W  
b. 78.11%  
c. 1144.5 W,  
155.5 W  
d. 66.2%  
e. 9.6 hp
- 12-4 a. 19900 W  
b. 1250.4 W  
c. 87.3%  
d. 140.4 A,  
1.632 nominal  
e. 88.7%
- 12-5 a. 173 A; 169 A  
b. 231.55 V  
c, d. 1832 W  
e. 7.63 A  
f. 1192 rpm  
g. 3.65%
- 12-6 a. 493.85 V,  
20248 W  
b. 18648 W, 25 hp
- c. 131.3 lb·pie,  
178 N·m  
d. 86.7%  
e. 3.2 A, 1012 rpm  
f. 1.2%
- 12-7 a. 236 A; b. 1.4  
c. 90.4%
- 12-8 a. 131.66 A  
b. 3.21; c. 92.5%
- 12-9 a. 89.4%  
b. 1 kW  
c. 42345 W  
d. 2415 W  
e. 130.7 A  
f. 1.59  
g. 90.32%
- 12-10 a. 74.1%  
b. 84.2%  
c. 87.8%  
d. 90.1%
- 12-11 a. 2468 W  
b. 1234 W  
c. 84.47%  
d. 12.36 kW  
e. 14.04 kW  
f. 7.5 kW  
g. 33.9 kW  
h. 94.17; 92.4;  
94.2%  
i. 92.6; 90.34%
- 12-13 a. 478 W  
b. 240; 718 W  
c. 30; 120; 270;  
750 W  
d. 77; 85.7; 88.4;  
89.5%
- 12-14 a. 1.0; b. 0.14  $\Omega$   
c. 145  $\angle -52.415^\circ A$   
d. 141.9  $\angle -51.92^\circ A$   
e. 0.61  
f. 11230 W  
g. 8410 W, 2820 W  
h. 2820 W  
i. 0  
j. 33 lb·pie
- 12-15 a. 0.4; b. 0.35  $\Omega$   
c. 125.2 A  
d. 122.5 A  
e. 0.7243 retraso  
f. 11520 W

- g. 6270; 2100 W  
h. 5250 W  
i. 3150 W  
j. 9090 W  
k. 59.25 lb·pie, 80.35 N·m  
l. 12.2 hp  
m. 26.3%  
n. 40.86 lb·pie  
o. nominal: 84.5%  
0.03; 31.0 lb·pie  
 $T_{\text{máx}}$ : 26.3%  
0.4; 59.25 lb·pie  
@ arranque: 0; 1.0; 40.86 lb·pie
- 12-16 a. 0.05; b. 3  $\Omega$   
c. 39.55 A  
d. 37.05 A  
e. 0.929 retraso  
f. 4666 W  
g. 548; 206 W  
h. 4118 W  
i. 3912 W  
j. 11 186 W  
k. 69.1 lb·pie, 93.7 N·m  
l. 15 hp  
m. 79.9%  
n. 0.3  
o. 213 lb·pie, 288.9 N·m  
p. 1.0  
q. 117.25 lb·pie, 159 N·m  
r. arranque: 1.0; 117.3 lb·pie  
 $T_{\text{máx}}$ : 0.3  
213.1 lb·pie  
nominal: 0.05, 69.1 lb·pie
- 12-17 a. 4.24 kVA/hp  
b. D
- 12-18 a. 167 A  
b. 0.643 retraso
- 12-19 a. 65 A; b. 350.8 A  
c. 313.8 A
- 12-20 a. 53.4%, 0.375 retraso  
0.179 hp; 0.547 lb·pie  
b. 1.29 lb·pie  
0.496 lb·pie
- 21-21 a. 4.46  $\Omega$   
b. 57.2 W  
c. 150 W  
d. 17.1%
- c. 44%, 0.466 retraso  
d. 0.546 lb·pie  
e. 0.496 lb·pie, 0.431 retraso
- 14-3 a. 11  
c. 1/11  
a. 15  
b. 8 V  
c. 0.2  $\Omega$   
d. 0.16 V/t  
e. 320 VA  
a. 150 vueltas t; b. 4  
c. 1/4; d, e. 0.73  
f. 113.63 A  
g. 454 A  
a. 30 V; 10 A  
b. 1.25 A  
c., d. 192  $\Omega$   
a. 250  $\Omega$   
b. 100  $\Omega$   
c. 71.43  $\Omega$   
d. 0.42 A  
e. 12.6 W  
f. 3.6 W  
g. 12 V; 9 W  
h. 12.6 W  
a. 50  $\Omega$ ; b. 20  $\Omega$   
c. 14.29  $\Omega$   
d. 1.47 A  
e. 30.87 W  
f. 8.82 W  
g. 10.5 V; 22.05 W  
h. 30.9 W  
1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-4 a. 150 vueltas t; b. 4  
c. 1/4; d, e. 0.73  
f. 113.63 A  
g. 454 A  
a. 30 V; 10 A  
b. 1.25 A  
c., d. 192  $\Omega$   
a. 250  $\Omega$   
b. 100  $\Omega$   
c. 71.43  $\Omega$   
d. 0.42 A  
e. 12.6 W  
f. 3.6 W  
g. 12 V; 9 W  
h. 12.6 W  
a. 50  $\Omega$ ; b. 20  $\Omega$   
c. 14.29  $\Omega$   
d. 1.47 A  
e. 30.87 W  
f. 8.82 W  
g. 10.5 V; 22.05 W  
h. 30.9 W  
1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-5 a. 30 V; 10 A  
b. 1.25 A  
c., d. 192  $\Omega$   
a. 250  $\Omega$   
b. 100  $\Omega$   
c. 71.43  $\Omega$   
d. 0.42 A  
e. 12.6 W  
f. 3.6 W  
g. 12 V; 9 W  
h. 12.6 W  
a. 50  $\Omega$ ; b. 20  $\Omega$   
c. 14.29  $\Omega$   
d. 1.47 A  
e. 30.87 W  
f. 8.82 W  
g. 10.5 V; 22.05 W  
h. 30.9 W  
1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-6 a. 250  $\Omega$   
b. 100  $\Omega$   
c. 71.43  $\Omega$   
d. 0.42 A  
e. 12.6 W  
f. 3.6 W  
g. 12 V; 9 W  
h. 12.6 W  
a. 50  $\Omega$ ; b. 20  $\Omega$   
c. 14.29  $\Omega$   
d. 1.47 A  
e. 30.87 W  
f. 8.82 W  
g. 10.5 V; 22.05 W  
h. 30.9 W  
1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-7 a. 50  $\Omega$ ; b. 20  $\Omega$   
c. 14.29  $\Omega$   
d. 1.47 A  
e. 30.87 W  
f. 8.82 W  
g. 10.5 V; 22.05 W  
h. 30.9 W  
1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-8 1.373  $\Omega$   
a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-9 a. 6.3245  
b.  $j0.75 \Omega$   
c.  $-j2.482 \Omega$   
d.  $-j30 \Omega$   
e. 6.3245  $\angle 0^\circ$  A  
f, g. 40 W  
h. 12.65  $\angle 60^\circ$  V  
i. 50  $\angle 36.87^\circ$  V  
a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-10 a. 2174; 217.4 A  
b. 3.162 m, 316.2 m $\Omega$   
c. 6.874; 68.74 V  
d. 236.87; 2231.3 V  
e. 9.42; f. 10  
a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-11 a. 106 m $\Omega$   
b. 10.6  $\Omega$   
a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$
- 14-12 a. 0.2  $\Omega$   
b.  $j0.6 \Omega$   
c. 2 m $\Omega$   
d.  $j6 \text{ m}\Omega$

### Chapter 13

- 13-1 a. 154.75  $^\circ\text{C}$   
b. 129.75  $^\circ\text{C}$   
a. 115  $^\circ\text{C}$   
b. 125  $^\circ\text{C}$   
c. 5 años  
d. 46 hp  
7½ hp  
a. 5 hp; b. 4 kW  
a. 100 V; 50 A;  
5 kVA  
b. todos 1 p.u.  
c. 2  $\Omega$   
d. 0.51 p.u.  
e. 0.1 p.u., 0.5 p.u.  
f. 500 W  
g. 86.96%; 86.96%  
a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-2 a. 115  $^\circ\text{C}$   
b. 125  $^\circ\text{C}$   
c. 5 años  
d. 46 hp  
7½ hp  
a. 5 hp; b. 4 kW  
a. 100 V; 50 A;  
5 kVA  
b. todos 1 p.u.  
c. 2  $\Omega$   
d. 0.51 p.u.  
e. 0.1 p.u., 0.5 p.u.  
f. 500 W  
g. 86.96%; 86.96%  
a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-3 7½ hp  
a. 5 hp; b. 4 kW  
a. 100 V; 50 A;  
5 kVA  
b. todos 1 p.u.  
c. 2  $\Omega$   
d. 0.51 p.u.  
e. 0.1 p.u., 0.5 p.u.  
f. 500 W  
g. 86.96%; 86.96%  
a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-4 a. 5 hp; b. 4 kW  
a. 100 V; 50 A;  
5 kVA  
b. todos 1 p.u.  
c. 2  $\Omega$   
d. 0.51 p.u.  
e. 0.1 p.u., 0.5 p.u.  
f. 500 W  
g. 86.96%; 86.96%  
a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-5 a. 100 V; 50 A;  
5 kVA  
b. todos 1 p.u.  
c. 2  $\Omega$   
d. 0.51 p.u.  
e. 0.1 p.u., 0.5 p.u.  
f. 500 W  
g. 86.96%; 86.96%  
a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-6 a. 2.5; 0.5; 0.25; 2.0;  
0.5; 5.75 kW  
b. 89.69%  
a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-7 a. 1.771 p.u.  
a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-8 a. 0.968  $\Omega$   
b.  $j1.033 \text{ p.u.}$   
c. 0.1033 p.u.  
d. 5.165 kW  
e. 0.968  
f. 1.038 p.u.  
g. 83.1%  
h. 79.74%  
0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-9 0.1189 p.u.  
a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%
- 13-10 a. 1.28  $\Omega$   
b.  $j1.1776 \Omega$   
c. 0.0512  $\Omega$   
d. 1.179  $\Omega$   
e. 1.8 kW  
f. 1.087  
g. 90.91%

### Chapter 14

- 14-1 5 H  
14-2 a. 550 vueltas

- 14-13 a.  $41.47 \Omega$ ,  $j75.8 \Omega$   
b.  $0.104 \Omega$ ,  $j0.1895 \Omega$   
c. 1.85%  
d. 3.42%  
e. -0.46%
- 14-14 a.  $104 \text{ m}\Omega$   
b. 96.36%  
c. 95.64%  
d. 0.9428; 39.2 A  
e. 96.7%  
f. 96.4%
- 14-15 a. 3.92%  
b. 90.92, 94.99, 96.9, 97.32, 97.35, 97.22%  
c. 0.9037  
d. 97.36%
- 14-16 a.  $j0.96 \Omega$   
b.  $4.84 \Omega$   
c.  $77.44 \Omega$   
d.  $j0.0124 \text{ p.u.}$   
e.  $j0.0124 \text{ p.u.}$
- 14-17 a.  $0.0375 \angle 61.315^\circ \text{ p.u.}$   
b.  $1.03426 \text{ p.u.}$   
c.  $0.99535 \text{ p.u.}$   
d. 3.425%  
e. -0.465%
- 14-18 a. 3.92%  
b. -3.086%
- 14-19 a. 1.71%  
b. -1.98%
- 14-20 a. 0.018 p.u.  
b. 0.016 p.u.  
c. 96.36%  
d. 95.64%  
e. 96.37%
- 14-21 a. 97.35.; 97.22%  
b. 0.9037  
c. 97.36%
- 14-22 a. 1.933%  
b. 98.03%  
c. 0.54905  
d. 98.33%
- 14-23 a.  $0.648 \Omega$   
b.  $4 \Omega$   
c.  $j0.162 \Omega$   
d, e.  $j0.0405 \text{ p.u.}$
- 14-24 a. 240 V, 10 kVA,  $5.76 \Omega$   
b. 2304  $\Omega$   
c.  $23.04 \Omega$   
d. 1.5035  
e.  $0.00868 + j0.026042 \text{ p.u.}$   
f.  $1 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$   
g.  $0.5358 \angle -35.9^\circ \text{ p.u.}$   
h.  $0.4316 \text{ p.u.}$ , 4316 W  
i.  $0.002492 \text{ p.u.}$ , 24.92 W  
j.  $0.4341 \text{ p.u.}$ , 4341 W
- k. 5.359 kVA
- 14-25 a, b, c. 0.84 p.u.  
e.  $0.942 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$   
f.  $1.1215 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$   
g.  $0.966 \angle 12.75^\circ \text{ p.u.}$ ; h. 2.55%  
i. 13.33 kV
- 14-26 a. 65 MW  
b. 0.8125 p.u.  
c. 0.875 p.u.  
d.  $0.9286 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$   
e.  $0.9061 \angle 15^\circ \text{ p.u.}$   
f.  $29 \angle 15^\circ \text{ kV}$
- 14-27 a. 12.5; 50 A  
b. 62.5 A  
c. 30 kVA  
d. 150 kVA
- 14-28 a. 30 kW  
b. 120 kW
- 14-29 Derivación
- 14-30 Derivación
- 14-31 e. la única: 13.2 kV, 2.187 A, 220 V, 131.2A, 28.87 kVA
- 14-32 a. 400 kVA  
b. 26.6 kV, 15.04 A, 2.3 kV, 174 A  
c. 0.866  
d. 1.2 MW  
e. 173.2%; 150%

# Indice

## Aislamiento:

capacidades para clasificación de, 519, 539  
materiales, 517-521

## Alta velocidad:

transporte de superficie, 445 y ss, 449  
transporte terrestre, 439, 445 y ss, 449

## Alternador 70

caídas de voltaje en, 178  
capacidad, 193, 514 y ss  
características, 178, 184, 187, 192  
circuito equivalente, 176-178, 183-190  
construcción de los campos, 42-44, 171-173, 175  
construcción, 42-44, 171-175  
corrientes de cortocircuito, 192  
devanados de armadura, 49-66, 171-173, 257-260  
eficiencia, 477-482  
elemental, 171  
enfriamiento por hidrógeno, 174, 482  
estator, 44, 172-174  
factor de distribución, 61-65, 71, 172  
factor de paso, 58-61, 64, 71, 172  
factor de potencia, 58-61, 64, 71, 172  
fluctuación, 225  
forma de onda, 64-66  
frecuencia, 69, 234  
impedancia sincrónica, 183-192, 197  
operación en paralelo, 211-234  
pérdidas en el, 456-460, 479-485  
primtores, 174-175, 197  
prueba de circuito abierto, 187, 197  
prueba de cortocircuito, 187-190, 197  
prueba de resistencia, 185  
reacción de la armadura, 47, 162-165, 176-183, 197, 676  
reactancia de la armadura, 46, 173, 176 y ss, 197  
regulación de voltaje, 178-183, 197  
regulación, 178-183, 185 y ss, 197  
reguladores de voltaje, 183  
relación de cortocircuito, 191-192, 197, 538, 540  
relaciones entre velocidad y frecuencia, 175  
relaciones potencia-par, 677 y ss  
sincronización del, 212-234, 236  
ventilación, 174, 482  
voltaje generado, 67, 178-183, 188-192  
Alto voltaje, 1, 35  
Amortiguadores, devanados (véase Devanados)  
Análisis de red, 344-346, 368, 495-499  
Armadura: 34  
construcción, 40-45  
control de voltaje, 130 y ss, 138-142  
derivación, 76 y ss  
devanados: 70  
abarcamiento de bobina, 56-58  
acortados, 58-61, 64-66  
anillo de Gramme, 19-21  
dúplex, o doble, 53-54  
factor de arrollamiento, 61-63, 70  
factor de distribución, 61-63, 71, 172  
factor de paso, 58-61, 64, 71, 172  
imbricados, 52-56, 71

múltiple, 53-54

ondulados simplex, 53-56  
ondulados, 52-56, 72

paso fraccionario, 58-61

simplex imbricado, 53-56

terciarios, 620

tipos de, 49 y ss, 57 y ss, 61 y ss

flujo, 45-47, 149-154, 166

núcleo, 40, 43-45

reacción (véase Reacción de armadura)

reactancia, 46, 70, 161, 173, 176-181, 197

resistencia, 33, 78-81, 89-97, 176-161, 183-190

reversible, 138-142

## Armónicas:

arrollamiento, 65

componentes, 649

impar, 64 y ss, 71

par, 65, 71

ranura, 65, 72

red, 619, 636 y ss

supresión de, 64

triplen, 65, 72

Arqueo, conmutador, 56

## Arrancadores:

a través de la línea, 348-349

rotor devanado, 354-355

Arranque, par (véase Par)

## Arrastre:

servomotor, 429-432, 449

tacómetro, 432-433, 449

## Autotransformador: 648

arranque de motor polifásico, 349-352

capacidad de, 601-602

conexiones, 598

control monofásico de velocidad, 390

de arranque, motor de capacitor doble, 391

eficiencia, 600-602

modos, 598-602

polaridad aditiva, 598

polaridad sustractiva, 599

riesgos con el, 602

variable, 575

Bajo voltaje, 1-2, 35

Biot-Savart, ley de, 28-29, 109, 143

## Bobina:

extensión, 49 y ss

paso de espiras, 49 y ss, 58-61, 64-66

reactancia, 45-46, 161-162, 173, 176 y ss

CA generador (véase Alternador)

CA motor (véase Motor)

## Caballos de potencia:

cálculo, 527

capacidades, 515, 521 y ss, 530 y ss

fraccionarios, 374, 521 y ss, 539

integrales, 374, 521 y ss, 539

motor, 13, 137

Cambiador de frecuencia, 292-293

Campo revolvente (véase Campo rotatorio)

## Campo rotatorio:

motor de inducción, 244, 310

motor monofásico, 375-381

## Campo:

centelleo de refuerzo, 88

control, 118-119, 122, 140, 253 y ss, 291,

416

de referencia, 7 y ss, 9-10

descarga, 49, 71

devanados, 39 y ss, 43 y ss, 47 y ss

devanado, 39 y ss, 43 y ss, 47-49, 71

en derivación, 76 y ss, 84 y ss, 127 y ss

en serie, 78 y ss, 96 y ss, 127 y ss

giratorio, 244, 310 y ss

polo, 34, 39 y ss, 43 y ss, 45 y ss

reóstato, 49, 78, 80, 81, 82, 126, 139

resultante, 152

reversible, 88, 138

revolvente, 244, 310 y ss

## Capacidad:

ciclo de trabajo, 515, 525, 539

corriente, 22-24, 515, 669-671, 675

dinamo, 22-24, 515

factores que la afectan, 514 y ss, 521 y ss,

525-529, 669 y ss

generador, 22-24, 515

motor, 515, 521 y ss, 525-532, 669-675

por unidad, 532-538, 686-692

potencia, 515, 521 y ss, 525-529

temperatura, 515-525

trabajo continuo, 515, 525, 539

trabajo intermitente, 515, 525, 539

velocidad, 515, 529

voltaje, 22-24, 515, 524

Capacitor, motor de, 389-393

Capacitor, sincrónico, 281-283

## Carga:

adelantada, 181-182, 184, 189, 192, 256,

258-258

atrasada, 180, 183

factor de, 469, 476, 480, 485, 491, 506, 580,

583, 588

fracción (véase Factor de carga)

CD, generador (véase Generador, cd)

CD, motor (véase Motor, cd)

## Circuito equivalente:

generador cd, 76 y ss

motor de inducción, 343-344, 495-498

transformador, 564, 567 y ss

Composición de excitación:

grado de, 97-100

plana, 98-99

## Compuesto acumulativo:

generador, 97-100, 101-102, 104

motor, 128, 130-136, 143

Compuesto, motor, (véase Motor, compuesto)

Compuesto, plano (véase Compuesto)

## Conductor:

FEM inducida en, 6-10

fuerza sobre, 27-30, 35

longitud activa del, 6-10, 28-29, 34

Conexión delta-estrella, arranque, 353

Conexión estrella, armadura, 176, 187

## Conexión:

delta abierta, 625-627, 649

diametral, 638, 648

doble delta, 640, 648

doble estrella, 639, 647, 648

estrella, 634-636, 649

red, 636-638, 649

- Scott, 630-633  
T-T, 628-630  
V-V, 625-627
- Conmutador:**  
arqueo del, 56, 158-162  
definición, 34, 71  
segmento, 40-42, 51-53, 56, 158-144
- Control:**  
campo, 118-119, 122, 140, 416  
dirección de rotación, 138-140  
frecuencia, 234-235  
sistema, 551, 620  
velocidad, 118-119, 359-361, 416-420, 468, 531  
voltaje, 99-103, 181-183, 235, 416
- Convención de punto, 545-548, 564, 575, 598, 600, 605, 648
- Convertidor rotatorio, 42-43, 172, 412
- Corriente circulante (de cambio), 216-225, 236
- Corriente unidireccional, 16-19
- Curva de magnetización: 106**  
alternador, 181, 192  
generador de cd, 82, 87, 90, 93
- Curva de saturación, 106**  
alternador, 181-192  
dínamo de cd, 82, 87, 90, 93
- Curvas V, motor síncrono, 264
- Deslizamiento:**  
definición, 315 y ss, 341 y ss, 346-348, 368  
medición, 346-348  
negativo, 365-366  
velocidad, 315-316, 368
- Desviador, 79, 98-100, 104, 143
- Devanado amortiguador, 226, 236, 242, 246
- Devanado compensador, 78, 104, 156-158, 166
- Devanados:  
abiertos, 56 y ss, 71  
amortiguadores, 226, 236, 242, 246  
anillo de Gramme, 19-22  
armadura (véase Armadura, devanados)  
bobina completa, 57, 72  
concentrados, 58, 71  
de arranque, 381 y ss, 408  
de marcha, 381 y ss, 407  
distribuidos, 61-63, 71, 172  
imbricado, 52-56, 71  
jaula de ardilla, 310, 355-359, 368  
media bobina, 57, 71  
onda, 52-56, 72
- Diagrama de cuatro cuadrantes, 139-142, 143
- Diferencial compuesto:**  
generador, 100-102, 104  
motor, 128, 130, 133, 139
- Dínamo de inducción asíncrona, 44, 70, 309 y ss, 368
- Dínamo homopolar, 16, 148, 412-414, 449
- Dínamo síncrona asincronizada, 448, 449
- Dínamo:**  
acélica, 16, 412-414, 420-424, 449  
capacidades de voltaje, 24, 524, 669-671, 673, 675  
comparación entre motor y generador, 31-35  
construcción, 39-47  
conversión de energía, 454, 458-461, 471-479  
conversión de potencia, 454, 458-461, 471-479  
eficiencia máxima, 685-686  
estructura del campo, 40-45  
flujo de potencia, 458-461
- homopolar, 16, 148, 412-414, 449
- inducción, 44-45
- pérdidas de potencia, 456-466, 471-479
- posibilidades, 39
- principios básicos, 3-4, 12-13
- relaciones de energía, 454 y ss
- universal, 148, 309
- valores nominales de corriente, 24, 515, 669-675
- Distribución, 1-3, 34
- Doble excitación, 44, 149, 240, 309
- Doble jaula de ardilla, motor de, 355-359
- Dos valores, motor de capacitor de (véase Motor, monofásico)
- Efecto estroboscópico, 348
- Eficiencia: 505**  
alternador, 477 y ss  
dínamo síncrona de ca, 477 y ss  
dínamo, 462 y ss  
generador, 458 y ss  
inducción asíncrona, 485 y ss  
máxima, 466-471, 506, 580, 588, 649, 691  
método del motor calibrado, 483 y ss  
motor de inducción, 485-498  
motor monofásico, 500 y ss  
motor síncrono, 477-482  
motor, 461 y ss  
transformador, 578 y ss, 587 y ss, 648
- Eje:**  
cuadratura, 149-154, 166  
magnético, 149-154, 166
- Electromagnético(a):**  
conversión de energía, 3, 454, 458-461, 471-479  
fuerza, 3-4, 27-30, 35, 109-102  
inducción, 3-12, 34
- Enfriamiento:**  
ciclo de trabajo, 525-527  
por hidrógeno, 174, 482
- Envolvente, 515, 528-529, 539
- Escobilla: 70**  
caída de voltaje en, 118-119, 124-125, 143  
desplazamiento, 153-154  
eje, 149, 153-154, 158-162, 166  
portaescobillas, 42
- Estator, 40-47, 72, 486-488
- Excitación:**  
armadura y campo, 45 y ss, 148 y ss  
desmagnetizante, 151  
doble, 44, 149, 240, 309  
magnetización cruzada, 149-154  
magnetizante, 45 y ss, 148 y ss  
normal, 253-255, 257-265  
sobree excitación, 256-265  
subexcitación, 255-265
- Factor de arrollamiento, 61-63, 70
- Factor de distribución, 61-65, 71, 172
- Factor de potencia: 166**  
adelantado, motor, 258-266, 272 y ss, 303  
capacitor síncrono, 291-292  
corrección, 272-274, 281-291, 304
- efectos de, sobre:**  
motor síncrono, 258-267, 272 y ss  
regulación del alternador, 178-183  
motor polifásico de inducción, 325-333  
motor síncrono, 258-267, 272 y ss  
retrasado, motor, 258-266, 303
- Factor de servicio, 515, 517, 540
- Factores de conversión, 662-666
- Factor:**  
conversión, 662-666  
de distribución, 61-65, 71  
de paso, 51, 58-61, 64, 71, 172  
de servicio, 515, 517, 540
- Fase partida, motor de (véase Motor, monofásico)
- FEM:**  
autoinducida, 11, 46-49, 71  
contraelectromotriz, 30-34  
dirección de la, inducida, 10, 13-15  
inducida, 7 y ss, 25-27  
onda cuadrada, 16, 152  
promedio, 4 y ss, 25-27  
rotor, 316 y ss  
senoidal, 15 y ss
- Filtro, suavizamiento, 197, 644 y ss
- Fluctuación:**  
alternador, 225, 236  
motor síncrono, 242-243
- Flujo de distorsión (véase Flujo)
- Flujo mutuo, 45 y ss, 71, 149 y ss, 545-551
- Flujo:**  
armadura, 148 y ss  
campo principal, 149 y ss, 153 y ss  
densidad, 7 y ss, 28 y ss, 34, 109 y ss, 115 y ss  
desmagnetización, 151, 166  
distorsión, 152-154  
eslabonamientos, 4-9, 11-12, 34  
fugas, 45 y ss, 546, 649  
magnetización cruzada, 149 y ss  
mutuo, 45 y ss, 71, 149 y ss, 545-551
- Frecuencia: 67-70, 71**  
cambiador de, 292, 303  
convertidor, 367, 368  
rotor, 317 y ss
- Frenado a contracorriente, 138, 143, 530
- Frenado en ranura, 419
- Frenado regenerativo, 138-142, 143, 368
- Frenado:**  
a contracorriente, 138, 143, 530  
dinámico, 138-142, 143, 366, 368  
regenerativo, 138-142, 143, 368
- Fuerza contraelectromotriz, 26-27, 30-34, 34, 109, 117-118
- Fuerza magnetomotriz (FMM), 47-48, 71
- Fuerza: 35**  
electromotriz, 4 y ss, 25-27, 46-49, 316 y ss  
reluctancia, 4, 279, 299, 397, 441  
sobre un conductor, 27, 30, 35
- Fugas (pérdidas):**  
coeficiente, 47  
flujo, 45 y ss, 161-162, 173, 546, 649  
reactancia, 46-47
- Generador hipercompuesto (véase Generador, cd, hipercompuesto)
- Generador: 35**  
armadura de anillo de Gramme, 19 y ss  
acción, 31-34, 139-142, 267-272, 325  
ca (véase Alternador)  
cd:  
acumulación de, 85  
autoexcitados, 76 y ss, 84 y ss, 106  
capacidad del, 24, 103-104, 515  
características, 90-103  
circuito equivalente, 76 y ss  
compuesto, 79, 97-103, 104  
compuesto acumulativo, 79, 97-103, 104  
compuesto plano, 99  
conexiones igualadoras, 209-212  
curva de magnetización, 82-84

- de derivación (shunt) corta, 79-80, **106**  
 de derivación (shunt) larga, 80  
 desacumulación, 89 y ss  
 diferencial compuesto, 100-102, **104**  
 distribución de flujo, 149-153  
 efecto de la velocidad sobre, 102-103  
 eficiencia, 454-477  
 en paralelo (shunt, derivación), 76 y ss, 90 y ss, **106**  
 en serie, 78-79, 96, **106**  
 especificaciones, 103  
 excitación separada, 81-84, **106**  
 excitación, 40, 81-89  
 funcionamiento en paralelo, 206-211  
 grado de composición, 79, 97-100  
 hipercompuestos, 98-103  
 homopolar, 16, 148, 412-414, **449**  
 imposibilidad de levantar, 88  
 interpolos, 40-42, 46, **106**, 162  
 polaridad, 15  
 principios, 75  
 regulación de voltaje, 94  
 regulación, 94  
 resistencia crítica del campo, 87, 104  
 resistencia de campo, 84-88  
 subcompuesto, 97-100  
 tipos, 76  
 definición, 33, 35, 139-142  
 elemental, 12  
 homopolar, 16, 148, 412-414, **449**  
 inducción, 365-366  
 modo, 139-142
- Hidrógeno, enfriamiento (véase Enfriamiento)**
- Histéresis:**  
 efecto, 83-84, 92, 456-457  
 motor, 299-301, **303**  
 par, 300, **303**  
 pérdidas, 456-456, 546
- Igualador (ecualizador), 209-211, 236**
- Impedancia:**  
 equivalente, 176, 183 y ss  
 sincrónica, 176, 183-192, **197**
- Indicador de secuencia de fases, 230-233, 236**
- Inducción, motor de (véase Motor, inducción)**
- Inducción:**  
 convertidor de fase, 631  
 convertidor de frecuencia, 367, **368**  
 electromagnética, 3-12, **34**  
 generador, 365-366
- Inducida, FEM, 7 y ss, 25-27, 31-34, 35**
- Inductancia, 11, 46, 546, 648**
- Inestabilidad, 225 y ss, 242**
- Interpolo, 40-42, 46, 106, 162**
- Interruptor centrífugo, 131, 382, 407, 537**
- Inversión de rotación:**  
 motor de cd, 138-142  
 motor de inducción, 313  
 motor monofásico, 385, 389, 392, 395, **407**
- Jaula de ardilla, motor (véase Motor, polifásico)**
- Letra de designación, NEMA, 357, 515, 539**
- Letra de designación, rotor frenado, 499, 515, 540, 672, 674**
- Levantar, condiciones para, 85-89**
- Ley circuital de circuitos magnéticos, 47**
- Ley de Faraday, 4-7, 34**
- Ley de Lenz, 11-12, 35**
- Ley de Neumann, 6-9, 35**
- Ley de Oersted, 13, 27-30, 35**
- Localización de fallas, motor, 537-539**
- Luz estroboscópica, 347, 368**
- Maquetismo, residual, 83, 87-88, 106**
- Magnético(a):**  
 campo, 45-49  
 circuito, 45-49  
 dispositivos de levitación:  
 fugas, 45-47, 161-162, 173, 546, 649  
 ley circuital, 47  
**dispositivos de levitación:**  
 atracción magnetostática, 442 y ss  
 levitación por atracción, 442-446  
 levitación por flujo transversal, 447-448  
 levitación por repulsión, 441-446  
 repulsión electromagnética, 445 y ss  
 repulsión magnetostática, 441 y ss
- Magnetismo residual, 83, 87-88, 106**
- campo, 49, 78, 80-82, 126, 139**
- circuito de armadura, 31-34, 78-81, 89-97, 97, 117 y ss, 176-181, 183-190**
- equivalente, 486-487, 576-578, 581**
- estator, 184-187, 479, 486**
- pérdidas, 457, 576**
- por unidad, 534, 687-688**
- Magnetohidrodinámico(a):**  
 bomba, 414, **449**  
 dinamo, 412-414, **449**
- Mantenimiento, 537-539**
- Medio voltaje, 1-2, 35**
- Método ASA, 185**
- Métodos de arranque:**  
 a pleno voltaje, 348-349  
 a voltaje reducido, 352-354  
 autotransformador, 349-352  
 estrella-delta, 353  
 motor de inducción, 348-356  
 motor monofásico, 374-398  
 motor sincrónico, 245-248  
 reactancia, 352-353  
 resistencia, 352-353
- Monofásico, motor (véase Motor)**
- Motor con capacitor de arranque, 384-388**
- Motor de capacitor dividido permanente (véase Motor, monofásico)**
- Motor de cd sin escobillas, 420-424, 449**
- Motor de flujo transversal, 447, 449**
- Motor de pasos, 424-429, 449**
- Motor sincrónico no excitado, 297-301**
- Motor subsíncrono, 301, 304**
- Motor supersíncrono, 294, 304**
- Motor universal, 399 y ss**
- Motores lineales de propulsión:**  
 motor de cd sin escobillas, 439  
 motor de reluctancia, 441, **449**  
 motor homopolar de cd tipo escobilla, 438  
 motor homopolar sincrónico, 438, **449**  
 motor sincrónico de polos salientes, 439
- Motor:**  
 acción, 31-34, 109 y ss, 139 y ss  
 capacidad, 514 y ss  
 compuesto, 128 y ss, **143**  
 de caballaje fraccionario, 374, **407**, 521-524  
**de cd:**  
 arrancadores, 124-127  
 arranque, 124-127  
 capacidad nominal, 137-138, 514-515, 521-528, 469 y ss  
 características de par, 128  
 características de velocidad, 118 y ss, 130 y ss
- características, 109 y ss  
 compuesto acumulativo, 128 y ss  
 compuesto, 128 y ss, **143**  
 conmutación, 18, 56, 158-161  
 control de resistencia de armadura, 125  
 corriente de armadura en, 125 y ss  
 corrientes a plena carga, 669  
 corrimiento de escobillas, 153-154  
 de velocidad constante, 130  
 devanados compensadores, 156-158  
 diferencial compuesto, 128 y ss  
 efecto de la reacción de la armadura, 142, 153-154  
 eficiencia, 454 y ss, 462-477  
 en paralelo (derivación, shunt), 127, 130, 133, **143**  
 en serie, 127, 130, 133, **143**  
 envolventes, 528-529  
 frenado a contracorriente, 138, **143**, 530  
 frenado dinámico, 138-142, **143**, 366, 368  
 frenado, 138-142  
 funcionamiento de 4 cuadrantes, 139-142, **143**  
 imán permanente, **143**, 416-418  
 mantenimiento, 537-539  
 motores de pasos, 424-429  
 par, 110-121, 137-138, **144**  
 potencia mecánica desarrollada por, 120-121, **143**  
 potencia, 137-138, 143, 525-528  
 principios, 28-34, 109 y ss  
 regulación de velocidad, 130-137, **144**  
 reversible, 138 y ss, 529-530  
 servomotor, 414 y ss,  
 sin escobillas, 420-424, **449**  
 tipos de, 127 y ss
- de gran caballaje, 374, 407, 521-524**
- de velocidad ajustable, 529**
- de velocidad constante, 240, 243 y ss, 529**
- de velocidad variable, 529**
- de velocidad variable ajustable, 529**
- definiciones (velocidad) 468, 529-, 530**
- envolventes, 528-529**
- fuerza contraelectromotriz, 33-34, 117 y ss**
- histéresis, 299-301, 404-407**
- inducción de rotor devanado (véase Motor, polifásico, inducción, rotor devanado)**
- lineal (véase Propulsión lineal)**
- modo, 139-142, 236**
- monofásico:**  
 aplicaciones, 406  
 arranque con capacitor, 384-388  
 arranque por reluctancia, 397  
 caballaje fraccionario, 374, **407**, 521-524  
 capacitor de dos valores, 391-393  
 capacitor partido permanente, 389 y ss  
 capacitor, 389-393  
 clasificación, 402 y ss  
 comparación por principio, 404-407  
 construcción, 375  
 control de velocidad, 403  
 corrientes a plena carga, 670  
 de capacitor de dos valores, 391-393  
 de fase partida, 381-391, **408**  
 de gran caballaje, 374, **407**, 521-524  
 de inducción, 375-393  
 devanado de arranque, 381, **407**  
 devanado de marcha, 381, **407**  
 en serie, 400-402  
 envolventes, 528-529



- histéresis, 299  
mantenimiento, 537-539  
polo sombreado, 393-397  
reluctancia, 299, **304**  
resumen de tipos, 402 y ss  
síncrono, 297-303, **304**  
subsíncrono, 301, **304**  
teoría del campo cruzado, 379-381  
teoría del campo doble revolvente, 376-377  
tipos de conmutador, 398 y ss  
universal, 399
- no reversibles, 530
- polifásicos de inducción: 368**  
arranque, 313 y ss, 328 y ss, 340 y ss, 348-359  
cambio de polos, 359  
campo giratorio, 310-313  
capacidades, 671-675  
características de funcionamiento normal en marcha, 325 y ss  
características de funcionamiento, 324 y ss  
clasificación, 356 y ss, 362  
construcción, 44, 310-313  
control de resistencia secundaria, 334  
control de velocidad para rotor devanado, 328 y ss, 334 y ss  
corriente de arranque, 320, 324 y ss, 499, 675  
corriente del rotor, 320 y ss, 339 y ss  
de dos velocidades, 359  
de rotor devanado, 328 y ss  
deslizamiento, 315 y ss, 330 y ss, 343 y ss, 346-348  
devanado, 310  
diagrama del circuito equivalente, 343-346  
doble jaula de ardilla, 355 y ss  
eficiencia, 488-503  
envolventes, 528-529  
estator, 44, 72  
factor de potencia, 319 y ss, 329 y ss  
FEM del rotor, 316 y ss  
frecuencia del rotor, 316 y ss  
frecuencia, 316 y ss  
frenado de contracorriente, **143**, 318, 365, 530  
frenado dinámico, 138-142, **143**, 366, **368**  
letras de clase, 356 y ss  
letras de código, 499, 672  
mantenimiento, 537-539  
par de arranque, 321, 340-343, 675  
par del rotor, 319 y ss, 328 y ss, 336-343  
par máximo, 338-343, **368**  
principio, 313-316  
protección de cortocircuito, 674  
prueba de resistencia del estator, 185, 486  
prueba de rotor bloqueado, 335 y ss, 488 y ss  
prueba sin carga o en vacío, 488, 493  
resistencia equivalente, 486  
síncrono de inducción, 297  
variación de voltaje, 362 y ss  
voltaje del rotor, 319 y ss, 335 y ss
- reversible, 530  
selección, 530 y ss  
síncrono de inducción, 297, **304**  
**síncrono, polifásico:**  
ajuste del factor de potencia, 260 y ss  
ángulo de par, 267 y ss, 277-280, 304, 680-685  
aplicaciones, 242, 272 y ss, 283 y ss, 291 y ss  
arranque, 245  
cálculo del voltaje generado, 267 y ss, 680-684  
cambiador de frecuencia, 292  
capacidad, 280, 515  
carga, 248 y ss, 253-257  
construcción, 242  
corrección del factor de potencia, 272-291  
curvas V, 264  
de alto par de arranque, 294  
deslizamiento de polo, 247  
devanados amortiguadores, 242-243, 246  
envolventes, 528-529  
excitación normal, 253 y ss, 258 y ss, 264 y ss  
excitación, 253 y ss, 257 y ss, 264 y ss  
excitadores, 248, 265, 302  
fluctuación, 242  
funcionamiento, 248 y ss  
mantenimiento, 537-539  
no excitado, 297 y ss  
par de reluctancia, 279, 299  
par máximo, 279, 295, 683-685  
par, 267 y ss, 277, 295, 668, 684-685  
potencia, 683-684  
principio, 243 y ss  
reacción de la armadura, 257-263  
rotor simplex, 248  
sin escobillas, 297 y ss, **303**  
síncrono de inducción, 297  
supersíncrono, 294  
variación de corriente de campo, 253 y ss, 260 y ss, 264 y ss  
velocidad de, 240-245  
ventajas, 242  
supersíncrono, 294, **304**  
**universal:**  
aplicaciones, 399 y ss  
características, 399 y ss  
velocidad, 399 y ss  
varias velocidades, 530
- Operación en paralelo:**  
alternador, 211-234  
**generador cd:**  
compuesto, 208-211  
en derivación, 206-208  
procedimiento, 209-211  
lámparas de sincronización, 212-215, 227-229  
repartición de cargas de alternador, 216-225  
**requisitos:**  
para alternadores, 211  
para generadores de cd, 208  
sincronización de potencia, 218 y ss  
sincronización, 212 y ss, 227 y ss  
sincronoscopio, 228  
ventajas, 201-202  
Ortogonal, 8-9, **35**
- Par crítico (véase Par. límite)  
Parásitas, pérdidas por corrientes (véase Pérdidas)
- Par:**  
ángulo, 267 y ss, 277-280, **304**  
crítico, 279, 295, 322 y ss, 330, 338-343, **407**  
de arranque, 319-321, 328-334, 357-359  
definición, 110, **144**  
desarrollado (véase Par. interno)  
interno, 115-117, 121-124, **143**, 274-249, 295, 319-324, 335-343  
máximo, 279, 295, 322 y ss, 330, 338-341, 343, **368**  
motor de cd, 110-117, 122 y ss  
motor de inducción, 319, 322, 336-341, 343  
motor síncrono, 267 y ss, 277, 295, 684-685  
reluctancia, 299, **304**, 397, 426, 441  
salida, 137, **143**, 335-338, 344-346, 500-503  
unidades, 664  
Paso fraccionario, 51, 58-61, 64, 172  
**Paso:**  
bobina, 51, 58-61, 64, **71**, 172  
factor, 51, 58-61, 64, **71**, 172  
fraccionario, 58-61, 64, **71**, 172  
polo, **71**  
Pérdida de potencia secundaria, 456-460, 462-466, 471-479, 428-485, 488-491, **506**  
Pérdida por carga secundaria, 457-458, **506**  
**Pérdidas en cobre:**  
alternador, 456 y ss, 477 y ss  
dínamo, 456 y ss  
estator, 492 y ss  
motor de inducción, 487 y ss  
rotor, 492 y ss  
Pérdidas en devanados, 457-458, 482-483  
**Pérdidas en núcleo:**  
alternador, 477-485  
dínamo, 456-457, 462-466  
motor de inducción, 485-498  
Pérdidas por fricción, 456-457, 460, 462 y ss, 471 y ss, 478 y ss, 3 y ss, 492 y ss  
**Pérdidas (fugas):**  
alternador, 456-460, 477-485  
carga secundaria, 457-458, **506**  
corriente parásita, 456-458, **505**, 578 y ss, 587 y ss  
dinamómetro, 503, **505**  
dínamo, 454-466, 471-479  
eléctricas, 456-503, **505**, 578, 587 y ss  
generador de cd, 454-477  
histéresis, 456-457, **505**, 578 y ss, 587 y ss  
mecánicas, 456-505  
motor de cd, 456-458, 461-477  
motor de inducción, 456-458, 485-498, 500-503  
motor monofásico, 456-458, 500-505  
núcleo, 456-460, 462-466, 471-479, 428-485, 488-491, **505**, 577-580  
potencia secundaria, 456-460, 462-466, 471-479, 428-485, 488-491, **506**  
rotacionales, 456-460, 462-466, 471-479, 428-485, 488-491, **506**  
Plano neutro, 16, 149-155, **166**  
Polaridad, 10, 15, 605, 607 y ss  
Polifásico de inducción, motor (véase Motor, polifásico, inducción)  
Polifásico síncrono, motor (véase Motor, polifásico, síncrono)  
Polo conmutante, 40-42, 76-78, 161-162, **166**  
Polo consecuente, 359  
Polo saliente, 174-175, 197, 277-280, 304  
**Polo:**  
campo conmutante, 40, 76-78, 161-162  
campo de alternador, 46, 171, 174-175, **197**  
campo de cd, 39-43, 45  
campo en derivación, 40, 76-93, 126 y ss  
campo en serie, 40, 76-78, 96 y ss, 127-136

- cara, 35, 71, 156-158  
 no saliente y saliente, 174-175, 197, 277-280, 303, 304  
 paso, 71  
 zapata polar, 40, 71
- Por unidad:**  
 cantidad, 532 y ss, 540, 686-692  
 corriente, 532 y ss, 586, 690  
 eficiencia, 587, 691  
 impedancia, 534 y ss, 540, 686-692  
 potencia, 587  
 regulación de voltaje, 586, 690  
 sistema, 532 y ss, 540, 686-692  
 valores, 532 y ss, 585 y ss, 686-692  
 voltaje, 536, 538, 586
- Potencia:**  
 compleja, 282, 285-291, 303  
 conversión, 458-461, 472, 478, 492, 498  
 desarrollada, 120, 193 y ss, 274-280, 335-338, 407-461, 471-482  
 diagramas de flujo, 458-461, 472, 478, 492, 498, 506  
 interna (véase Potencia, desarrollada)  
 pérdidas, 456 y ss, 477 y ss  
 red de tabulación, 285-289, 304  
 relaciones, 455 y ss, 668  
 RMS, 525-528, 540  
 rotor:  
   asíncrona, 492 y ss  
   síncrona, 477-482  
 salida, 454-455, 458 y ss, 506  
 sistema, 1-3  
 Primotor (impulsor primario), 207, 233-234  
 Proceso de conmutación, 158-162, 166  
 Prueba con carga ligera, 462-466, 479-482, 488-491, 501-503, 506  
**Prueba de circuito abierto:**  
   alternador, 185-190, 197  
   transformador, 579-584  
 Prueba de cortocircuito, 188-190, 197, 575-578, 649  
 Prueba sin carga o en vacío (véase Prueba de circuito abierto, o Prueba de trabajo liviano)  
**Pruebas:**  
   carga, 492-495, 500-505  
   cortocircuito, 188-190, 197, 575-578, 649  
   de circuito abierto, 185-190, 197, 578-580, 649  
   impedancia síncrona, 183-192  
   método convencional, 462-466, 479-482, 488-491, 437, 503, 505  
   resistencia de estator, 185-187, 479, 486  
   resistencia, 118-119, 479, 486, 576-578  
   rotor bloqueado, 335-336, 341, 488-491, 499, 501-503, 505  
   rotor parado (véase Pruebas, rotor bloqueado)  
   sin carga, 462-466, 479-482, 488-491, 493, 503, 505  
   trabajo liviano, 462-466, 479-595, 488-491, 493, 503, 505  
**Reacción de armadura: 143**  
   alternador, 47, 162-165, 176-183  
   compensación para, 154-158  
   definición, 58, 104, 143  
   desmagnetización, 149-154, 164  
   desplazamiento del neutro causado por, 153 y ss  
   generador cd, 90, 153-154  
   magnetización cruzada, 148-154  
   motor cd, 142, 153-154  
   motor síncrono, 162, 165-166  
   resumen, 165-166  
**Reactancia, armadura:**  
   equivalente, 173, 176-181  
   fugas, 46, 70, 161, 173, 176-181  
   síncrona, 185-190, 197  
 Rectificación, 16-19, 641-648  
**Referencia:**  
   campo, 429-432  
   devanado, 433  
   voltaje, 429-432  
 Refuerzo, 96-97  
**Regla de Fleming:**  
   generador, mano derecha, 13, 30, 34  
   motor, mano izquierda, 30, 109, 143  
 Regla de la mano derecha, 13, 30, 34  
 Regulación de velocidad, 136, 144  
**Regulación:**  
   por unidad de voltaje, 586-587  
   velocidad del motor, 136, 144  
   voltaje de transformador, 572-578  
   voltaje del alternador, 178-190, 197  
   voltaje del generador, 94  
 Regulador de inducción, 488  
 Relación de cortocircuito, 191-192, 197, 538, 540  
**Reluctancia:**  
   motor de arranque por, 397-398  
   motor, 299, 304, 397, 426, 441  
   par, 299, 304, 397, 426, 441  
   principio, 4, 279, 299, 397, 441  
 Réctato, campo, 49, 78, 80, 81, 82, 126, 139  
 Resistencia crítica del campo, 84-88  
**Resistencia efectiva:**  
   armadura del alternador, 176 y ss, 185 y ss  
   estator de motor de inducción, 457, 487, 492 y ss  
   rotor de motor de inducción, 457, 487, 492 y ss  
 Retentividad, 83, 87-88, 106  
**Retrolimentación:**  
   malla, 235, 551  
   negativa, 235, 551  
   sistema de control, 551, 620  
 Rodamientos, 42, 537  
 Rotor devanado, motor de inducción, 328 y ss, 370  
**Rotor:**  
   corriente, 320, 324-325, 327 y ss, 338 y ss, 344-346  
   devanado, 310, 328-334  
   doble jaula, 355-358  
   frecuencia, 317-318  
   fuerza electromotriz, 319-324  
   jaula de ardilla, 310  
   simplex, 248, 304  
 Secuencia de fases, 230-233, 236  
 Segmento (delga), conmutador, 40, 51, 52, 56, 158-161  
 Selección, motor, 530 y ss  
 Serie de Fourier, 64, 71  
**Serie:**  
   generador, 67-79, 96, 101  
   **motor:**  
     de ca, 400-402  
     de cd, 127, 130, 133, 143  
     universal, 399-400  
**Servomotor: 236, 449**  
   de ca, 429-432  
   de cd, 414-420  
 Shunt, generador (véase Generador)
- Shunt, motor (véase Motor)  
 Sincronismo, 212-234, 236  
**Sincronización, 212-234, 236**  
   corriente, 217 y ss, 221 y ss  
   lámparas de, 212-216, 227-230  
   potencia, 218-225  
   procedimiento, 227-234  
 Síncrono de inducción, motor, 297-298  
 Sincronoscopio, 228-230, 236  
**Síncrono(a):**  
   capacitor, 281-292, 304  
   convertidor, 42-43, 172, 412  
   dinamo, 43, 173 y ss, 240 y ss  
   método de impedancia, 183-192, 197  
   motor (véase Motor, síncrono)  
   par, 267 y ss, 274 y ss, 304  
   reactancia, 176-190, 192, 197, 280  
   reactor, 291, 304  
   **velocidad 304**  
     alternador, 175  
     motor de inducción, 315-316, 367, 368  
     motor síncrono, 240, 244, 293, 304  
 Sistema bipolar, 641, 648  
 Subcompuesto, generador (véase Generador, cd)
- Tacómetro, generador, ca, 432, 449  
 Tamaño de armazón o carcasa, 374, 515, 521-525, 539  
 Temperatura:  
   ambiente, 515-516, 539  
   aumento, 515-525, 540  
   capacidad, 515-521  
   detector, 517, 540  
   final, 517-523, 539  
   limitante, 516-523, 540  
   lugar más caliente, 517-524, 539  
 Teorema de Millman, 202, 206, 236  
 Teorema de Tellegen, 289-290, 304  
 Teoría de dos campos revolventes, 376-377  
**Teoría:**  
   campo cruzado, 379-381  
   campo magnético rotatorio, 310-313  
   doble campo revolvente, 376-377  
 Termopar, 517, 540  
 Tiristor, 302, 304, 647  
**Trabajo:**  
   ciclo de, 515, 525, 539  
   continuo, 515, 525, 539  
   intermitente, 515, 525, 539  
   periódico, 525, 539  
   variable, 525, 539  
 Transductor, 449  
 Transferencia máxima de potencia, 556-559, 649  
**Transformador: 649**  
   acoplado flojamente, 368, 545, 547  
   aislamiento, 559-562, 648  
   apareamiento, 552-558, 649  
   armónicas, 616-617, 619-621  
   autotransformador (véase Autotransformador)  
   **cálculos por unidad:**  
     eficiencia, 587 y ss, 691  
     pérdidas en cobre, 687  
     redes, 589-596, 692  
     regulación, 586-587, 690  
   circuito equivalente, 564, 567 y ss  
   coeficiente de acoplamiento, 547, 648  
   conexiones, 607 y ss  
   conversión de potencia, 641-648  
   de arranque, 349-352

de bajada, 552, 649  
de seis fases, 633 y ss  
de subida, 552, 649  
definiciones, 546  
devanado terciario, 620  
diametral, 638, 648  
doble delta, 640, 648  
doble estrella, 639, 648  
eficiencia diaria media, 602  
eficiencia, 578 y ss, 587 y ss, 648  
factor de utilización, 643, 649  
faseo, 606  
flujo permisible, 565  
frecuencia, 565-566  
ideal, 547 y ss, 648  
impedancia reflejada, 552-556, 649  
interfase, 647  
neutral, 621-625  
polaridad, 605, 607  
polifásicos, 611 y ss  
práctico, 562 y ss  
primario, 545-546, 649

pruebas, 572-584, 602-607, 649  
redes, 589-596  
regulación de voltaje, 572 y ss, 586, 649  
relación de transformación, 550 y ss, 649  
respuesta a la frecuencia, 584-585  
secundario, 545-546, 649  
transformaciones:  
de Scott, 630-633  
diametrales, 638, 648  
doble delta, 640, 648  
doble estrella, 639, 648  
estrella, 620, 634-636, 649  
red, 619, 636-638, 649  
T-T, 628-630  
V-V, 625-627  
Transmisión, 1, 35, 591-596

Unidades SI, 661 y ss

Vida:  
dinamo, 520-521

factor de extensión o reducción, 520-521, 539

#### Voltaje:

alternador, 67-69, 178-183, 188-192

#### capacidades:

generador, 22, 515

motor, 515, 521 y ss, 525-532

por unidad, 532-538

generador cd, 26, 30-34

generado, 26, 30-34, 67, 178-183, 188-192

inducido, 7 y ss, 25-27, 30-34, 35

línea de transmisión, 1-3

reactancia, 46

Volt, 35

Vuelta, 25-26, 35

Watt, 35, 663

Yugo, 40

Zona interpolar, 16, 149-154, 166

Zona neutral, 158, 149-154, 166

80/5 / 60  
\$ 1/2

