

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$, có đồ thị (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y = x - 2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 7 + 4i$. Tìm môđun số phức $w = z + 2i$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

- Giải phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x+1} = 1$.
- Tổ 1 lớp 12A1 có 12 học sinh gồm có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ, trong đó AN là tổ trưởng còn HOA là tổ phó. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để tham gia hoạt động tập thể của trường nhân dịp ngày thành lập Đoàn 26 tháng 3. Tính xác suất để sao cho nhóm học sinh được chọn có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ trong đó phải nhất thiết có bạn AN hoặc bạn HOA nhưng không có cả hai (AN là học sinh nam, HOA là học sinh nữ).

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1; -2; 2), B(-3; -2; 0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - z + 2 = 0$.

- Viết phương trình mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.
- Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Tìm điểm M thuộc Δ sao cho đoạn thẳng OM nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, cạnh đáy AB bằng $2a$ và góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Mặt phẳng $(C'AB)$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CB' .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Điểm $N(1; -2)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và điểm $M(3; 6)$ thuộc đường thẳng chứa cạnh AD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của đỉnh A xuống đường thẳng DN. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết khoảng cách từ điểm H đến cạnh CD bằng $\frac{12\sqrt{2}}{13}$ và đỉnh A có hoành độ là một số nguyên lớn hơn -2 .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - x - y - 1} \cdot \sqrt{x - y - 1} = y + 1 \\ x + y + 1 + \sqrt{2x + y} = \sqrt{5x^2 + 3y^2 + 3x + 7y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho ba số thực không âm x, y, z . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

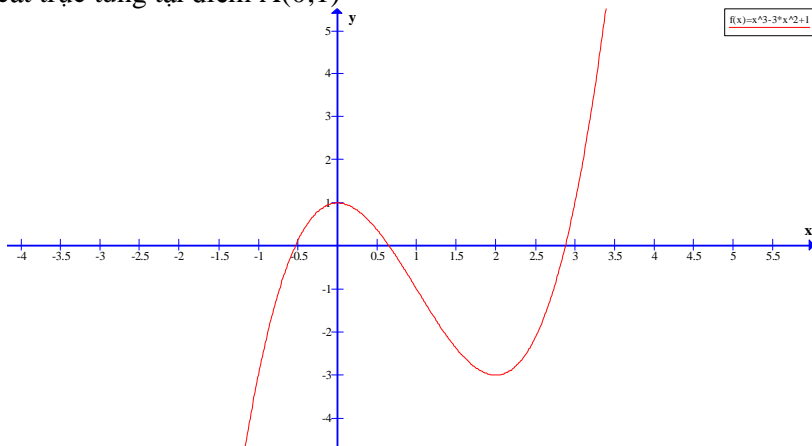
$$P = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4}} - \frac{4}{(x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)}} - \frac{5}{(y+z)\sqrt{(y+2x)(z+2x)}}$$

-----HẾT-----

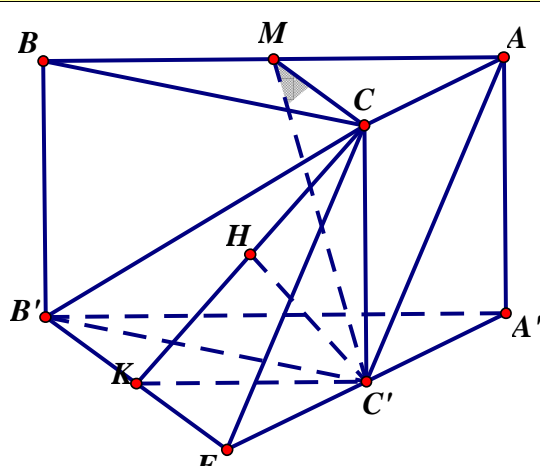
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

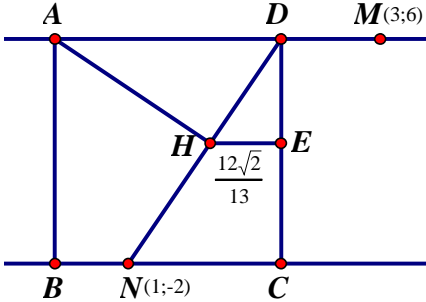
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Cảm ơn hai bạn bạn Thang Quach (quachdangthangpc@gmail.com) và bạn Chatvuhuy (chathoayeume@gmail.com) đã gửi tới www.laisac.page.tl

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm																
Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$, có đồ thị (C). a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).		1,0																
1	<p>Tập xác định: $D = \mathbb{R}$</p> <p>Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$</p> <p>Đồ thị hàm số không có tiệm cận</p> <p>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr></table> <p>Từ đó suy ra</p> <p>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.</p> <p>Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$</p> <p>Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = y(0) = 1$</p> <p>Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = y(2) = -3$</p> <p>Đồ thị hàm số.</p> <p>Điểm uốn của đồ thị</p> <p>$y'' = 6x - 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow I(1; -2)$ là điểm uốn của đồ thị</p> <p>Đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm A(0;1)</p> 	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$														
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $d : y = x - 2$.		1,0																
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là</p> $x^3 - 3x^2 + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25																
	<p>Suy ra giao điểm là $A(3;1), B(1;-1), C(-1;-3)$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến tại $A(3;1)$ là $y = 9x - 26$</p>	0,25																
	<p>Phương trình tiếp tuyến tại $B(1;-1)$ là $y = -3x + 2$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến tại $C(-1;-3)$ là $y = 9x + 6$</p>	0,25																

		KL: Các phương trình tiếp tuyến là: $y = 9x - 26$; $y = 9x + 6$; $y = -3x + 2$	0,25
Câu 2 (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i) = 7+4i$. Tìm môđun số phức $w = z + 2i$.			1,0
2		Ta có $\bar{z}(1+2i) = 7+4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{7+4i}{1+2i}$	0,25
		$\Leftrightarrow \bar{z} = \frac{(7+4i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{7-14i+4i-8i^2}{1-4i^2} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{15-10i}{5} = 3-2i$	0,25
		Suy ra $z = 3+2i$ Do đó $w = z + 2i = 3+4i$	0,25
		Vậy $ w = \sqrt{3^2+4^2} = 5$	0,25
Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1)e^{2x} .dx$			1,0
3		Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^{2x} .dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$	0,25
		Suy ra $I = (x-1)\frac{1}{2}e^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} .dx$	0,25
		$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big _0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} (e^2 - 1) = \frac{3-e^2}{4}$	0,25
		Vậy $I = \frac{3-e^2}{4}$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm). a) Giải phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x+1} = 1$.			0,5
4		Điều kiện: $x > -1$	
		Phương trình tương đương $\log_2(x+1) - \frac{1}{2}\log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(x+1) = 1$	0,25
		$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn)	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.	
b) Tổ 1 lớp 12A1 có 12 học sinh gồm có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ, trong đó AN là tổ trưởng còn HOA là tổ phó. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để tham gia hoạt động tập thể của trường nhân dịp ngày thành lập Đoàn 26 tháng 3. Tính xác suất để sao cho nhóm học sinh được chọn có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ trong đó phải nhất thiết có bạn AN hoặc bạn HOA nhưng không có cả hai.			0,5
4		Mỗi cách chọn nhóm 5 học sinh từ 12 học sinh là một tổ hợp chập 5 của 12. Vì vậy không gian mẫu Ω gồm: $C_{12}^5 = 792$ phần tử. Gọi A là biến cố cần tìm xác suất, B là biến cố chọn được nhóm gồm 3 học sinh nam, 2 học sinh nữ trong đó có bạn AN và không có bạn HOA. C là biến cố chọn được nhóm gồm 3 học sinh nam, 2 học sinh nữ trong đó có bạn HOA và không có bạn AN. Như vậy, $A = B \cup C$ và $n(A) = n(B) + n(C)$.	0,25
		Tính $n(B)$: + Chọn bạn AN, có 1 cách. + Chọn 2 bạn nam từ 6 bạn nam còn lại, có C_6^2 cách. + Chọn 2 bạn nữ từ 4 bạn nữ, có C_4^2 cách. Theo quy tắc nhân: $n(B) = 1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 = 90$. Tương tự, $n(C) = 1 \cdot C_6^3 \cdot C_4^1 = 80$. Vậy $n(A) = 90 + 80 = 170$. Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{170}{792}$.	0,25

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1;-2;2), B(-3;-2;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+3y-z+2=0$.		0,5	
a) Viết phương trình mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.			
5	Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Rightarrow I(-2;-2;1)$ Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;0;-2)/\vec{n}=(1;0;1)$	0,25	
	Vì mp(Q) là mp trung trực của đoạn AB nên nhận vector $\vec{n}=(1;0;1)$ là vector pháp tuyến và đi qua điểm $I(-2;-2;1)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $x+z+1=0$	0,25	
	b) Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Tìm điểm M thuộc Δ sao cho đoạn thẳng OM nhỏ nhất.	0,5	
	Mp(P) có VTPT là $\vec{n}_1=(1;3;-1)$ Mp(Q) có VTPT là $\vec{n}_2=(1;0;1)$ Suy ra $\vec{u}=[\vec{n}_1;\vec{n}_2]=(3;-2;-3)$ là VTCP của $\Delta=(P)\cap(Q)$ Lấy $E(0;-1;-1)\in\Delta=(P)\cap(Q)$. Phương trình tham số Δ là $\begin{cases} x=3t \\ y=-1-2t \\ z=-1-3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$	0,25	
	Điểm $M\in\Delta\Rightarrow M(3t;-1-2t;-1-3t)$ Do đó $OM= \overrightarrow{OM} =\sqrt{(3t)^2+(-1-2t)^2+(-1-3t)^2}=\sqrt{22t^2+10t+2}$ Ta có $22t^2+10t+2=\left(\sqrt{22}t+\frac{5}{\sqrt{22}}\right)^2+\frac{19}{22}\geq\frac{19}{22}\Rightarrow OM\geq\sqrt{\frac{19}{22}}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $t=-\frac{5}{22}\Rightarrow M\left(-\frac{15}{22};-\frac{6}{11};-\frac{7}{22}\right)$ Vậy $M\left(-\frac{15}{22};-\frac{6}{11};-\frac{7}{22}\right)$	0,25	
Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, cạnh đáy AB bằng $2a$ và góc $\widehat{ABC}=30^0$. Mặt phẳng $(C'AB)$ tạo với đáy (ABC) một góc 60^0 . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CB' .		1,0	
6			0,25
	<p>* Tính thể tích Gọi M là trung điểm của AB. Tam giác CAB cân tại C suy ra $AB\perp CM$. Mặt khác $AB\perp CC'\Rightarrow AB\perp(CMC')\Rightarrow\widehat{CMC'}=60^0$. Gọi V là thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thì $V=S_{ABC}\cdot CC'$</p>		

		<p>Ta có $CM = BM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB = \frac{a^2}{\sqrt{3}}$</p> <p>$CC' = CM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = a \Rightarrow V = \frac{a^2}{\sqrt{3}} \cdot a = \frac{a^3}{\sqrt{3}}$</p>	0,25
		<p>* Tính khoảng cách</p> <p>Gọi E đối xứng với A' qua C'. Suy ra ACEC' là hình bình hành.</p> <p>Nên $AC' // CE \subset (CB'E) \Rightarrow AC' // (CB'E)$ mà $B'C \subset (CB'E)$.</p> <p>Do đó $d(AC', B'C) = d(AC', (EB'C)) = d(C', (EB'C))$</p>	0,25
		<p>Tam giác A'B'E có A'C' = C'E = B'C' nên tam giác A'B'E vuông tại B'</p> <p>Gọi K là trung điểm B'E, ta có tam giác B'C'E cân tại C' nên</p> <p>$C'K \perp B'E$</p> <p>$CC' \perp (A'B'C') \equiv (A'B'E) \Rightarrow CC' \perp B'E \Rightarrow B'E \perp (CC'K)$</p> <p>Kê $C'H \perp CK \Rightarrow C'H \subset (CC'K)$ mà $B'E \perp (CC'K) \Rightarrow B'E \perp C'H$</p> <p>Từ đó $\Rightarrow C'H \perp (CB'E)$ hay $C'H = d(C', (CB'E))$</p> <p>Ta tính được $CB = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow C'B' = C'E = CB = \frac{2a}{\sqrt{3}}$</p> <p>Lại có $\widehat{ABC} = 30^\circ$, tam giác ABC cân tại C nên $\widehat{ACB} = 120^\circ = \widehat{A'C'B'} \Rightarrow \widehat{B'C'E} = 60^\circ$</p> <p>Nên tam giác B'C'E đều; tính được $C'K = \sqrt{B'C'^2 - \left(\frac{B'E}{2}\right)^2} = a$</p> <p>Tam giác CC'K vuông cân tại C' do đó $C'H = \frac{CK}{2} = \frac{\sqrt{CC'^2 + CK^2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</p> <p>Vậy $d(AC', CB') = C'H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</p>	0,25
<p>Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Điểm $N(1; -2)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và điểm $M(3; 6)$ thuộc đường thẳng chứa cạnh AD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của đỉnh A xuống đường thẳng DN. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết khoảng cách từ điểm H đến cạnh CD bằng $\frac{12\sqrt{2}}{13}$ và đỉnh A có hoành độ là một số nguyên lớn hơn -2.</p>			
7		 <p>Gọi E là hình chiếu vuông góc của H trên CD $\Rightarrow HE = \frac{12\sqrt{2}}{13}$</p> <p>Giả sử cạnh hình vuông bằng $a (a > 0)$</p> <p>Ta có $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ nên N nằm giữa B và C sao cho $CN = \frac{2}{3}CB = \frac{2a}{3}$.</p> <p>$\Rightarrow DN = \sqrt{CD^2 + CN^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$</p>	0,25

	<p>Có $\triangle ADH \sim \triangle DNC (g.g) \Rightarrow \frac{AD}{DN} = \frac{DH}{NC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{13}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow DH = \frac{2a}{\sqrt{13}}$</p> <p>$\triangle DHE \sim \triangle DNC (g.g) \Rightarrow \frac{HE}{NC} = \frac{DH}{DN} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{13}}}{\frac{a\sqrt{13}}{3}} = \frac{6}{13} \Rightarrow NC = \frac{13}{6} HE = 2\sqrt{2}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{2a}{3} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 3\sqrt{2}$</p>	
	<p>Giả sử VTPT của AD là $\vec{n} = (a; b)$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$</p> <p>Pt AD: $ax + by - 3a - 6b = 0$</p> <p>$\Rightarrow d(N, AD) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{ -2a - 8b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 7a^2 - 16ab - 23b^2 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (a+b)(7a-23b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 7a-23b=0 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Trường hợp 1: $a+b=0$</p> <p>Suy ra pt AD: $x - y + 3 = 0$</p> <p>$NP \perp AD \Rightarrow$ pt NP: $x + y + 1 = 0 \Rightarrow P = AD \cap NP \Rightarrow P(-2; 1)$</p> <p>$AP = BN = \frac{1}{3} BC = \sqrt{2}$</p> <p>$A \in AD \Rightarrow A(m; m+3) (m > -2)$</p> <p>$\left. \begin{matrix} AP = BN = \frac{1}{3} BC = \sqrt{2} \\ A \in AD \Rightarrow A(m; m+3) (m > -2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow AP = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(TM) \\ m = -3(L) \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2)$</p> <p>Lúc đó $\overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{AP} \Rightarrow D(-4; -1)$</p> <p>Từ đó ta tìm được $B(2; -1), C(-1; -4)$</p> <p>Do đó $A(-1; 2), B(2; -1), C(-1; -4), D(-4; -1)$</p> <p>Trường hợp 2: $7a - 23b = 0$</p> <p>Suy ra pt AD: $23x + 7y - 111 = 0$</p> <p>$NP \perp AD \Rightarrow$ pt NP: $7x - 23y - 53 = 0 \Rightarrow P = AD \cap NP \Rightarrow P\left(\frac{86}{17}; \frac{-13}{17}\right)$</p> <p>$AP = BN = \frac{1}{3} BC = \sqrt{2}$</p> <p>$A \in AD \Rightarrow A\left(m; \frac{111-23m}{7}\right) (m > -2)$</p> <p>$\left. \begin{matrix} AP = BN = \frac{1}{3} BC = \sqrt{2} \\ A \in AD \Rightarrow A\left(m; \frac{111-23m}{7}\right) (m > -2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow AP = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{93}{17}(L) \\ m = \frac{79}{17}(L) \end{cases}$</p> <p>Trường hợp này không thỏa mãn</p>	0,25
	<p>Kết luận: Vậy $A(-1; 2), B(2; -1), C(-1; -4), D(-4; -1)$</p>	0,25
<p>Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 - x - y - 1} \sqrt{x - y - 1} = y + 1 \\ x + y + 1 + \sqrt{2x + y} = \sqrt{5x^2 + 3y^2 + 3x + 7y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$</p>		1,0
8	<p>Điều kiện $\begin{cases} x^2 - x - y - 1 \geq 0 \\ 2x + y \geq 0 \\ 5x^2 + 3y^2 + 3x + 7y \geq 0 \end{cases}$</p> <p>Trường hợp 1: $x^2 - x - y - 1 = 0$ từ (1) $\Rightarrow y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$</p> <p>Thử lại vào phương trình (2) thấy $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ thỏa mãn. Suy ra $(1; -1)$ là nghiệm HPT.</p>	0,25
	<p>Trường hợp 2: $x^2 - x - y - 1 > 0$</p>	0,25

	$(1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-y-1} = \frac{y+1}{\sqrt{x^2-x-y-1}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-y-1} - 1 = \frac{y+1}{\sqrt{x^2-x-y-1}} - 1$ $\Leftrightarrow \frac{x-y-2}{\sqrt[3]{(x-y-1)^2} + \sqrt[3]{x-y-1} + 1} = \frac{-(x+y+1)(x-y-2)}{\sqrt{x^2-x-y-1} + y+1}$ <p>Ta có</p> $\Leftrightarrow (x-y-2) \left[\frac{1}{\sqrt[3]{(x-y-1)^2} + \sqrt[3]{x-y-1} + 1} + \frac{x+y+1}{\sqrt{x^2-x-y-1} + y+1} \right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-2=0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{(x-y-1)^2} + \sqrt[3]{x-y-1} + 1} + \frac{x+y+1}{\sqrt{x^2-x-y-1} + y+1} = 0 (*) \end{cases}$ <p>Vi</p> $\begin{cases} x^2-x-y-1 > 0 \\ 2x+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2-x > y+1 \geq -2x+1 \Rightarrow x^2+x-1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ <p>Nên $y \geq -2x > 1+\sqrt{5} \Rightarrow y+1 > 2+\sqrt{5} > 0 \Rightarrow x+y+1 > 0$. Do đó PT(*) vô nghiệm. Suy ra $y = x-2$</p>	
	<p>Thế vào phương trình (2) ta được</p> $2x-1+\sqrt{3x-2} = \sqrt{8x^2-2x-2} \Leftrightarrow 2x-1+\sqrt{3x-2} = \sqrt{2(2x-1)^2+2(3x-2)}$ <p>Điều kiện: $x \geq \frac{2}{3}$.</p> <p>Đặt $\begin{cases} 2x-1 = a \left(a \geq \frac{1}{3} \right) \\ \sqrt{3x-2} = b (b \geq 0) \end{cases}$.</p> <p>Phương trình trở thành</p> $a+b = \sqrt{2a^2+2b^2} \Leftrightarrow a^2+2ab+b^2 = 2a^2+2b^2 \Leftrightarrow (a-b)^2 = 0 \Leftrightarrow a=b$	0,25
	<p>Từ đó ta có</p> $2x-1 = \sqrt{3x-2} \Leftrightarrow 4x^2-4x+1 = 3x-2 \Leftrightarrow 4x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{4} \end{cases} \text{ (T/M)}$ <p>+) $x=1 \Rightarrow y=-1$. Thử lại HPT thấy thỏa mãn. +) $x=\frac{3}{4} \Rightarrow y=-\frac{5}{4}$. Thử lại HPT không thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$.</p>	0,25
<p>Câu 9 (1,0 điểm). Cho ba số thực không âm x, y, z. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức</p> $P = \frac{4}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+4}} - \frac{4}{(x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)}} - \frac{5}{(y+z)\sqrt{(y+2x)(z+2x)}}$		1,0
9	<p>Ta có</p> $(x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)} \stackrel{AM-GM}{\leq} (x+y) \frac{x+y+4z}{2} = \frac{x^2+y^2+2xy+4yz+4zx}{2}$ $\leq 2(x^2+y^2+z^2) \quad (1)$ <p>Và</p>	0,25

	$(y+z)\sqrt{(y+2x)(z+2x)} \stackrel{AM-GM}{\leq} (y+z)\frac{y+z+4x}{2} = \frac{y^2+z^2+2yz+4zx+4xy}{2}$ $\leq 2(x^2+y^2+z^2) \quad (2)$ <p>Thật vậy, với mọi $x, y, z \geq 0$ ta luôn có</p> $(1) \Leftrightarrow (x-y)^2 + 2(x-z)^2 + 2(y-z)^2 \geq 0$ $(2) \Leftrightarrow (y-z)^2 + 2(y-x)^2 + 2(z-x)^2 \geq 0$	
	<p>Khi đó biểu thức P trở thành</p> $P \leq \frac{4}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+4}} - \frac{4}{2(x^2+y^2+z^2)} - \frac{5}{2(x^2+y^2+z^2)}$ $\leq \frac{4}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+4}} - \frac{9}{2(x^2+y^2+z^2)}$ <p>Đặt $t = \sqrt{x^2+y^2+z^2+4} \Rightarrow t > 2$. Nên $P \leq \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)}$</p>	0,25
	<p>Xét hàm số $y = f(t) = \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)}$ với $t > 2$</p> <p>Có $f'(t) = \frac{-4}{t^2} + \frac{9t}{(t^2-4)^2} = \frac{(4-t)(4t^3+7t^2-4t-16)}{t^2(t^2-4)^2}$</p> <p>Do $t > 2$ nên $4t^3+7t^2-4t-16 = 4(t^3-4) + t(7t-4) > 0$</p> <p>Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$</p>	0,25
	<p>Lập bảng biến thiên $\Rightarrow P \leq \frac{5}{8}$</p> <p>Vậy GTLN của P là $\frac{5}{8} \Leftrightarrow x = y = z = 2$</p>	0,25

CHÚ Ý: Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn chấm điểm tối đa.

Cảm ơn hai bạn bạn Thang Quach (quachdangthangpc@gmail.com) và bạn Chatvuhuy (chathoayeume@gmail.com) đã gửi tới www.laisac.page.tl