

Chương 02

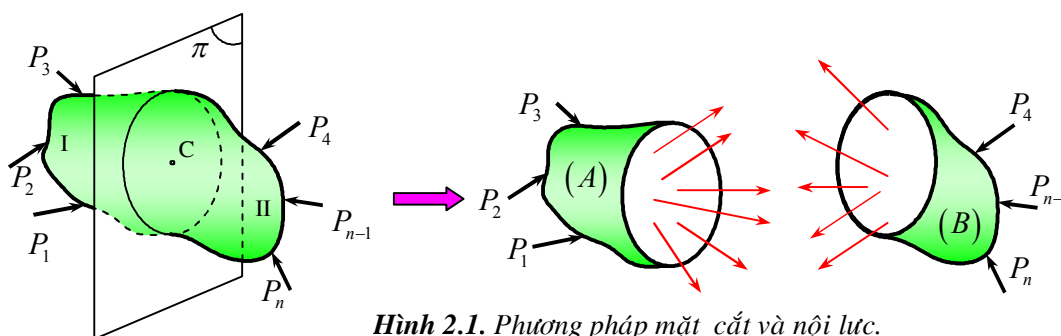
NỘI LỰC

I) TÓM TẮT LÝ THUYẾT

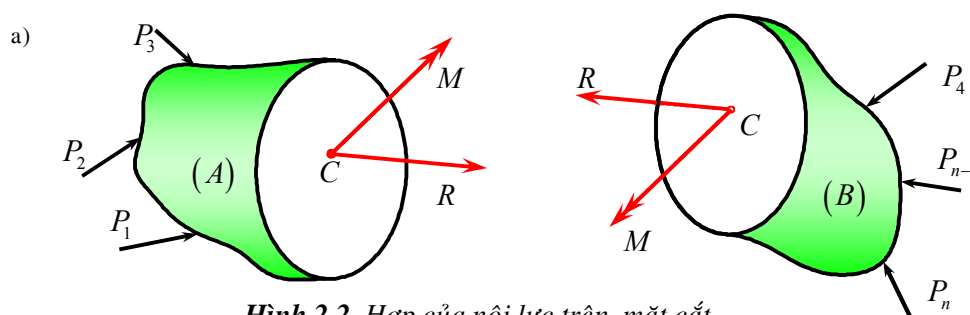
1.1. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Phương pháp mặt cắt xác định nội lực: giả sử ta có một vật thể cân bằng dưới tác dụng của ngoại lực (\vec{P}_i). Để xác định nội lực trên mặt cắt ngang chứa điểm C thuộc vật thể ta tưởng tượng có một mặt phẳng (π) qua điểm C và cắt vật thể thành hai phần (A) và (B) như hình 2.1. Xét sự cân bằng của một phần, ví dụ phần (A). Phần (A) được cân bằng nhờ nội lực của phần (B) tác dụng lên phần (A). Nội lực này phân bố bất kì trên mặt cắt và hợp lực của nội lực này cân bằng với ngoại lực tác dụng lên phần (A) đang xét. Tương tự nếu ta xét sự cân bằng của phần (B) thì phần (A) cũng tác dụng lên phần (B) các nội lực tương tự nhưng ngược chiều như hình 2.1.

Thu gọn hệ nội lực về tâm mặt cắt ta được một véc tơ chính nội lực R và một mô men chính nội lực M như hình 2.2.



Hình 2.1. Phương pháp mặt cắt và nội lực.

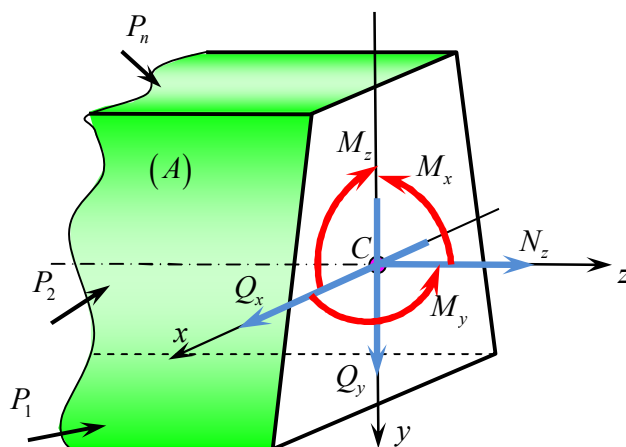


Hình 2.2. Hợp của nội lực trên mặt cắt

Xét bài toán thanh: **đặt hệ trục tọa độ tại trọng tâm mặt cắt, trục (z) trùng với pháp tuyến của mặt cắt, các trục x, y cùng với trục z tạo thành một tam diện thuận.**

Chiếu véc tơ chính nội lực R và mô men chính nội lực M lên các trục tọa độ ta được sáu thành phần nội lực như hình 2.3:

- Lực dọc $N_z \Rightarrow$ làm thanh chịu kéo_nén đúng tâm.
- Lực cắt $Q_x, Q_y \Rightarrow$ làm thanh chịu cắt.
- Mô men uốn $M_x, M_y \Rightarrow$ làm thanh chịu uốn.
- Mô men xoắn $M_z \Rightarrow$ làm thanh chịu xoắn.



Hình 2.3. Các thành phần nội lực

1.2. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Khi đặt sáu thành phần nội lực vào mặt cắt thì phần (A) trở nên cân bằng (ngoại lực tác dụng lên phần (A) cân bằng với sáu thành phần nội lực đặt trên mặt cắt). Sử dụng sáu phương trình cân bằng tĩnh học ta có thể xác định được trị số, chiều của sáu thành phần nội lực này:

$$\begin{cases} N_z + \sum_{i=1}^n P_i|_x = 0 \\ Q_y + \sum_{i=1}^n P_i|_y = 0 \\ Q_x + \sum_{i=1}^n P_i|_x = 0 \\ M_x + \sum_{i=1}^n m_x(P_i) = 0 \\ M_y + \sum_{i=1}^n m_y(P_i) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\left\{ M_z + \sum_{i=1}^n m_z(P_i) = 0 \right.$$

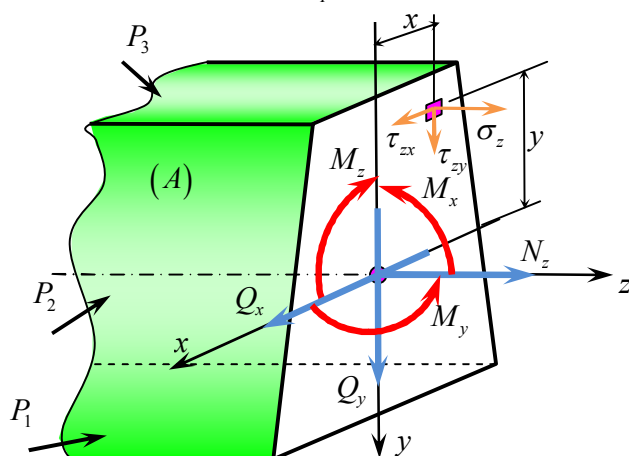
1.3. Quan hệ giữa các thành phần nội lực với các thành phần ứng suất

- Lực dọc: $N_z = \int_F \sigma_z dF$ (2.2)

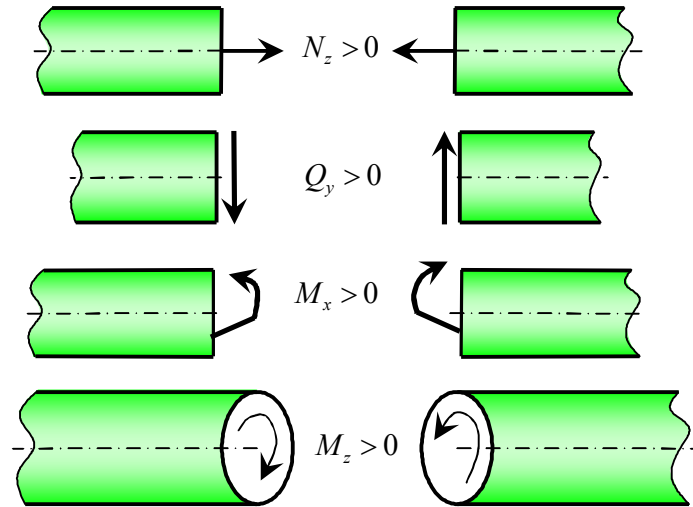
- Lực cắt : $\begin{cases} Q_x = \int_F \tau_{zx} dF \\ Q_y = \int_F \tau_{zy} dF \end{cases}$ (2.3)

- Mômen uốn: $\begin{cases} M_x = \int_F \sigma_z y dF \\ M_y = \int_F \sigma_z x dF \end{cases}$ (2.4)

- Mômen xoắn: $M_z = \int_F (\tau_{zx} y - \tau_{zy} x) dF$ (2.5)



Hình 2.4. Các thành phần nội lực



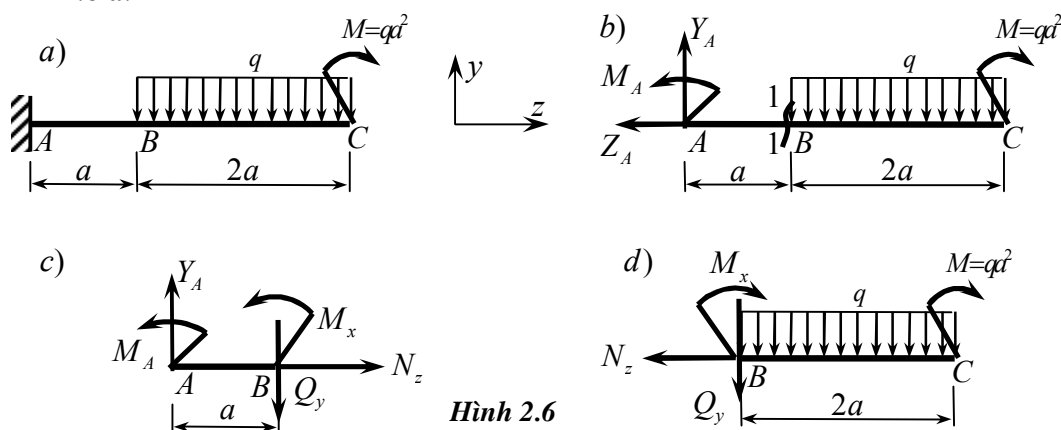
Hình 2.5. Chiều dương của nội lực.

1.4. Quy ước dấu của các thành phần nội lực

Như hình 2.6

- Lực dọc : N_z hướng ra mặt cắt (kéo) là dương.
- Lực cắt: Q_x, Q_y có xu hướng làm cho phần đang xét quay cùng chiều kim đồng hồ là dương.
- Mômen uốn: M_x, M_y làm căng (kéo) phần bên dưới là dương.
- Mômen xoắn: khi nhìn vào mặt cắt thấy M_z quay cùng chiều kim đồng hồ là dương.

❖ **Ví dụ 1:** Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang tại B của dầm chịu lực như hình 2.6 a.



Hình 2.6

- **Bước 1** xác định phản lực liên kết tại ngàm A : đặt các phản lực liên kết tại A như hình 2.6 b, sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần phản lực này.

$$\begin{cases} \sum m_A = 0 \Rightarrow -M_A + q \cdot 2a \cdot 2a + qa^2 = 0 \Rightarrow M_A = 5qa^2 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + q \cdot 2a = 0 \Rightarrow Y_A = 2qa \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow Z_A = 0 \end{cases}$$

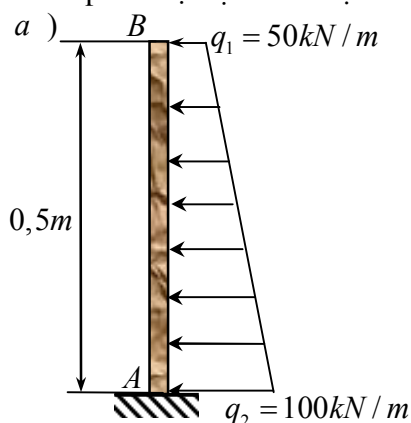
- **Bước 2** dùng mặt cắt 1-1 qua B cắt dầm thành hai phần AB và BC. Giả sử dầm chịu lực trong mặt phẳng (yz), đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai phần như hình 2.6 c và 2.6 d. Xét một trong hai phần, giả sử xét phần bên trái như hình 2.6 c. Sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần nội lực này:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Q_y = 0 \Rightarrow Q_y = Y_A = 2qa \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow N_z = 0 \\ \sum m_B = 0 \Rightarrow -M_A + Y_A \cdot a - M_x = 0 \Rightarrow M_x = -3qa^2 \end{cases}$$

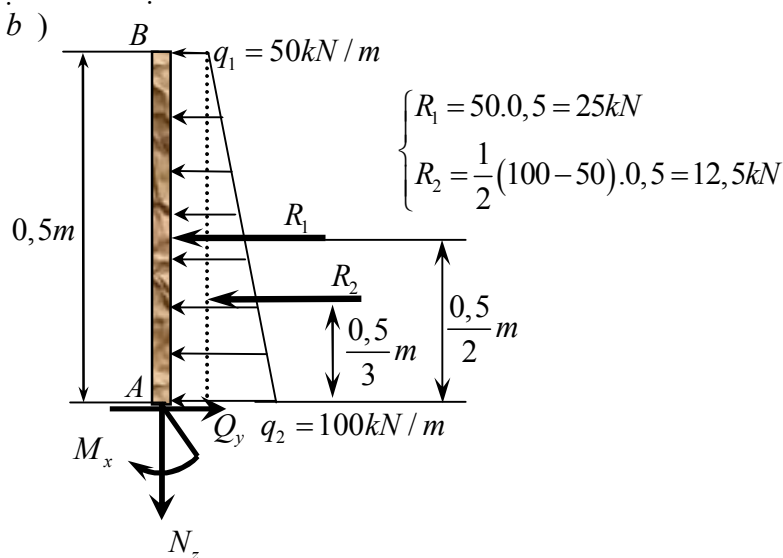
Nếu xét phần bên phải như hình 2.6 d ta được:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow -Q_y + q \cdot 2a = 0 \Rightarrow Q_y = 2qa \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow N_z = 0 \\ \sum m_B = 0 \Rightarrow M_x + q \cdot 2a \cdot a + qa^2 = 0 \Rightarrow M_x = -3qa^2 \end{cases}$$

❖ **Ví dụ 2:** Cho cột AB có kích thước, liên kết và chịu lực như hình 2.7a. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt tại A của cột.



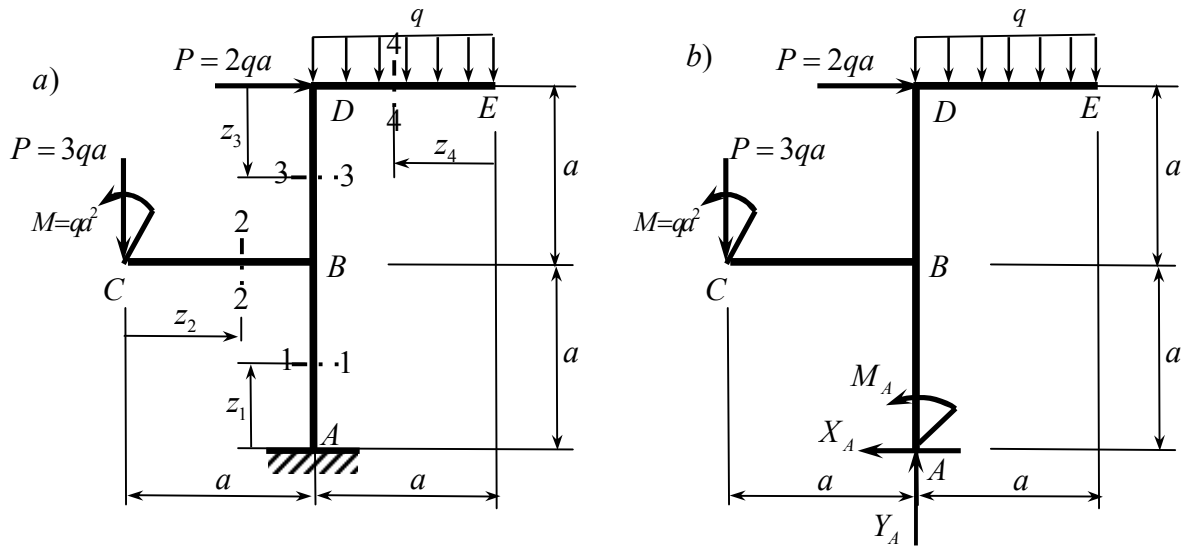
Hình 2.7



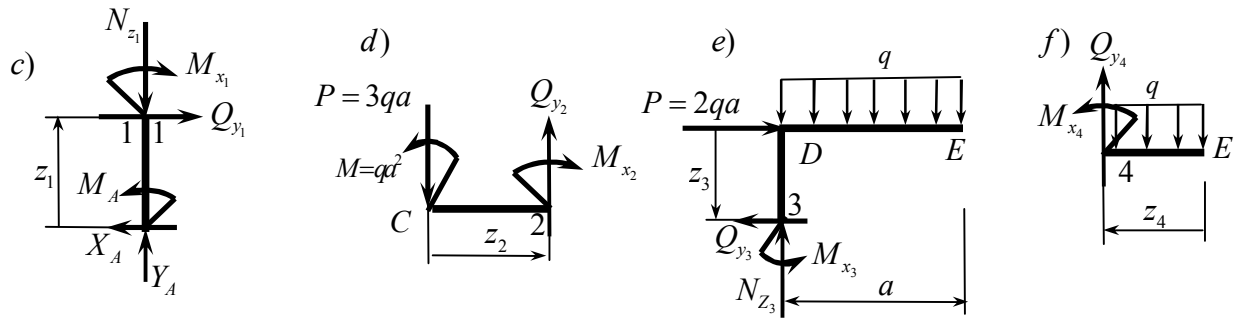
Đặt các thành phần nội lực vào mặt cắt tại A như hình 2.7 b. Sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần phản lực này.

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y - R_1 - R_2 = 0 \Rightarrow Q_y = R_1 + R_2 = 25 + 12,5 = 37,5 \text{ kN} \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow N_z = 0 \\ \sum m_A = 0 \Rightarrow M_x - R_1 \cdot \frac{0,5}{2} - R_2 \cdot \frac{0,5}{3} = 0 \Rightarrow M_x = \frac{25}{3} \text{ kN.m} \end{cases}$$

❖ **Ví dụ 3:** Cho khung $ABCDE$ có kích thước, liên kết và chịu lực như hình 2.8a. Xác định các thành phần nội lực trên các mặt cắt 1-1, 2-2, 3-3, 4-4.



Hình 2.8



- **Bước 1** xác định phản lực liên kết tại ngàm A : đặt các phản lực liên kết tại A như hình 2.8 b, sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần phản lực này.

$$\begin{cases} \sum m_A = 0 \Rightarrow M_A + 3qa \cdot a + qa^2 - 2qa \cdot 2a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow M_A = \frac{1}{2} qa^2 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 3qa - q \cdot a = 0 \Rightarrow Y_A = 4qa \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow -X_A + 2qa = 0 \Rightarrow X_A = 2qa \end{cases}$$

- **Bước 2** dùng mặt cắt 1-1 cắt khung thành hai phần, xét phần bên dưới. Đặt các thành phần nội lực tương ứng vào mặt cắt 1-1 như hình 2.8 c. Sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần nội lực này:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow -X_A + Q_{y_1} = 0 \Rightarrow Q_{y_1} = X_A = 2qa \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow Y_A - N_{z_1} = 0 \Rightarrow N_{z_1} = Y_A = 4qa \\ \sum m_{1-1} = 0 \Rightarrow M_A - X_A \cdot z_1 - M_{x_1} = 0 \Rightarrow M_{x_1} = \frac{1}{2}qa^2 - 2qa \cdot z_1 \end{cases}$$

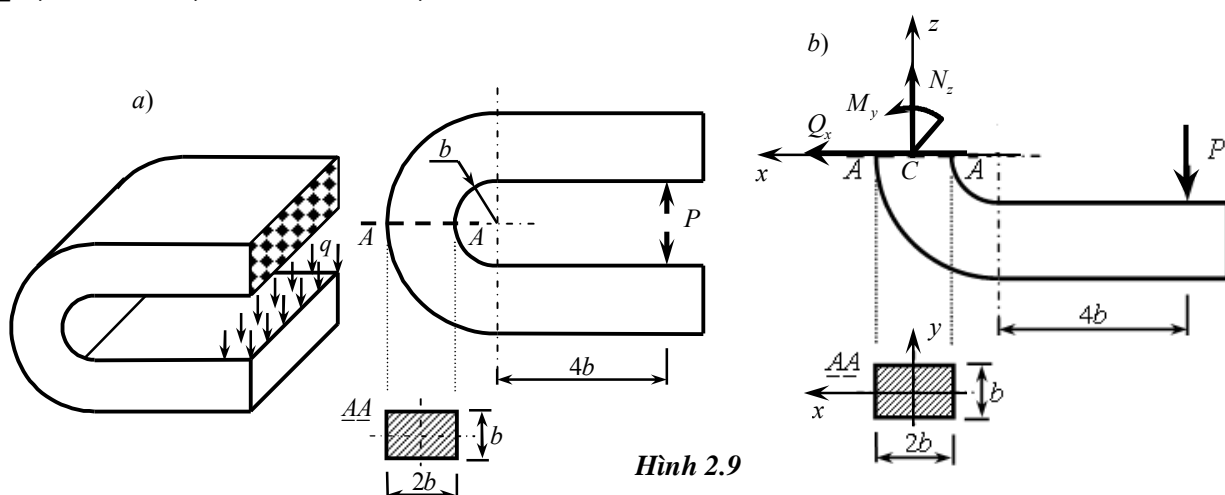
Tương tự cho các mặt cắt khác như hình 2.8d,e,f, ta có được các thành phần nội lực:

$$\begin{cases} Q_{y_2} = 3qa; & M_{x_2} = qa^2 + 3qa \cdot z_2 \\ Q_{y_3} = 2qa; & N_{z_3} = qa; & M_{x_3} = 2qa \cdot z_3 + \frac{1}{2}qa^2 \\ Q_{y_4} = q \cdot z_4; & M_{x_4} = \frac{1}{2}q \cdot z_4^2 \end{cases}$$

❖ **Ví dụ 4:** Móc chữ U có kích thước và chịu lực như hình 2.9 a. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt A-A.

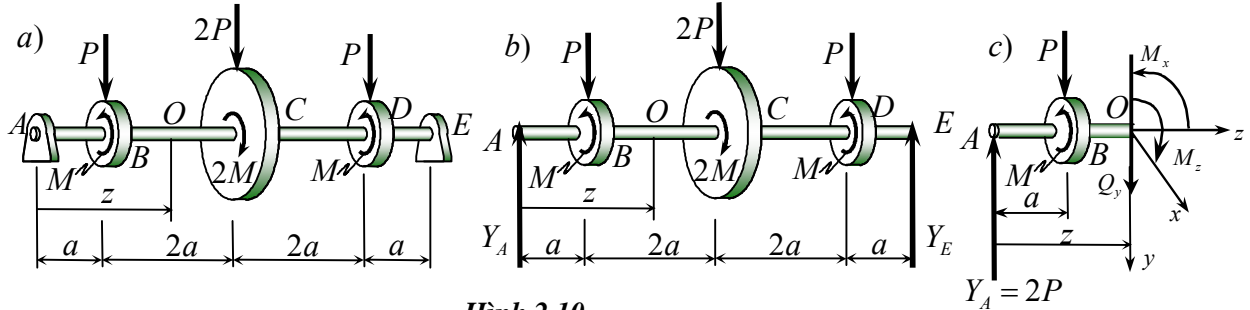
Dùng mặt cắt A-A cắt chi tiết thành hai phần, xét phần dưới. Đặt hệ trục tọa độ và các thành phần nội lực tương ứng như hình 2.9 b. Sử dụng điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định các thành phần nội lực này.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow Q_x = 0 \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow N_z - P = 0 \Rightarrow N_z = P \\ \sum m_y = 0 \Rightarrow -M_y + P \cdot 6b = 0 \Rightarrow M_y = 6Pb \end{cases}$$



Hình 2.9

❖ **Ví dụ 5:** Trục AE được đỡ trên hai ổ lăn tại A, E , liên kết, chịu lực như hình 2.10a. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt tại O .

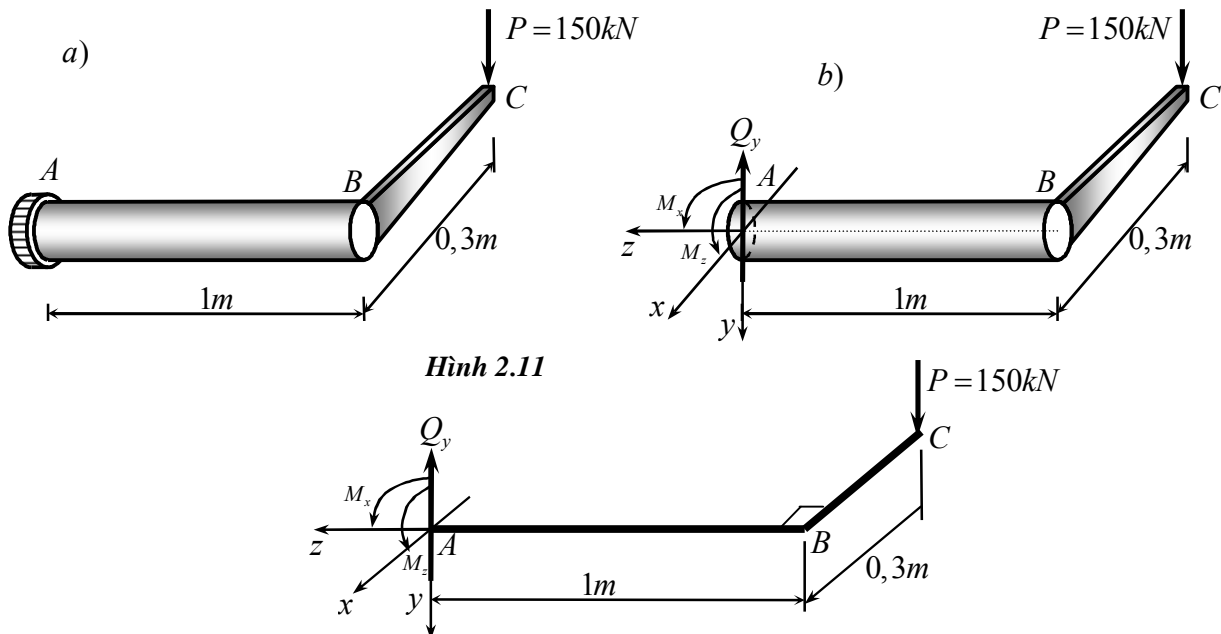


Hình 2.10

- **Bước 1:** vì trục đối xứng nên $Y_A = Y_E = 2P$.
- **Bước 2:** Dùng mặt cắt tại O cắt trục làm hai phần, xét phần bên trái. Đặt hệ trục tọa độ và các thành phần nội lực vào mặt cắt tại O như hình 2.10c. sử dụng các phương trình cân bằng ta xác định được các thành phần nội lực:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow 2P - P + Q_y = 0 \Rightarrow Q_y = P \\ \sum m_z = 0 \Rightarrow M_z - M = 0 \Rightarrow M_z = M \\ \sum m_x = 0 \Rightarrow -2P \cdot z + P(z - a) + M_x = 0 \Rightarrow M_x = 2Pz - P(z - a) \end{cases}$$

❖ **Ví dụ 6:** Trục AB ngàm tại A , đầu B được hàn vuông góc với thanh BC và chịu lực như hình 2.11a. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt tại A .



Hình 2.11

Xét mặt cắt tại A , đặt hệ trục tọa độ và các thành phần nội lực vào mặt cắt tại A như hình 2.11b. sử dụng các phương trình cân bằng ta xác định được các thành phần nội lực:

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow -150 + Q_y = 0 \Rightarrow Q_y = 150kN \\ \sum m_z = 0 \Rightarrow M_z - 150 \cdot 0,3 = 0 \Rightarrow M_z = 45kN.m \\ \sum m_x = 0 \Rightarrow M_x - 150 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_x = 150kN.m \end{cases}$$

1.5. Biểu đồ nội lực

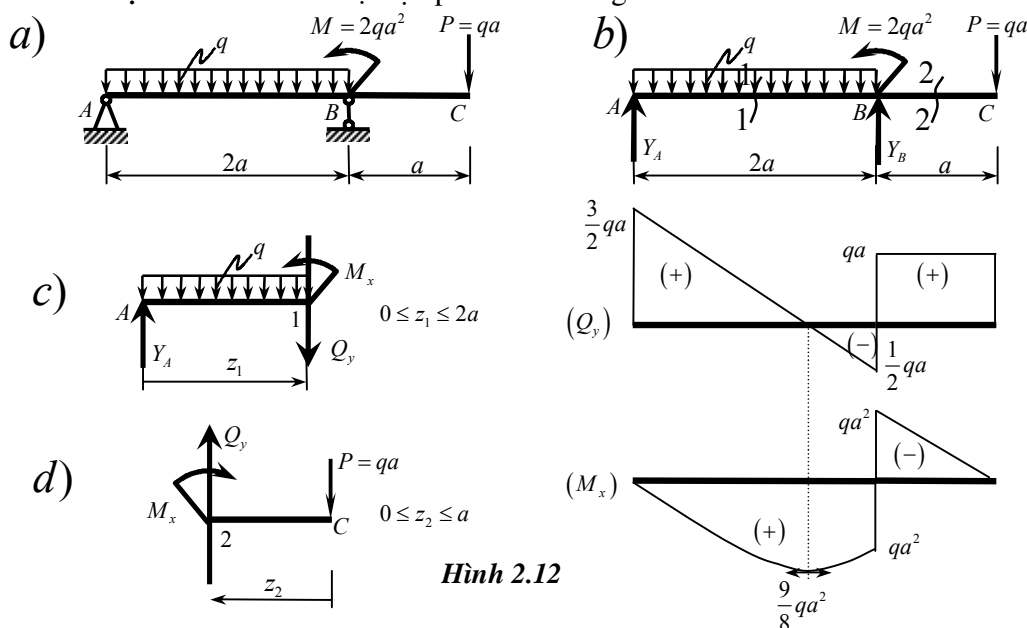
1.5.1. Định nghĩa

- ❖ Biểu đồ nội lực là đồ thị mô tả qui luật phân bố nội lực dọc theo trục thanh.
- ❖ Đoạn chịu lực: là đoạn mà trên đó hàm số xác định nội lực là một hàm liên tục.
- ❖ Cách chia đoạn chịu lực: khi có sự thay đổi về lực, liên kết ta phải tiến hành chia đoạn chịu lực mới.

1.5.2. Vẽ biểu đồ nội lực bằng phương pháp mặt cắt biến thiên

Trong mỗi đoạn chịu lực ta sử dụng một mặt cắt để thiết lập các hàm nội lực cho từng đoạn, sau đó vẽ các hàm số này lên hệ trục ta được sự phân bố nội lực dọc theo trục thanh.

- ❖ Ví dụ 7: Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong dầm như hình 2.13 a.



Hình 2.12

- Bước 1 giải phóng liên kết tại A, B và đặt các phản lực liên kết tương ứng như hình 2.12 b.

$$\begin{cases} \sum m_A = 0 \Rightarrow q \cdot 2a \cdot a - 2qa^2 - Y_B \cdot 2a + qa \cdot 3a = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{3}{2}qa \\ \sum m_B = 0 \Rightarrow Y_A \cdot 2a - q \cdot 2a \cdot a - 2qa^2 + qa \cdot a = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{3}{2}qa \end{cases}$$

- Bước 2 thiết lập biểu thức tính nội lực trong hai đoạn AB, BC

Dùng mặt cắt 1-1 cắt dầm làm hai phần, xét phần bên trái và đặt các thành phần nội lực tương ứng như hình 2.12 c.

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - q \cdot z_1 - Q_y = 0 \Rightarrow Q_y = \frac{3}{2}qa - q \cdot z_1 \\ \sum m_1 = 0 \Rightarrow Y_A \cdot z_1 - q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} - M_x = 0 \Rightarrow M_x = \frac{3}{2}qa \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2} \end{cases}$$

Ta thấy trên đoạn AB Q_y là hàm bậc nhất, thế $z_1 = 0$ và $z_1 = 2a$ ta vẽ được biểu đồ Q_y trên đoạn AB . Hàm M_x là hàm bậc hai nên đi tìm cực trị và khảo sát sự lồi, lõm của đồ thị

$$\frac{\partial M_x}{\partial z_1} = \frac{3}{2}qa - qz_1 = 0 \Rightarrow z_1 = \frac{3}{2}a, \text{ tại } z_1 = \frac{3}{2}a \text{ hàm } M_x \text{ đạt cực trị.}$$

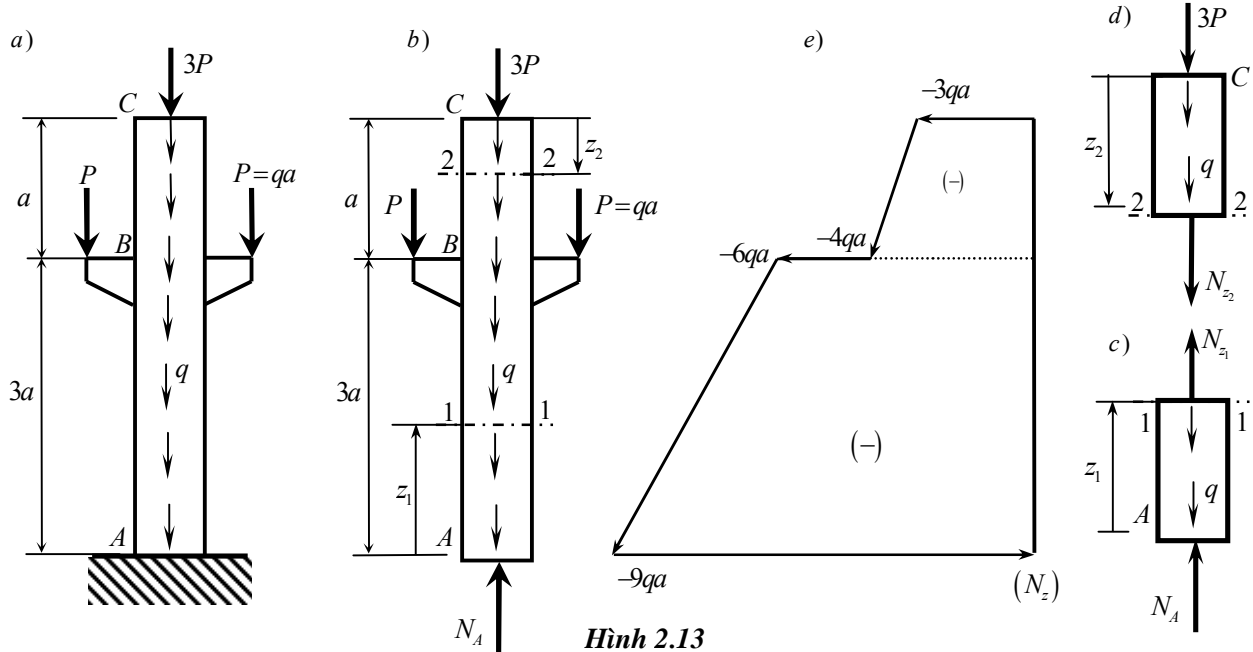
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial z_1^2} = -q < 0 \Rightarrow \text{hàm } M_x \text{ lồi.}$$

Tương tự dùng mặt cắt 2-2 cắt dầm làm hai phần, xét phần bên phải và đặt các thành phần nội lực tương ứng như hình 2.10 d.

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y - P = 0 \Rightarrow Q_y = qa \\ \sum m_2 = 0 \Rightarrow M_x + P \cdot z_2 = 0 \Rightarrow M_x = qa \cdot z_2 \end{cases}$$

Ta thấy trên đoạn BC Q_y là hàm hằng số, M_x là hàm bậc nhất nên thế $z_2 = 0$ và $z_2 = a$ ta vẽ được đồ thị Q_y , M_x trên đoạn BC như hình vẽ.

❖ **Ví dụ 8:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột chịu lực như hình 2.13 a.



Hình 2.13

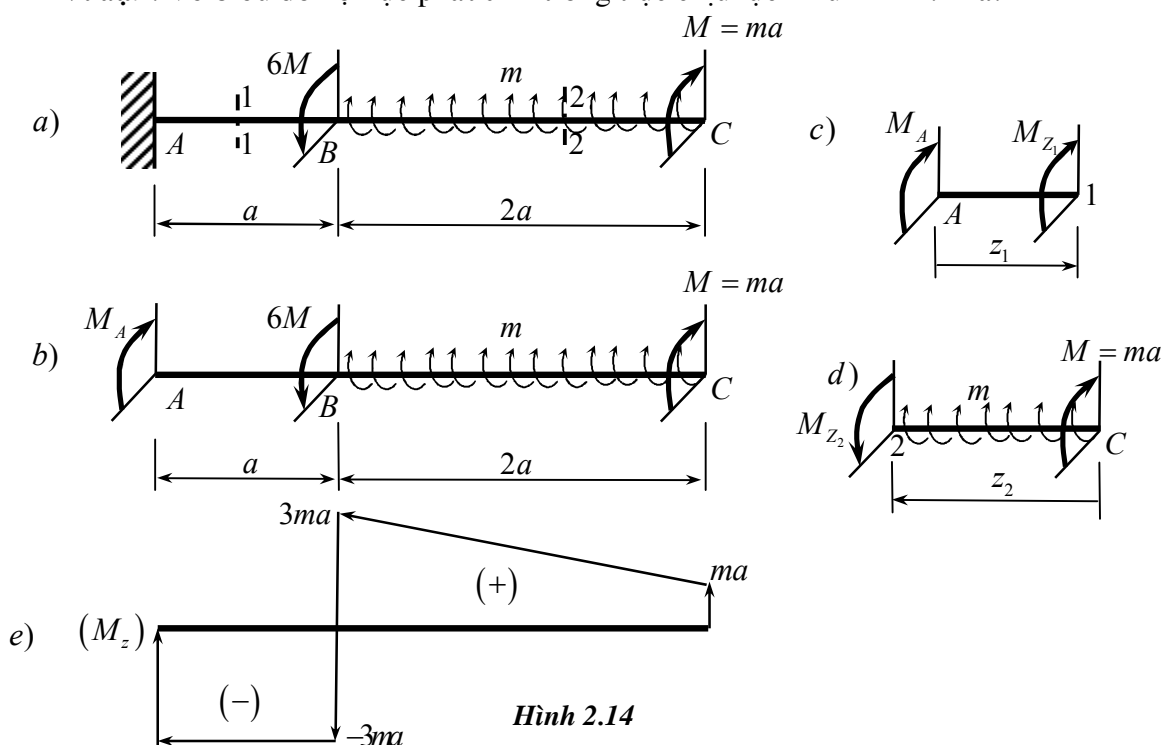
- **Bước 1:** giải phóng liên kết tại ngàm A và đặt phản lực liên kết tương ứng như hình 2.13 b. $\sum F_z = 0 \Rightarrow -3qa - 2qa - q \cdot 4a + N_A = 0 \Rightarrow N_A = 9qa$.

- **Bước 2:** thiết lập biểu thức tính nội lực trong hai đoạn AB, BC : trên đoạn AB dùng mặt cắt 1-1 cách A một đoạn z_1 cắt cột làm hai phần, xét phần dưới như hình 2.13c và đặt nội lực tương ứng vào mặt cắt. Tương tự, trên đoạn BC dùng mặt cắt 2-2 cách C một đoạn z_2 cắt cột làm hai phần, xét phần trên như hình 2.13d và đặt nội lực tương ứng vào mặt cắt. Sử dụng các phương trình cân bằng ta xác định được:

$$N_{z_1} = qz_1 - 9qa \quad (0 \leq z_1 \leq 3a), \quad N_{z_1} \text{ là hàm bậc nhất.}$$

$$N_{z_2} = -3qa - qz_2 \quad (0 \leq z_2 \leq a), \quad N_{z_2} \text{ là hàm bậc nhất.}$$

- ❖ **Ví dụ 9:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục chịu lực như hình 2.14 a.



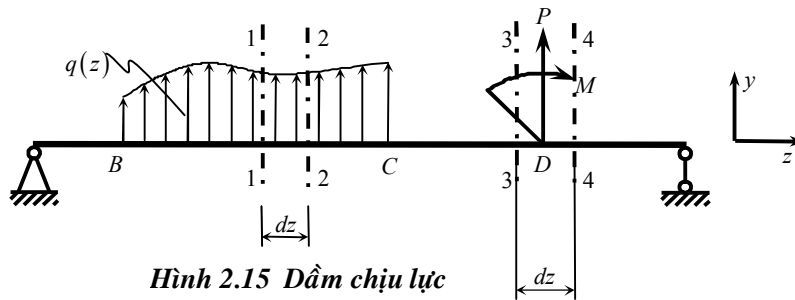
Hình 2.14

- **Bước 1:** giải phóng liên kết tại ngàm A và đặt phản lực liên kết tương ứng như hình 2.14 b. $\sum m_z = 0 \Rightarrow M_A - 6ma + m \cdot 2a + ma = 0 \Rightarrow M_A = 3ma$.
- **Bước 2:** thiết lập biểu thức tính nội lực trong hai đoạn AB, BC : trên đoạn AB dùng mặt cắt 1-1 cách A một đoạn z_1 cắt trục làm hai phần, xét phần bên trái như hình 2.14c và đặt nội lực tương ứng vào mặt cắt. Tương tự, trên đoạn BC dùng mặt cắt 2-2 cách C một đoạn z_2 cắt trục làm hai phần, xét phần bên phải như hình 2.14d và đặt nội lực tương ứng vào mặt cắt. Sử dụng các phương trình cân bằng ta xác định được:

$$M_{z_1} = -3ma \quad (0 \leq z_1 \leq a), \quad M_{z_1} \text{ hằng số trên đoạn } AB.$$

$$M_{z_2} = ma + mz_2 \quad (0 \leq z_2 \leq 2a), \quad \text{là hàm bậc nhất } M_{z_2}.$$

1.5.3. Vẽ biểu đồ nội lực bằng phương pháp vẽ nhanh.



Hình 2.15 Dầm chịu lực

❖ Liên hệ vi phân giữa mômen uốn, lực cắt và tải trọng ngang phân bố

Xét dầm chịu uốn phẳng trong mặt phẳng (yz) với tải trọng là các lực tập trung, lực phân bố và ngẫu lực tập trung như hình 2.15. Dùng hai mặt cắt 1-1 và 2-2 tách từ đoạn chịu lực phân bố BC một phần tử chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.16a.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y - (Q_y + dQ_y) + qdz = 0 \Rightarrow \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \quad (2.6)$$

\Rightarrow Nhận xét 1: biểu đồ lực cắt hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.

$$\text{Tích phân hai vế biểu thức (2.6): } \int_B^C dQ_y = \int_B^C qdz \Rightarrow Q_y^C = Q_y^B + S_q \quad (2.7)$$

\Rightarrow Nhận xét 2: khi đi từ trái qua phải, lực cắt cuối đoạn bằng lực cắt đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (hợp lực phân bố hướng lên dương, hướng xuống âm).

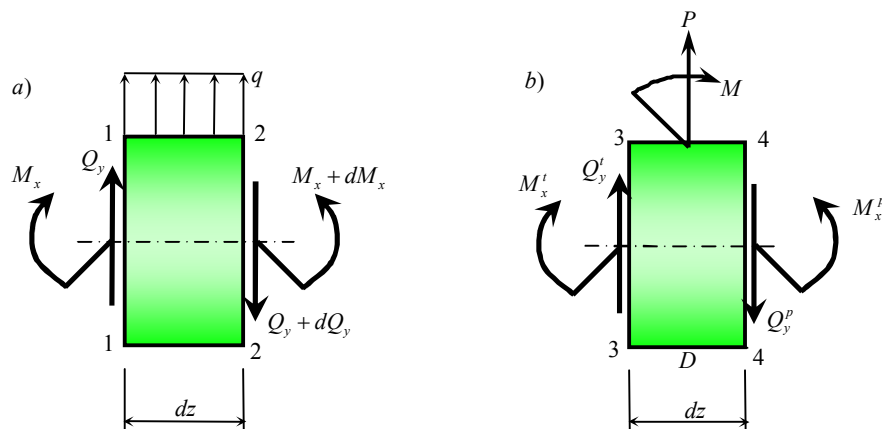
$$\sum m_2 = 0 \Rightarrow M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + \frac{q \cdot (dz)^2}{2} = 0, \text{ bỏ qua đại lượng vô cùng bé bậc cao } (dz)^2 \text{ ta được: } \frac{dM_x}{dz} = Q_y \quad (2.8)$$

\Rightarrow Nhận xét 3: biểu đồ mô men uốn hơn biểu đồ lực cắt một bậc. Nếu trong những đoạn mô men uốn có bậc hai, mô men uốn đạt cực trị tại những điểm có $Q_y = 0$.

$$\text{Tích phân hai vế biểu thức (2.8): } \int_B^C dM_x = \int_B^C Q_y dz \Rightarrow M_x^C = M_x^B + S_{Q_y} \quad (2.9)$$

\Rightarrow Nhận xét 4: khi đi từ trái qua phải, mô men uốn cuối đoạn bằng mô men uốn đầu đoạn cộng diện tích biểu đồ lực cắt trên đoạn đó.

❖ Liên hệ giữa mômen uốn, lực cắt và tải trọng ngang tập trung



Hình 2.16 Liên hệ giữa tải trọng ngang và nội lực

Dùng hai mặt cắt 3-3 và 4-4 tách từ dầm ở hai bên D một phần tử chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.16b.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^t + P - Q_y^p = 0 \Rightarrow Q_y^p = Q_y^t + P \quad (2.10)$$

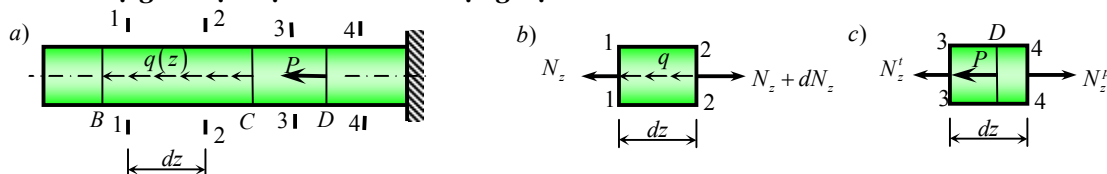
\Rightarrow **Nhận xét 5:** khi đi từ trái qua phải nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung biểu đồ lực cắt có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, chiều bước nhảy cùng chiều với lực tập trung.

$$\sum m_D = 0 \Rightarrow Q_y^t \cdot \frac{dz}{2} + M_x^t + M + Q_y^p \cdot \frac{dz}{2} - M_x^p = 0, \text{ bỏ qua thành phần vô cùng bé bậc cao}$$

ta được: $M_x^p = M_x^t + M$ (2.11)

\Rightarrow **Nhận xét 6:** khi đi từ trái qua phải nếu trên sơ đồ tính có ngẫu lực tập trung biểu đồ mô men uốn có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị ngẫu lực tập trung, nhảy xuống khi ngẫu lực quay cùng chiều kim đồng hồ, nhảy lên cho trường hợp ngược lại.

❖ **Liên hệ giữa lực dọc và các tải trọng dọc.**



Hình 2.17: Liên hệ giữa tải trọng dọc và nội lực.

Dùng hai mặt cắt 1-1 và 2-2 tách từ đoạn chịu lực phân bố BC một phần tử chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.17b.

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -N_z - q \cdot dz + N_z + dN_z = 0 \Rightarrow \frac{dN_z}{dz} = q \quad (2.12)$$

\Rightarrow **Nhận xét 7:** biểu đồ lực dọc hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.

$$\text{Tích phân hai vế biểu thức (2.12): } \int_B^C dN_z = \int_B^C q dz \Rightarrow N_z^C = N_z^B + S_q \quad (2.13)$$

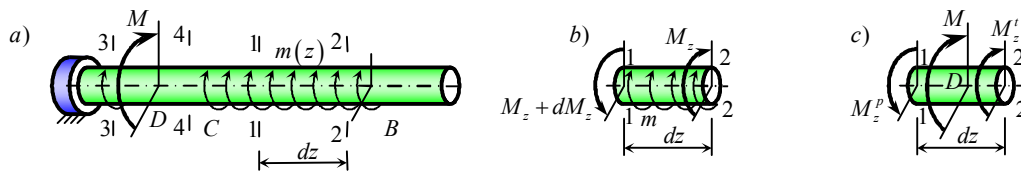
⇒ Nhận xét 8: lực dọc cuối đoạn bằng lực dọc đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (hợp lực phân bố gây kéo dương, gây nén âm).

Dùng hai mặt cắt 3-3 và 4-4 tách từ thanh ở hai bên D một phân tố chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.17c.

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -N_z^l - P + N_z^p = 0 \Rightarrow N_z^p = N_z^l + P \quad (2.14)$$

⇒ Nhận xét 9: nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung biểu đồ lực dọc có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, nhảy về phía dương khi lực gây kéo, nhảy về phía âm khi lực gây nén.

❖ **Liên hệ giữa mômen xoắn và các tải trọng mômen xoắn.**



Hình 2.18: Liên hệ giữa mômen tải trọng và nội lực.

Dùng hai mặt cắt 1-1 và 2-2 tách từ đoạn chịu tải phân bố BC một phân tố chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.18b.

$$\sum m_z = 0 \Rightarrow M_z + dM_z - m \cdot dz - M_z = 0 \Rightarrow \frac{dM_z}{dz} = m \quad (2.15)$$

⇒ Nhận xét 10: biểu đồ mô men xoắn hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.

$$\text{Tích phân hai vế biểu thức (2.15): } \int_B^C dM_z = \int_B^C m dz \Rightarrow M_z^C = M_z^B + S_m \quad (2.16)$$

⇒ Nhận xét 11: mô men xoắn cuối đoạn bằng mô men xoắn đầu đoạn cộng hợp ngẫu lực phân bố trên đoạn đó (hợp mô men xoắn lực phân bố cùng chiều kim đồng hồ dương, ngược chiều kim đồng hồ âm).

Dùng hai mặt cắt 3-3 và 4-4 tách từ thanh ở hai bên D một phân tố chiều dài dz và đặt các thành phần nội lực tương ứng vào hai mặt cắt như hình 2.18c.

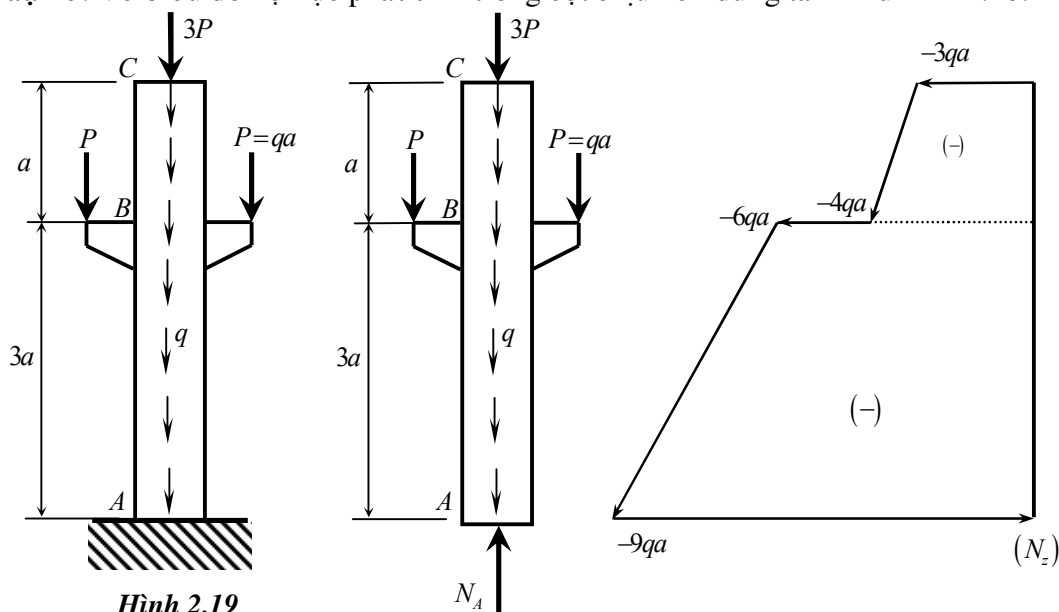
$$\sum m_z = 0 \Rightarrow -M_z^l - M + M_z^p = 0 \Rightarrow M_z^p = M_z^l + M \quad (2.14)$$

⇒ Nhận xét 12: nếu trên sơ đồ tính có mô men xoắn tập trung biểu đồ mô men xoắn có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị ngẫu lực tập trung, nhảy về phía dương khi ngẫu lực cùng chiều kim đồng hồ, nhảy về phía âm khi ngẫu lực quay ngược chiều kim đồng hồ.

Cách vẽ biểu đồ nội lực trong thanh chịu kéo-nén đúng tâm:

- Biểu đồ lực dọc hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.
- Nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung biểu đồ lực dọc có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, nhảy về phía dương khi lực gây kéo, nhảy về phía âm khi lực gây nén.
- Lực dọc cuối đoạn bằng lực dọc đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (hợp lực phân bố gây kéo dương, gây nén âm).

❖ **Ví dụ 10:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột chịu nén đúng tâm như hình 2.20.

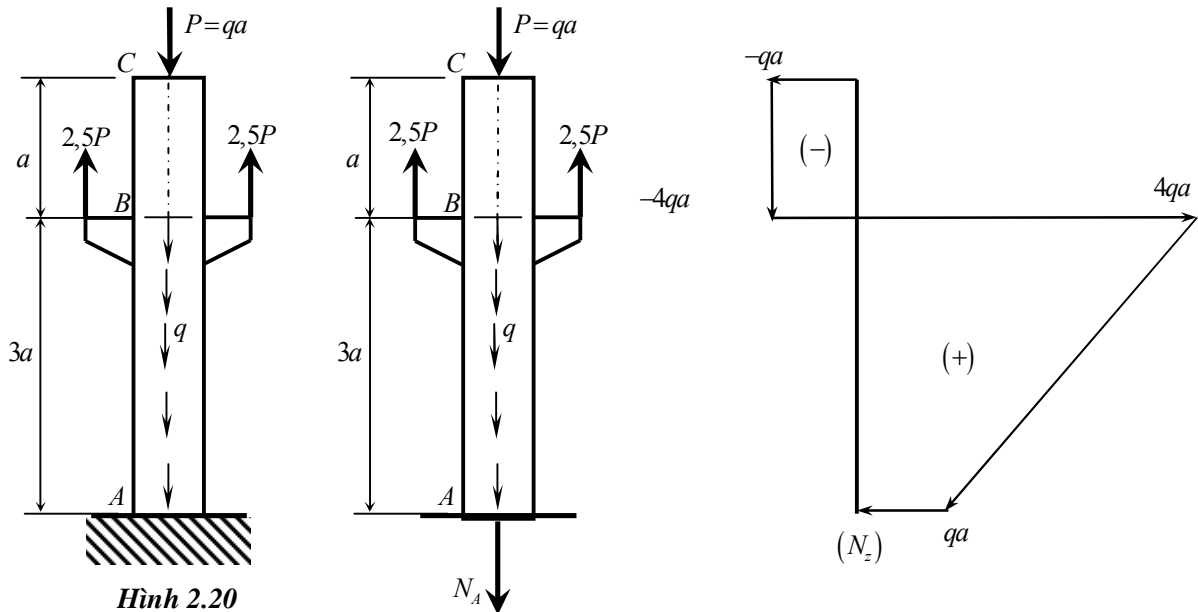


Hình 2.19

- Phản lực liên kết tại ngàm A : $\sum F_z = 0 \Rightarrow N_A - q \cdot 4a - 2qa - 3qa = 0 \Rightarrow N_A = 9qa$
- Tại C có lực tập trung $3P = 3qa$ gây nén nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía âm (bên trái) một đoạn bằng $3qa$ từ vị trí không thuộc đường chuẩn.
- Nội lực ở phía trên của mặt cắt tại B : $N_z^B|_{tren} = N_z^C + (-q \cdot a) = -3qa - qa = -4qa$
- Tại B có lực tập trung $2P = 2qa$ gây nén nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía âm (bên trái) một đoạn bằng $2qa$ từ giá trị $-4qa$ nên N_z phía dưới mặt cắt tại B có giá trị $-4qa - 2qa = -6qa$.
- Nội lực ở phía trên của mặt cắt tại A :

$$N_z^A|_{tren} = N_z^B|_{duoi} + (-q \cdot 3a) = -6qa - 3qa = -9qa$$
- Tại A có lực tập trung $N_A = 9qa$ gây kéo nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía dương (bên phải) một đoạn bằng $9qa$ từ giá trị $-9qa$ nên N_z phía dưới mặt cắt tại A có giá trị $-9qa + 9qa = 0$.

❖ **Ví dụ 11:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột chịu nén đúng tâm như hình 2.20.



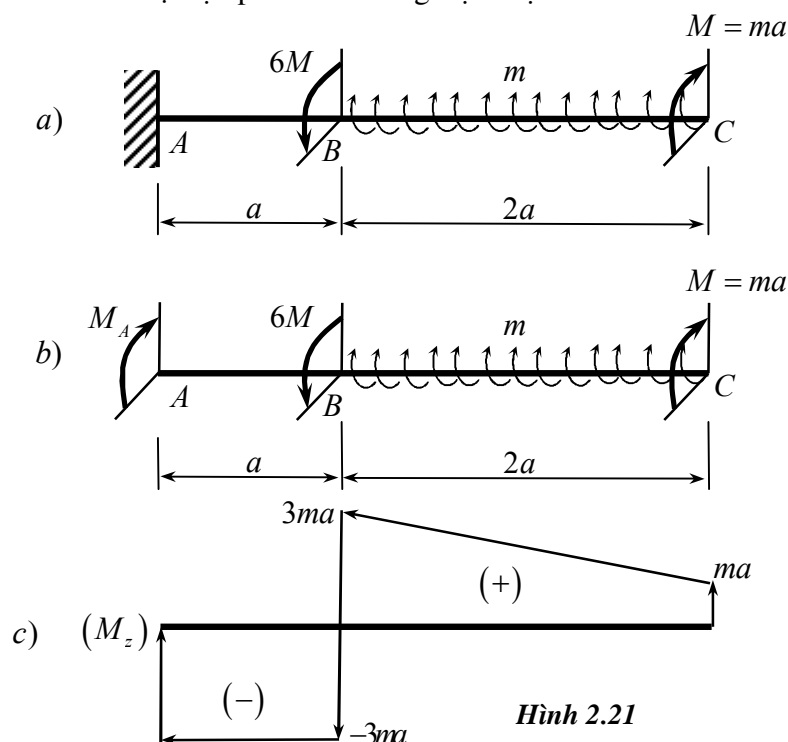
Hình 2.20

- Phản lực liên kết tại ngàm A : $\sum F_z = 0 \Rightarrow N_A - q \cdot 3a + 5qa - qa = 0 \Rightarrow N_A = qa$
- Tại C có lực tập trung $P = qa$ gây nén nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía âm (bên trái) một đoạn bằng qa từ vị trí “0” thuộc đường chuẩn.
- Nội lực ở phía trên của mặt cắt tại B : $N_z^B|_{\text{trên}} = N_z^C|_{\text{duoi}} + 0 = N_z^C|_{\text{duoi}} = -qa$ (đoạn BC không có tải phân bố nên N_z hằng số).
- Tại B có lực tập trung $5P = 5qa$ gây kéo nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía dương (bên phải) một đoạn bằng $5qa$ từ giá trị $-qa$ nên N_z phía dưới mặt cắt tại B có giá trị $-qa + 5qa = 4qa$.
- Nội lực ở phía trên của mặt cắt tại A : $N_z^A|_{\text{trên}} = N_z^B|_{\text{duoi}} + (-q \cdot 3a) = 4qa - 3qa = qa$
- Tại A có lực tập trung $N_A = qa$ gây nén nên biểu đồ N_z có bước nhảy về phía âm (bên trái) một đoạn bằng qa từ giá trị qa nên N_z phía dưới mặt cắt tại A có giá trị $qa - qa = 0$.

Cách vẽ biểu đồ nội lực trong trục chịu xoắn:

- Biểu đồ mômen xoắn hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.
- Nếu trên sơ đồ tính có ngẫu lực tập trung biểu đồ mômen xoắn có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị ngẫu lực tập trung, nhảy về phía dương khi nhìn vào mặt cắt thấy ngẫu lực quay cùng chiều kim đồng hồ, nhảy về phía âm cho trường hợp ngược lại.
- Mômen xoắn cuối đoạn bằng mômen xoắn đầu đoạn cộng hợp ngẫu lực phân bố trên đoạn đó (hợp ngẫu lực phân bố quay cùng chiều kim đồng hồ dương, ngược lại là âm).

❖ **Ví dụ 12:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục chịu xoắn như hình 2.21 a.



Hình 2.21

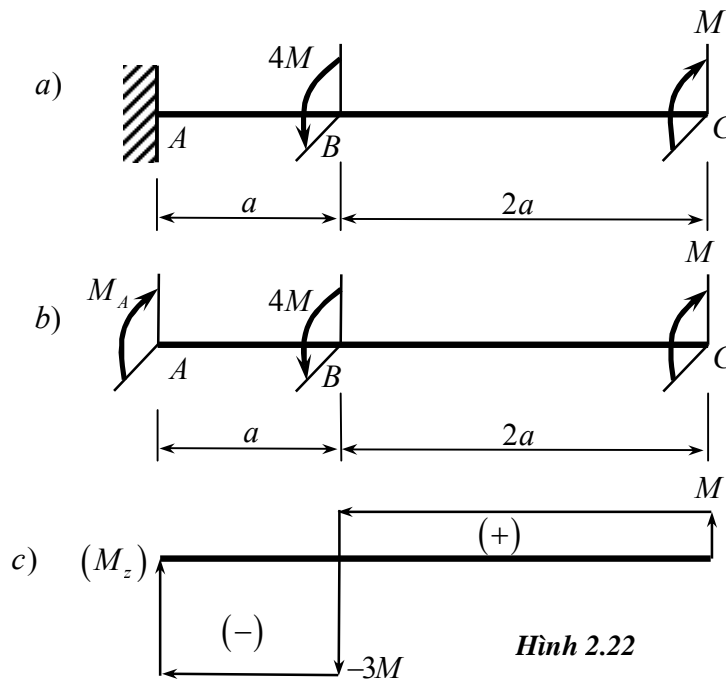
- Phản lực liên kết tại ngàm A: đặt phản lực liên kết tại ngàm A như hình 2.21 b
 $\sum m_z = 0 \Rightarrow M_A - 6ma + m \cdot 2a + ma = 0 \Rightarrow M_A = 3ma$
- Tại C có ngẫu lực tập trung $M = ma$ cùng chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía dương (bên trên) một đoạn bằng qa từ vị trí “0” thuộc đường chuẩn.
- Nội lực ở phía bên phải của mặt cắt tại B:
 $M_z^B|_{\text{phai}} = M_z^C + m \cdot 2a = ma + 2ma = 3ma$
- Tại B có ngẫu lực tập trung $6M = 6ma$ ngược chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía âm (bên dưới) một đoạn bằng $6ma$ từ giá trị $+3ma$ nên M_z bên trái mặt cắt tại B có giá trị $3ma - 6ma = -3ma$.
- Nội lực ở phía bên phải của mặt cắt tại A: $M_z^A|_{\text{phai}} = M_z^B|_{\text{trai}} + 0 = M_z^B|_{\text{trai}} = -3ma$ (trên đoạn BA không có tải phân bố nên M_z hằng số).
- Tại A có ngẫu lực tập trung $M_A = 3ma$ cùng chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía dương (bên trên) một đoạn bằng $3qa$ từ giá trị $-3ma$ nên M_z phía trái mặt cắt tại A có giá trị $3ma - 3ma = 0$.

❖ **Ví dụ 13:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục chịu xoắn như hình 2.22a.

- Phản lực liên kết tại ngàm A:

$$\sum m_z = 0 \Rightarrow M_A - 4M + M = 0 \Rightarrow M_A = 3M$$

- Tại C có ngẫu lực tập trung M cùng chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía dương (bên trên) một đoạn bằng M từ vị trí “0” thuộc đường chuẩn.
- Nội lực ở phía bên phải của mặt cắt tại B : $M_z^B|_{\text{phai}} = M_z^C + 0 = M_z^C = M$ (trên đoạn CB không có tải phân bố nên M_z hằng số).
- Tại B có ngẫu lực tập trung $4M$ ngược chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía âm (bên dưới) một đoạn bằng $4M$ từ giá trị $+M$ nên M_z bên trái mặt cắt tại B có giá trị $+M - 4M = -3M$.
- Nội lực ở phía bên phải của mặt cắt tại A : $M_z^A|_{\text{phai}} = M_z^B|_{\text{trai}} + 0 = M_z^B|_{\text{trai}} = -3M$ (trên đoạn BA không có tải phân bố nên M_z hằng số).
- Tại A có ngẫu lực tập trung $M_A = 3M$ cùng chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_z có bước nhảy về phía dương (bên trên) một đoạn bằng $3M$ từ giá trị $-3M$ nên M_z phía trái mặt cắt tại A có giá trị $3M - 3M = 0$.



Hình 2.22

Cách vẽ biểu đồ nội lực trong dầm chịu uốn phẳng:

- ❖ Biểu đồ lực cắt:
 - Biểu đồ lực cắt hơn biểu đồ tải trọng phân bố một bậc.
 - Khi đi từ trái qua phải, nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung biểu đồ lực cắt có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, chiều bước nhảy cùng chiều với lực tập trung.
 - Khi đi từ trái qua phải, lực cắt cuối đoạn bằng lực cắt đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (hợp lực phân bố hướng lên dương, hướng xuống âm).
- ❖ Biểu đồ mômen uốn:
 - Biểu đồ mômen uốn hơn biểu đồ lực cắt một bậc.
 - Khi đi từ trái qua phải, nếu trên sơ đồ tính có ngẫu lực tập trung biểu đồ mômen uốn có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị ngẫu lực tập trung, nhảy xuống khi ngẫu lực quay cùng chiều kim đồng hồ, nhảy lên khi ngẫu lực quay ngược chiều kim đồng hồ.
 - Khi đi từ trái qua phải, mômen uốn cuối đoạn bằng mômen uốn đầu đoạn cộng diện tích lực cắt trên đoạn đó (Nếu trên đoạn đó mômen uốn là hàm bậc hai, mômen uốn sẽ đạt cực trị tại vị trí lực cắt bằng không).

❖ **Ví dụ 14:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong dầm chịu uốn phẳng như hình 2.23 a.

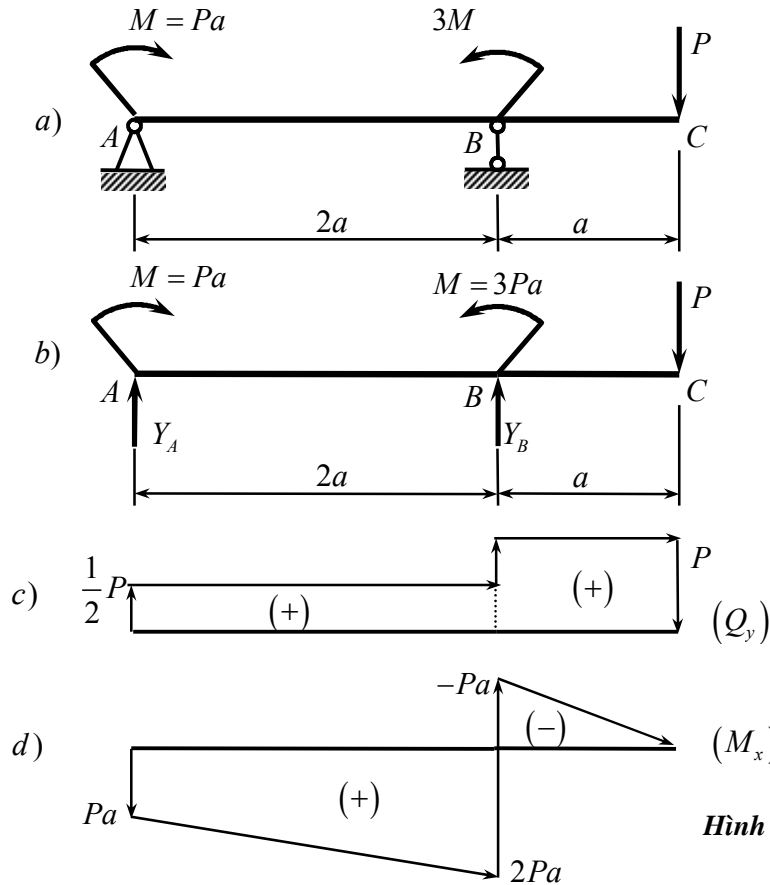
- Phản lực liên kết tại các gối A, B : đặt các phản lực liên kết tương ứng tại A, B như hình 2.23 b.

$$\begin{cases} \sum m_A = 0 \Rightarrow Pa - 3Pa - Y_B \cdot 2a + P \cdot 3a = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{P}{2} \\ \sum m_B = 0 \Rightarrow Pa + Y_A \cdot 2a - 3Pa + P \cdot a = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{P}{2} \end{cases}$$

Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y : trên đoạn AB, BC không có lực phân bố nên biểu đồ lực cắt Q_y có dạng hằng số.

- Tại A có lực tập trung $Y_A = P/2$ hướng lên nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $P/2$ từ vị trí “0” thuộc đường chuẩn.
- Lực cắt bên trái của mặt cắt tại B : $Q_y^B|_{\text{trái}} = Q_y^A + 0 = Q_y^A = P/2$ (trên đoạn AB không có tải phân bố nên Q_y hằng số).
- Tại B có lực tập trung $Y_B = P/2$ hướng lên nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $P/2$ từ giá trị $+P/2$ nên Q_y bên phải mặt cắt tại B có giá trị $P/2 + P/2 = +P$.
- Lực cắt bên trái của mặt cắt tại C : $Q_y^C|_{\text{trái}} = Q_y^B|_{\text{phải}} + 0 = Q_y^B|_{\text{phải}} = +P$ (trên đoạn BC không có tải phân bố nên Q_y hằng số).

- Tại C có lực tập trung P hướng xuống nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng xuống một đoạn bằng P từ giá trị $+P$ nên Q_y bên phải mặt cắt tại C có giá trị $P - P = 0$.



Hình 2.23

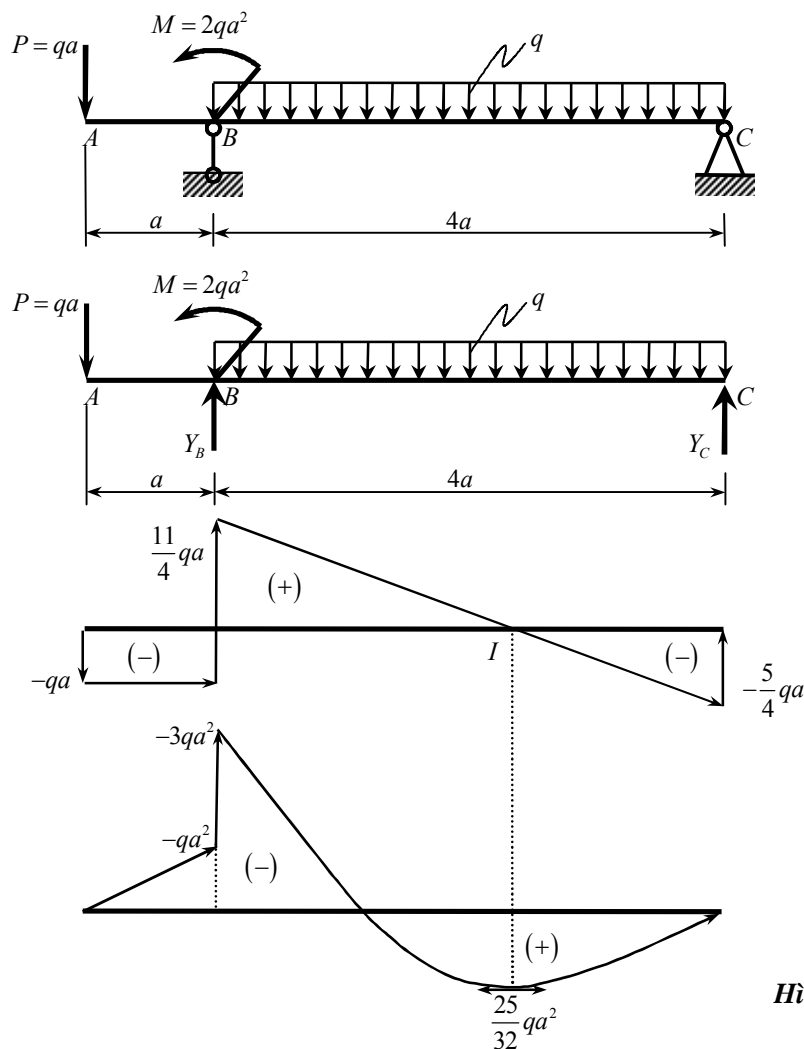
Vẽ biểu đồ mô men uốn M_x : (Biểu đồ mô men uốn trên âm dưới dương) ta đã biết biểu đồ mômen uốn M_x hơn biểu đồ lực cắt Q_y một bậc nên trên đoạn AB, BC biểu đồ mômen uốn M_x có dạng bậc nhất.

- Tại A có ngẫu lực tập trung $M = Pa$ cùng chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_x có bước nhảy hướng xuống một đoạn bằng Pa từ vị trí “0” thuộc đường chuẩn.
- Mômen uốn bên trái của mặt cắt tại B :

$$M_x^B \Big|_{\text{trái}} = M_x^A \Big|_{\text{phải}} + S_{Q_y}^{(AB)} = +Pa + \frac{1}{2} P \cdot 2a = +2Pa.$$

- Tại B có ngẫu lực tập trung $M = 3Pa$ ngược chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_x có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $3Pa$ từ giá trị $+2Pa$ nên M_x bên phải mặt cắt tại B có giá trị $2Pa - 3Pa = -Pa$.
- Mômen uốn bên trái của mặt cắt tại C : $M_x^C \Big|_{\text{trái}} = M_x^B \Big|_{\text{phải}} + S_{Q_y}^{(BC)} = -Pa + P \cdot a = 0$.

❖ **Ví dụ 15:** Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong dầm chịu uốn phẳng như hình 2.20.



Hình 2.24

- Phản lực liên kết tại các gối B, C :

$$\begin{cases} \sum m_B = 0 \Rightarrow -qa \cdot a - 2qa^2 + q \cdot 4a \cdot 2a - Y_C \cdot 4a = 0 \Rightarrow Y_C = \frac{5}{4}qa \\ \sum m_C = 0 \Rightarrow -qa \cdot 5a - 2qa^2 + Y_B \cdot 4a - q \cdot 4a \cdot 2a = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{15}{4}qa \end{cases}$$

Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y : trên đoạn AB không có lực phân bố nên biểu đồ Q_y trên đoạn AB có dạng hằng số, trên đoạn BC lực phân bố là hằng số nên biểu đồ Q_y trên đoạn BC có dạng bậc nhất.

- Tại A có lực tập trung $P = qa$ hướng xuống nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng xuống một đoạn bằng qa từ vị trí '0' thuộc đường chuẩn.

- Lực cắt bên trái của mặt cắt tại B : $Q_y^B|_{\text{trái}} = Q_y^A + 0 = Q_y^A = -qa$ (trên đoạn AB không có tải phân bố nên Q_y hằng số).
- Tại B có lực tập trung $Y_B = \frac{15}{4}qa$ hướng lên nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $\frac{15}{4}qa$ từ giá trị $-qa$ nên Q_y bên phải mặt cắt tại B có giá trị $-qa + \frac{15}{4}qa = +\frac{11}{4}qa$.
- Lực cắt bên trái của mặt cắt tại C :

$$Q_y^C|_{\text{trái}} = Q_y^B|_{\text{phải}} + R_q^{(BC)} = \frac{11}{4}qa + (-4qa) = -\frac{5}{4}qa.$$
- Tại C có lực tập trung $Y_C = \frac{5}{4}qa$ hướng lên nên biểu đồ Q_y có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $\frac{5}{4}qa$ từ giá trị $-\frac{5}{4}qa$ nên Q_y bên phải mặt cắt tại C có giá trị $-\frac{5}{4}qa + \frac{5}{4}qa = 0$.

Vẽ biểu đồ mô men uốn M_x : (Biểu đồ mô men uốn trên âm dưới dương) trên đoạn AB biểu đồ Q_y có dạng hằng số nên trên đoạn AB biểu đồ M_x có dạng bậc nhất, trên đoạn BC biểu đồ Q_y có dạng bậc nhất nên trên đoạn BC biểu đồ M_x có dạng bậc hai, vì vậy trên đoạn BC tại các điểm $Q_y = 0$ biểu đồ M_x đạt cực trị.

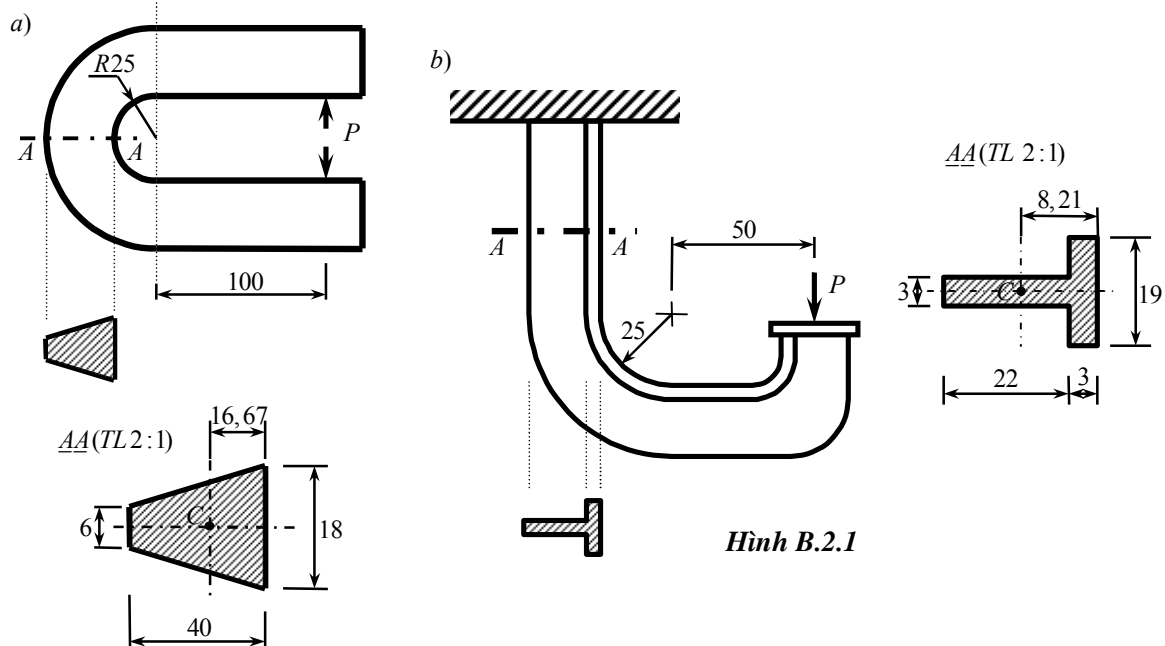
- Tại A không có ngẫu lực tập trung nên biểu đồ M_x không có bước nhảy.
- Mômen uốn bên trái của mặt cắt tại B : $M_x^B|_{\text{trái}} = M_x^A + S_{Q_y}^{(AB)} = 0 - qa \cdot a = -qa^2$.
- Tại B ngẫu lực tập trung $M = 2qa^2$ ngược chiều kim đồng hồ nên biểu đồ M_x có bước nhảy hướng lên một đoạn bằng $2qa^2$ từ giá trị $-qa^2$ nên M_x bên phải mặt cắt tại B có giá trị $-qa^2 - 2qa^2 = -3qa^2$.
- Trong đoạn BC biểu đồ lực cắt bậc nhất nên biểu đồ mô men uốn bậc hai. Tại mặt cắt I lực cắt $Q_y = 0$ nên tại đây M_x đạt cực trị. Vì vậy ta phải tìm giá trị mô men uốn tại mặt cắt này:

$$M_x^I = M_x^B|_{\text{phải}} + S_{Q_y}^{(BI)} = -3qa^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{4}qa \cdot \frac{11}{4}a = +\frac{25}{32}qa^2.$$
- Tại I không có ngẫu lực tập nên biểu đồ M_x không có bước nhảy.
- Mômen uốn bên trái của mặt cắt tại B :

$$M_x^C|_{\text{trái}} = M_x^I + S_{Q_y}^{(IC)} = +\frac{25}{32}qa^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}qa \cdot \frac{5}{4}a = 0.$$
- Tại C không có ngẫu lực tập trung nên biểu đồ M_x không có bước nhảy.

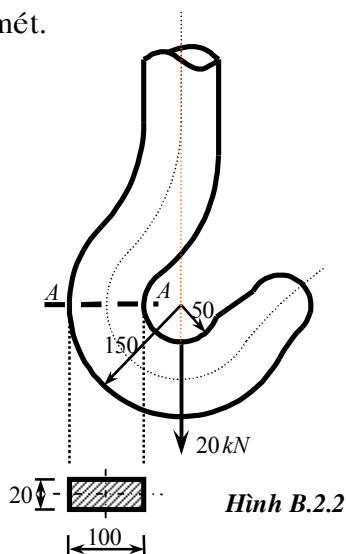
II) BÀI TẬP

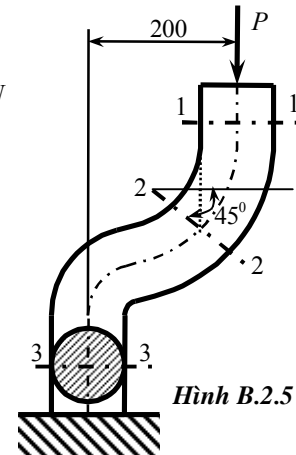
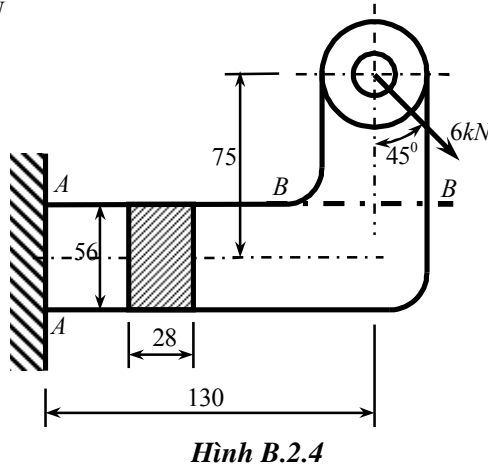
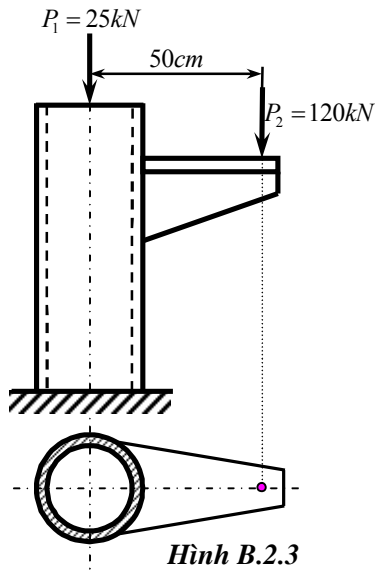
2.1. Xác định các thành phần nội lực (trị số, phương, chiều) phát sinh trên mặt cắt AA của các chi tiết chịu tác dụng của lực $P = 100N$ như hình B.2.1a và hình B.2.1b. Các kích thước cho trên hình có đơn vị là milimét.



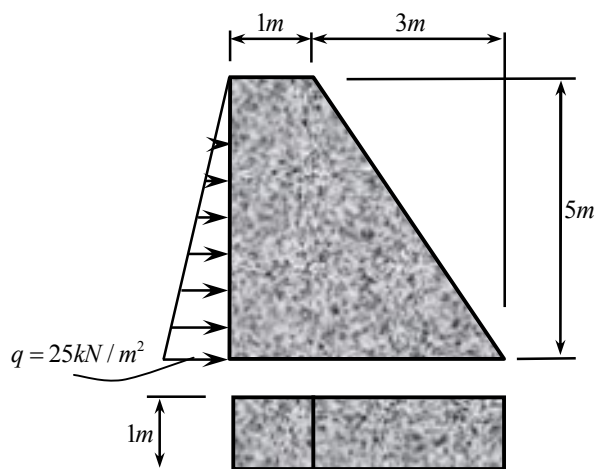
(Gợi ý: đặt hệ trục tọa độ tại trọng tâm mặt cắt sao cho trục z trùng với pháp tuyến của mặt cắt sau đó đặt các thành phần nội lực tương ứng để cân bằng với ngoại lực tác dụng)

2.2. Móc cần trục mang tải trọng $20kN$ như hình B.2.2, mặt cắt ngang tại mặt cắt AA là hình chữ nhật. Xác định các thành phần nội lực (trị số, phương, chiều) phát sinh trên mặt cắt AA . Các kích thước có đơn vị là milimét.

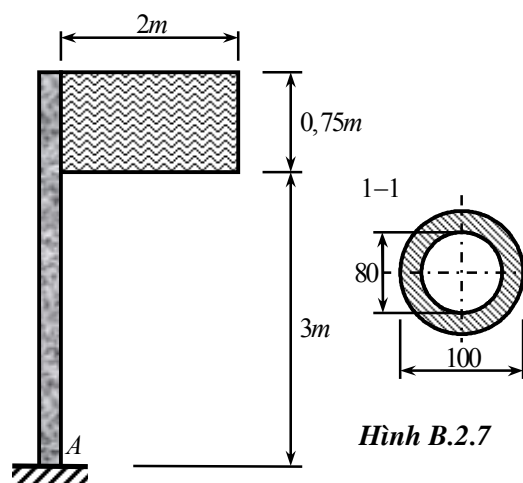




- 2.3.** Cột hình trụ rỗng được hàn với một côngxon chịu tác dụng của các lực như hình B.2.3. Tâm của tải cách tâm của cột 50cm. Xác định các thành phần nội lực (trị số, phương, chiều) phát sinh tại mặt cắt chân cột.
- 2.4.** Một giá bằng thép như hình B.2.4, chịu tác dụng của lực kéo 6kN nghiêng góc 45° so với phương ngang. Mặt cắt ngang của giá đỡ là hình chữ nhật. Xác định các thành phần nội lực (trị số, phương, chiều) phát sinh trên mặt cắt tại ngàm A–A và mặt cắt B–B.
- 2.5.** Thanh cong mặt cắt ngang không đổi, hình tròn đường kính d , chịu nén bởi một lực $P = 15\text{kN}$ cách tâm trục một đoạn 200mm như hình B.2.5. Xác định các thành phần nội lực (trị số, phương, chiều) phát sinh trên các mặt cắt 1–1; 2–2; 3–3.
- 2.6.** Xét một đoạn đập bằng bê tông dài 1m, chịu lực như hình B.2.6. Xác định nội lực tại mặt cắt chân đập. Biết rằng bê tông có trọng lượng riêng $25\text{kN}/\text{m}^3$.

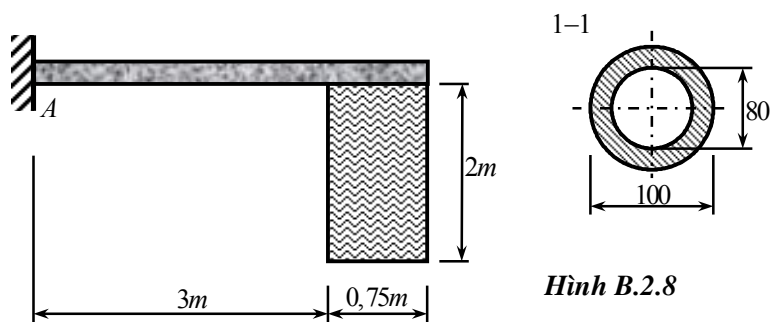


Hình B.2.6



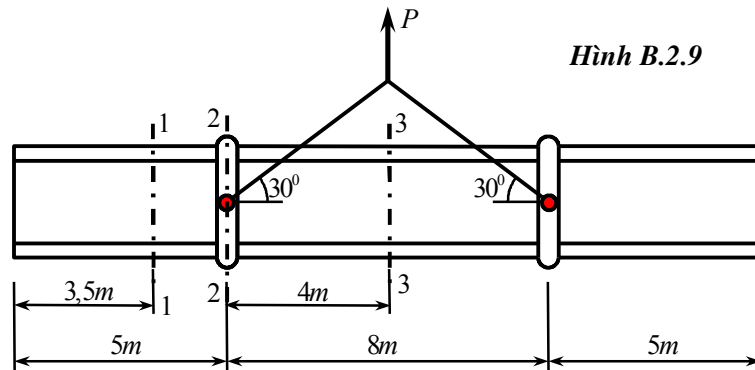
Hình B.2.7

- 2.7.** Một bảng hiệu được đỡ bởi trụ thép như hình B.2.7, trụ thép có trọng lượng $750N$ và có mặt cắt ngang hình vành khăn đường kính ngoài $100mm$, đường kính trong $80mm$. Bảng hiệu đồng chất có kích thước $0,75m \times 2m$ có trọng lượng $0,85kN$, áp lực gió tác dụng lên bảng hiệu $1,2kN/m^2$. Xác định nội lực phát sinh trên mặt cắt tại chân cột.
- 2.8.** Một bảng hiệu được đỡ bởi ống thép đồng chất như hình B.2.8, trụ thép có trọng lượng $850N$ và có mặt cắt ngang hình vành khăn đường kính ngoài $120mm$, đường kính trong $80mm$. Bảng hiệu có kích thước $0,75m \times 2m$ có trọng lượng $1,2kN$, áp lực gió tác dụng lên bảng hiệu $1,5kN/m^2$. Xác định nội lực phát sinh trên mặt cắt tại A.



Hình B.2.8

- 2.9.** Dầm thép chữ I được cẩu lên như hình B.2.9 (trong quá trình cẩu dầm luôn nằm ngang). Biết rằng dầm đồng chất có khối lượng trên một mét chiều dài bằng $78,5kg/m$. Xác định nội lực phát sinh trên các mặt cắt 1-1; 2-2; 3-3.



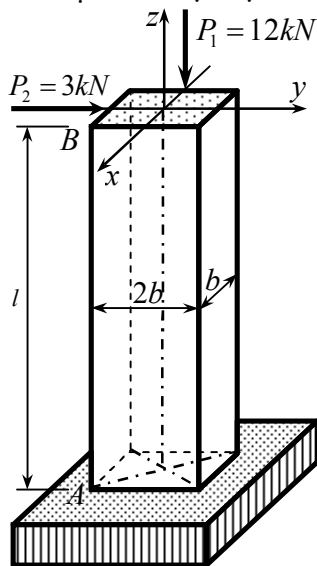
Hình B.2.9

2.10. Cho cột AB làm bằng bê tông chịu lực như hình B.2.10. Biết rằng bê tông có trọng lượng riêng $25kN/m^3$.

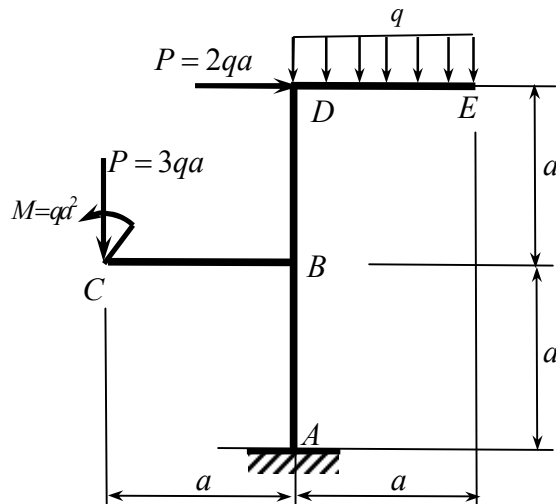
- Vẽ sơ đồ tính.
- Xác định nội lực phát sinh trên mặt cắt tại chân cột.

2.11. Cho khung chịu lực như hình B.2.11. Xác định nội lực tại các mặt cắt:

- Mặt cắt tại ngàm A .
- Mặt cắt tại B thuộc cột AB , mặt cắt tại B thuộc cột BD và mặt cắt tại B thuộc dầm BC .
- Mặt cắt tại D thuộc cột BD và mặt cắt tại D thuộc dầm DE .

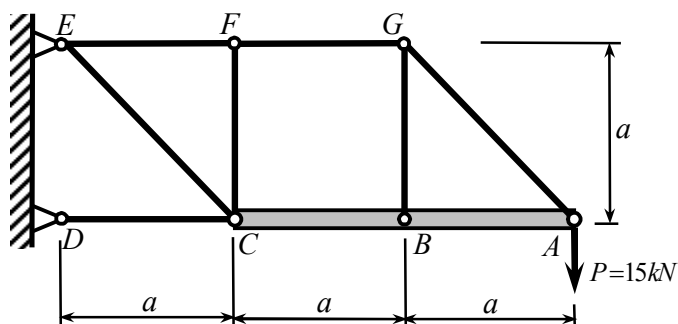


Hình B.2.10

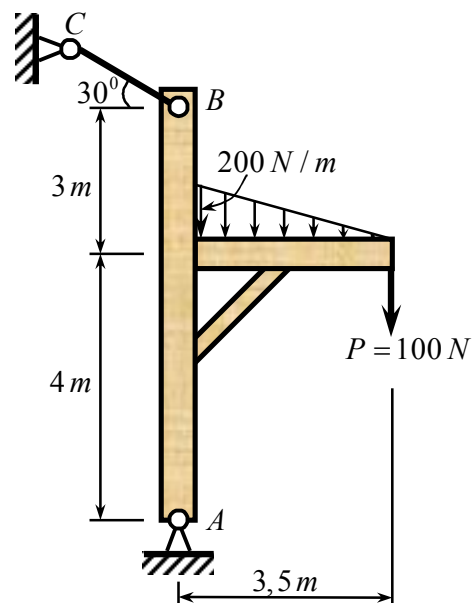


Hình B.2.11

2.12. Thanh cứng AC được giữ bởi hệ thanh như hình B.2.12. Xác định ứng lực trong các thanh của hệ dầm.



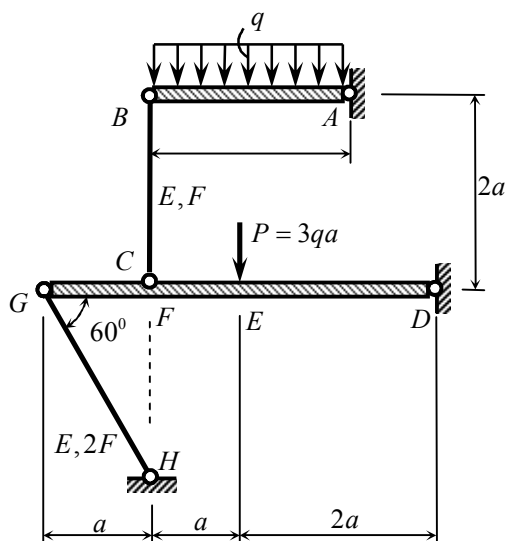
Hình B.2.12



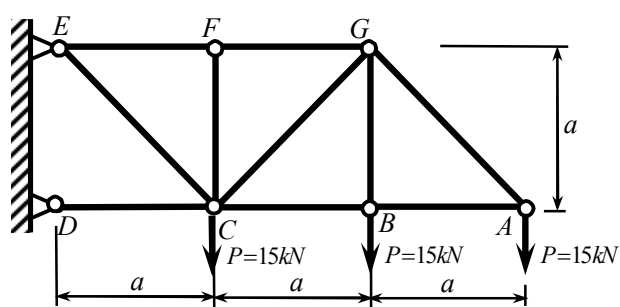
Hình B.2.13

2.13. Cho hệ chịu lực như hình B.2.13. Xác định phản lực liên kết tại khớp quay A và ứng lực trong thanh BC . Khi tính bỏ qua bề dày của các phần tử trong hệ.

2.14. Các thanh AB, DG tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại A, D và được giữ bởi các thanh thanh giằng BC, HG như hình B.2.14. Xác định phản lực liên kết tại A, D và ứng lực trong các thanh BC, HG .

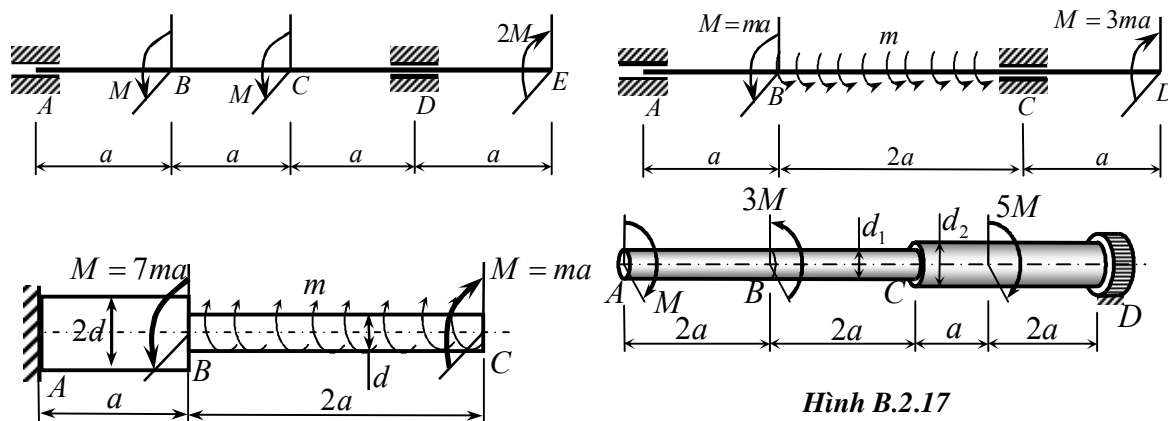


Hình B.2.14



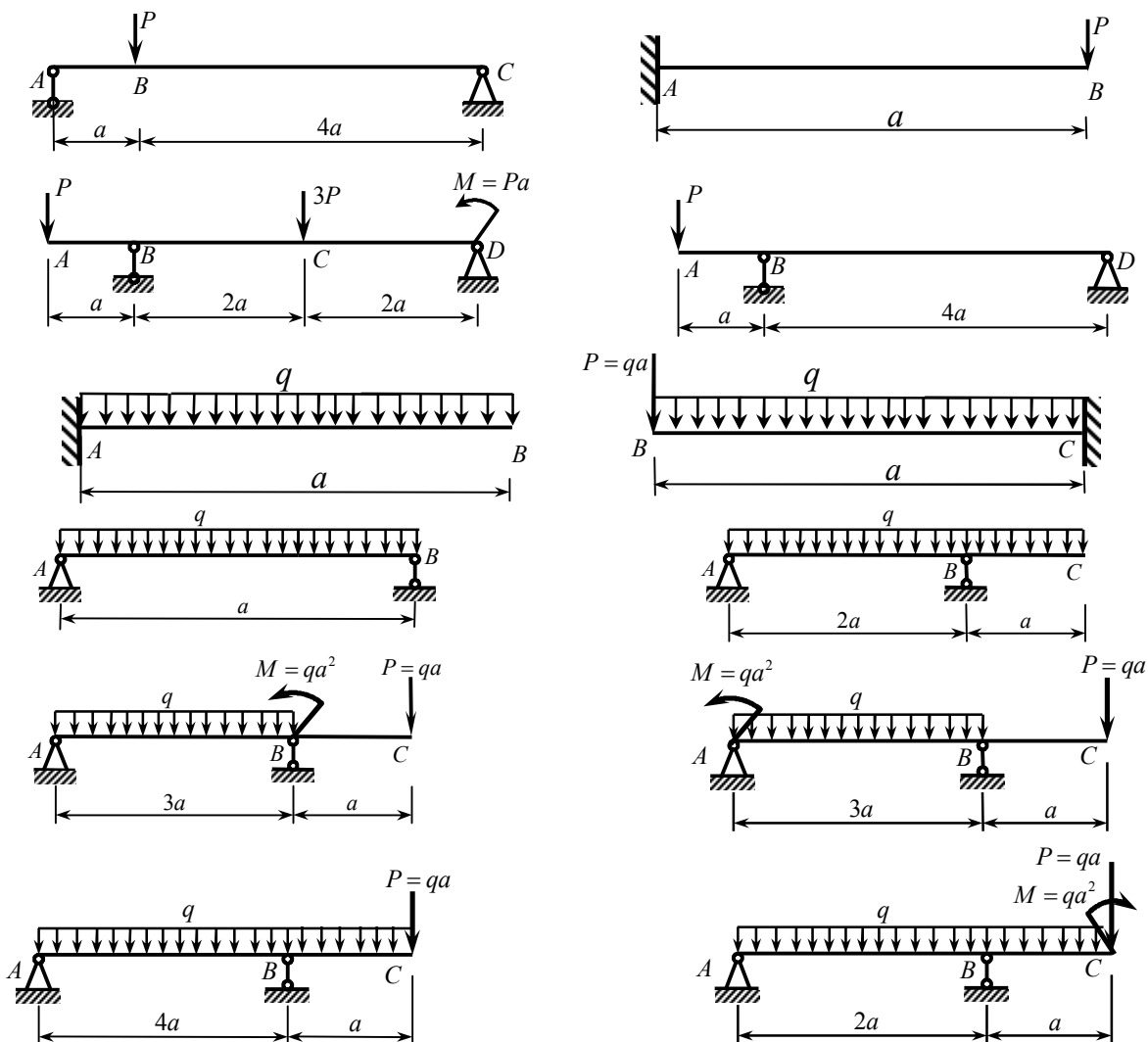
Hình B.2.15a

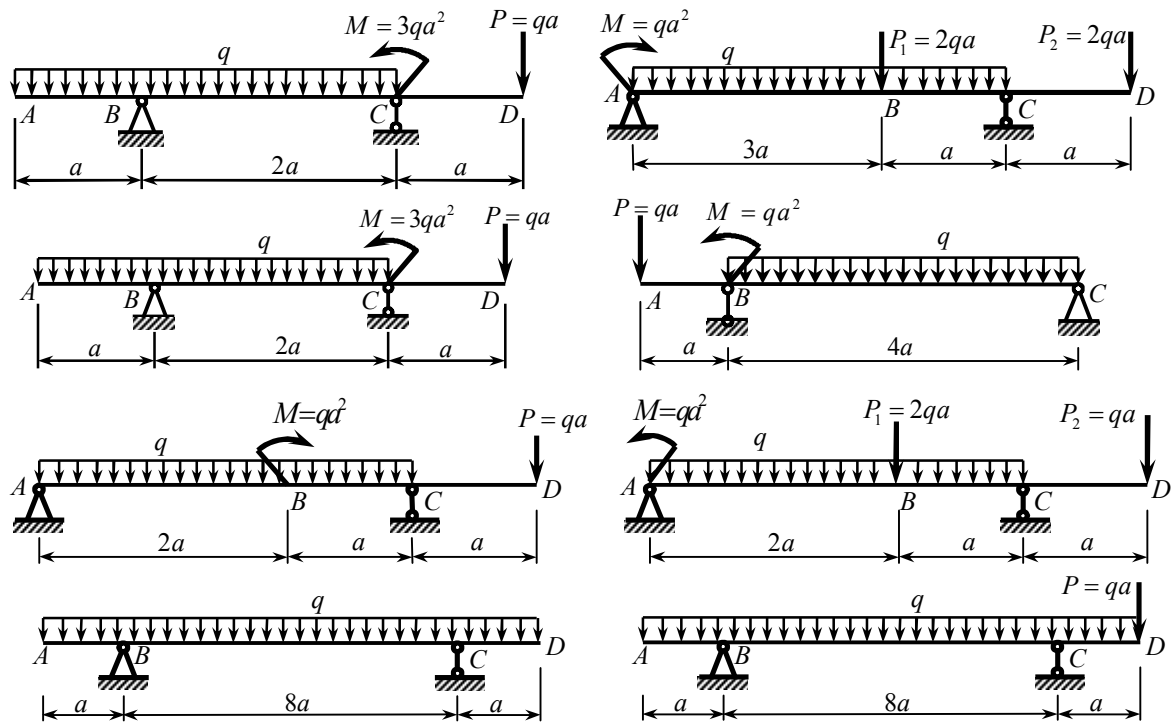
2.15. Cho hệ dàn có kích thước và chịu lực như hình B.2.15a, B.2.15b, B.2.15c. Xác định ứng lực trong các thanh của dàn.



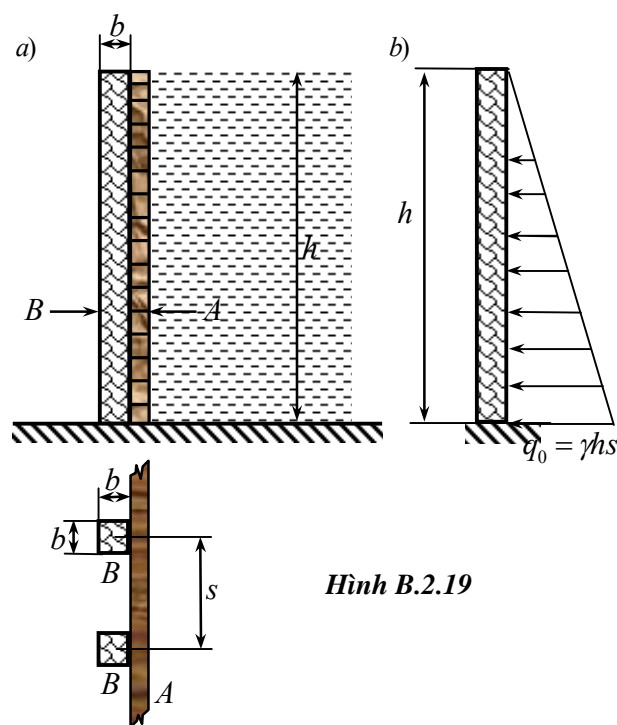
Hình B.2.17

2.18. Xác định các phản lực liên kết và vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong các dầm như hình B.2.20.

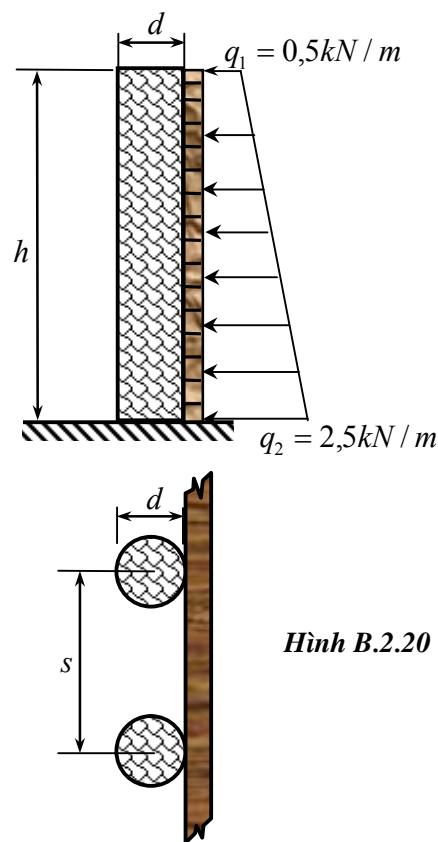




- 2.19.** Cho một đập ngăn nước được làm bằng các tấm gỗ A chồng theo đứng. Để đỡ các tấm gỗ này người ta sử dụng các trụ gỗ thẳng đứng B , các trụ này được chôn xuống đất và làm việc như các dầm côngxôn, khoảng cách giữa các cột là $s = 0,8m$ như hình B.2.19. Mức nước trong đập có chiều cao $h = 2m$. Xác định nội lực phát sinh trên mặt cắt chân cột B . (khi tính bỏ qua trọng lượng của cột).

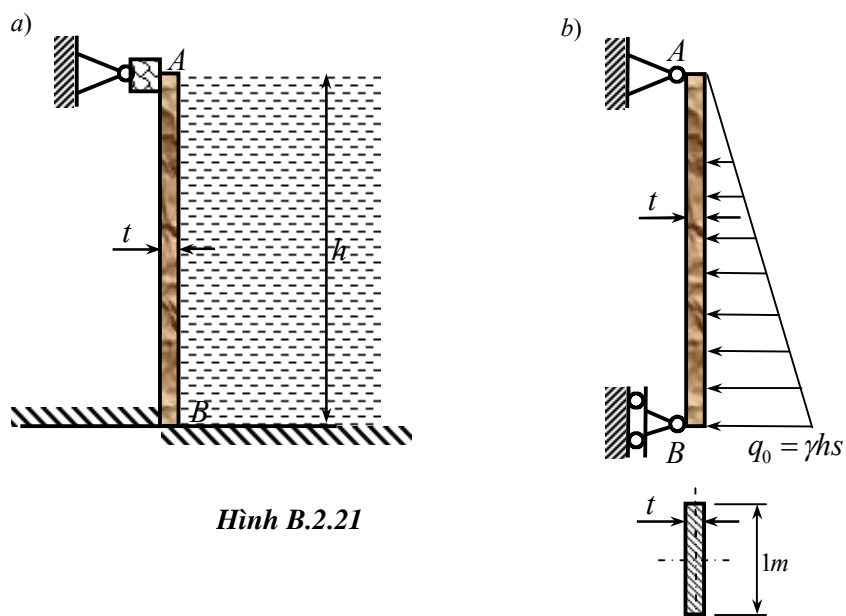


Hình B.2.19



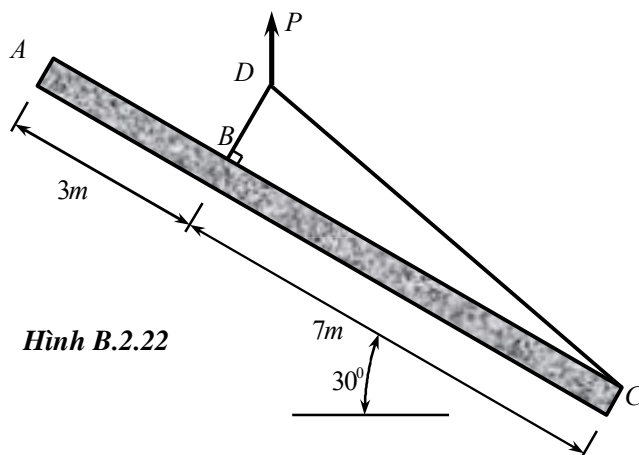
Hình B.2.20

- 2.20.** Cho một tường chắn đất chiều cao $h = 1,5m$ được làm từ các tấm thép dựng theo phương đứng được đỡ bởi các trụ gỗ thẳng đứng, các trụ này được chôn xuống đất và làm việc như các dầm côngxôn. Các trụ thẳng đứng có mặt cắt ngang hình tròn đường kính $d = 305mm$ và có khoảng cách giữa các cột là $s = 1,2m$ như hình B.2.20. Áp lực ngang do đất tác dụng lên tường có giá trị $p_1 = 4790N/m^2$ và $p_2 = 19160N/m^2$. Xác định nội lực phát sinh trên mặt cắt chân cột. (khi tính bỏ qua trọng lượng của cột).
- 2.21.** Cho một đập ngăn nước cao $h = 2,4m$ được làm từ dầm gỗ dựng đứng như hình B.2.21a. Xem dầm làm việc như dầm đơn giản đặt trên hai gối và khi tính ta xét một đoạn dầm có bề rộng $s = 1m$ như hình B.2.21b. Với trọng lượng riêng của nước $\gamma_w = 9,8kN/m^3$.
- Xác định phản lực liên kết tại hai gối A và B .
 - Viết biểu thức của lực cắt và mômen uốn phát sinh trong dầm.
 - Vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn phát sinh trong dầm.



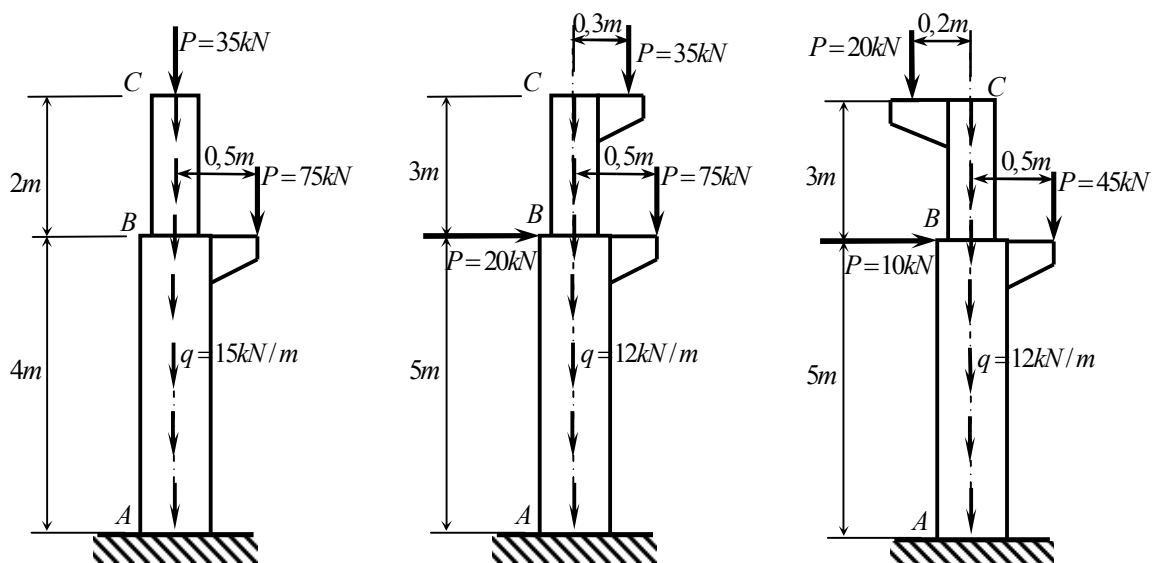
Hình B.2.21

- 2.22.** Cột bê tông mặt cắt ngang không đổi được nâng lên bởi hai dây cáp BD, CD như hình B.2.22. Biết rằng cột đồng nhất và có trọng lượng 21kN . Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.



Hình B.2.22

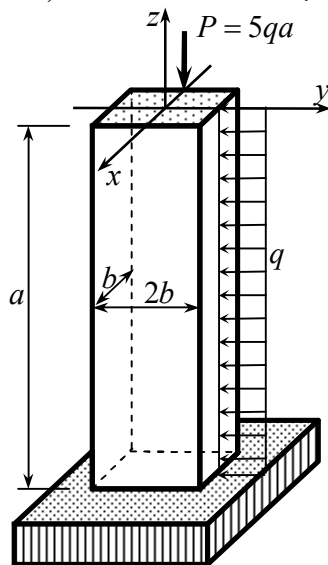
- 2.23.** Cột bậc ABC ngàm tại A và chịu lực trong một mặt phẳng như hình B.2.23.
- Vẽ sơ đồ tính cho cột.
 - Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.



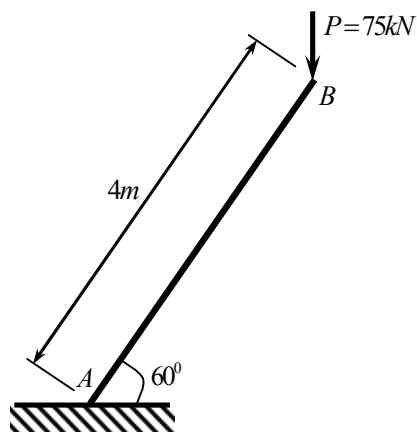
Hình B.2.23

2.24. Cột AB ngàm tại A và chịu lực như hình B.2.24. Biết rằng cột làm bằng bê tông có trọng lượng riêng $25kN/m^3$.

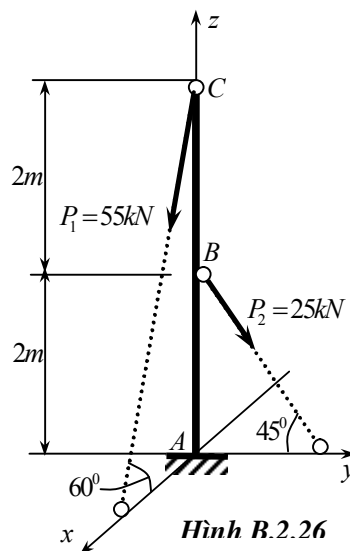
- Vẽ sơ đồ tính cho cột.
- Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.



Hình B.2.24



Hình B.2.25

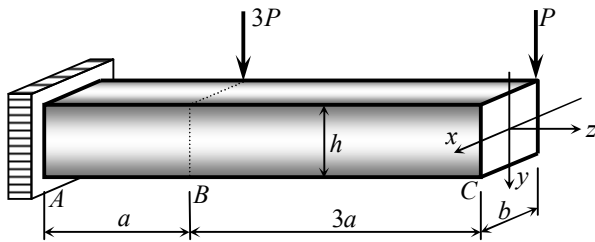


Hình B.2.26

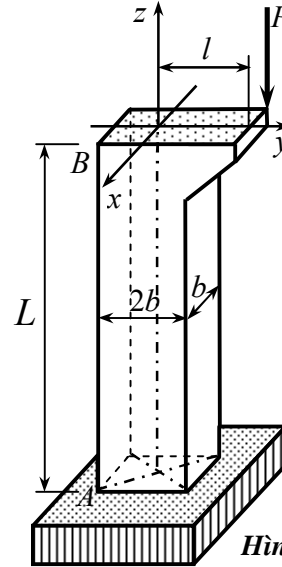
2.25. Cột AB nghiêng một góc 60° so với phương ngang, ngàm tại A và chịu lực trong một mặt phẳng như hình B.2.25. Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

2.26. Cột AC thẳng đứng, ngàm tại A và chịu lực như hình B.2.26. Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

2.27. Dầm AC mặt cắt ngang hình chữ nhật kích thước $b \times h$ bị ngàm tại A và chịu tác dụng của các lực như hình B.2.27. Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong dầm.



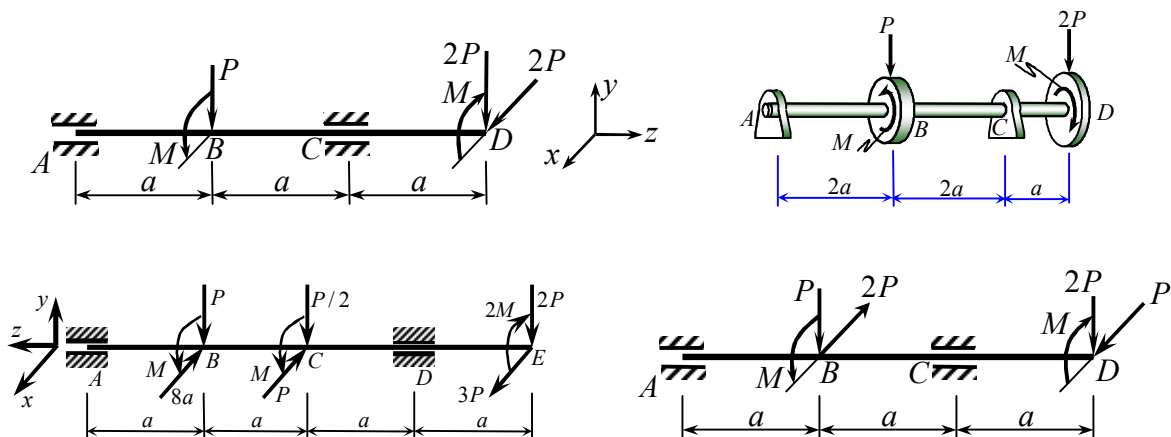
Hình B.2.27



Hình B.2.28

2.28. Cột AB mặt cắt ngang hình chữ nhật kích thước $b \times 2b$ ($b = 25\text{cm}$) chịu nén lệch tâm và có kích thước như hình B.2.28. Cột có chiều cao $L = 3,5\text{m}$, phần trên nhô ra so với trục cột một đoạn $l = 0,3\text{m}$. Cột làm bằng vật liệu có trọng lượng riêng $\gamma = 25\text{kN/m}^3$, khi tính bỏ qua trọng lượng phần nhô ra. Vẽ sơ đồ tính và vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

2.29. Xác định các phản lực liên kết và vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong các dầm như hình B.2.29.



Hình B.2.29